3F PNI 9/10/2002: le grandezze cinematiche e lo studio del moto (cap. 1/2/3/4)

1.1. In cosa differiscono il moto traslatorio e quello rotatorio?

Nel moto traslatorio tutti i punti di un corpo rigido subiscono gli stessi spostamenti (in senso vettoriale) mentre le traiettorie hanno un forma qualsiasi. Nel moto rotatorio tutti i punti del corpo rigido compiono traiettorie circolari con raggi di curvatura diversi ma con la stessa velocità angolare intorno ad un unico asse di rotazione.

Note: risposte in genere corrette ma poco precise; errore tipico affermare che il vettore spostamento ha sempre la stessa direzione (ha la stessa direzione per i diversi punti del corpo ma cambia nel tempo).

1.2. Perché in un diagramma orario non si torna mai indietro?

Perché se si hanno due punti con la stessa ascissa e diversa ordinata vuol dire che ad un certo istante il punto materiale si trova in due punti diversi.

Note: non hanno valore esplicativo frasi come il tempo non scorre all'indietro (vero ma non c'entra)

1.3. Definire sul diagramma orario la velocità media e quella istantanea di un moto rettilineo

Si veda la dispensa; comunque gli aspetti essenziali della risposta sono i seguenti:

tracciare una legge oraria di forma qualsiasi su un sistema (x,t)

scegliere due punti generici $P_1 \equiv (x_1, t_1)$ e $P_2 \equiv (x_2, t_2)$ ed individuare gli intervalli spaziali e temporali Δx e Δt

definire la velocità media $\langle v \rangle = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ ed osservare che corrisponde alla inclinazione della retta secante

definire la velocità istantanea $v = \dfrac{\delta x}{\delta t}$ dove con δ si intende l'intervallo di dimensioni trascurabili (tendente a zero) ed osservare che corrisponde alla inclinazione della retta tangente il che consente di valutare rapporti del tipo 0/0.

Note: praticamente nessuno è stato completo e corretto sul piano linguistico

1.4. Perché i punti di massimo e minimo e quelli di flesso sono punti importanti del diagramma orario?

Per quanto visto al punto precedente i punti di massimo e minimo sono punti di velocità nulla (tangente orizzontale) mentre quelli di flesso (che corrispondono alla massima e minima inclinazione della retta tangente) corrispondono a punti di velocità massima e minima relativa (cioè rispetto ai punti vicini).

Note: migliorare il linguaggio

1.5. Se è noto il diagramma velocità tempo come si può trovare la velocità media relativa ad un intervallo di tempo t_1, t_2?

La velocità media è, per definizione, $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ e pertanto per determinarne il valore occorre valutare Δx che si trova attraverso la determinazione dell'area del diagramma dato (velocità tempo). Dal punto di vista geometrico è l'altezza di un rettangolo con la stessa area e la stessa base.

Note: molte non risposte e molte risposte a pera del tipo inclinazione della retta secante (che è l'accelerazione media). La domanda (unica nel compito) puntava a verificare la comprensione del significato e dell'uso del metodo dell'area.

2.1. Spiega la differenza tra esperienza ed esperimento

L'esperienza è tutto ciò che accade e che viene sottoposto ad osservazione o percezione. L'esperimento è una particolare forma di esperienza eseguita forzando la naturalità. Ci si mette in condizioni sperimentali particolari che consentono di interrogare la natura rendendo trascurabile l'effetto di tutto ciò che si considera irrilevante rispetto a ciò che si sta tentando di verificare (un'ipotesi, una legge, una teoria, …).

Note: risposte in genere a metà.

2.2. Scrivi la formulazione newtoniana del principio di inerzia

Un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme a meno che sia costretto a mutarlo dalla azione di forze impresse (Newton sottintende che ciò debba accadere nel riferimento terrestre o meglio ancora in quello del Sole).

2.3. Scrivi la formulazione moderna del principio di inerzia

Esistono sistemi di riferimento rispetto ai quali un corpo isolato dalla interazione con altri corpi (cioè non soggetto a forze) si muove di moto rettilineo uniforme. Tali sistemi di riferimento sono detti *inerziali* e se ne esiste uno ne esistono infiniti (per la legge di composizione delle velocità). Un buon sistema di riferimento inerziale è quello delle *stelle fisse.*

Note: nessuna risposta completa e corretta; qualche vago balbettamento; molto estesa la non risposta.

2.4. In cosa differiscono i due principi precedenti?

Nella impostazione newtoniana la legge di inerzia è una premessa alla II legge e tende a sottolineare che l'assenza di accelerazione è dovuta alla assenza di forze. Nella impostazione moderna si sottolinea che la inerzia non è una proprietà generale della natura ma una proprietà che si esplica in particolari sistemi di riferimento. La prima legge diventa così lo strumento per fondare i sistemi di riferimento in cui varranno tutte le altre leggi della meccanica.

Note: non è stato detto nulla di sensato con la netta impressione che la parte storico metodologica del capitolo sia stata considerata ridondante.

2.5. Nel brano di Galilei dedicato al principio di relatività vengono descritti 6 tipi di esperimenti a controprova della impossibilità di stabilire il moto della nave; citane quanti ne ricordi.

Pesci nel vaso, insetti volanti, gocce d'acqua che cadono da un vaso, lancio di oggetti, salto, fumo di incenso

Note: la domanda aveva lo scopo di verificare la cura nel leggere e studiare la dispensa prendendo un brano letto e commentato in classe. Chi ha risposto è arrivato, in genere, a 3.

3.1. Cosa significa questa scrittura $\vec{a}$ = [AB] ?

Il vettore è la classe di equivalenza dei segmenti orientati aventi la stessa direzione, verso e lunghezza del segmento AB. Ciò significa che i vettori possono essere traslati liberamente nello spazio.

Note: qualcuno aveva letto e ha risposto; chi non aveva letto ne ha dette di tutti i colori.

3.2. Cos'è la componente di un vettore rispetto ad una retta orientata?

La componente di un vettore è la misura con segno del segmento orientato che si ottiene proiettando il vettore lungo la retta (cioè proiettando gli estremi del segmento orientato che lo rappresenta).

Note: in molti hanno detto proiezione invece che *misura con segno della proiezione*.

3.3. Spiega perché il vettore $\vec{v}$ è tangente alla traiettoria.

Il vettore $\vec{v}$ per definizione corrisponde al vettore velocità media nella condizione in cui $\Delta t \to 0$. Ma il vettore velocità media ha la direzione e il verso del vettore spostamento $\overrightarrow{\Delta r}$ cioè del segmento di secante che unisce il punto iniziale e quello finale. Quando $\Delta t \to 0$ il segmento di secante assume la direzione della retta tangente mentre il vettore velocità media si riduce al vettore velocità istantanea.

Note: molte non risposte e anche molte confusioni come avevo più volte segnalato con i diagrammi orari che in questo contesto non c'entrano nulla.

3.4. Senza usare diagrammi dai la definizione di vettore posizione e vettore spostamento.

Il vettore posizione è il vettore che va dalla origine del sistema di riferimento al punto mobile. Solitamente lo si indica con $\vec{r}$ .Il vettore spostamento è il vettore che unisce le due posizioni di un punto mobile e corrisponde, per definizione di differenza vettoriale, al vettore $\vec{r_2} - \vec{r_1} = \overrightarrow{\Delta r}$. Il vettore spostamento ha la direzione della secante e non della traiettoria tranne nel caso dei moti rettilinei.

Note: in genere si è data come definizione di spostamento la differenza vettoriale che è invece la conseguenza della definizione.

3.5. Perché lo studio del moto, oltre che per ragioni di semplicità, inizia con i moti rettilinei?

Perché qualunque moto nello spazio può essere studiato, in virtù del principio di composizione dei movimenti di Galilei, come sovrapposizione di 3 moti rettilinei ciascuno dei quali ha come grandezze cinematiche le componenti dei 3 vettori posizione, velocità e accelerazione.

Note: chi ha risposto si è dimenticato della seconda parte del discorso limitandosi ad osservare genericamente che si può studiare attraverso i moti rettilinei.

4.1. Cosa si può dire della direzione del vettore accelerazione in un moto curvilineo qualsiasi?

E' scomponibile in due componenti una tangenziale pari a $\delta v/\delta t$ e una normale e centripeta pari a v^2/r. La composizione dei due vettori corrispondenti produce un vettore sempre diretto verso l'interno della curvatura (in avanti quando la speed aumenta e indietro quando diminuisce).

Note: risposte eccessivamente generiche.

4.2. Dato un moto rettilineo uniformemente accelerato scrivere le 5 relazioni principali che lo caratterizzano

a_x = costante $\quad v_x = v_{0x} + a_x t \quad x = x_0 + v_{0x}t + ½ a_x t^2 \quad \langle v\rangle = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad v_2^2 + v_1^2 = 2a_x\Delta x$

Note: indegna la ignoranza generalizzata che ho riscontrato dopo che, a lezione, queste leggi erano state segnalate come rilevanti. Il suffisso x sta ad indicare che si tratta di grandezze espresse da numeri relativi riferiti ad una retta orientata indicata con *x*.

4.3. Dare la definizione di velocità angolare in un moto circolare qualsiasi (definire i simboli che si usano).

In un moto circolare il punto mobile percorre delle traiettorie circolari di raggio *r*. Se si indica l'angolo al centro spazzato dal raggio vettore nell'intervallo di tempo Δt con $\Delta\alpha$, si definisce velocità angolare media , e la si indica con $\langle\omega\rangle$, il rapporto $\Delta\alpha/\Delta t$. Se si considerano intervalli infinitesimi si ottiene la velocità angolare istantanea $\omega = \delta\alpha/\delta t$. L'unità di misura nel S.I. è il radiante al secondo.

Note: quasi nessuno ha distinto il valore medio da quello istantaneo (e l'avevamo visto anche con Interactive) e si è premurato di inquadrare la definizione.

4.4. Caratteristiche della accelerazione di un moto circolare uniforme con velocità *v* e raggio di curvatura *r*.

Nel moto circolare uniforme la accelerazione è antiparallela al vettore posizione e ha come modulo v^2/r. Se si utilizzano periodo, frequenza e velocità angolare si può anche scrivere $a = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2\nu^2 r$

Note: la parte essenziale era quella su direzione, verso e modulo. Indegna la ignoranza anche di questa.

4.5. Perché la accelerazione del moto circolare uniforme è perpendicolare al vettore velocità.

Perché la accelerazione media ha la direzione e il verso del vettore $\overrightarrow{\Delta v}$ il quale fa da base ad un triangolo isoscele con i lati di lunghezza v. Quando $\Delta t \to 0$ la accelerazione media tende a quella istantanea, mentre il vettore $\overrightarrow{\delta v}$ diventa ortogonale al vettore $\overrightarrow{v}$ perché nel triangolo isoscele l'angolo al vertice tende a zero.

Note: la maggioranza ha recitato la seguente giaculatoria: è ortogonale perché è diretta come il raggio. E come si dimostra che è diretta come il raggio? Facendo quello che vi era stato richiesto.

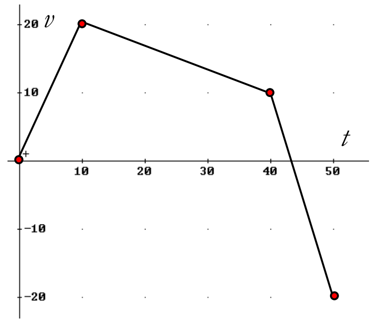
1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	●	●-	●½	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	●	●-	●½

3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	●	●-	●½	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	●	●-	●½

velocità	inerzia	vettori	accelerazione

16/10/02 3F PNI: competenze grandezze cinematiche (cap. 1/2/3/4 dispense)

1. Determinare la velocità media del moto rappresentato qui a lato; nel caso se ne ravvisi la necessità completare il diagramma con lettere che migliorino la leggibilità dei propri calcoli. Le grandezze sono espresse in unità del S.I.

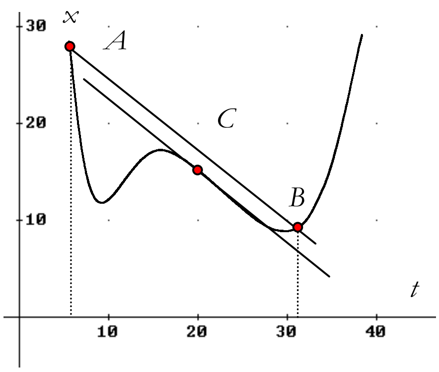


Per calcolare la velocità media occorre determinare lo spazio percorso (area con segno individuata dalla spezzata). Si osservi che l'ultimo ramo della spezzata ha coefficiente angolare $\frac{-20-10}{50-40} = -3$ m/s^2 e pertanto esso interseca l'asse dei tempi nel punto di ascissa 40 + 10/3 s (bastano considerazioni geometriche e la definizione di coefficiente angolare per arrivarci).
L'area (somma un triangolo, un trapezio, un triangolo e un triangolo di area negativa) vale pertanto $\Delta x = \frac{1}{2}[10\cdot 20 + (20 + 10)\cdot 30 + 10/3 \cdot 10 - 20/3 \cdot 20] = 500$ m

La velocità media è pari a $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{500}{50} = 10$ m/s

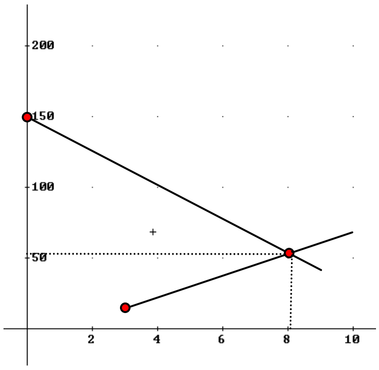
Note di correzione: faccio osservare che l'area che serve a determinare lo spazio percorso è quella sottesa dal diagramma e che si tratta di una quantità con segno (le zone sotto l'asse dei tempi che corrispondono a velocità negative producono spazi percorsi negativi).

2. Determinare sul diagramma qui a lato due istanti t_A e t_B per i quali si abbia $\langle v_{AB} \rangle = v_C$. E' richiesto qualche riga di commento oltre che la lettura dal diagramma dei valori corrispondenti ai due istanti determinati. Le grandezze sono espresse in unità del S.I.



Si traccia la retta tangente per C con la massima precisione possibile e quindi si traccia una secante parallela alla tangente; ciò consente di individuare i due punti A e B da cui si risale a quanto richiesto.
Dalla lettura delle ascisse si ha: $t_A \approx 6.5$ s e $t_B \approx 31$ s. La determinazione su carta va fatta con il righello cosa che mi è impossibile fare a video.
Nota di correzione: ho notato tangenti tracciate con scarsa cura oltre che la non determinazione (richiesta dal testo) degli istanti t_A e t_B.

3. Due moti rettilinei uniformi hanno le seguenti caratteristiche $x_{0,1} = 150$ m e $v_1 = -12$ m/s; $x_{3,2} = 15$ m e $v_2 = 7$ m/s (con il simbolo $x_{3,2}$ si intende la posizione del II punto all'istante $t = 3$ s e si intende precisare che il moto inizia al tempo $t = 3$ s). Dopo aver tracciato un diagramma qualitativo dei due moti scriverne le leggi orarie e utilizzarle per determinare la posizione e l'istante in cui i due punti materiali si incontrano.



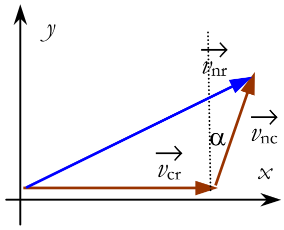
Il primo moto corrisponde ad una retta passante per (150,0) e di coefficiente angolare –12 la cui equazione è $x = 150 - 12t$
Il secondo moto corrisponde ad una retta passante per il punto (3,15) e di coefficiente angolare 7 la cui equazione è: $x - 15 = 7(t - 3)$
Si tracciano le rette dei due moti osservando che il secondo parte dall'istante t = 3 s.
Basta ora risolvere il sistema delle due equazioni per trovare il punto di incontro che risulta essere $t = 156/19$ e $x = 978/19$ che espresso nelle coordinate fisiche con 3 cifre significative porta a $t = 8.21$ s e $x = 51.5$ m.
Nota di correzione: ho visto molti compiti con il diagramma sbagliato o con il diagramma giusto e le equazioni sbagliate; nessuno è stato in grado di risolvere il sistema.

4. Un fiume della larghezza $d = 500$ m scorre con una corrente dotata di velocità $v_{cr} = 2.5$ m/s. Un nuotatore è in grado di sviluppare una velocità rispetto alla corrente $v_{nc} = 1.2$ m/s. Rispondere alle seguenti domande: a) se il nuotatore nuota perpendicolarmente alle rive quanto tempo impiega ad attraversare il fiume e in che punto a valle arriva b) perché questa scelta corrisponde al tempo minimo necessario per attraversare il fiume? c) se il nuotatore utilizza una direzione che forma un angolo $\alpha = 25°$ rispetto alla direzione precedente e orientato nel verso della corrente dove prende terra? d) nel caso precedente quanto tempo impiega?

Se il nuotatore nuota perpendicolarmente alle rive deve percorrere lo spostamento $d = 500$ m con velocità $v_{nc} = 1.2$ m/s e pertanto impiega un tempo di attraversamento $t_a = \frac{d}{v_{nc}} = \frac{500}{1.2} = 417$ s

Lo spostamento verso valle (per il principio di Galilei sulla composizione dei movimenti) è pari a $\Delta x = v_{cr}\, t_a = 2.5\cdot 417 = 1042$ m

La scelta fatta corrisponde al tempo minimo perché è quella con la massima componente di velocità ortogonale alle rive e pertanto è quella cui corrisponde il tempo minimo di traversata.
Nel caso c si verifica la situazione rappresentata in figura dove si sono rappresentati i due vettori velocità la cui somma vettoriale produce la velocità del nuotatore rispetto alle rive: $\vec{v}_{nr} = \vec{v}_{nc} + \vec{v}_{cr}$



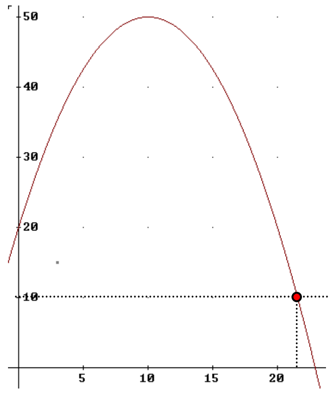
La componente perpendicolare alle rive del vettore $\vec{v}_{nr}$ è semplicemente $v_{nry} = v_{nc} \cos \alpha = 1.088$ m/s e pertanto il tempo di attraversamento diventa $t_a = \frac{d}{1.088} = 460$ s
Durante questo tempo agisce la componente di v_{nr} lungo la direzione delle rive e cioè $v_{nrx} = v_{cr} + v_{nc} \sin \alpha = 2.5 + 1.2 \sin 25 = 3.01$ m/s. Pertanto lo spostamento Δx lungo le rive è pari a $3.01 \cdot 460 = 1385$ m
Note di correzione: la prima parte è stata compresa da alcuni (non tutti) ma in generale sono emerse difficoltà nell'uso corretto dei simboli o difficoltà a riferirsi correttamente ai principi fisici utilizzati (principio di Galilei). Per quanto riguarda il punto c) si è iniziato collocando malamente già l'angolo α. In generale sono emerse in modo più netto le difficoltà di utilizzo del principio di Galilei.

5. In un moto uniformemente accelerato si sa che $x_0 = 20$ m mentre la ascissa massima $x_M = 50$ m e viene raggiunta dopo 10 s. Dopo aver determinato la accelerazione e la velocità iniziale determinare l'istante che corrisponde alla posizione $x = 10$ m.

La equazione del m.u.a. è $x = x_0 + v_0 t + ½ a t^2$; il punto di ascissa massima corrisponde al vertice della parabola rappresentativa della equazione e pertanto (usando le conoscenze circa il vertice della parabola):

$t_M = 10 = -\frac{v_0}{a}$ da cui $v_0 = -10\,a$

Sostituendo il valore 10 nella equazione si deve avere l'ascissa massima e pertanto: $50 = 20 + 10\,v_0 + 50\,a \Leftrightarrow v_0 + 5\,a = 3$
Mettendo a sistema le due equazioni otteniamo $-5a = 3$ da cui $a = -0.6$ m/s² e $v_0 = 6$ m/s



Dalla legge oraria possiamo ricavare il tempo richiesto per sostituzione; avremo così, usando la legge oraria:
$10 = 20 + 6t - 0.3t^2 \Leftrightarrow 0.3\,t^2 - 6t - 10 = 0$ che ammette due soluzioni di cui una negativa non accettabile e la soluzione positiva accettabile t = 21.5 s.
Qui a lato si è tracciato per completezza il diagramma con la legge del moto.
Note di correzione: quello presentato non è il solo modo di arrivare al risultato. Per esempio si poteva fare così (senza scomodare la geometria analitica): $\Delta x = \langle v \rangle \Delta t$ ma nel m.u.a. $\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}$ e nel nostro caso $50 - 20 = \frac{v_0 + 0}{2} 10$ da cui $v_0 = 6$ m/s. A questo punto poiché $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ si ha $a = \frac{0 - 6}{10} = -0.6$ m/s²: e così via.

6. In un moto circolare con raggio di curvatura $r = 0.3$ m il modulo della velocità cresce con legge $v = 6.0 + 1.2\,t$. a) scrivere la relazione che fornisce la velocità angolare ω b) determinare il tempo necessario a percorrere 5 giri completi tenendo presente che la equazione fornita ci dà l'andamento della velocità nel tempo e che lo spazio percorso è facilmente determinabile c) Dopo aver trovato i valori di a_t e a_n calcolare l'angolo formato dal vettore accelerazione con il raggio vettore.

Poiché $\omega = \frac{v}{r}$ si ha $\omega = 20 + 4\,t$

Lo spazio corrispondente a 5 giri equivale a $\Delta l = 5 \cdot 2\pi r = 9.42$ m
La velocità cresce con andamento lineare e con accelerazione di 1.2 m/s² a partire dal valore iniziale 6.0 m/s. Pertanto lo spazio percorso al tempo t (area del trapezio) è pari a $½\,[6 + (6.0 + 1.2\,t)]\,t$ e tale espressione dovrà essere pari a 9.42.
Si ottiene così una equazione di II grado $6t + 0.6\,t^2 = 9.42 \Leftrightarrow 0.6\,t^2 + 6\,t - 9.42 = 0$. La soluzione positiva della equazione si ha per t = 1.38 s (tempo impiegato a fare 5 giri).
A questo valore di tempo corrisponde la velocità $v = 6 + 1.2 \cdot 1.38 = 7.66$ m/s
I valori della accelerazione tangenziale e normale sono pertanto:

$a_t = 1.2$ m/s² (dato del problema) e $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{7.66^2}{0.3} = 196$ m/s²

L'angolo individuato da a_t e a_n è pertanto $\alpha = \arctan \frac{a_t}{a_n} = \arctan 0.00612 = 0.35°$

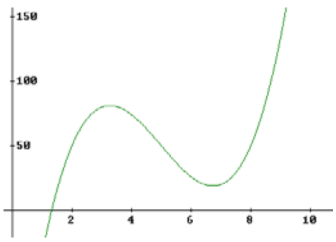
Nota di correzione: non avendo svolto gli esercizi sul m.u.a. è evidente che su questo non è stato fatto praticamente nulla (spesso nemmeno la prima risposta).

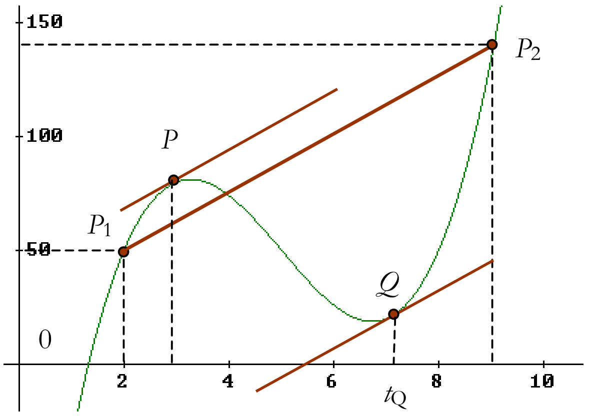
Nota finale: puntare a completare gli esercizi; verificare di aver fatto correttamente riferimento alle leggi; controllare se i risultati numerici trovati sono sensati; ricordarsi delle unità di misura; verificare di avere risposto a quanto richiesto dal testo.

1.		2		
2.		2		
3.		2		
4.		4		
5.		3		
6.		4		

3F PNI 25/10/02 competenze cinematica recupero

1. Il diagramma rappresenta la legge oraria di un moto rettilineo vario. Calcolare la velocità media <v> relativa all'intervallo t_1 = 2.0 s e t_2 = 9.0 s. Quindi determinare graficamente i due punti P e Q per i quali $v_P = v_Q$ = <v> e determinare dalla lettura del diagramma l'istante t_Q ($t_Q > t_P$). E' richiesto il calcolo dei fattori di scala lungo l'asse x e lungo l'asse t.





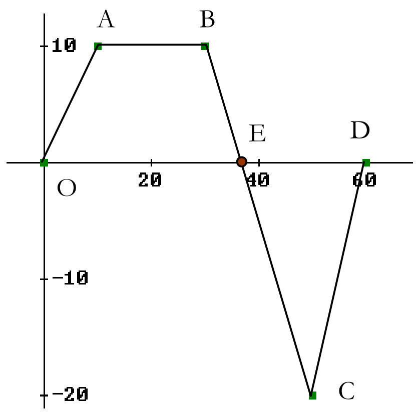
Viene riportato il diagramma in modo ingrandito e separato dal testo in modo di evidenziare i diversi passaggi: a) Individuare i punti P_1 e P_2 in modo di poterne calcolare le ordinate x_1 e x_2. Il fattore di scala lungo l'asse x si trova calcolando la misura in cm di un valore corrispondente ad una misura nota. Ho lavorato a video con ingrandimento del 200% e ho ottenuto i seguenti valori: 9.3 cm = 150 m. Ovvero 1 cm = 16.13 m. Quello lungo l'asse t è 10 s = 14.5 cm. Ovvero 1 cm = 0.690 s. Dal diagramma si ha x_1 = 50 m e x_2 = 8.7·16.13 = 140 m b) tracciare la retta secante per i due punti e le due rette tangenti con la stessa inclinazione c) Calcolo di <v> = $\frac{140-50}{9-2}$ = 12.9 m/s d) Lettura di t_Q = 10.3·0.690 = 7.1 s

Nota di correzione: I valori trovati in cm possono essere diversi, così come i fattori di scala ma i risultati finali devono essere corretti entro la seconda cifra significativa. Il diagramma utilizzato per l'esercizio è stato prodotto mediante una funzione e, per via matematica si potevano calcolare i risultati esatti. Così facendo si ottiene x_2 = 134 m, <v> = 12 m/s, t_1 = 2.92 s e t_2 = 7.08 s.

Dalla correzione osservo che: nessuno ha descritto i diversi passi, in pochi hanno esplicitato i fattori di scala in modo corretto, in molti (ma non tutti) hanno fatto correttamente il disegno (x_2 < 150), nessuno ha tenuto conto, in termini di cifre significative, del carattere approssimato della misura.

Quando si calcola il fattore di scala bisogna riferirsi ad un segmento grande per minimizzare l'errore e poi lo si riporta a valori unitari.

2. Il diagramma rappresenta l'andamento velocità tempo in unità del sistema internazionale di un moto rettilineo. Si chiede di determinare la velocità media. E' richiesta la determinazione analitica delle coordinate del punto di incontro con l'asse t. I risultati devono essere espressi con 3 cifre significative.



Per trovare la velocità media bisogna calcolare lo spazio percorso pari all'area sottesa dal diagramma e ciò richiede il calcolo di dell'istante t_E a cui la velocità si annulla per il quale è necessario calcolare il coefficiente angolare (accelerazione) del tratto con velocità decrescente a = $\frac{-20-10}{50-30}$ = – 1.5 m/s² . Allora in base alla definizione di coefficiente angolare t – 30 = $\frac{0-10}{-1.5}$ = 6.67 s e dunque t_E= 36.67 s

Possiamo ora calcolare le due aree del trapezio OABE e del triangolo EDC.

σ_1 = ½ [(20 + 36.67)10] = 283 m σ_2 = ½ (60 – 36.67)(– 20) = – 233 m

Dunque $\Delta x = \sigma_1 + \sigma_2$ = 50 m e <v> = $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50}{60}$ = 0.833 m/s

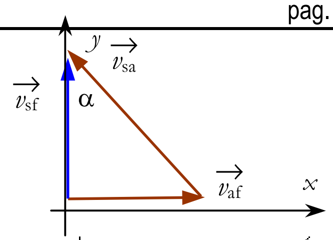
Note di correzione: descrivere il metodo attraverso cui si arriva alla velocità media; spiegare come si arriva a t_E; ricordarsi che le misure della fisica sono numeri espressi in una unità; si osservi che l'area è comunque $\sigma_1 + \sigma_2$ e non $\sigma_1 - \sigma_2$ (il segno è interno all'area).

3. Sono dati due moti rettilinei con le seguenti caratteristiche: il moto 1 è un moto uniformemente accelerato che parte dall'origine e che ripassa dall'origine all'istante t = 6.67 s mentre la ascissa massima vale x_M = 16.7 m; il moto 2 è un moto uniforme che inizia con ascissa 5.00 m e velocità iniziale 4.00 m/s.
Rispondere alle seguenti domande: 1) ragionando sulla equazione della legge oraria dimostrare che quella del primo moto è x = 10 t – 1.5 t² 2) Tracciare un diagramma approssimativo delle due leggi orarie (si può usare il risultato precedente per procedere ulteriormente) 3) Trovare gli istanti t_1 e t_2 a cui i due moti si incontrano 4) Trovare la velocità del primo moto all'istante t_1.

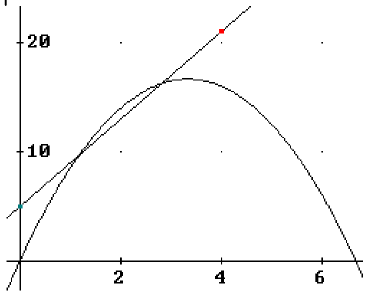
Si ha per ipotesi x_0 = 0 e dunque l'equazione è del tipo x = v_0 t + ½ at²; inoltre si ha x = 0 per t = 6.67 e dunque 0 = 6.67 v_0 + 22.24 a

Inoltre è noto x_M = 16.7 m e ciò si verifica per t = ½ 6.67 = 3.335 s. Sostituendo nella equazione si ha 16.7 = 3.335 v_0 + 5.56 a

se si moltiplica la II equazione per 2 e si sottrae si ha: – 33.4 = 11.12 a da cui a = – 3.00 m/s² e v_0 = – $\frac{22.24}{6.67}$ a = 10.0 m/s (naturalmente la determinazione poteva essere fatta in diversi altri modi); la legge oraria è dunque x = 10 t – 1.5 t²



Il secondo moto ha equazione x = 5.00 + 4.00 t e abbiamo dunque una parabola con la concavità verso il basso e una retta come nel diagramma qui a lato. Per tracciare il diagramma della parabola bastano le due intersezioni e il vertice. Per tracciare la retta va bene il punto (0,5) e il punto (4,21) determinabili dalla equazione.



Per trovare gli istanti in cui si ha incontro deve essere: $10\ t - 1.5\ t^2 = 5.00 + 4.00\ t$ e la equazione di II grado in forma normale $1.5\ t^2 - 6\ t + 5 = 0$ ha come soluzioni $t_1 = 1.18$ s e $t_2 = 2.82$ s .

La legge che fornisce la velocità nel m.u.a. è $v = v_0 + at$ e pertanto si ha per sostituzione $v = 10.0 - 3.00\ t = 10.00 - 3.00 \cdot 1.18 = 6.46$ m/s

Note di correzione: 1) Grandi pasticci nella determinazione della equazione del moto uniformemente accelerato. Segnalo: la mancata scrittura della equazione oraria generale, la confusione tra le variabili (che sono x e t), l'uso di a (simbolo della accelerazione) come se fosse il coefficiente del termine di II grado che è ½ a, il mancato uso di $v = v_0 + at$ con v = 0 per t = ½ 6.67 s che avrebbe consentito di scrivere subito una equazione nelle variabili v_0 e a, la mancanza di opportunismo nel passare ad altro vista la incapacità di arrivare ad un risultato calcolabile in 5'. 2) Cattiva scelta della scala nel tracciare i diagrammi e scarsa attenzione al fatto che il diagramma poteva fare da controllo sui risultati successivi 3) Escludo che nessuno vi abbia mai insegnato a cambiare segno alla equazione di II grado quando il I coefficiente è negativo (per non complicare i conti). 4) Raramente è stato calcolato

4. La Terra ha un raggio medio $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ e un periodo di rotazione T = 24 h. Determinare la accelerazione centripeta del moto di rotazione lungo l'equatore. Con che periodo dovrebbe ruotare la Terra per avere una accelerazione centripeta pari alla accelerazione di gravità standard $g = 9.80665$ m/s² ? In questo caso quanto sarebbe la velocità periferica di un corpo situato all'equatore?

$$a = \omega^2 R_T = \frac{4\pi^2}{T^2}\ R_T = \frac{4\pi^2}{(24 \cdot 3600)^2}\, 6.37 \cdot 10^6 = 0.0337 \text{ m/s}^2$$

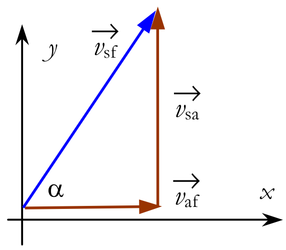
Se ora $\frac{4\pi^2}{T^2}\ R_T = g$ dovrà essere $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_T}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{6.37 \cdot 10^6}{9.80665}} = 5'064 \text{ s} = 1.41 \text{ h}$

Note di correzione: 1) Imparare ad usare la relazione conveniente con riferimento ai dati. In questo caso $a = \omega^2 R_T$ consente di evitare l'inutile calcolo della velocità periferica. 2) Usare il corretto numero di cifre significative e cercare di dare un senso ai risultati ottenuti.

5. Un sommergibile che sta viaggiando lungo l'asse y con velocità rispetto all'acqua $\vec{v}_{sa}$ ($v_{sa} = 4.5$ m/s) incontra un banco di corrente perpendicolare a $\vec{v}_{sa}$ con una velocità rispetto al fondale $v_{af} = 2.5$ m/s. Il comandante percorre Δy = 1500 m prima di rendersi conto dell'evento. a) Quanto tempo Δt è trascorso? Determinare lo spostamento Δx nel verso della corrente. 2) A questo punto il comandante punta in verso contrario alla corrente e risale della quantità Δx. Quanto tempo Δt' impiega per questa manovra? 3) Se il comandante si fosse immediatamente reso conto della presenza della corrente in che direzione (determinare l'angolo rispetto alla direzione originaria) avrebbe dovuto puntare per proseguire nella direzione originaria? 4) In tale caso quanto tempo Δt'' avrebbe impiegato per spostarsi di Δy = 1500 m?

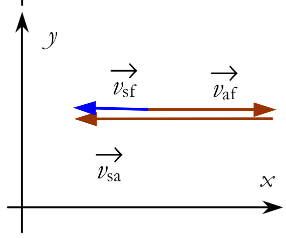
Il sommergibile nel primo caso si muove lungo l'asse y con velocità v_{sa} e pertanto per compiere lo spostamento Δy impiega il tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{v_{sa}} = \frac{1'550}{4.5} = 333 \text{ s}$$



In questo tempo si ha uno spostamento $\Delta x = v_{af}\,\Delta t = 2.5 \cdot 333 = 832.5$ m

Quando il comandante punta in verso contrario alla corrente si ha: $v_{sf} = v_{sa} - v_{af} = 2.0$ m/s mentre Δx = 832.5 m e pertanto $\Delta t' = \frac{832.5}{2.0} = 416$ s e pertanto il tempo totale è di 749 s (per non appesantire la trattazione si è operato con i valori assoluti).



Se invece il comandante cambia rotta immediatamente egli dovrà fare in modo che $\vec{v}_{sf}$ abbia la direzione e il verso dell'asse y (la costruzione esatta si può realizzare utilizzando il compasso). Avremo dunque una situazione del tipo indicato in figura e pertanto: $\sin\alpha = \frac{v_{af}}{v_{sa}} = \frac{2.5}{4.5} = 0.555$, $\alpha = \arcsin 0.555 = 33.7°$ e quindi $\tan\alpha = 0.668$

Pertanto $v_{sf} = \frac{v_{af}}{\tan\alpha} = 3.74$ m/s. Con questa velocità il sommergibile si sposta di 1'500 m e pertanto avrebbe impiegato un tempo $\Delta t'' = \frac{1'500}{3.74} = 401$ s.

Note di correzione: totale assenza di commenti al principio di composizione dei moti o alle leggi del calcolo vettoriale e conseguente grave errore della parte finale dei punti 3 e 4 in cui la mancanza di un corretto grafico vettoriale ha indotto quasi tutti a confondere il seno con la tangente.

<table>
<tr><td>1.</td><td colspan="2">fattori di scala</td><td colspan="2"><v> e punti P e Q</td><td colspan="2">lettura di t_Q</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td colspan="2">intersezione</td><td colspan="2">aree</td><td colspan="2"><v></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>prima legge</td><td colspan="2">diagrammi</td><td colspan="2">incontro</td><td>velocità</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td colspan="3">accelerazione centripeta</td><td colspan="3">periodo necessario</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Δx, Δt</td><td colspan="2">$\Delta t'$</td><td colspan="2">α</td><td>$\Delta t''$</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7"></td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

3F 18/10/2001: grandezze e velocità

CONOSCENZE

4.1. Data le grandezze non omogenee $a = \alpha u$ e $b = \beta u'$ cosa si intende con $c = \frac{a}{b}$ e cosa rappresenta $\frac{u}{u'}$?

$c = \frac{a}{b} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{u}{u'}$. La quantità $\frac{\alpha}{\beta}$ è un numero e rappresenta la misura di c rispetto alla unità di misura $\frac{u}{u'}$

4.2. Perché se si aggiunge una cifra significativa al numero decimale α = m.np dove m, n e p sono delle cifre si può affermare che l'errore relativo si riduce ad un decimo del valore precedente?

L'errore assoluto viene diviso per dieci perché incide sulla cifra decimale successiva mentre il valore della grandezza non cambia; pertanto l'errore relativo risulta un decimo del valore precedente.

4.3. In cosa consiste il controllo dimensionale di una relazione fisica?

Consiste nel verificare che entrambi i termini della eguaglianza hanno le stesse dimensioni, cioè si possono ridurre alle stesse operazioni sulle grandezze fondamentali.

4.4. Dato un moto rettilineo di legge oraria $x = f(t)$ come si definisce e a cosa corrisponde geometricamente la velocità media? Disegnare un diagramma e utilizzarlo per illustrare l'argomentazione

Si veda la dispensa. Il nocciolo della risposta sta comunque nel fatto che, per definizione, $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ e tale rapporto corrisponde alla inclinazione della retta secante al diagramma per i due punti che definiscono l'intervallo di tempo considerato.

4.5. La legge oraria di un corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 è rappresentata da una parabola con la concavità verso il basso. Interpretare fisicamente la simmetria della curva.

Il vertice rappresenta il punto in cui il corpo è istantaneamente fermo e la sua ascissa rappresenta il tempo di salita che risulta uguale al tempo di discesa mentre per istanti simmetrici rispetto alla ascissa del vertice le velocità sono opposte.

COMPETENZE

1) La costante di Planck vale $h = 6.626\times10^{-34}$ J s, la costante di gravitazione universale vale $G = 6.673\times10^{-11}$ N m²/kg², la velocità della luce nel vuoto vale $c = 2.998\times10^{8}$ m/s. Determinare il valore e l'unità di misura della grandezza $\lambda = \sqrt{\frac{G\,h}{c^3}}$ esprimendo il risultato con il corretto numero di cifre significative. Alla luce della unità trovata la grandezza si chiama ____________________ di Planck.

$$\lambda = \sqrt{\frac{G\,h}{c^3}} = \sqrt{\frac{6.673\times10^{-11}\times 6.626\times10^{-34}}{(2.998\times10^{8})^3}} = 4.05\times10^{-35}$$

Per quanto riguarda le unità si ha: $\sqrt{\frac{J\,s\,N\,m^2\,s^3}{kg^2\,m^3}} = \sqrt{\frac{N\,m\,s\,N\,m^2\,s^3}{kg^2\,m^3}} = \sqrt{\frac{N^2\,m^3\,s^4}{kg^2\,m^3}} = \sqrt{\frac{(kg\,m/s^2)^2\,s^4}{kg^2}} = \sqrt{m^2} = m$

Dunque la quantità trovata rappresenta una lunghezza e si chiama lunghezza di Planck

2) Sapendo che la Luna ha un raggio medio $r = 1.738\times10^{6}$ m e una massa $m = 0.735\times10^{23}$ kg determinare la densità media. La densità della terra vale circa 5.5×10^{3} kg/m³ confrontare il valore trovato con quello della Terra e avanzare qualche ipotesi giustificativa tenendo conto che la Luna è figlia della Terra.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = = \frac{4}{3}\pi \times(1.738\times10^{6})^3 m^3 = 2.199\times10^{19}\ m^3$ $\delta = \frac{m}{V} = \frac{0.735\times10^{23}}{2.199\times10^{19}} = 3.34\times10^{3}$ kg/m³ La densità è il 60% di quella terrestre il che lascia pensare ad una formazione avvenuta per distacco di una porzione esterna della terra quando la terra aveva già iniziato un processo di concentrazione della parte più densa verso il centro.

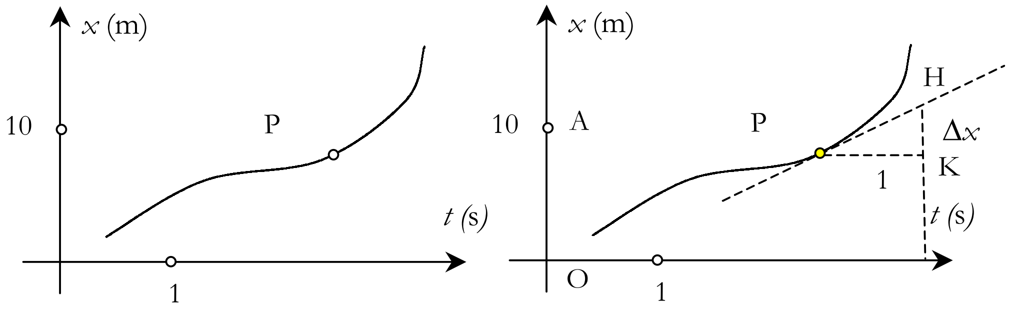
3) L'energia cinetica di un corpo rigido di massa *m* che ruota intorno ad un asse con periodo *T* ed è caratterizzato da una distanza dall'asse di rotazione *d* vale $\mathcal{E} = \alpha \frac{m\,d^2}{T^2}$ dove α è una costante adimensionale. Tenendo conto delle relazioni di proporzionalità completare la seguente tabella:

$\mathcal{E}$	m	d	T	$\mathcal{E}$	m	d	T
$\frac{1}{16}\mathcal{E}$	m	$d/2$	$2T$	$\mathcal{E}$	$\frac{1}{4}m$	$2d$	T
$\mathcal{E}$	m	$2d$	$2T$	$2\mathcal{E}$	m	d	$\frac{1}{\sqrt{2}}T$

4) In un sistema cartesiano ortonormale xOy è dato il punto P. Si conoscono l'angolo α = xOP e la distanza *r* fornite individualmente. Scrivere i dati e calcolare le coordinate del punto precisando anche la relazione che si usa.

Se per esempio si ha α = 79° e r = 2.34 si ottiene x = r cos α = 0.4465 e y = r sin α = 2.2970

5) Dato il diagramma in figura determinare la velocità istantanea nel punto P precisando in maniera intelligibile il



tipo di calcolo fatto (se necessario completare la figura con lettere).

Dopo aver tracciato la retta tangente se ne valuta la pendenza assumendo per comodità Δt = 1 si tratta pertanto di calcolare

$$\Delta x = \frac{\overline{KH}}{\overline{OA}}\, 10 \approx 3.9 \text{ m/s}$$

1	2	3	4	5		a	b	c	d	e	

3 G 11/11/99 grandezze e cinematica

m1⇒5	m2⇒3	m3⇒3	m4⇒4	m5⇒3	m	c1⇒5	c2⇒2	c3⇒4	c4⇒3	c5⇒4	c6⇒6	c

m1 La misura di una certa grandezza ha dato come risultati la serie di valori $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

<table>
<tr><td colspan="2">Il valor medio <x> vale</td><td colspan="2">Lo scarto ε_i della generica misura x_i vale</td></tr>
<tr><td colspan="4">Si chiama deviazione standard σ</td></tr>
<tr><td colspan="4">Se le misure sono distribuite simmetricamente intorno al valo medio la media degli scarti vale | 0 | σ | 2σ | 3σ</td></tr>
<tr><td colspan="4">Per fissare l'errore assoluto di una misurazione uno solo dei seguenti metodi non va sicuramente bene</td></tr>
<tr><td>Media degli scarti</td><td>Semidispersione</td><td>Deviazione standard</td><td>media dei valori assoluti degli scarti</td></tr>
</table>

m2 Eseguire il calcolo $x = \sqrt{\frac{a \cdot b}{c}}$ dove a, b, c hanno i valori consegnati a parte; x =

m3 Il rapporto delle misure di due grandezze riferite ad una stessa unità di misura non dipende dall'unità di misura; come mai? Qual è il suo significato? (rispondere sul foglio)

m4 Sapendo che $\Delta x = 5.29 \pm 0.02$ m e che $\Delta t = 0.156 \pm 0.003$ s determinare $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \langle v \rangle \pm \varepsilon_a$

m5 Su uno degli assi di un diagramma si legge la accelerazione in m/s² ed è riportato un valore pari a 5 m/s² a 4 cm dall'origine. A quanti m/s² corrisponde un punto che si trova a 7 cm dall'origine? (rispondere sul foglio)

c1 Dare la definizione di velocità istantanea *v* in un moto rettilineo per il quale sia nota la legge oraria x = f(t) e spiegarne il significato geometrico

c2 I due moti in figura 1 hanno la stessa velocità media. Come mai?

c3 Calcolare la velocità media del moto rappresentato in figura 2.

c4 Quando in un moto si ha accelerazione negativa? (rispondere supponendo che sia $\delta t > 0$)

c5 In un moto vario la accelerazione cambia con legge a = kt + h dove k e h sono delle costanti. In che unità si misurano k e h? Come risulta la legge che fornisce la velocità istantanea e perchè

c6 Con riferimento al moto di figura 3 rispondere alle seguenti domande

a) Indicare con M e m i punti con velocità massima e minima
b) Indicare con U, W e Z i punti di annullamento della velocità
c) Quanto vale la accelerazione in M?
d) Se uno dei tratti del diagramma è costituito da un ramo di parabola il corrispondente diagramma della velocità corrisponde ad un segmento di retta. Come mai?
e) Determinare un intervallo di estremi t_1 e t_2 per il quale $\langle v \rangle = v_0$

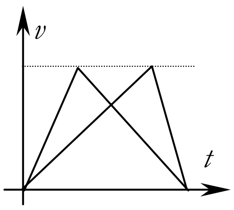


Figura 1

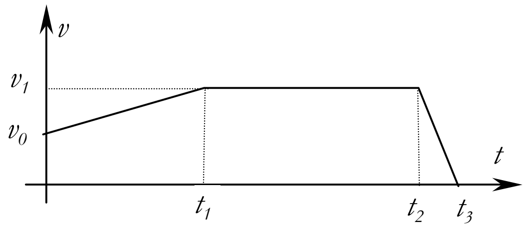


Figura 2

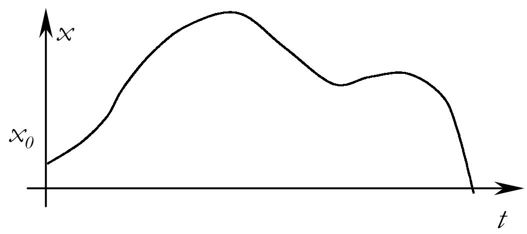


Figura 3

3G 22/11/01 cap. inerzia, vettori, accelerazione

CONOSCENZE

1. Il moto dei corpi è il risultato della interazione tra gli stessi: falso perché …

le interazioni determinano le accelerazioni cioè le variazioni nello stato di moto e non il moto

2. Condizione sufficiente per l'esistenza di infiniti sistemi di riferimento inerziali è che ne esista almeno uno: vero perché …

risultano inerziali tutti quelli in moto traslatorio uniforme rispetto a quello dato (la somma di due velocità costanti dà una velocità costante)

3. La formulazione classica del principio di inerzia dovuta a Newton *ciascun corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato fa forze impresse* è incompleta perché …

Non fa riferimento alle problematiche del sistema di riferimento rispetto a cui il moto va riferito.

4. Se un sistema $O'x'$ si muove con velocità v lungo l'asse x di un sistema Ox lo spostamento di un corpo risulta essere un concetto relativo perché …

Applicando le trasformazioni di Galilei si ha $\Delta x' = \Delta x - v\,\Delta t$

5. Rifacendosi al brano di P. Rossi citato nel testo esporre in 3 o 4 righe almeno 3 differenze tra modo classico e moderno di interrogare la natura.

i corpi naturali e quelli artificiali non sono essenzialmente diversi, si inventano gli esperimenti come modo per interrogare la natura, i moderni cercano il nuovo e non la conferma del vecchio, nel farlo dimostrano un notevole opportunismo metodologico

6. La fisica di Aristotile è teleologica. Cosa vuol dire?

Spiegare vuol dire ricondurre a principi primi, finalizzare e non descrivere con precisione alla ricerca delle regolarità nascoste.

7. Nel brano sul principio di relatività Galilei parla di *lacrime d'incenso*; a che pro?

Anche il fumo dell'incenso si alza diritto senza risentire del moto della nave.

8. Cosa si intende dicendo che *due segmenti orientati equivalenti sono lo stesso vettore*?

Il vettore è la classe di tutti i segmenti orientati equivalenti cioè dei segmenti con eguale direzione, verso e lunghezza

9. L'opposto di un vettore è … (definizione). L'opposto di un vettore si ottiene … (teorema)

Il vettore che sommato al primo dà il vettore nullo e si ottiene con un segmento identico ma con verso opposto

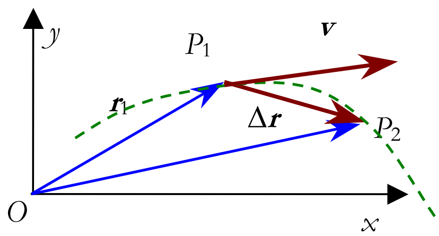
10. Dividendo un vettore per uno scalare negativo < –1 si ottiene un vettore …

con la stessa direzione verso opposto e più corto

11. Descrivere il ruolo svolto dai vettori nella descrizione del moto

I vettori consentono di ridurre lo studio del moto nello spazio alla sovrapposizione di moti rettilinei descritti da grandezze scalari corrispondenti alle componenti delle grandezze cinematiche vettoriali

12. Nella figura qui a lato è rappresentata $\boldsymbol{v}$. Come mai è tangente alla traiettoria?



Perché la velocità media è diretta per definizione come il vettore spostamento (retta secante) e la velocità istantanea (velocità media per intervalli infinitesimi) acquista la direzione della secante per spostamenti infinitesimi, cioè la direzione della tangente

13. In un moto curvilineo si ha sempre una accelerazione perché …

il vettore velocità (tangente alla traiettoria) subisce continuamente delle variazioni

14. È possibile definire una grandezza che misuri le variazioni di accelerazione nel tempo, ma tale grandezza non ha interesse fisico perché …

note le forze sono note le accelerazioni e da esse, per via cinematica (metodo dell'area) si trovano sia le velocità, sia le leggi orarie (a condizione di conoscere le condizioni iniziali)

15. In un moto rettilineo si può avere accelerazione positiva con velocità negativa basta che …

la velocità diminuisca in valore assoluto (ciò che conta è il segno di Δv e non quello di v)

16. Nel m.u.a date v_1, v_2 e a si può sempre trovare lo spazio percorso Δx =

$\Delta x = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$ e si ricava immediatamente dalla relazione tra spazio e velocità

COMPETENZE

1. I vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ hanno componenti cartesiane (3.25,–2.78) e (–4.75,6.53). Determinare modulo e angolo del vettore $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ (indicare relazioni e calcoli; risultati con 3 cifre significative, attenzione al valore dell'angolo in base al segno delle componenti)

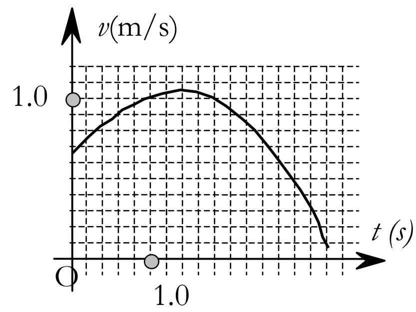
$c_x = a_x + b_x = 3.25 + (-4.75) = -1.50$ $\quad$ $c_y = a_y + b_y = -2.78 + 6.53 = 3.75$

$\tan \gamma = \frac{c_y}{c_x} = \frac{3.75}{-1.50} = -2.50$ $\gamma = \tan^{-1}(-2.50) + 180 = 111.8°$ $c = \frac{c_y}{\sin \gamma} = 4.04$

2. Dimostrare usando la perpendicolarità tra rette che se $\boldsymbol{a} \equiv (a_x , a_y)$ e $\boldsymbol{b} \equiv (b_x , b_y)$ e i vettori sono perpendicolari si ha: $a_x b_x + a_y b_y = 0$

Calcolo i due coefficienti angolari e impongo che il loro prodotto sia – 1.

$m_{\boldsymbol{a}} = \frac{a_y}{a_x}$ $m_{\boldsymbol{b}} = \frac{b_y}{b_x}$ pertanto $\frac{a_y}{a_x} \cdot \frac{b_y}{b_x} = -1 \Leftrightarrow a_y b_y = -a_x b_x \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y = 0$



3. La accelerazione di 10 m/s² in km/h² vale … (conto)

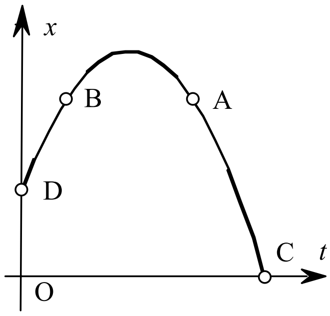
$10\ \text{m/s}^2 = 10 \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 10 \cdot 3.6 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = 3.6 \cdot \frac{\text{km/h}}{\frac{1}{3'600}\text{h}} = 3.6 \cdot 3'600\ \text{km/h}^2 = 1.296 \times 10^4\ \text{km/h}^2$

4. La velocità media per il moto rappresentato in figura è sicuramente inferiore a 1 m/s infatti …

Il rettangolo con la stessa area ha una altezza ben inferiore a 1.0 m/s (circa 0.8)

5. Nella figura a = cost perché … v_B e v_A sono …la velocità minima è …

Perché la legge oraria è parabolica; uguali ed opposte (le rette tangenti hanno inclinazioni opposte); la velocità minima è v_C



3G 21/12/99: cinematica vettoriale

In assenza dello spazio apposito si risponde sul retro

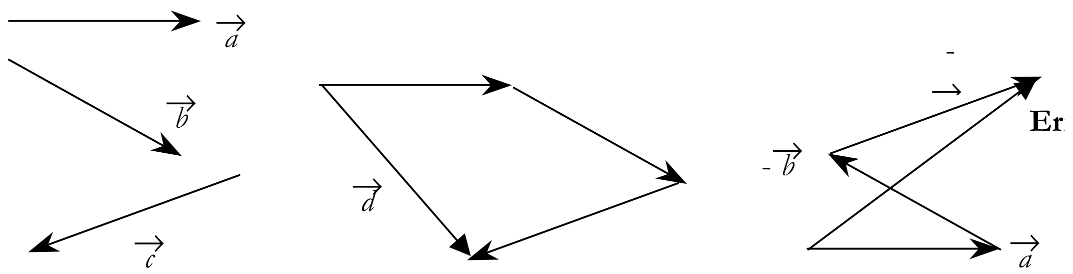
1. Sono assegnati i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ con le caratteristiche indicate nel foglio allegato. Ricopiare i valori del proprio foglio e calcolare il modulo e l'angolo del vettore $\vec{c}$ somma (risultati con almeno 4 cifre decimali)

$\lvert\vec{a}\rvert$	$\alpha°$	$\lvert\vec{b}\rvert$	$\beta°$	a_x	a_y	b_x	b_y	$a_x + b_x$	$a_y + b_y$	$\lvert\vec{c}\rvert$	$\gamma°$

Ricordare che $a_x = a \cos \alpha$, $a_y = a \sin \alpha$ …$c_x = a_x + b_x$, …, $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$, $\tan \gamma = c_y / c_x$

$\lvert\vec{a}\rvert$	$\alpha°$	$\lvert\vec{b}\rvert$	$\beta°$	a_x	a_y	b_x	b_y	$a_x + b_x$	$a_y + b_y$	$\lvert\vec{c}\rvert$	$\gamma°$
6.4	45	6.9	-74	4.5255	4.5255	1.9019	-6.6327	6.4274	-2.1072	6.7640	-18.1518

2. Dati i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ come in figura rappresentare qui di fianco, nel modo più semplice, i vettori: $\vec{d} = \vec{a}$



$+ \vec{b} + \vec{c}$ e $\vec{e} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$

3. Sono dati i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ diversi tra loro con la condizione $a = b$. Cosa si può dire dei vettori $\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} - \vec{b}$ (la proprietà riguarda le direzioni relative)? Quando accade che $\lvert \vec{a} + \vec{b} \rvert = \lvert \vec{a} - \vec{b} \rvert$.

In base alla definizione $\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} - \vec{b}$ sono le diagonali di un parallelogramma di lati $\vec{a}$ e $\vec{b}$; la condizione $a = b$ implica che il parallelogramma sia un rombo e le due diagonali sono pertanto perpendicolari. Quando accade che $\lvert\vec{a} + \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a} - \vec{b}\rvert$ vuol dire che le diagonali sono uguali e il rombo diviene un quadrato; ciò si verifica se i due vettori sono tra loro perpendicolari

4. Dopo aver precisato come sono diretti, rispetto alla traiettoria, in un generico moto piano, i vettori $\vec{v}$ e $<\vec{v}>$ spiegare perché il moto rettilineo è l'unico moto per il quale i vettori $\vec{v}$ e $<\vec{v}>$ hanno la stessa direzione.

$\vec{v}$ è diretto come la tangente alla traiettoria e $<\vec{v}>$ come la secante. La secante e la tangente hanno dovunque la stessa direzione solo se la traiettoria è una retta.

5. Spiegare perché il moto curvilineo è sempre accelerato.

Perché il vettore $\vec{v}$ che è diretto come la tangente cambia continuamente se la traiettoria è curvilinea.

6. Dire quanto vale la accelerazione media di un moto circolare uniforme dopo un giro.

Dopo un giro $\vec{v}_2 = \vec{v}_1$ e pertanto la accelerazione è nulla

7. In un moto circolare vario la velocità varia uniformemente e raddoppia ad ogni giro. Indicato con T il periodo e con $\vec{v}_1$ la velocità iniziale calcolare la accelerazione media dopo mezzo giro (quanto vale e come è diretta).

Dopo mezzo giro $\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$ e pertanto $\Delta\vec{v} = -\frac{5}{2}\vec{v}_1$ mentre $<\vec{a}> = \Delta\vec{v} / (T/2) = -5\vec{v}_1 / T$

8. In un moto circolare uniforme la accelerazione massima vale k. Supponendo che la frequenza sia ν dimostrare che deve essere $r \leq \frac{k}{(2\pi\,\nu)^2}$

$a = \omega^2 r = \frac{(2\pi)^2}{T^2} r = (2\pi\nu)^2 r \leq k$ da cui $r \leq \frac{k}{(2\pi\,\nu)^2}$

9. Dare la definizione di velocità angolare in un moto circolare ed evidenziarne il legame numerico con la velocità tangenziale (motivare la risposta)

Indicata con α la posizione angolare sulla circonferenza, l'intervallo angolare elementare si indica con $\delta\alpha$ e si chiama velocità angolare istantanea il rapporto $\delta\alpha / \delta t$. Poiché l'arco elementare di lunghezza δl è legato all'angolo dalla relazione (che definisce l'angolo) $\delta\alpha = \delta l / r$ e poiché $\delta l / \delta t = v$ si ha $v = \omega r$

10. Spiegare, senza dimostrare, come è fatto il vettore accelerazione istantanea in un moto curvilineo vario (componenti tangenziale e normale). Precisare cosa si intende con raggio di curvatura.

Il vettore accelerazione è dato dalla somma di due vettori uno tangenziale alla traiettoria e uno normale e centripeto alla traiettoria: $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$. Le componenti di tali vettori sono dati rispettivamente da $a_t = \frac{\delta v}{\delta t}$ e $a_n = \frac{v^2}{r}$ dove r rappresenta il raggio di curvatura della traiettoria in quel punto determinabile attraverso il punto di intersezione delle due rette normali in punti ravvicinati.

11. In un sistema di riferimento *xOy* un oggetto puntiforme di coordinate (0;5m) possiede una velocità iniziale $\vec{v_0}$ che vale 10 m/s e forma un angolo $\alpha = 30°$ con l'orizzontale. L'oggetto compie una traiettoria parabolica e atterra nel punto ($\tilde{x}$;0). Determinare il tempo di volo $\tilde{t}$ e il valore $\tilde{x}$.

La velocità iniziale può essere scomposta nelle due componenti $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 8.66$ m/s e verticale $v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 5.00$ m/s. Il moto è composto da un moto orizzontale con equazione x = 0 + 8.66 t e in un moto verticale con legge $y = 5 + 5.00\,t - 4.9\,t^2$. Il tempo di volo corrisponde alla soluzione dell'equazione di II grado che si ottiene imponendo che sia y = 0. Bisognerà scegliere la soluzione positiva (quella che appartiene al futuro).

$4.9\,t^2 - 5\,t - 5 = 0$ $\Delta = 25 + 4\cdot 4.9\cdot 5 \approx (9.90)^2$ $\tilde{t} = \frac{5 \pm 9.90}{9.80} \approx 1.52$ s

L'ascissa del punto di impatto vale $\tilde{x} = 8.66\cdot 1.52 \approx 13.16$ m

$1 \Rightarrow 4$	$2 \Rightarrow 3$	$3 \Rightarrow 3$	Vett10	$4 \Rightarrow 2$	$5 \Rightarrow 2$	$6 \Rightarrow 2$	$7 \Rightarrow 4$	$8 \Rightarrow 3$	$9 \Rightarrow 3$	$10 \Rightarrow 4$	Cine20	$11 \Rightarrow 6$

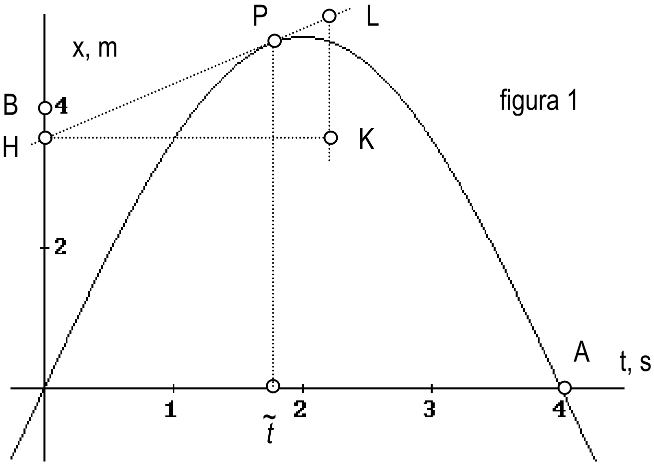
3F PNI 8/10/2003 moto ad una dimensione

1) Data la legge oraria indicata in figura 1 calcolare la velocità istantanea relative al tempo t = (0.70 + 0.20n) s dove n è il proprio numero progressivo nell'ambito della classe. Poiché sono richieste misure di segmenti e il calcolo del fattore di scala completare con lettere a propria scelta il diagramma.
   I calcoli necessari vanno riportati sul proprio foglio mentre la figura da utilizzare è quella del testo.

Iniziamo con la determinazione dei fattori di scala (è conveniente considerare segmenti lunghi per diminuire l'errore relativo). Se indichiamo con A e B i punti corrispondenti a 4 s e 4 m avremo che:

$\overline{OA}$ = 4 s = 6.9 cm $\Rightarrow$ 1 cm = 4/6.9 = 0.580 s

$\overline{OB}$ = 4 m =3.7 cm $\Rightarrow$ 1 cm = 4/3.7 = 1.08 m



Naturalmente si possono trovare i rapporti di scala inversi. Possiamo ora determinare le coordinate del punto in cui si dovrà calcolare *v*. Supponiamo che sia $\tilde{t}$ = 1.7 s = 1.7 / 0.580 = 2.93 cm. I valori riportati sono stati ottenuti su carta e dunque potrebbero risultare leggermente diversi sul file.

Ciò ci consente di trovare il punto P in cui dovremo calcolare v. Dal diagramma si ha x_P = 4.5 cm = 4·1.08 = 4.86 m (il valore trovato è proprio quello generato dalla funzione che ho utilizzato).

Dopo aver tracciato la retta tangente determiniamone la inclinazione in m/s. Allo scopo consideriamo i punti H, K, L (con il criterio che determinino lunghezze comode) da misurare.

Si ha allora: $\overline{HK}$ = 4 cm = 4·0.580 = 2.32 s

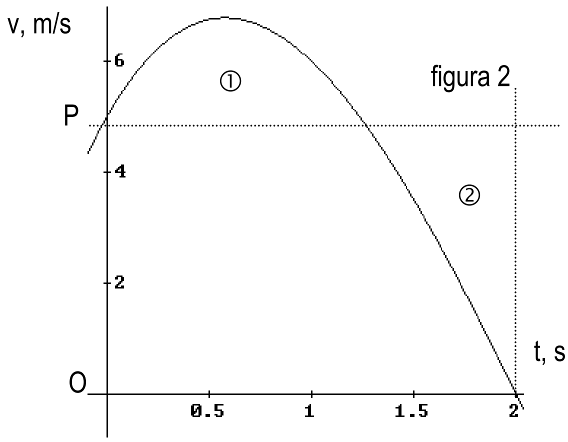
$\overline{KL}$ = 2.2 cm = 2.2·1.08 = 2.38 m

$v = \dfrac{\overline{KL}}{\overline{HK}} = \dfrac{2.38}{2.32}$ = 1.03 m/s (il valore trovato differisce in maniera abbastanza significativa dal valore calcolabile con strumenti di analisi matematica che è pari a 0.92 m/s (errore relativo intorno al 10%)). In effetti basta un piccolo errore nel tracciamento della tangente per avere grandi variazioni, soprattutto se si è in vicinanza della orizzontale e della verticale.

Note di correzione: è obbligatorio calcolare con precisione ed indicare i fattori di scala; prestare attenzione al fatto che KL può essere un numero negativo. La percentuale di errori di determinazione, anche da parte di chi aveva capito cosa fare è stata molto alta per errori nell'utilizzo dei fattori di scala.

2) Dato il diagramma velocità tempo rappresentato in figura 2 trovare in maniera qualitativa, ma con la massima accuratezza, il valore della velocità media nell'intervallo da 0 a 2 s spiegando sul foglio il metodo utilizzato e indicando sulla figura il valore di velocità media corrispondente

Si tratta di tacciare una retta orizzontale che determini un rettangolo con la stessa area e, allo scopo basta muovere il righello finché l'area ① risulta uguale all'area ②. Se lo si desidera è possibile procedere ad un calcolo approssimato dell'area ma allora non si fa più una determinazione qualitativa.



La determinazione qualitativa ci porta alla retta tratteggiata che corrisponde ad un valore di velocità media $\overline{OP}$ leggermente inferiore a 5m/s. In effetti il valore calcolato in forma esatta con strumenti di analisi matematica risulta pari a 4.833 m/s.

3) Dato il diagramma velocità tempo rappresentato in figura 3 determinare lo spazio percorso al tempo t = 1.75 s (se necessario completare la figura con lettere e spiegare sul proprio foglio la metodologia di calcolo utilizzata).

Per determinare lo spazio percorso basta calcolare l'area sottesa dal diagramma sino all'istante t richiesto. Allo scopo basta completare (in tratteggio) la figura e si osserva immediatamente (coefficiente angolare) che la retta verticale incontra il diagramma per v = 5 m/s.

Dunque dovremo sommare l'area di un rettangolo e quella di due trapezi ottenendo:

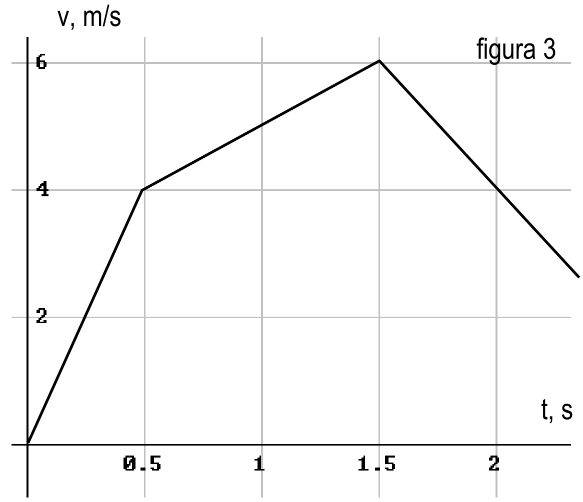


figura 3

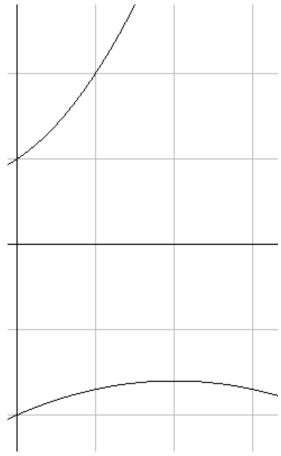
$\Delta x = ½ \cdot 0.5 \cdot 4 + ½ \cdot (4 + 6) \cdot 1 + ½ \cdot (5 + 6) \cdot 0.25 = 7.375$ m che converrà approssimare a 7.4 (determinazione grafica con inevitabili approssimazioni di lettura dei dati).

4) Dati due moti uniformi con velocità v_1 e v_2 che avvengono con durate Δt_1 e Δt_2 durante le quali viene percorso lo stesso spazio Δx, dimostrare che la velocità media $<v> = \dfrac{2}{\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}}$

La dimostrazione si trova sul testo.

5) Due punti materiali si muovono con leggi orarie date dalle equazioni:
$x_1 = 5 + 3t + 2t^2$
$x_2 = -10 + 2t - 0.5\, t^2$
Determinare l'istante $\tilde{t}$ per il quale i due punti distano tra loro di $\Delta x = 59$ m
Indicata con k la generica distanza $x_1 - x_2$ discutere la condizione di esistenza delle soluzioni ed interpretare fisicamente la condizione $k \geq 14.9$ m che si determina.

Si tratta di due moti uniformemente accelerati per i quali viene rappresentato sullo stesso sistema d'assi l'andamento qualitativo (posizione iniziale, velocità iniziale e accelerazione) che consente di ragionare sui valori relativi di x_1 e x_2 per decidere in che verso andrà presa la differenza.



Come si vede x_1 è sempre maggiore di x_2 e pertanto bisognerà porre come condizione:

$x_1 - x_2 = 59 \Leftrightarrow 2.5\, t^2 + t + 15 = 59 \Leftrightarrow 2.5\, t^2 + t - 44 = 0$

$\Delta = 1 + 44 \cdot 10 = 441 = 21^2$

$$t = \frac{-1 \pm 21}{5} = \begin{cases} -\dfrac{22}{5} \text{ s} < 0 \text{ s.n.a.} \\ 4 \text{ s} = \tilde{t} \end{cases}$$

Per rispondere alla seconda domanda bisognerà porre $2.5\, t^2 + t + 15 = k \Leftrightarrow 2.5\, t^2 + t + 15 - k = 0$

Questa equazione di II grado ammetterà soluzioni se $\Delta \geq 0$ e cioè se $1 - 10(15 - k) \geq 0 \Leftrightarrow 10\, k \geq 149 \Leftrightarrow k \geq 14.9$ m

Il risultato trovato significa che i due punti materiali possono avere come distanza massima (al variare del tempo) il valore 14.9 m. (la distanza alla partenza è di 15 m).

6) Un moto è caratterizzato da legge oraria $x = 10 + 3t - 4.9\, t^2$. Determinare lo spazio necessario a garantire che la velocità passi dal valore $v_1 = 2.5$ m/s al valore $v_2 = -7.5$ m/s. Come mai il risultato trovato è negativo?

La prima equazione consente di trovare la posizione iniziale $x_0 = 10$ m, la velocità iniziale $v_0 = 3$ m/s e la accelerazione 9.8 m/s^2.

Se ora teniamo conto che nel moto uniformemente accelerato si ha sempre $v_2^2 - v_1^2 = 2a\, \Delta x$ avremo:

$$\Delta x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{(-7.5)^2 - 2.5^2}{2 \cdot (-9.8)} = -2.55 \text{ m}$$

Se si traccia la legge oraria o il diagramma velocità tempo si vede immediatamente che, poiché $|v_2| > v_1$ lo spazio percorso nella fase in cui x diminuisce è maggiore di quella in cui x aumenta

3G 17/10/2003: cinematica dei moti rettilinei

1) Legge oraria : a) La legge oraria è una relazione tra tempo e posizione espressa in linguaggio matematico b) In una legge oraria ottenuta tramite misurazioni il diagramma è rappresentato da una successione di punti c) In un diagramma costituito da punti la determinazione dei valori intermedi è detta estrapolazione d) Dalla conoscenza della traiettoria si può sempre risalire alla legge oraria
Risposta b (la a è errata perché la relazione matematica è solo una delle possibili; per la c si parla di *interpolazione*; la traiettoria ci dice dove siamo passati e non dove in relazione a quando).
2) Si consideri il moto rettilineo descritto dalla immagine stroboscopica (in grigio) di figura 1 in cui le diverse immagini sono prese ad intervalli di tempo di 0.1 s in modo che (con buona approssimazione) si possano identificare velocità istantanea e velocità media.

figura 1

a) si tratta di un moto uniforme b) si tratta di un moto uniformemente accelerato c) si tratta di un moto accelerato in modo non uniforme d) per decidere le caratteristiche del moto bisognerebbe conoscere la legge oraria.
Risposta c; l'aumento degli spazi in eguali intervalli di tempo ci dice che il moto è accelerato; non lo è uniformemente perché lo spazio ad ogni decimo di secondo è proporzionale alla velocità e questa come si vede non aumenta in modo uniforme; infatti se gli spazi (velocità) sono 2, 4, 5, 7, 8, 11, 17 le corrispondenti variazioni (proporzionali alla accelerazione) risultano 2, 1, 2, 1, 3 , 6 e come si vede la accelerazione (che è positiva) non è costante.
Se il moto fosse uniforme gli spazi sarebbero uguali; la foto stroboscopica fornisce la legge oraria
3) Si considerino un sistema di riferimento orientato verso l'alto e un oggetto che viene lanciato verticalmente verso l'alto: a) il segno della velocità iniziale non è determinabile con le informazioni date b) la accelerazione è positiva c) la accelerazione e la velocità iniziale sono entrambe negative d) la accelerazione è negativa e la velocità iniziale positiva.
Risposta d: la velocità iniziale è positiva perché lo spostamento avviene nel verso del sistema di riferimento; la accelerazione è negativa perché la accelerazione di gravità è sempre orientata verso il basso
4) Un moto ha legge oraria data dalla equazione $x = -5.0 + 3.5\ t - 2.0\ t^2$ con x misurato in m e t in s.
a) si tratta di un moto uniforme b) la accelerazione del moto vale – 2.0 m/s^2 c) la velocità iniziale vale – 5.0 m/s d) la velocità iniziale vale 3.5 m/s.
Risposta d: la equazione del m.u.a. è $x = x_0 + v_0\ t + ½\ at^2$ e pertanto la a è sbagliata perché l'equazione dovrebbe essere di I grado, la b è sbagliata perché l'accelerazione è – 4 m/s^2, la c è sbagliata perché – 5.0 rappresenta la posizione iniziale.
5) Un moto ha legge oraria data dalla equazione $x = 14.0 - 5.0\ t$ con x misurato in m e t in s.
a) la velocità media è costante e vale – 5.0 m/s b) non si tratta di un moto dei tipi sino ad ora studiati c) si tratta di un moto uniforme con velocità 5.0 m/s d) in un intervallo temporale di 3 s viene percorso uno spazio di –1.0 m
Risposta a: si tratta di un moto uniforme e in tale moto la velocità istantanea e media coincidono; la b è sbagliata perché si tratta della equazione di un moto uniforme; la c è sbagliata perché la velocità vale – 5.0 m/s; la d è sbagliata perché se Δt = 3 s e la velocità è –5.0 lo spazio percorso $\Delta x = v\ \Delta t = -15.0$ m
6) nel moto uniformemente accelerato valgono delle relazioni tra le diverse grandezze cinematiche; una sola delle seguenti equazioni è falsa; trovarla.
a) $\langle a \rangle = a$ b) $\langle v \rangle = ½\ (v_1 + v_2)$ c) $v_2 = \pm\sqrt{v_1^2 + 2a\ \Delta x}$ d) $v_0 - v = a\ t$
Risposta d: nel m.u.a. come conseguenza del fatto che la accelerazione è costante si ha $v - v_0 = a\ t$; la a è vera perché nel m.u.a. la accelerazione è costante e coincide dunque con il suo valore medio; la b è vera come si è dimostrato a lezione (basta calcolare lo spazio percorso che è l'area; la c è la relazione dimostrata $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$ scritta esplicitando v_2
7) il moto rappresentato in figura 2 con assi t(s) e x(m) presenta una delle seguenti caratteristiche
a) $x_0 \approx -10$ m b) $v_0 \approx 10$ m/s c) $a \approx 5$ m/s^2 d) nei primi 4 secondi lo spazio percorso è di 24 m
Risposta b (basta tracciare la retta tangente nel punto con t = 0 e misurarne approssimativamente la inclinazione); $x_0 \approx -12$ m; la accelerazione è negativa; lo spazio percorso nei primi 4 secondi è zero perché le due posizioni (iniziale e finale) coincidono
8) Se un moto presenta una legge per la velocità nella forma $v = 5.0 + 3\ t - 2\ t^2$ si può affermare che:
a) 5.0 rappresenta la posizione iniziale e si misura in m b) 3 rappresenta la velocità iniziale e si misura in m/s c) la costante – 2 si misura in m/s^3 d) al tempo t = 1 s si ha v = 5.0 m/s

Risposta c infatti $-2\ t^2$ ha le dimensioni di una velocità e poiché t^2 corrisponde a s^2 si ha $m/s/s^2 = m/s^3$; 5.0 rappresenta la velocità iniziale e non la posizione iniziale che da tale equazione non è deducibile; 3 ha le dimensioni di una accelerazione infatti moltiplicata per t dà una velocità; al tempo t = 1 si ha (sostituendo) v = 5 + 3 – 2 = 6 m/s

9) Si consideri il moto con legge oraria x(m) e t(s) rappresentato in figura 3

a) la velocità istantanea massima si ha per t ≈ 3s b) la accelerazione del moto è costante c) in t = 0 si ha la velocità massima d) per t = 4s la velocità si annulla.

Risposta a (per t = 3s la retta tangente presenta il massimo di inclinazione positiva); la accelerazione non è costante perché in tal caso il diagramma sarebbe una parabola; in t = 0 si ha la velocità minima (inclinazione negativa massima); la velocità si annulla per t ≈ 4.5 s

10) La figura 4 rappresenta la legge oraria di due punti materiali che si incontrano al tempo t ≈ 11.3 s; solo una delle seguenti affermazioni è corretta:

a) la velocità media del m.u. è maggiore di quella del m.u.a. tra 0 e 11.3 s. b) la velocità del m.u. è 1/10 m/s c) lo spazio percorso dal m.u.a. è zero d) la velocità media del m.u.a. è circa 0.7 m/s

Risposta d infatti dal diagramma si ha <v> ≈ 8/11.3 = 0.7 m/s; la a è sbagliata infatti come si vede dalle inclinazioni delle rette secanti la velocità media del m.u.a. è maggiore di quella del m.u.; la b è sbagliata perché la velocità del moto uniforme, come si vede dal diagramma vale 5/10 = 0.5 m/s; lo spazio percorso dal m.u.a. è circa 8 m e si ottiene per

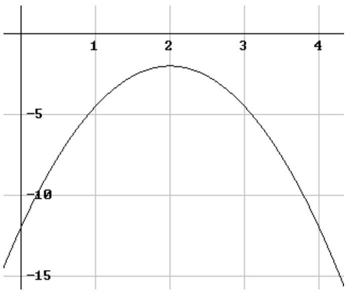


figura 2

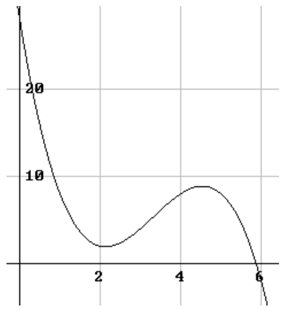


figura 3

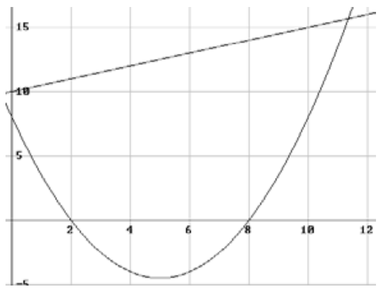


figura 4

differenza tra posizione finale e iniziale.

1	A	B	C	D	4	A	B	C	D	7	A	B	C	D	10	A	B	C	D
2	A	B	C	D	5	A	B	C	D	8	A	B	C	D	ES	ER	MA	PU	
3	A	B	C	D	6	A	B	C	D	9	A	B	C	D					

3F PNI 29/10/03 moti a due dimensioni

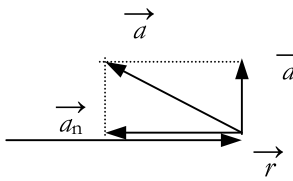
1) Un moto circolare non uniforme è caratterizzato da una legge $v = 2.00 + 3.00$ t ed avviene su di una traiettoria con raggio $r = 7.00$ m. Determinare:
   a) la velocità al tempo $\tilde{t} = 3.00$ s e precisare in che unità si misura la costante 3.00 che compare nella relazione che fornisce la velocità.
   b) determinare le due componenti a_t e a_n all'istante $\tilde{t}$
   c) utilizzare il risultato precedente per calcolare l'angolo α formato tra il raggio vettore e il vettore accelerazione $\vec{a}$

a) Sostituendo si ha $\tilde{v} = 2.00 + 3.00\ \tilde{t} = 2.00 + 9.00 = 11.00$ m/s; la costante ha le dimensioni di una accelerazione e si misura dunque in m/s^2

b) Poiché il modulo della velocità cambia con legge lineare a_t è costante e corrisponde alla pendenza della retta della legge che dà la velocità in funzione del tempo; si ha cioè $a_t = 3.00$ m/s^2

$$a_n = \frac{\tilde{v}^2}{r} = \frac{11.0^2}{7.00} = 17.3 \text{ m/s}^2$$

Nota di correzione: in generale $a_t = \frac{\delta v}{\delta t}$ e dunque bisognerebbe calcolare la inclinazione della retta tangente al diagramma; ma in questo caso il diagramma è una retta e dunque la accelerazione è il coefficiente angolare. Non è corretto calcolare a_t come rapporto degli incrementi finiti $\Delta v / \Delta t = (11 - 2)/(3 - 0)$ se non si precisa che tale rapporto è costante il che equivale a dire che la accelerazione tangenziale media coincide con quella istantanea.



c) Il raggio vettore rispetto al vettore accelerazione è disposto come in figura e pertanto si ha $\tan\alpha = \frac{a_t}{a_n}$ e dunque $\alpha = \arctan\frac{3.00}{17.3} = 9.84°$. Ad essere precisi l'angolo richiesto, tenendo conto dei versi è $180 - \alpha$.

Nota di correzione: sarebbe opportuno aiutare la comprensione del proprio elaborato con un bel diagramma vettoriale.

2) In un sistema di riferimento xOy che descrive uno spazio caratterizzato da accelerazione $a_x = 0$ e $a_y = -g$ si consideri un punto materiale con posizione iniziale (0.00,12.0 m) e velocità iniziale $\vec{v_0} \equiv$ (25.0 m/s, 37.0°).
   a) Determinare il tempo di volo $\tilde{t}$ necessario affinché il punto materiale raggiunga la quota zero.
   b) Determinare l'ascissa $\tilde{x}$ del punto di impatto
   c) Trovare le due componenti $(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y)$ del vettore velocità nel punto di impatto e il modulo $\tilde{v}$ del vettore velocità

Come per tutti i moti di caduta libera si tratta della composizione di un m.u. lungo l'asse x e di un m.u.a. con accelerazione negativa lungo l'asse y.

Si ha in particolare $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 25.0 \cos 37° = 20.0$ m/s e $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 25.0 \sin 37° = 15.0$ m/s.

a) Basta scrivere la legge oraria lungo l'asse y e imporre la condizione y = 0; si ha dunque: $y = y_0 + v_{0y}\, t + ½\, a_y t^2 = 12.0 + 15.0\, t - 4.9\, t^2 \wedge y = 0$ da cui $4.9\, t^2 - 15.0\, t - 12.0 = 0$

$$\Delta = 15.0^2 + 48.0 \cdot 4.90 = (21.4)^2 \text{ e dunque } \tilde{t} = \frac{15.0 \pm 21.4}{9.80} = \begin{matrix} / \text{ s.n.a. negativa} \\ \backslash\ 3.72 \text{ s} \end{matrix}$$

Nota di correzione: molti errori di segno di varia natura ma prevalentemente dovuti a cause algebriche; segnalo che la relazione in forma simbolica contiene + ½ $a_y t^2$ e che il segno – compare quando si calcola la componente della accelerazione che (in questo caso) è negativa.

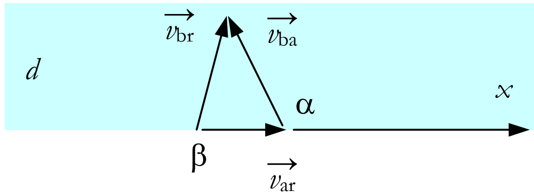
b) Per determinare $\tilde{x}$ basta osservare che si tratta di un moto uniforme lungo l'asse x e pertanto $\tilde{x} = v_{0x}\, \tilde{t} = 20.0 \cdot 3.72 = 74.4$ m

c) Per determinare $\tilde{v}_x$ basta osservare che lungo x la velocità è costante e pertanto $\tilde{v}_x = v_{0x} = 20.0$ m/s; la determinazione di $\tilde{v}_y$ è molto semplificata dal fatto che è già stato determinato il tempo di volo: $\tilde{v}_y = v_{0y} - 4.90\, \tilde{t}^{\,2} = 15.0 - 4.9 \cdot 3.72^2 = -21.4$ m/s. Infine $\tilde{v} = \sqrt{\tilde{v}_x^{\,2} + \tilde{v}_y^{\,2}} = 29.3$ m/s.

Nota di correzione: era disponibile, ma non conveniente, anche il metodo di calcolo basato sulla relazione $\tilde{v}_y^{\,2} - v_{0y}^2 = 2a_y \Delta y$ ma ciò comportava più conti e un forte rischio di errore ($\Delta y = -12.0$ m) e bisogna ricordarsi estraendo la radice di prendere il valore negativo (che corrisponde al futuro). Non si riporta la traiettoria perché ampiamente discussa nel testo ed a lezione.

3) La distanza tra le due rive di un fiume vale $d = 3.80\times10^2$ m e le acque, scorrono nel verso dell'asse x con velocità $v_{ar} = 12.0$ m/s. Una barca dispone di un motore in grado di determinare una velocità rispetto alle acque $v_{ba} = 19.8$ m/s. Il vettore $\vec{v}_{ba}$ forma con l'asse x un angolo $\alpha = 110°$.
   a) Determinare il vettore velocità della barca rispetto alle rive attraverso le sue due componenti v_{brx} e v_{bry}
   b) Calcolare l'angolo formato dall'asse x con la traiettoria della barca
   c) Il tempo $\tilde{t}$ impiegato per la traversata
   d) Lo spostamento Δx tra il punto di partenza e quello di arrivo.

a) La relazione che lega le velocità è quella della composizione vettoriale e cioè: $\vec{v}_{br} = \vec{v}_{ba} + \vec{v}_{ar}$ e tale relazione che viene rappresentata nella figura qui a lato consente di risolvere il problema operando sulle componenti lungo i due assi x (nel verso della corrente) e y.



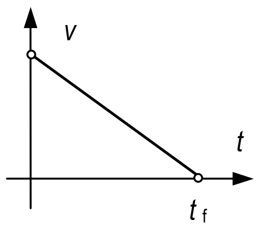
Nella somma vettoriale si sommano le componenti comunque sia disposta la figura e i segni vengono assorbiti nelle funzioni seno e coseno che consentono il calcolo delle componenti.
$v_{brx} = v_{arx} + v_{bax} = v_{ar} \cos 0 + v_{ba} \cos \alpha = 12.0 + 19.8 \cos 110° = 5.23$ m/s. Analogamente $v_{bry} = v_{ary} + v_{bay} = v_{ar} \sin 0 + v_{ba} \sin \alpha = 0 + 19.8 \sin 110° = 18.6$ m/s
Nota di correzione: non ha senso calcolare il supplementare di α ed esplicitare il segno –; le relazioni vettoriali valgono per ogni figura (è questo il vantaggio dei vettori).

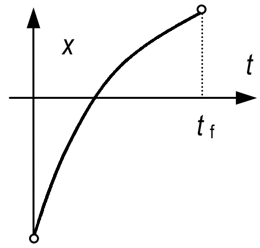
b) Si ha $\tan \beta = \frac{v_{bry}}{v_{brx}}$ e dunque $\beta = \arctan \frac{18.6}{5.23} = 74.5°$

c) Per calcolare $\tilde{t}$ basta osservare che conosciamo *d* e che in tale direzione la velocità vale v_{bry}; pertanto $\tilde{t} = \frac{d}{v_{bry}} = \frac{3.80\times10^2}{18.6} = 20.4$ s.
Nota di correzione: si tratta di un moto composto e bisogna opportunisticamente scegliere la velocità riferita allo spostamento noto (in questo caso d)

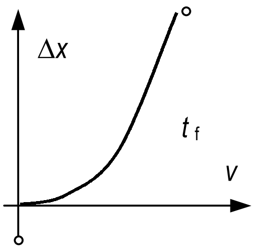
d) Con ragionamento identico al caso precedente si ha: $\Delta x = v_{brx}\,\tilde{t} = 5.23 \cdot 20.4 = 107$ m

3G ordinamento 5/12/2003 cinematica vettoriale

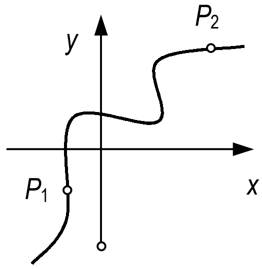




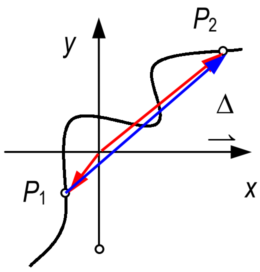
1) Un moto rettilineo uniformemente accelerato ha i seguenti due diagrammi velocità tempo e posizione tempo. Spiegare perché il secondo non è compatibile con il primo.
   La velocità finale è 0 e pertanto nel diagramma posizione tempo l'istante t_f dovrebbe corrispondere al vertice della parabola (punto a tangente orizzontale). E' invece corretta la concavità verso il basso.
   Nota di correzione: in primo luogo bisogna leggere cosa c'è sugli assi; molti errori si basavano sulla implicita assunzione che ci fosse la stessa grandezza; molte confusioni tra velocità e accelerazione. Il fatto che il secondo diagramma abbia zone positive o negative non ha alcuna rilevanza. Se lo si traslasse verso l'alto o verso il basso (cioè si cambiasse la posizione iniziale) non cambierebbe nulla nel suo rapporto con il primo.
2) In un moto uniformemente accelerato si ha $a > 0$ e $v_0 = 0$. Tracciare un diagramma che rappresenti la dipendenza tra la velocità v e lo spazio percorso Δx (motivare la risposta e scegliere gli assi in modo di semplificare il tracciato).



   Poiché la velocità iniziale è nulla si ha (dalle relazioni spazio velocità) $v^2 = 2a\Delta x$ e da qui si ricava $\Delta x = \frac{1}{2a} v^2$ che rappresenta (mettendo la velocità sull'asse delle ascisse e lo spazio percorso su quello delle ordinate) una parabola con vertice nell'origine e concavità verso l'alto.
   Nota di correzione: nessuno ha risposto correttamente; bisognava prima scegliere la relazione giusta leggendo la domanda (e conoscendo le relazioni, come richiesto a lezione); poi bisognava riconoscere che, trattandosi di una relazione quadratica si aveva a che fare con un ramo di parabola
3) Si consideri il moto piano la cui traiettoria è rappresentata nella figura qui a lato e siano P_1 e P_2 le posizioni del punto mobile agli istanti t_1 e t_2. Scrivere la definizione del vettore velocità media $<\vec{v}>$ precisando sulla figura gli elementi coinvolti dalla definizione.



   Si completa la figura tracciando il vettore spostamento $\overrightarrow{\Delta r}$ che va da P_1 a P_2 e a questo punto la velocità media è $<\vec{v}> = \dfrac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$



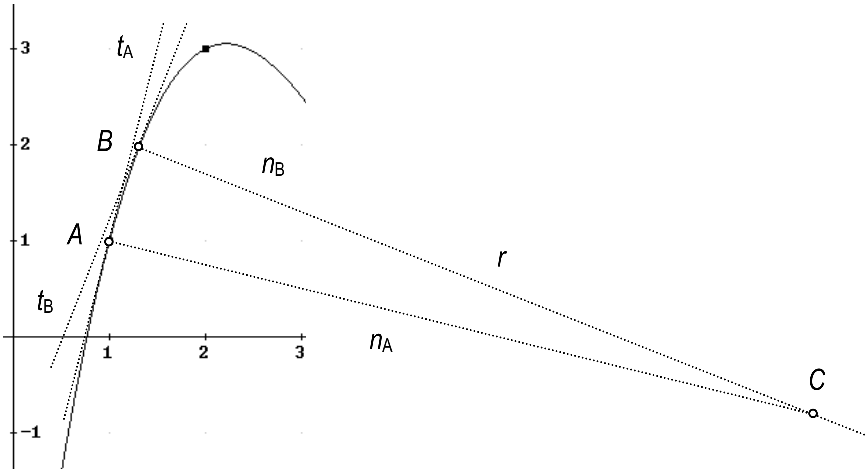
   Il vettore $<\vec{v}>$ scritto tramite le sue componenti risulta essere: $<\vec{v}> = (<v_x>,<v_y>) = \left(\dfrac{\Delta r_x}{\Delta t}, \dfrac{\Delta r_x}{\Delta t}\right)$
   Nota di correzione: era un errore indicare t_1 e t_2 come coordinate della traiettoria; non era richiesto di indicare i vettori $\vec{r_1}$ e $\vec{r_2}$ che ho messo sulla figura visto che sono stati sbagliati da molti. Molti hanno dimenticato di completare la figura come richiesto dal testo. Non era richiesto di precisare le componenti del vettore velocità o spiegare (il che è proprio ridicolo in una definizione) cosa vuol dire rapporto tra un vettore e uno scalare.
4) Un punto mobile ad un certo istante occupa la posizione $P_1 \equiv (2,3)$ del piano xOy (con scala in metri) e dopo un intervallo $\Delta t = 0.25$ s occupa il punto $P_2 \equiv (4,2)$. Calcolare le due componenti $<v>_x$ e $<v>_y$ del vettore $<\vec{v}>$ ed utilizzarle per determinare il modulo $<v>$ e l'angolo θ formato dal vettore con l'asse delle x.
   Si ha $\Delta r_x = 4 - 2 = 2.00$ m e $\Delta r_y = 2 - 3 = -1.00$ m
   $<v>_x = \dfrac{\Delta r_x}{\Delta t} = \dfrac{2.00}{0.25} = 8.00$ m/s
   $<v>_y = \dfrac{\Delta r_y}{\Delta t} = -\dfrac{1.00}{0.25} = -4.00$ m/s
   $<v> = \sqrt{<v>_x^2 + <v>_y^2} = \sqrt{64.0 + 16.0} = 8.94$ m/s
   $\tan\theta = \dfrac{<v>_y}{<v>_x} = -0.500$ e $\theta = -26.6°$
   Nota di correzione: attenzione a unità di misura, cifre significative (3 se non è stato precisato); molti errori di identificazione (confusione) tra $<\vec{v}>$ e $<\overrightarrow{\Delta r}>$; molti errori di segno su Δr_y; il disegno era inutile.

5) Il vettore $\overrightarrow{a}$ è assegnato tramite il modulo *a* e l'angolo α formato con l'asse $\overrightarrow{x}$ mentre il vettore $\overrightarrow{b}$ è assegnato tramite le sue due componenti b_x e b_y. Se il vettore $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ scrivere quanto valgono c_x, c_y e *c*.

$a_x = a \cos \alpha$ e $a_y = a \sin \alpha$. Poiché nella somma vettoriale si sommano le componenti si ha: $c_x = a_x + b_x = a \cos \alpha + b_x$; $c_y = a_y + b_y = a \sin \alpha + b_y$ e infine $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$

Nota di correzione: prestare attenzione ai dati perché la risposta si deve adeguare ad essi.

6) Determinare il centro di curvatura e il valore del raggio di curvatura della traiettoria rappresentata in figura nel tratto da A a B. Il raggio di curvatura (dopo essere stato misurato in cm) deve essere espresso nella scala rappresentata sul diagramma (si ipotizzi che 1 significhi 1 m).



Si tracciano con grande precisione le rette tangenti passanti per A e B; dalle tangenti si tracciano le due normali n_A e n_B che si incontrano nel centro di curvatura C.

Si misurano poi i due raggi di curvatura che risultano sensibilmente uguali e pari a *r* = 9.5 cm

Poiché dalla figura si ha 2.5 cm = 2 m e cioè 1 cm = 2/2.5 = 0.8 m si ottiene r = 9.5·0.8 = 7.6 m.

Nota di correzione: per tracciare correttamente le normali servono righello e squadra e se si sbaglia anche di poco il raggio di curvatura varia tra il 20 e il 30%; il fattore di scala andava calcolato con un po' di precisione per non aggiungere errore ad errore.

7) In un moto parabolico in presenza della accelerazione di gravità *g* la velocità $\overrightarrow{v_0}$ forma un angolo α con la direzione dell'asse orizzontale $\overrightarrow{x}$.

a) Allora v_{0y}=…

$v_{0y} = v_0 \cos \alpha$

b) L'equazione della velocità per il moto lungo l'asse verticale $\overrightarrow{y}$ è v_y= …

$v_y = v_{0y} - g\, t$

c) Il tempo impiegato durante la fase di salita, in base alla equazione precedente vale t_s = …

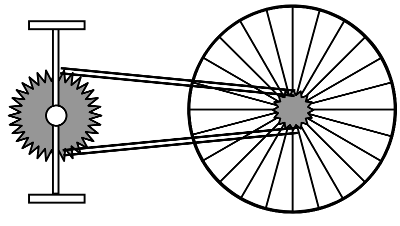
Il tempo di salita è quello che corrisponde all'annullamento della velocità verticale; si ha pertanto $t_s = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cos\alpha}{g}$

d) Perché non occorre alcun altro calcolo per trovare l'intervallo di tempo di discesa?

Perché nel m.u.a. la fase di salita è simmetrica a quella di discesa e dunque l'intervallo di tempo è lo stesso

Nota di correzione: nessuno ha risposto correttamente; quindi …Erano tutte questioni ampiamente discusse in classe tra i 30 e i 40 giorni fa (in particolare la questione della simmetria e cosa succede nel punto più alto della traiettoria).

8) Nel meccanismo di funzionamento della bicicletta ci sono 4 organi di rotazione e li indicheremo nell'ordine con 1, 2, 3, 4; essi sono: i pedali, la corona anteriore, la corona posteriore e la ruota. La catena si incastra tra i denti dei due ingranaggi. Indicare la risposta esatta o completare:



a) $\omega_1 = \omega_2$ $\omega_1 > \omega_2$ $\omega_1 < \omega_2$ $v_1 = v_2$

La prima: i pedali e l'ingranaggio ruotano insieme con lo stesso periodo e pertanto hanno la stessa velocità angolare

b) $\omega_2 = \omega_3$ $v_2 = v_3$ $v_3 = v_2\frac{r_3}{r_2}$ $v_3 = v_2\frac{r_2}{r_3}$

La seconda: la catena, che non scivola per la presenza degli ingranaggi, fa sì che siano uguali le velocità periferiche

c) $v_4 = v_3\frac{r_3}{r_4}$ $v_3 = v_4$ $\omega_3 = \omega_4$ $v_4 = v_3\frac{r_3}{r_2}$

La terza: $\omega_3 = \omega_4$ per le stesse ragioni della domanda a); l'ingranaggio posteriore (detto ruota libera) è fatto in maniera di esercitare forza nel verso di rotazione ma di poter ruotare liberamente al contrario per non costringere il ciclista a pedalare sempre

d) Supponendo noti r_1, r_2, r_3, r_4 scrivere la relazione che fornisce v_4 in funzione del periodo T_1 con cui vengono fatti ruotare i pedali.

Basta osservare che la velocità periferica è data dal prodotto della velocità angolare per il raggio e mettere insieme le risposte precedenti; si ha:

$$v_4 = \omega_4\, r_4 = \omega_3\, r_4 = \frac{v_3}{r_3}\, r_4 = \frac{v_2}{r_3}\, r_4 = \frac{\omega_2\, r_2}{r_3}\, r_4 = \frac{\omega_1\, r_2}{r_3}\, r_4 = \frac{2\pi}{T_1}\,\frac{r_2\, r_4}{r_3}$$

Nota di correzione: risposte errate o autocontradditorie; in qualche caso mi sono chiesto se chi rispondeva avesse mai visto una bicicletta. Ricordo a chi non se ne ricorda più che, introducendo il moto circolare, ho dedicato circa mezz'ora a spiegare il motivo per cui si introduce la velocità angolare. Lo faccio sempre quando introduco una grandezza fisica nuova per evitare che venga appresa in modo dogmatico. Vedremo cosa accadrà con le forze e i momenti.

3 B 24/10/05 grandezze e moti ad una dimensione (conoscenza)

Rispondere a 4 domande tra le prime 8 e a 8 domande tra le successive; indica con una croce nella seconda riga della griglia di correzione le domande da te scelte

1. Cosa si intende con cifre significative di una grandezza?

Le cifre che forniscono una informazione reale e che non sono influenzate (se non parzialmente) dall'errore. Sono tutte le cifre da sinistra (tranne gli eventuali zeri iniziali) sino alla prima cifra influenzata dall'errore. Quando si rappresenta un numero in fisica si scrivono solo le cifre significative.

2. Per indicare l'accuratezza di una misura si usa l'errore assoluto o quello relativo? Spiegare

Si usa l'errore relativo che si basa sul confronto (rapporto) tra l'errore assoluto e la grandezza misurata. Non ha molto senso dire solo quanto si sbaglia ma quanto si sbaglia rispetto a ciò che si è misurato.

3. Cosa accade all'errore relativo quando il numero di cifre significative aumenta di una unità

Se si aumenta di una unità le cifre significative si riduce a 1/10 l'errore assoluto. Poiché la grandezza misurata non cambia ciò significa dividere per 10 l'errore relativo.

4. Perché quando si determina indirettamente una grandezza fisica il numero di cifre significative non può aumentare?

Perché il numero di cifre significative è legato strettamente all'errore relativo e nei prodotti e nei rapporti gli errori relativi aumentano (perché si sommano). Dunque il numero di cifre significative è sempre minore o eguale al minimo delle cifre significative utilizzate.

5. Come unità delle grandezze fondamentali i fisici tendono ad usare dei fenomeni naturali. Come mai?

Si cerca di rendere la scienza indipendente dalla esperienza umana. Inoltre i fenomeni naturali sono invariabili nel tempo e nello spazio e facilmente riproducibili cosa che non accade ai campioni artificiali.

6. In cosa consiste il controllo dimensionale di una legge fisica?

Poiché due cose per essere uguali devono essere omogenee si verifica che le dimensioni delle grandezze coinvolte nei due membri dell'equazione siano le stesse. Concretamente si scrivono al posto delle grandezze fisiche derivate le loro equazioni dimensionali e poi si verifica che le due espressioni siano uguali.

7. Data la legge oraria $x = f(t)$ e considerati due istanti t_1 e t_2 dare la definizione di velocità media $\langle v \rangle$ relativa all'intervallo temporale Δt.

La velocità media $\langle v \rangle$ è data dal rapporto tra lo spostamento e l'intervallo temporale cui lo spostamento si riferisce. In simboli $\langle v \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ dove $x_2 = f(t_2)$ e $x_1 = f(t_1)$ sono le posizioni agli istanti considerati. Si misura in m/s e sul diagramma orario corrisponde alla inclinazione della retta secante tra i due punti considerati.

8. Data una legge oraria, da cosa dipende la velocità media?

Dall'istante iniziale t_1 e dall'intervallo Δt o anche da t_1 e t_2 come si vede immediatamente ragionando sul diagramma.

9. Come si risolve in fisica la apparente contraddizione insita nel termine *velocità istantanea*?

Se la velocità è istantanea non è più riferita ad un intervallo (questa è la contraddizione) non ha senso parlare di velocità. Poiché però la velocità istantanea è definita come velocità media relativa ad un intervallo elementare e la retta secante (la cui inclinazione è la velocità) continua ad avere senso anche quando $\Delta t \to 0$ (diventa la tangente) si da senso alla velocità istantanea come inclinazione della retta tangente aggirando l'ostacolo del rapporto 0/0.

10. Qual è il significato geometrico della velocità istantanea? Come ci si arriva?

E' la inclinazione della retta tangente. Se $v = \frac{\delta x}{\delta t}$ e δ indica variazione elementare diremo che la velocità istantanea è la velocità media (inclinazione della retta secante) quando l'intervallo considerato $\to 0$. Ma quando ciò accade la retta secante diventa la retta tangente e dunque la velocità sarà la sua inclinazione.

11. Data la legge che fornisce $v = g(t)$ e considerati due istanti t_1 e t_2 come si può determinare la velocità media?

Per definizione $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. D'altra parte lo spostamento si calcola attraverso l'area sottesa dal diagramma (vedi domanda successiva) e dunque $\langle v \rangle = \frac{\text{area}}{\Delta t}$

12. Perché l'area sottesa dal diagramma $v = g(t)$ tra due istanti t_1 e t_2 rappresenta lo spostamento Δx ?

Lo spostamento Δx si può scrivere come somma di tutti gli spostamenti elementari $\Delta x = \sum \delta x$. Ma ogni spostamento elementare (per definizione di velocità istantanea) $\delta x = v\ \delta t$. Se si considera il diagramma della velocità la quantità $v\ \delta t$ è l'area di un rettangolo elementare di base δt, chiamiamola $\delta\sigma$. Pertanto (indicata con σ l'area sottesa dal diagramma) avremo:

$\Delta x = \sum \delta x = \sum v\ \delta t = \sum \delta\sigma = \sigma$

13. Data la legge che fornisce v = g(t) dare la definizione di accelerazione istantanea ad un particolare istante τ.

La accelerazione viene definita per analogia a quanto già fatto per la velocità in riferimento alla legge oraria salvo il fatto di riferirsi alla legge della velocità. Sarà dunque $a = \frac{\delta v}{\delta t}$; il suo significato sarà quello di pendenza della retta tangente al diagramma e la sua unità di misura il m/s^2.

14. In quale moto e perché vale la legge $<v> = \frac{v_1 + v_2}{2}$?

Questa legge vale per il m.u.a. caratterizzato dalla legge $v = v_0 + at$ che ha come diagramma una retta. Se si valuta lo spostamento si è ricondotti all'area di un trapezio di basi v_1 e v_2 e altezza Δt.

Dunque $<v> = \frac{\text{area}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}(v_1 + v_2)\Delta t}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

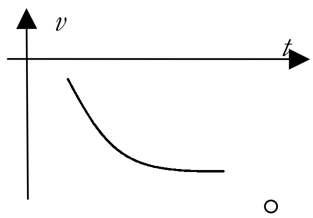
15. Scrivi la legge che correla, nel moto uniformemente accelerato, v_1 e v_2 con lo spostamento Δx e spiega come ci si arriva.

$v_2^2 - v_1^2 = 2a\,\Delta x$.

Per definizione $\Delta x = <v>\,\Delta t$. Ma per la legge precedente $<v> = \frac{v_1 + v_2}{2}$ mentre visto che il moto è uniformemente accelerato (accelerazione media e istantanea coincidenti) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ e dunque $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$

Unendo il tutto si ha: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\frac{\Delta v}{a} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$

16. In un movimento si può avere accelerazione positiva e velocità negativa? Spiega.



Certamente. La velocità negativa significa che il punto si sposta in verso contrario al riferimento. Accelerazione positiva vuol dire che i δv sono positivi e ciò accade (con v negativa) quando il valore assoluto della velocità diminuisce come nel diagramma qui a lato.

17. Il moto di caduta e/o risalita di un corpo sotto l'azione della gravità è descritto dalla equazione $x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Come è orientato l'asse x? Come spieghi il fatto che se si fissa x si ha una equazione di II grado in t e dunque si possono avere due soluzioni?

La presenza di una accelerazione negativa ($-g$) indica che l'asse è orientata in verso contrario alla gravità e cioè verso l'alto. Si hanno due soluzioni in t corrispondenti al moto di salita e a quello di discesa.

18. La legge oraria del moto uniformemente accelerato è descritta dalla equazione $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$. Come si arriva a questa legge?

$\Delta x = x - x_0 = \text{area} = \frac{1}{2}(v + v_0)\,t$. Ma la legge della velocità è $v = v_0 + at$ e sostituendo si ottiene il risultato.

19. Il moto di caduta e/o risalita di un corpo sotto l'azione della gravità è descritto dalla equazione $x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Come si trova la quota massima?

Si può osservare che la quota massima corrisponde alla ordinata del vertice (punto di annullamento della velocità) e trovare tale ordinata come $-\Delta/(4a)$ oppure con soluzione più fisica si cerca l'istante che corrisponde a $v = 0$ nella legge della velocità e lo si sostituisce poi nella legge oraria.

20. Se in un moto uniformemente accelerato sono note, invece della posizione e velocità al tempo x_0 e v_0, i valori ad un particolare istante τ, indicate con x_τ e v_τ sapresti scrivere la legge oraria di tale moto?

Senza dover rifare la dimostrazione con l'area si può osservare che ragionare su $t = \tau$ invece che su $t = 0$ equivale ad assumere come variabile temporale al posto di t la variabile $t - \tau$; si ottiene così:

$x = x_\tau + v_\tau(t - \tau) - \frac{1}{2} g\,(t - \tau)^2$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

3F PNI 27 ottobre 2005 cinematica dei moti rettilinei (competenze)

1. Durante lo svolgimento di una manifestazione caratterizzata da un corteo di lunghezza l = 850 che marcia alla velocità v_1 = 6.00 km/h, un ciclista del servizio d'ordine, che viaggia alla velocità v_2 = 24.00 km/h, parte dalla coda del corteo per portare alla testa la indicazione di rallentare e portare la velocità a v_3 = 5.00 km/h. Il ciclista, trasmesso il messaggio, ritorna in coda. a) Schematizzare la situazione con riferimento alle velocità relative durante la fase di andata e ritorno v_a e v_r. b) Utilizzare tali grandezze per calcolare il tempo impiegato.

$\Delta t = l\left(\frac{1}{v_2 - v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3}\right) = 276$ s

2. Da due punti A e B, la cui distanza l non è nota, vengono lanciate su un piano orizzontale due sfere puntiformi con velocità v_1 = 3.00 m/s e v_2 = 2.50 m/s. Il vettore $\overrightarrow{v_1}$ forma con $\overrightarrow{AB}$ un angolo α_1 = 47.5°. a) Quanto deve valere l'angolo α_2 formato da $\overrightarrow{v_2}$ forma con $\overrightarrow{BA}$ affinché le due sfere si incontrino ? (costruire la figura, indicare con Δt il tempo impiegato, con C il punto di incontro e con H la sua proiezione, quindi ragionare sulla figura). b) Se Δt = 2.50 s quanto vale l?

sen α_2 = sen $\alpha_1 \frac{v_1}{v_2}$ α_2 = 62.2° l = 7.98 m

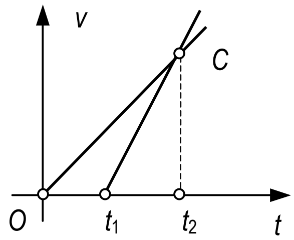
3. Una automobile deve compiere un tragitto Δx e ne percorre metà alla velocità v_1 = 120.0 km/h. Poi per metà del tempo impiegato a percorrere la rimanente parte viaggia a v_2 = 30.0 km/h e infine percorre il tratto rimanente a v_3 = 80.0 km/h. a) Trovare dapprima l'intervallo Δt_2 e quindi b) determinare la velocità media in forma simbolica (dipende solo dalle tre velocità) e quindi calcolare tale valore.

$\Delta t_2 = \Delta t_3$ mentre $\langle v \rangle = \dfrac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{2}{v_2 + v_3}}$ interpretare il risultato

4. Un corpo parte dal punto A di una retta con velocità $\overrightarrow{v_0}$ orientata verso destra e con una accelerazione a costante. Trascorso un certo tempo esso arriva in B (a sinistra di A). Sapendo che $\overline{BA} = l$, fissare un conveniente sistema di riferimento con origine in B o in A e rispondere alle seguenti domande: a) come deve essere il segno di a e perché? b) Quanto è lo spazio percorso per arrivare in B (lo spazio, non lo spostamento che è – l). c) Quanto è il tempo impiegato? (precisare con che criterio si scarta una delle due soluzioni e come mai l'altra è accettabile) d) Quanto vale la velocità media relativa allo spazio percorso?

negativo visto che il corpo parte verso destra e poi arriva a sinistra; $l - v_0^2/2a$

5. Due punti si muovono di m.u.a. lungo una retta partendo dallo stesso punto e seguendo le leggi indicate in figura. a) Indicate con a_1 e a_2 le due accelerazioni e tenuto conto che si conoscono solo t_1 e t_2 si determini il rapporto a_1 / a_2. b) Indicato genericamente con t l'istante in cui i due punti si incontrano si scriva l'equazione che consente di determinarlo attraverso lo spazio percorso da entrambi c) e si dimostri che $t = t_2 + \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}$. Perché si scarta la soluzione $t = t_2 - \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}$?



$a_1/a_2 = 1 - t_1/t_2$; dimostrare che $t_2 - \sqrt{t_2(t_2 - t_1)} < t_1$ e dunque tale soluzione non ha realtà fisica

Il punteggio è già in decimi e si riferisce ad esercizi completati e commentati correttamente

1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5°	5b	5c			
1	2	2	2	2	2	0.5	1	1.5	1	2	2	1			

3F PNI 27 ottobre 2005 cap 1/2/3/4 (conoscenza e comprensione)

Rispondere a 10 tra le questioni proposte.

1. Spiegare perché, dato il diagramma velocità tempo, l'area da esso sottesa tra due istanti generici t_1 e t_2 rappresenta sempre lo spostamento. Quando si sommano i diversi contributi cosa si fa con le aree delle zone con ordinata negativa?
2. Perché il ragionamento precedente, riferito al diagramma accelerazione tempo consente di trovare la variazione di velocità?
3. Perché i punti di flesso della legge oraria sono importanti? Cosa rappresentano e perché?
4. Illustrare almeno tre ragioni che distinguono la scienza moderna da quella medioevale.
5. Enunciare il principio di inerzia in senso moderno e confrontarlo con quello di Newton
6. Citare almeno 5 fenomeni ricordati da Galilei a sostegno del suo principio di relatività
7. Dare la definizione del vettore accelerazione media in un moto piano illustrandone il significato tramite un diagramma
8. Le proprietà del vettore accelerazione nel moto curvilineo vario: componenti e valore
9. Dimostrare che nel moto circolare uniforme il vettore accelerazione è radiale e centripeto.
10. Come si trova il raggio di curvatura di una linea piana? Cos'è la curvatura?
11. Dimostrare le relazioni che, nel m.u.a., consentono di trovare la velocità media e lo spostamento senza far intervenire il tempo.
12. Dimostrare che, nel moto circolare uniforme, la accelerazione vale v^2/r

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	

3 B 28/10/05 grandezze e moti ad una dimensione (comprensione e competenza)

1. Dal punto di vista dimensionale, la potenza P (che si misura in watt) è $\left[\frac{\mathscr{L}}{t}\right]$ dove il lavoro $\mathscr{L}$ =[F Δx] mentre la forza F = [m a]. Determinare a cosa corrisponde il watt quando è espresso in unità fondamentali.

[P] = [F][Δx]/[t] = [M a]LT^{-1} = M L $T^{-2}LT^{-1}$ = ML^2T^{-3} e in unità kg m^2 /s^3

2. Verificare se la seguente relazione è dimensionalmente corretta: $v = \frac{d}{m} S\, a^2 t^3$ dove con d e con S si sono indicate rispettivamente una densità e una superficie.

$\left[\frac{d}{m} S\, a^2 t^3\right] = \left[\frac{M}{M\, L^3} L^2\, (LT^{-2})^2\, T^3\right] = LT^{-1} = [v]$ la relazione è dimensionalmente corretta

Nota di correzione: attenzione a non confondere la massa con il metro (è successo).

3. Sono assegnate le seguenti costanti universali della fisica: costante di Planck h = $6.626075 \cdot 10^{-34}$ J·s; costante di Boltzmann k = $1.38658 \cdot 10^{-23}$ J/K; massa dell'elettrone $m_e = 9.10939 \cdot 10^{-31}$kg; velocità della luce nel vuoto c = $2.99792458 \cdot 10^{8}$ m/s. Se si aggiungono ai numeri che esprimono le cifre significative il proprio numero di registro /10 si ottengono dei numeri diversi per ciascuno. Calcolare la quantità (priva di significato fisico) $\frac{\sqrt{m'_e}\, c'^2\, h'}{k'^2}$ con 6 cifre significative

Si riportano le soluzioni per i 28 alunni in modo ci si possa esercitare: solo 3 persone hanno svolto il calcolo correttamente. Esercitarsi a svolgere il conto in una sola passata

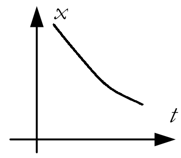
n	n/10	h	k	m	c	
		6,62607500E+00	1,38658000E+00	9,10939000E+00	2,99792458E+00	
		h'	k'	m'	c'	$\frac{\sqrt{m'}\, c'^2\, h'}{k'^2}$
1	0,1	6,72607500E-34	1,48658000E-23	9,20939000E-31	3,09792458E+08	2,80312360E+14
2	0,2	6,82607500E-34	1,58658000E-23	9,30939000E-31	3,19792458E+08	2,67574148E+14
3	0,3	6,92607500E-34	1,68658000E-23	9,40939000E-31	3,29792458E+08	2,56883064E+14
4	0,4	7,02607500E-34	1,78658000E-23	9,50939000E-31	3,39792458E+08	2,47840140E+14
5	0,5	7,12607500E-34	1,88658000E-23	9,60939000E-31	3,49792458E+08	2,40142335E+14
6	0,6	7,22607500E-34	1,98658000E-23	9,70939000E-31	3,59792458E+08	2,33555678E+14
7	0,7	7,32607500E-34	2,08658000E-23	9,80939000E-31	3,69792458E+08	2,27896880E+14
8	0,8	7,42607500E-34	2,18658000E-23	9,90939000E-31	3,79792458E+08	2,23020467E+14
9	0,9	7,52607500E-34	2,28658000E-23	1,00093900E-30	3,89792458E+08	2,18809619E+14
10	1	7,62607500E-34	2,38658000E-23	1,01093900E-30	3,99792458E+08	2,15169518E+14
11	1,1	7,72607500E-34	2,48658000E-23	1,02093900E-30	4,09792458E+08	2,12022459E+14
12	1,2	7,82607500E-34	2,58658000E-23	1,03093900E-30	4,19792458E+08	2,09304190E+14
13	1,3	7,92607500E-34	2,68658000E-23	1,04093900E-30	4,29792458E+08	2,06961157E+14
14	1,4	8,02607500E-34	2,78658000E-23	1,05093900E-30	4,39792458E+08	2,04948381E+14
15	1,5	8,12607500E-34	2,88658000E-23	1,06093900E-30	4,49792458E+08	2,03227828E+14
16	1,6	8,22607500E-34	2,98658000E-23	1,07093900E-30	4,59792458E+08	2,01767129E+14
17	1,7	8,32607500E-34	3,08658000E-23	1,08093900E-30	4,69792458E+08	2,00538572E+14
18	1,8	8,42607500E-34	3,18658000E-23	1,09093900E-30	4,79792458E+08	1,99518300E+14
19	1,9	8,52607500E-34	3,28658000E-23	1,10093900E-30	4,89792458E+08	1,98685671E+14
20	2	8,62607500E-34	3,38658000E-23	1,11093900E-30	4,99792458E+08	1,98022735E+14
21	2,1	8,72607500E-34	3,48658000E-23	1,12093900E-30	5,09792458E+08	1,97513813E+14
22	2,2	8,82607500E-34	3,58658000E-23	1,13093900E-30	5,19792458E+08	1,97145154E+14
23	2,3	8,92607500E-34	3,68658000E-23	1,14093900E-30	5,29792458E+08	1,96904645E+14
24	2,4	9,02607500E-34	3,78658000E-23	1,15093900E-30	5,39792458E+08	1,96781580E+14
25	2,5	9,12607500E-34	3,88658000E-23	1,16093900E-30	5,49792458E+08	1,96766458E+14
26	2,6	9,22607500E-34	3,98658000E-23	1,17093900E-30	5,59792458E+08	1,96850823E+14
27	2,7	9,32607500E-34	4,08658000E-23	1,18093900E-30	5,69792458E+08	1,97027124E+14
28	2,8	9,42607500E-34	4,18658000E-23	1,19093900E-30	5,79792458E+08	1,97288597E+14

4. Se la densità media della terra d = $5.5 \cdot 10^3$ kg/m^3 e il raggio terrestre medio $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m, quanto vale la massa M_T della terra ? (volume della sfera $4/3\ \pi\ r^3$)

$V = 4/3\ \pi\ R_t^3 = 1.08 \cdot 10^{21}$ m^3 $M_T = d\ V = 5.95 \cdot 10^{24}$ kg

5. Disegna un diagramma x = f(t) nel quale sia sempre v<0 e a > 0

La retta tangente deve formare angoli ottusi e inoltre la inclinazione deve diminuire (concavità verso l'alto)

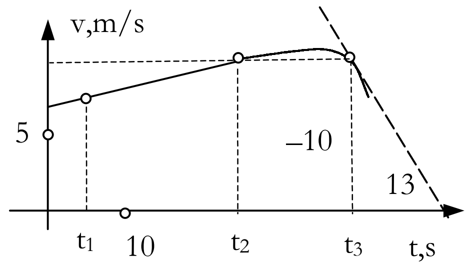


6. Dato il diagramma in figura calcolare su di esso lo spostamento relativo all'intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$ e la accelerazione all'istante t_3.

I due assi hanno una scala per cui 1 cm equivale rispettivamente a 10 s e 5 m/s.

Per la prima domanda basta calcolare l'area del trapezio definito da t_1 e t_2. $\Delta x = \frac{7.5 + 10}{2} 20 = 175$ m

Per la seconda domanda bisogna tracciare con cura la tangente e calcolarne poi l'inclinazione; si ha $a = -\frac{10}{13} \approx -0.8$ m/s^2



7. Data la legge v = 2.4 – 1.2 t con v misurato in m/s scrivere la corrispondente legge oraria sapendo che $x_0 = -3.2$ m

Poiché la legge della velocità è di I grado si tratta di un m.u.a. con v_0 = 2.4 m/s e a = –1.2 m/s^2. La legge oraria generale ha forma $x = x_0 + v_0 t + ½ at^2$ e si ha pertanto $x = -3.2 + 2.4\ t - 0.6\ t^2$

8. Dato un m.u.a. di caduta con a = – 9.81 m/s^2, v_0 = 14.2 m/s e x_0 = 2.5 m determinare il valore $\tilde{x}$ corrispondente alla quota massima e il tempo impiegato a raggiungerla.

L'esercizio si presta a diverse soluzioni; la più semplice consiste nel trovare $\tilde{t}$ (dalla condizione di annullamento della velocità) e usarlo per trovare $\tilde{x}$. Si potevano anche usare le coordinate del vertice della parabola, oppure trovare $\tilde{x}$ dalla legge che lega lo spazio percorso alla velocità.

Dalla legge della velocità si ha: $0 = 14.2 - 9.81\ \tilde{t}$ da cui $\tilde{t} = \frac{14.2}{9.81} = 1.48$ s

Dalla legge oraria $x = 2.5 + 14.2\tilde{t} - ½\ 9.81\tilde{t}^{\,2} = 12.8$ m

9. Se v_0 = 25.0 m/s, lo spazio minimo di frenata dipendente dalle caratteristiche del sistema frenante e dallo stato dell'asfalto, risulta Δx = 40 m. In eguali condizioni quanto è lo spazio di frenata se v_0 = 36.0 m/s?

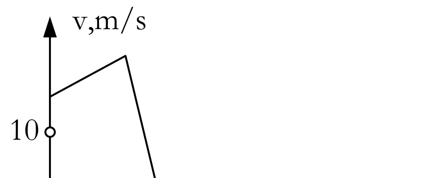
Dalla legge $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ si vede che quando v = 0 allora $v_0^2 \propto \Delta x$ (argomento discusso in classe con tutte le implicazioni sulla guida del motorino)

Dunque per la proporzionalità quadratica si ha $\Delta x' = \Delta x \frac{v_0'^2}{v_0^2} = 40\ (36/25)^2 = 83$ m

10. Quanto vale la velocità media dall'inizio del moto per il moto rappresentato in figura? Lavorare sul testo

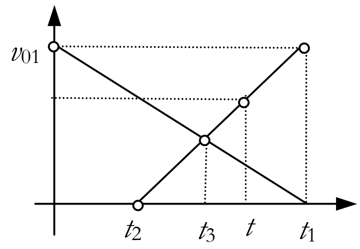
La scala dei tempi è 1 cm = 10s; quella delle velocità è 1 cm = 10 m/s. Ciò consente di leggere le coordinate dei diversi punti coinvolti. Il calcolo dell'area si riduce a valutare quelle di due trapezi e di un triangolo.

$\langle v \rangle = \frac{\text{area}}{t} = \frac{1}{60}\left(½\ (15+20)15 + ½\ 7.5 \cdot 20 - ½\ (2.5 + 1.5)15 \cdot 5\right) = 3.12$ m/s



3F PNI competenze cinematica 18 novembre 2005 rifacimento

1) In un m.u.a. si ha $v_{01} = 10.0$ m/s e la velocità si annulla per $t_1 = 15.0$ s. Un secondo m.u.a. inizia all'istante $t_2 = 4.0$ s e termina all'istante $t = t_1$ con velocità $v = v_{01}$.
   a) Tracciare i diagrammi qualitativi di $v = f(t)$ e calcolare a_1 e a_2.
   b) Scrivere le equazioni delle velocità per i due moti.
   c) Trovare l'istante t_3 in cui $v_1 = v_2$
   d) Calcolare i due spostamenti Δx_1 e Δx_2 in funzione di t
   e) Se i due moti sono partiti dallo stesso punto per quali istanti essi distano di 49.9 m?



a) $a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{0 - v_{01}}{t_1} = \dfrac{0-10}{15} = -0.667 \text{ m/s}^2$

$a_2 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{01} - v_{02}}{t_1 - t_2} = \dfrac{10 - 0}{15 - 4} = 0.909 \text{ m/s}^2$

b) si tratta di due moti uniformemente accelerati e bisogna scrivere le equazioni delle due rette già disegnate e di cui è noto il coefficiente angolare (scrivere l'equazione è come scrivere la definizione di coefficiente angolare)
$v_1 = 10.0 - 0.667\, t$ $\qquad v_2 - 0 = 0.909\,(t - 4)$

c) se $v_1 = v_2$ deve essere $10.0 - 0.667\, t = 0.909\,(t - 4)$ da cui $1.576\, t_3 = 13.6$ e infine $t_3 = 8.65$ s

d) I due spostamenti si calcolano attraverso l'area:
$\Delta x_1 = ½\,(v_{01} + v_1)\, t = ½(10.0 + 10.0 - 0.667)t = 10.0\, t - 0.335\, t^2$
$\Delta x_2 = ½\, v_2\,(t - t_2) = ½\, 0.909\,(t - 4)\,(t - 4) = 0.4545(t - 4)^2$

e) Se i due moti sono partiti dallo stesso punto la loro distanza altro non è che la differenza degli spostamenti $\Delta x_1 - \Delta x_2$
Sarà pertanto $10.0\, t - 0.335\, t^2 - 0.4545(t - 4)^2 = 49.9$ con la condizione $t < t_3$
$-0.788\, t^2 + 13.6\, t - 7.27 = 49.9$ eq $0.788t^2 - 13.6t + 57.2 = 0$
$t = \dfrac{13.6 \pm \sqrt{4.66}}{1.576} = \begin{matrix} 7.23 \text{ s} \\ 10.0 \text{ s} \end{matrix}$ La soluzione accettabile è t = 7.23 s. L'altra soluzione, visibile sul diagramma, richiederebbe di risolvere l'equazione $\Delta x_2 - \Delta x_1 = 49.9$ e darebbe il valore accettabile per $t > t_3$
Per la simmetria della figura la potremmo trovare facendo $t_3 + (t_3 - 7.23) = 10.0$ s. Riflettere sul come mai sia venuta l'altra radice della prima equazione.

2) Un insetto vola lungo l'asse x con legge $x = 3.00 + 12.5\, t - 0.29\, t^2$; contemporaneamente un vento diretto come l'asse y soffia con velocità costante $v_y = 4.70$ m/s.
Trovare la velocità rispetto a terra al tempo $t = 10.0$ s (modulo e angolo).
L'insetto si muove lungo l'asse x di m.u.a. e la sua accelerazione è tale che 1/2a = – 0.29 da cui a = – 0.58 m/s² mentre la sua velocità iniziale è 12.5 m/s
La legge che fornisce la velocità è dunque $v_x = 12.5 - 0.58t$ e al tempo t = 10.0 s avremo $v_{ia} = 12.5 - 5.8 = 6.7$ m/s. Si è indicato con $\overrightarrow{v_{ia}}$ la velocità dell'insetto rispetto all'aria
Indicata con $\overrightarrow{v_{at}}$ la velocità dell'aria rispetto a terra avremo che le due velocità (tra loro ortogonali) si sommano con legge vettoriale per dare la velocità dell'insetto rispetto a terra $\overrightarrow{v_{it}}$
$\tan \theta = \dfrac{v_{at}}{v_{ia}}$ e dunque $\theta = \arctan \dfrac{4.70}{6.70} = 35.0°$. Infine $v_{it} = 8.18$ m/s (teorema di Pitagora o uso di seno o coseno)

3) Un moto accelerato è caratterizzato dalla legge $v = 3.00\, t - 6.00\, t^2$. Quanto vale v_{max} e a quale istante $\tilde{t}$ si realizza? Ricordando il teorema di Archimede quanto vale la velocità media $\langle v \rangle$ al tempo $t \neq 0$ in cui si annulla la velocità?
Se la legge che fornisce la velocità è di tipo parabolico (con concavità verso il basso il valore massimo corrisponde alle coordinate del vertice.
Poiché la parabola taglia l'asse t per t = 0 e t = ½ il vertice avrà $\tilde{t} = ¼ = 0.25$ s mentre sarà $v_{max} = 3.00·0.25 - 6.00·0.25^2 = 0.375$ m/s
L'area compresa tra 0 e 0.5 s ci fornisce lo spostamento e può essere calcolata tramite il teorema di Archimede:
$\Delta x = \sigma = 2/3·0.5·0.375$ m. Se dividiamo per $\Delta t = 0.5$ s avremo $\langle v \rangle = 2/3·0.375 = 0.25$ m/s

4) In un modello classico di atomo l'elettrone dell'atomo di idrogeno si trova su un'orbita circolare con $r = 0.53×10^{-10}$m ed è dotato di una velocità $v = 2.2×10^6$ m/s. Determinare periodo T, velocità angolare ω e accelerazione centripeta a.

Dato il raggio e la velocità si trova immediatamente il periodo $T = \frac{2\pi r}{v} = 1.51 \cdot 10^{-16}$ s

Dal periodo si risale immediatamente alla velocità angolare $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4.15 \cdot 10^{16}$ r/s (naturalmente si può anche sfruttare $v = \omega r$)

Infine $a = \omega^2 r = 9.13 \cdot 10^{22}$ m/s²

5) In un moto circolare u.a. la velocità v cresce con legge $v = 10 + 2.5$ t. Sapendo che $r = 25.0$ m calcolare a_t e a_n al tempo $t = 3.0$ s. Quanto vale l'angolo θ formato tra il vettore velocità e il vettore accelerazione?.

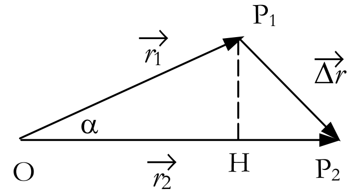
Se la velocità cresce con legge da moto uniformemente accelerato si ha subito $a_t = 2.5$ m/s²

Possiamo inoltre calcolare $v = 10 + 2.5 \cdot 3.0 = 17.5$ m/s e ciò ci permette di trovare $a_n = v^2/r = 12.25$ m/s²

Dalla conoscenza di a_t e a_n possiamo trovare l'angolo richiesto $\theta = \text{arc tan}\,\frac{a_n}{a_t} = \text{arc tan}\,\frac{12.25}{2.5} = 80.7$ °

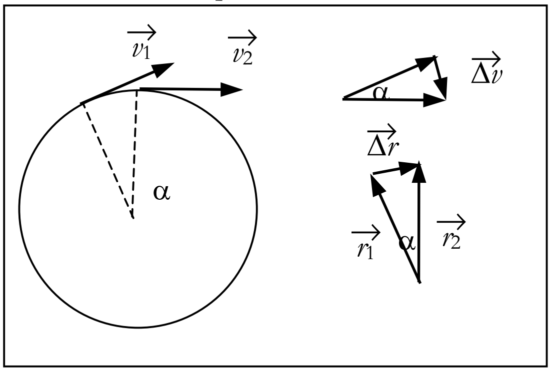
13 febbraio 2006 III B cinematica vettoriale

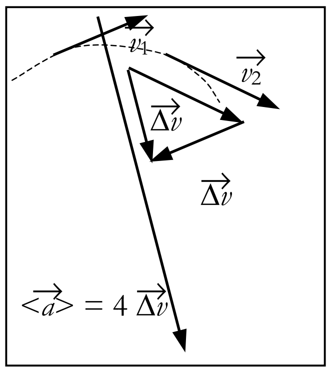
1. In un movimento sono noti i vettori posizione $\vec{r_1}$ e $\vec{r_2}$ (sono noti in particolare i due moduli e l'angolo α formato dai vettori posizione). Come si potrebbe trovare il modulo Δr del vettore spostamento $\overrightarrow{\Delta r}$? Costruire la figura ed illustrare i quattro passi del procedimento (indicare con O l'origine, con P_1 e P_2 gli estremi dei vettori posizione e con H la proiezione di P_1 su $\vec{r_2}$.



a) $\Delta r = \overline{P_1P_2}$ b) $\overline{P_1P_2}$ si trova con il teorema di Pitagora applicato al triangolo P_1HP_2 c) $\overline{HP_1} = r_1 \sin\alpha$ d) $\overline{HP_2} = r_2 - \overline{OH} = r_2 - r_1\cos\alpha$

2. La figura a destra rappresenta una traiettoria sulla quale sono stati indicati i vettori velocità $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ a due istanti t_1 e t_2 che distano di 0.25 s. Si richiede di disegnare sul testo il vettore accelerazione media (direzione verso e intensità) scrivendo due righe di spiegazione.





Si disegna il vettore $\overrightarrow{\Delta v}$ e poiché

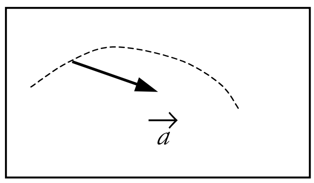
$\langle\vec{a}\rangle = \dfrac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ con $\Delta t = 0.25$ si ha $\langle\vec{a}\rangle = 4\,\overrightarrow{\Delta v}$

3. Spiegare come mai nel moto circolare uniforme rappresentato nella figura a sinistra la accelerazione istantanea $\vec{a}$ è sempre perpendicolare alla velocità istantanea $\vec{v}$. Rispondere sul proprio foglio dopo aver completato la figura presente sul testo.

La accelerazione istantanea è il valore limite di quella media quando $\Delta t \to 0$ e perciò ha la direzione e il verso di $\overrightarrow{\Delta v}$. Si osserva che i vettori velocità e posizione sono tra loro ortogonali e che i vettori velocità (poiché il moto è uniforme) formano un triangolo isoscele con angolo al vertice uguale a quello dei vettori posizione. Quando $\Delta t \to 0$ tale angolo tende a 0 e dunque i due angoli alla base tendono a 90°. Dunque $\vec{a} \parallel \overrightarrow{\delta v} \perp \vec{v} \perp \vec{r}$ e dunque $\vec{a} \parallel \vec{r}$

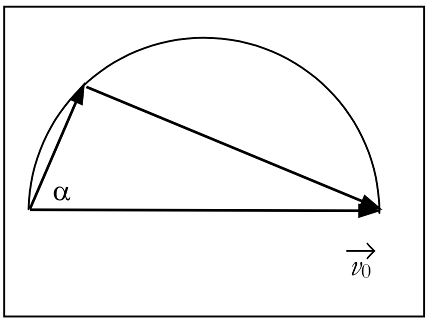
Nota bene: per la risposta bastava limitarsi alla perpendicolarità con $\vec{v}$

4. Nel movimento rappresentato in figura un punto materiale si sposta sulla traiettoria da sinistra verso destra; cosa si può dire del vettore velocità istantanea ? (rispondere sul foglio spiegando come è disposto e come sta cambiando)



La velocità è sempre perpendicolare alla traiettoria mentre la accelerazione presenta due componenti $a_n = v^2/r$ responsabile del cambiamento di direzione e $a_t = \delta v/\delta t$ responsabile dei cambiamenti di *speed*. Poiché come si vede $a_t > 0$ possiamo concludere che v sta aumentando.

5. Questa figura ha a che fare con il moto dei proiettili e con il calcolo della gittata.



a) La gittata $X = v_{0x}\, t_v$. Quanto vale il tempo di volo t_v e perché?

Il tempo di volo è pari al tempo che il proiettili impiega a raggiungere la quota massima e a scendere. Poiché i moti di salita e discesa sono perfettamente simmetrici si ha $t_v = 2\, t_s$ e t_s si trova dalla legge delle velocità imponendo che sia v = 0. Così facendo si ottiene $t_s = v_{0y}/g$ e pertanto $t_v = 2v_{0y}/g$

b) Chi sono i cateti del triangolo rettangolo in figura?

Sono le componenti orizzontale e verticale (v_{0x} e v_{0y}) del vettore velocità iniziale

c) Perché la gittata è proporzionale all'area del triangolo?

La gittata si trova da $X = v_{0x}\, t_v = \dfrac{2\, v_{0x}\, v_{0y}}{g} = \dfrac{4\sigma}{g}$ dunque la gittata è proporzionale all'area del triangolo disegnato.

d) Perché due angoli di lancio complementari producono, a parità di v_0, la stessa gittata?

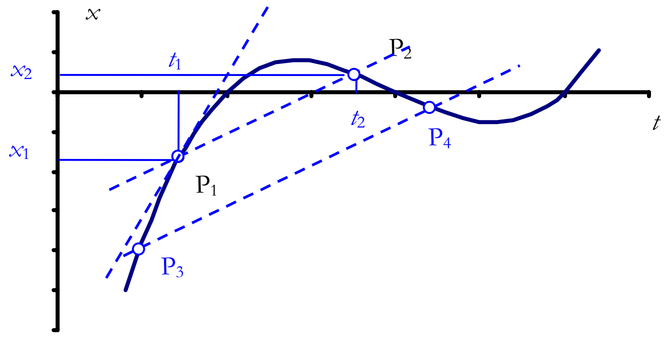
Due lanci con angolo complementare corrispondono a due triangoli congruenti e dunque poiché essi hanno la stessa area hanno anche la stessa gittata

e) Due lanci possono produrre la stessa gittata anche con angoli non complementari ma in quel caso cosa deve accadere?

Per avere la stessa gittata bisogna che v_{0x} v_{0y} abbia lo stesso valore senza che le due velocità si scambino il ruolo. Ciò si può avere, per esempio, con 2 e 3 e con 1 e 6. Nel primo caso $v_0 = \sqrt{13}$ nel secondo caso $v_0 = \sqrt{37}$ gli angoli non sono complementari (quello complementare del primo ha velocità 3 e 2), la gittata è la stessa mentre sono diversi i moduli della velocità iniziale.

III D 6 novembre 2006 Cinematica ad una dimensione

1. Con riferimento al diagramma in figura, che va completato con i simboli che rendono leggibile la trattazione svolta sul proprio foglio, a) dare la definizione di velocità media relativa all'intervallo P_1P_2, b) illustrare il suo significato geometrico, c) dare definizione e significato geometrico di velocità istantanea nel punto P_1 d) determinare un intervallo P_3P_4 per il quale si abbia lo stesso valore di velocità media



   a) $<v_{12}> =_{def} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ cioè il rapporto tra lo spostamento e l'intervallo temporale. Si misura in m/s
   b) Per definizione di inclinazione (o pendenza) di una retta si tratta della pendenza della retta passante per P_1 e P_2
   c) Si chiama velocità istantanea ad un istante qualsiasi t_1 la velocità media riferita all'intervallo temporale δt centrato intorno a t_1 e di ampiezza minima apprezzabile. Ciò consente di superare la contraddittorietà tra velocità (che richiede un intervallo) e istantaneità che si riferisce ad un punto.

      Dunque $v =_{def} \frac{\delta x}{\delta t}$ e il simbolo δ ci ricorda che stiamo parlando di intervalli elementari. La velocità istantanea è univocamente determinata perché essa rappresenta la pendenza di una opportuna retta (quella che si ottiene quando $\Delta t \rightarrow 0$, cioè la tangente) e la inclinazione della tangente è perfettamente determinabile. La retta tangente è stata disegnata sul diagramma.
   d) Per determinare P_3 e P_4 basta tracciare una retta secante il diagramma e che sia parallela alla retta P_1P_2 infatti rette parallele hanno la stessa inclinazione e dunque i due intervalli hanno la stessa velocità media.

   Nota di correzione: Le parti da completare sono indicate in blu per renderle visibili in sede di correzione. Si indicano sul diagramma i simboli che si useranno nella definizione.

   Quasi nessuno ha completato correttamente il disegno; molti non conoscono le definizioni o le espongono in maniera grossolana; diffusa la tendenza a confondere retta con inclinazione della retta e dunque ad identificare la velocità (che è un numero) con un ente geometrico.

2. In un diagramma orario qualsiasi qual è il significato fisico : a) dei punti di flesso b) della intersezione con l'asse x c) dei punti dotati della stessa ordinata d) di un punto di flesso ascendente e a tangente orizzontale.
   a) I punti di flesso sono quelli in cui si ha cambio di concavità e dunque cambia segno la accelerazione. Dal punto di vista fisico sono i punti in cui la velocità (inclinazione della retta tangente) risulta massima o minima.
   b) La intersezione con l'asse x definisce con la sua coordinata la posizione iniziale x_0.
   c) Se due punti hanno la stessa ordinata vuol dire che a due istanti diversi il punto mobile passa da una medesima posizione.
   d) Un punto di flesso ascendente e a tangente orizzontale rappresenta un punto in cui la velocità si annulla dopo essere diminuita per poi ricominciare ad aumentare.

   Nota di correzione: il significato fisico è diverso da quello matematico. Diffusa la tendenza a parlare di parabole e non di curve.

3. Perché in un diagramma orario a) non si possono avere punti con la medesima ascissa ? b) non si possono avere punti angolosi (a spigolo vivo) ?
   a) Se ciò avvenisse il punto mobile si troverebbe in due posizioni diverse allo stesso istante proprietà che viene ammessa solo per i santi.
   b) Se esistessero i punti angolosi per quei punti la velocità avrebbe due valori diversi (uno positivo e l'altro negativo) quando si tracciano la tangente a destra e a sinistra. In fisica le variazioni sono sempre continue (magari molto rapide ma continue).

4. Come si dimostra che nel m.u.a. presi due punti P_1 e P_2 si ha sempre $<v> = \frac{v_1 + v_2}{2}$?

   Nel moto uniformemente accelerato il diagramma velocità tempo è dato da una retta di equazione $v = v_0 + at$.

   La velocità media è per definizione $<v> = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ma lo spostamento Δx è sempre l'area del diagramma velocità tempo per l'intervallo considerato e in questo caso la figura è un trapezio di basi v_1 e v_2 ed altezza Δt. Dunque:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{area}}{\Delta t} = ½\frac{(v_1 + v_2)\,\Delta t}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Nota di correzione: nella dimostrazione i ragionamenti vanno esposti e motivati (definizione, area, trapezio, …)

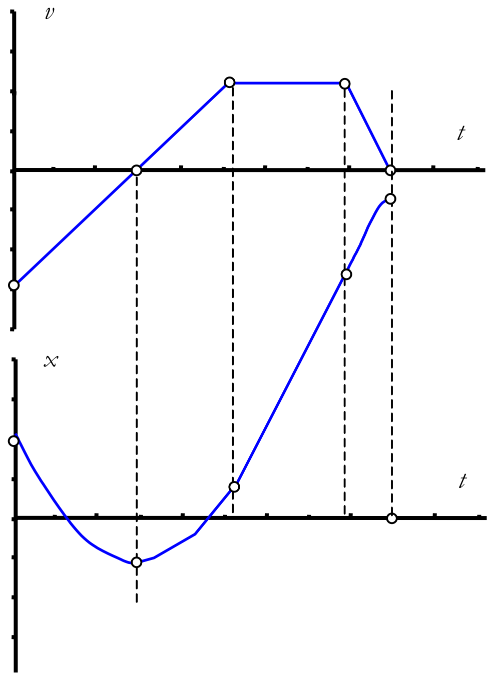
5. Scrivere e dimostrare la relazione che fornisce la legge oraria di un m.u.a. caratterizzato da posizione iniziale x_0, velocità iniziale v_0 e accelerazione a

   La relazione è $x = x_0 + v_0 t + ½\, a\, t^2$ e si ottiene calcolando lo spostamento $x - x_0$ attraverso il calcolo dell'area del diagramma velocità tempo (vedi risposta precedente).

   $x - x_0 = \text{area} = ½\,(v + v_0)\,t$

   Ma $v = v_0 + at$ nel m.u.a. e pertanto $x - x_0 = ½\,(v + v_0)\,t = = ½\,(v_0 + at + v_0)\,t = v_0 t + ½\, a\, t^2$

6. Tracciare qualitatativamente ma in maniera rispettosa dei dati il diagramma orario di un moto caratterizzato nel diagramma $v = f(t)$ da tre tratti un m.u.a. da (0,–3) a (5,2), uniforme da (5,2) a (8,2), uniformemente accelerato da (8,2) a (9,0). Il diagramma orario va disegnato sotto a quello velocità tempo (la scelta della posizione iniziale è libera).

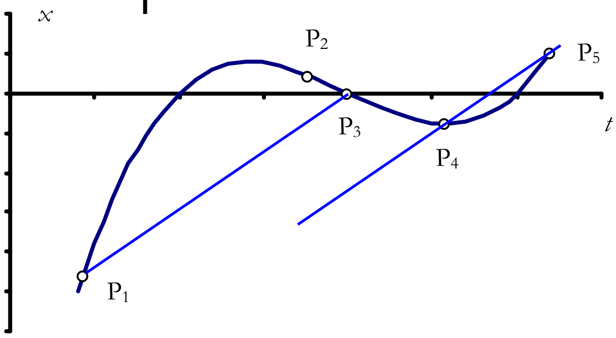
   

   Dopo aver disegnato il diagramma velocità tempo (retta con inclinazione positiva e negativa per i due moti uniformemente accelerati e retta orizzontale per il moto uniforme) si osserva l'importanza del punto (3,0) in corrispondenza del quale la prima parabola dovrà avere il vertice (tangente orizzontale = velocità nulla).

   Il diagramma richiesto è fatto da un arco di parabola con concavità verso l'alto (accelerazione positiva), velocità iniziale negativa e vertice come detto. La retta successiva deve raccordarsi alla parabola e infine si traccia un arco di parabola con accelerazione negativa e che termina nel vertice (velocità nulla).

   Nota di correzione: pasticci di tutti i generi; quasi nessuno ha individuato come cruciale il punto (3,0).

7. Ricordando che la velocità istantanea è un numero relativo scrivi in ordine di velocità crescente i nomi dei diversi punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e quindi individua (dando la relativa motivazione) le due coppie di punti per i quali le velocità medie sono grosso modo uguali.

   a) Ragionando sulla inclinazione delle tangenti si ha che la velocità minima (massimo negativo) è nel punto di flesso P_3; anche P_2 ha una velocità negativa e dunque la sequenza richiesta è $P_3P_2P_4P_5P_1$
   b) Basta tracciare le secanti per vedere immediatamente che le due rette per P_1P_3 e per P_4P_5 sono parallele e dunque i due intervalli hanno la stessa velocità media.

   Nota di correzione: grandi pasticci grafici (inutili), dimenticanza di cosa accade nel flesso, confusione tra velocità istantanea e velocità media.

8. In un moto può essere istantaneamente $x < 0$, $v > 0$ e $a < 0$. Fai un esempio che descriva uno stato fisico oppure rappresenta lo stato con un diagramma orario.

   Sì basta che se la retta è orientata verso destra il punto si trovi a sinistra dell'origine, si stia movendo verso destra e stia decelerando.

   Il corrispondente diagramma orario richiede di disegnare un arco nel IV quadrante ($x < 0$) crescente ($v > 0$) e con la concavità verso il basso (accelerazione negativa).

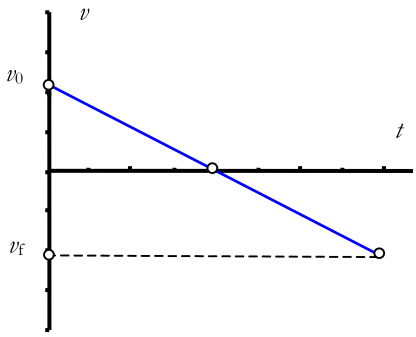
   Nota di correzione: nessuno ha descritto la situazione fisica che pure era molto semplice; molti hanno allungato il collo cercando di copiare da chi aveva capito come dovesse essere il diagramma; quasi nessuno ha fornito motivazioni del disegno spesso tracciato senza neanche nominare gli assi.

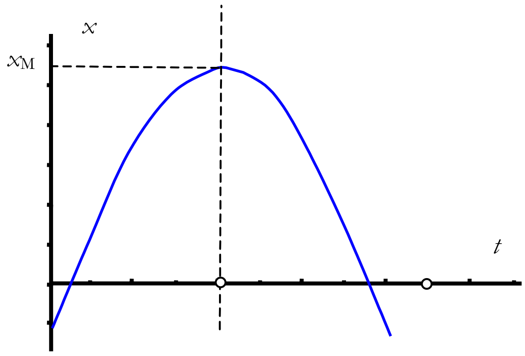
9. Il moto di caduta verticale dei corpi sotto l'azione del proprio peso è un m.u.a. Supponi di aver orientato l'asse x verso l'alto a) le velocità positive sono quelle di caduta o di ascesa? (spiega) b) l'accelerazione è positiva o negativa? (spiega) c) disegna diagramma velocità tempo e diagramma orario d) nel diagramma velocità tempo cosa si osserva spostandosi a destra e a sinistra di uno stesso intervallo di tempo per il punto in cui $v = 0$? e) qual è il significato fisico del punto precedente?

   a) Se l'asse x è orientato verso l'alto le velocità positive sono quelle con $\Delta x > 0$ e cioè quelle in salita.

b) La accelerazione di gravità è orientata verso il basso ed è dunque negativa. In salita la velocità è positiva e decresce ; in discesa è negativa e cresce in valore assoluto cioè decresce.

c) I due diagrammi presentano la ben nota simmetria e sono costituiti da una retta di coefficiente angolare negativo (la accelerazione) e da un arco di parabola con concavità verso il basso. Sono ovviamente uguali il tempo a cui la velocità taglia l'asse dei tempi e quello corrispondente al vertice della parabola.





d) Se ci si sposta si ottengono valori uguali ed opposti di velocità.

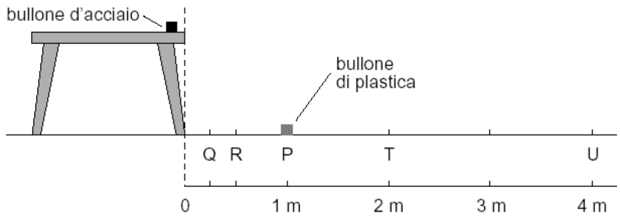
e) Ciò indica che i tempi di discesa e risalita a parità di velocità sono uguali.

Nota di correzione: molti pasticci anche nella parte iniziale di discussione dei segni, molte scopiazzature evidenti, mancata comprensione del fatto che le grandezze cinematiche sono numeri relativi, contrasti tra i due diagrammi e tra i diagrammi e il segno dichiarato per la accelerazione.

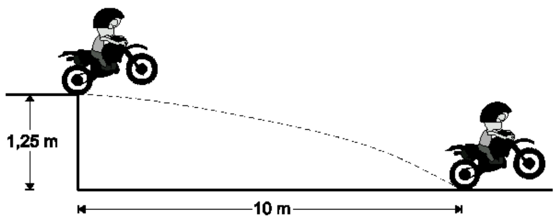
1,4				2,3				3,2		4,2	5,3	6,3		7,3		8,2	9,4					
a	b	c	d	a	b	c	d	a	b			a	b	a	b		a	b	c	d	e	

III D 15 gennaio 2007 – Vettori e moto a due dimensioni

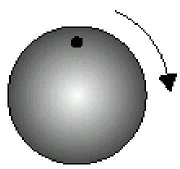
1. Due bulloni di dimensioni uguali, uno di plastica ed uno di acciaio, hanno masse l'uno metà di quella dell'altro. I bulloni vengono spinti su un tavolo, ne raggiungono il bordo con la stessa velocità e cadono a terra. Il bullone di plastica, più leggero, cade a distanza di 1 m dalla verticale che passa per il punto di caduta, nel punto P. II punto di caduta del bullone di acciaio, più pesante, si trova, rispetto alla verticale che passa per il punto di caduta



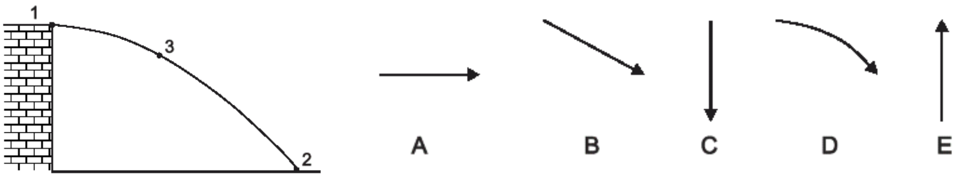
   A …a circa 25 cm, vicino al punto Q. B …a circa 50 cm, vicino al punto R.
   C a circa 1 m, vicino al punto P. D …a circa 2m, vicino al punto T.
   E …a circa 4m, vicino al punto U.
2. In una gara di motocross una concorrente salta con la moto da un dislivello di 125 cm ed arriva a 10 metri di distanza dalla base del trampolino. Se prima del salto stava viaggiando orizzontalmente e se la resistenza dell'aria può essere trascurata, quale delle seguenti velocità approssima meglio quella con cui è partita dal trampolino?



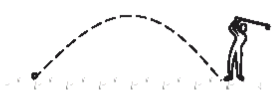
   A …5 m/s B …10 m/s C …15 m/s D …20 m/s E … 25 m/s
3. Il disco rappresentato nella figura ruota in verso orario e compie 29 giri al secondo. Viene filmato con una cinepresa che scatta 30 fotogrammi al secondo. Come apparirà nel filmato il puntino nero segnato sul disco?

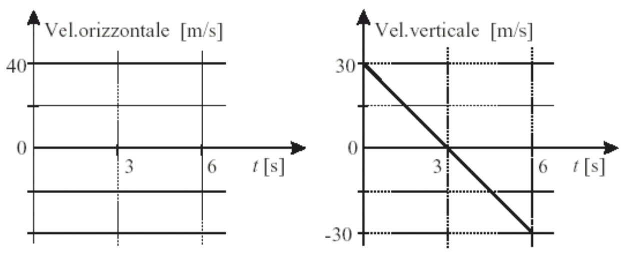


   A …Sembrerà muoversi velocemente in verso orario.
   B …Sembrerà muoversi in verso antiorario.
   C …Sembrerà muoversi in modo casuale.
   D …Sembrerà che stia fermo.
   E …Sembrerà muoversi lentamente in verso orario.
4. La figura a lato mostra la traiettoria di un oggetto che viene lanciato orizzontalmente dalla sommità di una torre. Esso raggiunge il suolo nel punto 2. Trascurando la resistenza dell'aria, quale dei vettori indicati rappresenta la velocità dell'oggetto nel punto 3?

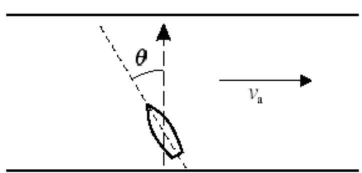


5. Ci si riferisca sempre alla figura precedente. Quale tra i vettori raffigurati rappresenta meglio l'accelerazione che l'oggetto ha nel punto 3?
6. Un giocatore di golf lancia la palla con un certo angolo rispetto all'orizzontale. La palla segue la traiettoria schematizzata nella figura e tocca terra 6 s dopo il lancio. I grafici seguenti mostrano come variano nel tempo le componenti orizzontale e verticale della velocità. Assumendo per l'accelerazione di gravità il valore di $10 ms^{-2}$ qual è il modulo della velocità con cui la palla tocca terra?





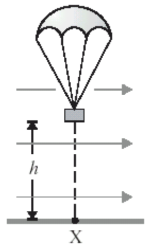
   A … 10 m/s B … 30 m/s
   C … 40 m/s D … 50 m/s
   E … 70 m/s
7. Una barca può muoversi a una velocità di 10 km/h rispetto all'acqua di un fiume, che scorre a 5 km/h. Il barcaiolo vuole attraversare il fiume perpendicolarmente alle rive, come in figura. L'angolo secondo cui deve



orientare la barca e la sua velocità rispetto al terreno saranno

A 30°, 8.7km/h B 60°, 8.7 km/h
C 30°, 11.2 km/h D 0°, 10km/h
E 60°, 11.2km/h

8. Una cassa appesa a un paracadute viene lasciata cadere da un elicottero: A un certo istante la cassa si trova sulla verticale del punto X a un'altezza *h* =120 m, come in figura. La cassa cade alla velocità verticale costante di 12 m/s mentre un vento costante la sposta lateralmente alla velocità orizzontale di 5m/s. A che distanza dal punto X cadrà la cassa?

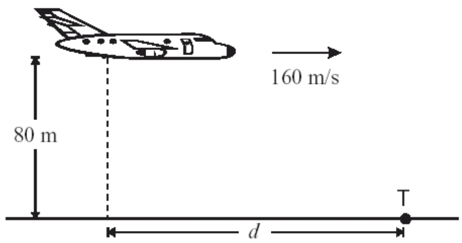


A … 24 m B … 50 m C … 60 m D … 120 m
E … 150 m

9. Un disco sta ruotando attorno a un asse passante per il suo centro e perpendicolare al suo piano. Un punto P sul disco si trova a distanza doppia dall'asse rispetto a un punto Q. A un dato istante, qual è il valore del rapporto tra la velocità di P e quella di Q?

A … 4 B … 2 C …1 D … ½ E … ¼

10. Un aereo vola orizzontalmente alla velocità di 160m/s, a 80m di altezza dal suolo, quando si trova sulla verticale di un punto a distanza d dal punto prefissato T, sgancia un contenitore. Assumendo che l'accelerazione di gravità valga 10m/s^2 e che la resistenza dell'aria sia trascurabile il contenitore cadrà esattamente nel punto T se d è:



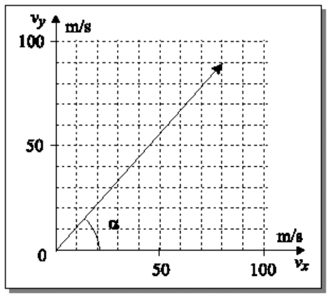
A 40 m B 160 m C 320 m
D 640 m E 2560 m

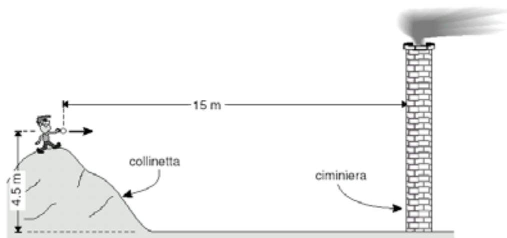
11. In un sistema di riferimento inerziale un oggetto si muove con velocità di modulo costante *v* descrivendo una traiettoria circolare di raggio *r*. La sua accelerazione è

A v^2/r, verso il centro. B v^2/r, verso l'esterno C zero
D v^2r, verso il centro. E v^2r, verso l'esterno.

12. Un proiettile è sparato in una direzione che forma un angolo α con l'orizzontale. Il diagramma seguente mostra il vettore velocità iniziale. Se la resistenza dell'aria è trascurabile e g = 10m/s^2, le componenti orizzontale e verticale v_x e v_y della velocità saranno, dopo 5 secondi, …

A ... $v_x = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
B ... $v_x = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
C ... $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
D ... $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
E ... $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 90\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

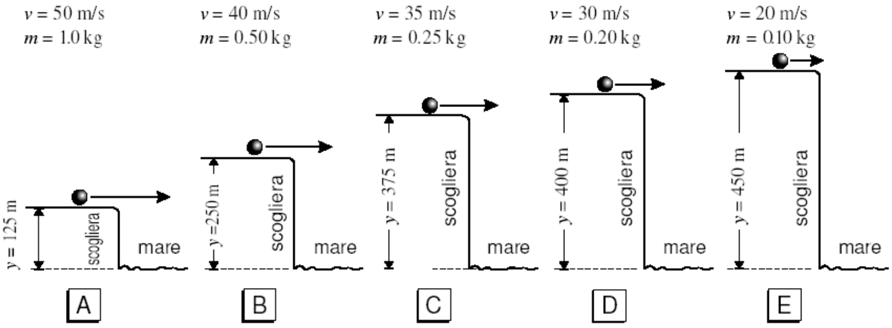




13. Uno studente, posto a 4.5m di altezza sul terreno circostante, lancia orizzontalmente una palla di neve verso una ciminiera distante 15 m. La palla di neve colpisce la ciminiera 0.65 s dopo essere stata lanciata. Trascurando la resistenza dell'aria, a quale distanza dal terreno approssimativamente la palla colpisce la ciminiera?

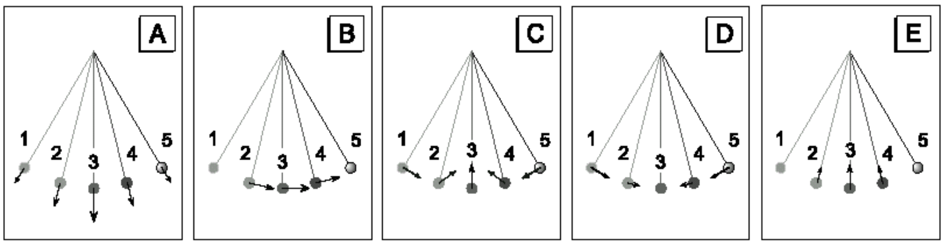
A 0m B 0.4m C 1.2m
D 2.4m E 4.5 m

14. Da cinque punti, posti a diverse altezze su una scogliera, vengono lanciate orizzontalmente verso la



superficie del mare cinque diverse palle, tutte con velocità diversa; i dati sono indicati nelle figure qui sotto. Quale palla raggiunge la superficie del mare nel minor tempo?

15. In quale delle seguenti figure è rappresentata meglio l'accelerazione della massa di un pendolo semplice che si muove dal punto 1 al punto 5?



16. Un punto materiale si muove su una traiettoria circolare di raggio R = 10 m. In un certo istante, il modulo della velocità della particella è 10 m/s, e sta aumentando al ritmo di a_t = 10 m/s². In quello stesso istante, l'angolo tra la velocità $\vec{v}$ e l'accelerazione $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ è:
A: 0 B: 45° C: 90° D: 135° E: 180°

17. Il vettore $\vec{a}$ ha come componenti ≡(–2,3). Quale di queste affermazioni è esatta?
A: $-\vec{a}$ ≡(2,3) B: $-\vec{a}$ ≡(–2,–3) C: $|\vec{a}| = a \approx 3.6$ e $\theta \approx -56°$ D: $|\vec{a}| = 5$ e $\theta \approx 124$
E: $\vec{a}$ è parallelo a $\vec{b}$ ≡(1,–3/2)

18. Sono assegnati quattro vettori come in figura. Su di essi vengono fatte le seguenti tre affermazioni:

I $|\vec{a} - \vec{b}| > |\vec{c} - \vec{d}|$ II $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{c} + \vec{d}|$ III $(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{b} - \vec{a}) = 2\vec{b}$
Quale delle seguenti terne di affermazioni è quella vera?
A: vvv B: vfv C: fvv D: fvf E: ffv

19. I due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ hanno come componenti $\vec{a}$ ≡(2,3) e $\vec{b}$ ≡(–1,2) allora si può dire che
A: $(\vec{a} + \vec{b})$ ≡(3,5) B: $\vec{a}$ è parallelo a $\vec{b}$ C: $\vec{a}$ è perpendicolare a $\vec{b}$
D: $|\vec{a} - \vec{b}| \approx 3.2$ E: $(\vec{a} - \vec{b})$ ≡(3,–5)

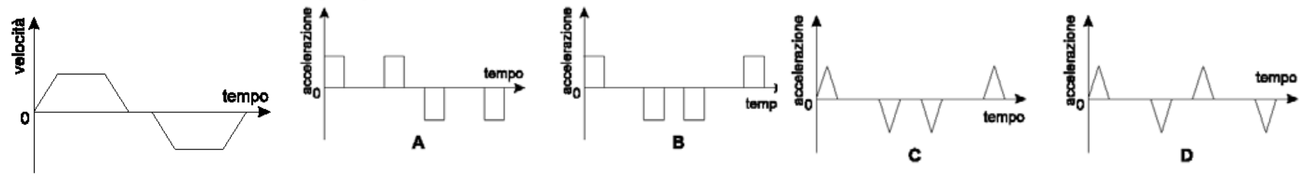
20. Si sa che $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ Quale delle seguenti affermazioni relative alla relazione è vera?
A: solo se $\vec{b} = 0$ B: solo se $\vec{a} = 0$ e $\vec{b} = 0$ C: non può mai accadere
D: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ E: Se i due vettori sono i lati consecutivi di un quadrato

1	2	3	4

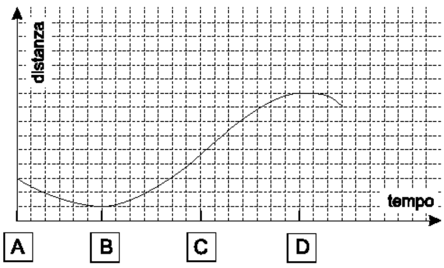
A	B	**C**	D	E	A	B	C	**D**	E	A	**B**	C	D	E	A	**B**	C	D	E
5					6					7					8				
A	B	**C**	D	E	A	B	C	**D**	E	**A**	B	C	D	E	A	**B**	C	D	E
9					10					11					12				
A	**B**	C	D	E	A	B	C	**D**	E	**A**	B	C	D	E	A	B	C	**D**	E
13					14					15					16				
A	B	C	**D**	E	**A**	B	C	D	E	A	B	**C**	D	E	A	**B**	C	D	E
17					18					19					20				
A	B	C	D	**E**	A	B	**C**	D	E	A	B	C	**D**	E	**A**	B	C	D	E

III D 15 gennaio 2007: Fisica: recupero cinematica a 1 dimensione

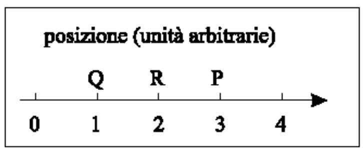
1. Un ascensore sale dal piano terra all'ultimo piano e torna indietro. Qui sotto si vede schematizzato l'andamento della velocità dell'ascensore nel tempo. Quale dei seguenti grafici mostra l'andamento dell'accelerazione dell'ascensore in funzione del tempo?

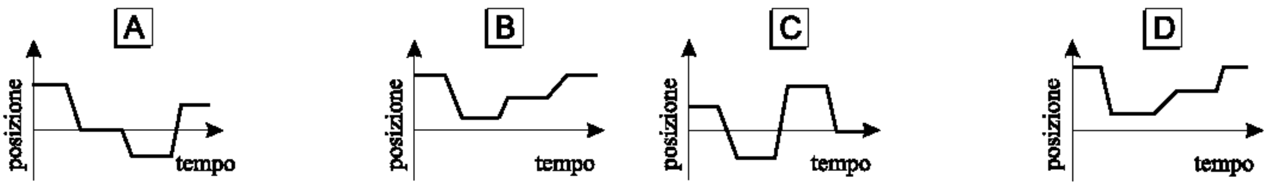


2. Un carrello si muove lungo una rotaia. Il grafico rappresenta la distanza del carrello da un traguardo posto in un punto della rotaia in funzione del tempo. In quale istante è massima la velocità del carrello?

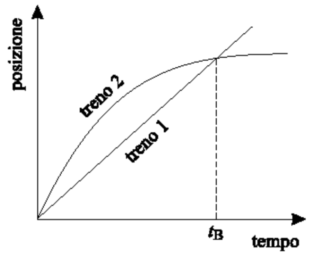


3. Gianni esce di casa e corre all'edicola per comprare la sua rivista preferita: in media, correndo, riesce a fare 120 passi al minuto. Al ritorno, sfogliando le pagine del giornale, cammina piano, a 60 passi al minuto. In tutto ha dovuto camminare per 15 minuti. Allora l'edicola dista dalla casa di Gianni
   A …180 passi B …600 passi C …900 passi D …1200 passi E …1800 passi
4. Una persona si trova inizialmente nel punto P (vedi figura). Vi sosta per un po', e quindi si muove in linea retta fino al punto Q, dove sta fermo per qualche momento. Poi corre rapidamente fino a R, vi si ferma per un po', e torna in P camminando lentamente. Quale dei seguenti grafici tempo - posizione rappresenta correttamente questa sequenza di soste e di movimenti?

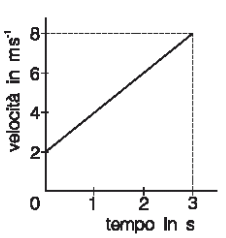




5. I grafici rappresentano le posizioni in funzione del tempo di due treni che corrono lungo binari paralleli. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
   A …Nell'istante t_B i due treni hanno la stessa velocità
   B …La velocità di entrambi i treni aumenta sempre.
   C …Il treno 2 si muove di m.u.a.
   D …In qualche istante i due treni hanno la stessa accelerazione.
   E … In un certo istante, prima di t_B, i due treni hanno la stessa velocità

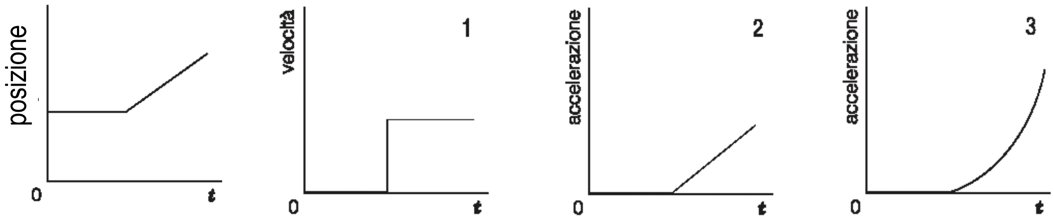


6. Una persona si sporge da un terrazzo e lancia due palle. La prima, A, viene lanciata verso l'alto, la seconda, B, verso il basso, ma ad entrambe viene impressa la stessa velocità iniziale (in modulo). Trascurando la resistenza dell'aria, quale delle due palle tocca il suolo con velocità maggiore?
   A … Raggiungono il suolo alla stessa velocità.
   B …La B perché viene "*spinta*" verso il basso.
   C …Non si può dire perché non si conosce la massa delle due palle.
   D … La A perché quando comincia a ricadere si trova ad un'altezza maggiore.
   E …Non si può dire perché non si conosce l'altezza del palazzo
7. Il grafico velocità–tempo di un oggetto che si muove con accelerazione costante è mostrato qui accanto. Qual è l'accelerazione dell'oggetto?
   A … 2m/s^2 B … 6m/s^2 C … 15m/s^2 D … 18m/s^2



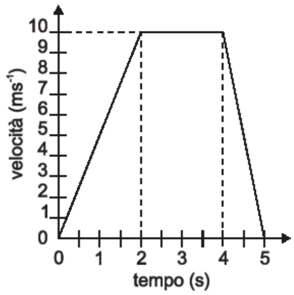
E … $24 m/s^2$

8. La posizione di un'automobile lungo una strada varia nel tempo secondo il grafico mostrato qui a fianco. I grafici seguenti mostrano, invece, possibili andamenti della velocità e dell'accelerazione dell'auto. Quali sono corretti?
A … tutti e tre
B … solo 1 e 2
C … solo 2 e 3
D … solo l'1
E … solo il 3

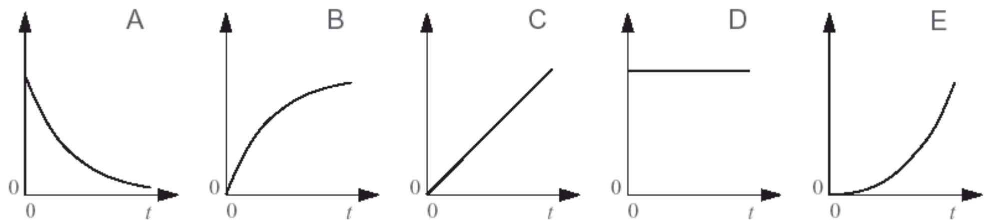


9. Un aereo percorre un tratto rettilineo di 1'200m mentre la sua velocità passa da 100m/s a 500 m/s con accelerazione costante. In quanto tempo è avvenuta la variazione di velocità? …
A …1s B …2s C …3s D …4s E …5s

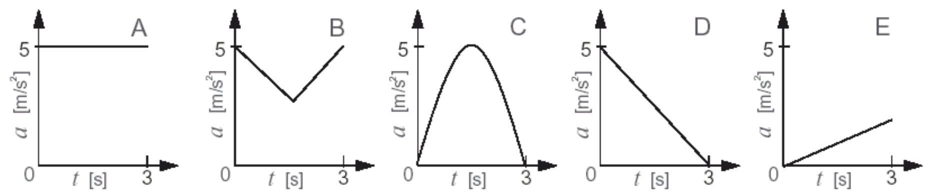
10. Il grafico mostra l'andamento della velocità in funzione del tempo per un corpo che si muove su un percorso rettilineo. La velocità media del corpo nell'intervallo di tempo mostrato è:
A …3m/s B …5m/s C …7m/s D …8m/s
E …10m/s



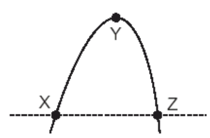
11. Un piccolo corpo rigido è fermo e viene lasciato cadere nel vuoto. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio la dipendenza dal tempo t della distanza percorsa dal corpo nella caduta?



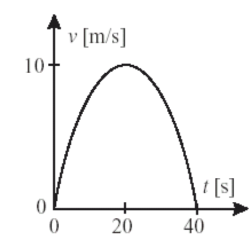
12. Un oggetto può muoversi in modo che la sua accelerazione vari nel tempo come mostrato nei cinque grafici in figura. Se al tempo $t = 0$ l'oggetto si muove a velocità v_0 in quale caso la sua velocità è minima al tempo $t = 3s$? …



13. Una palla viene lanciata in aria verso l'alto. La sua traiettoria è schematizzata qui sopra. Tra i punti X, Y e Z, indicati in figura, la velocità della palla in valore assoluto è massima (osservare che la curva è asimmetrica)
A …nel punto X B nel punto Y C nel punto Z
D nei punti X e Y E nei punti X e Z

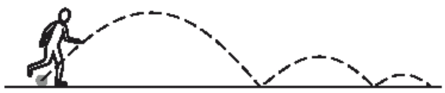


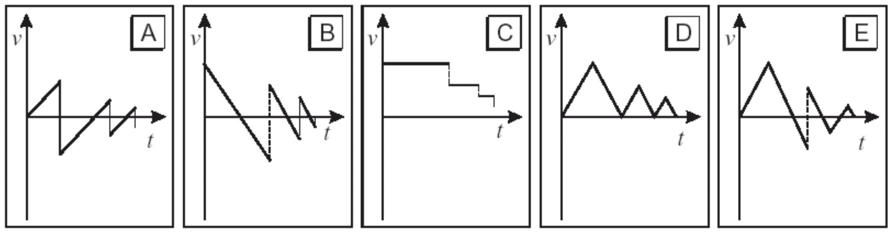
14. Il grafico velocità–tempo rappresentato in figura descrive il moto di un oggetto che percorre una traiettoria rettilinea. Quale delle seguenti affermazioni costituisce una corretta interpretazione del grafico? …
A …Durante i primi 20 secondi del moto l'oggetto accelera e percorre una distanza di 200 m.
B …L'accelerazione dell'oggetto aumenta durante i primi 20 secondi ed è massima quando la velocità vale 10 m/s.
C …L'accelerazione dell'oggetto quando t =10s è uguale all'accelerazione quando $t =$ 30s
D …L'oggetto decelera durante gli ultimi 20 secondi del moto e la decelerazione è massima in valore assoluto alla fine di questo intervallo di tempo



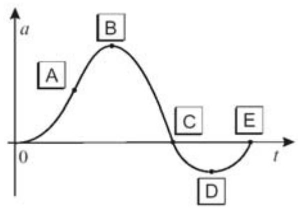
E …Il modulo della velocità dell'oggetto dopo 10 secondi è uguale al modulo della velocità dopo 30 secondi, ma il verso è opposto

15. Un calciatore colpisce la palla che rimbalza due volte al suolo prima di fermarsi al terzo rimbalzo. Quale grafico rappresenta meglio l'andamento della componente verticale della velocità della palla in funzione del tempo? …



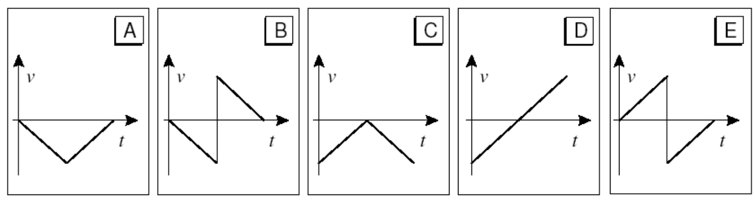


16. Una capsula spaziale sta scendendo sulla Luna alla velocità costante di 2 m/s. Quando si trova ad un'altezza di 4m dalla superficie lunare i motori vengono spenti e la capsula cade liberamente. L'accelerazione di gravita sulla superficie della Luna è 1.6 m/s². A che velocità (in m/s) la navicella toccherà il suolo lunare?
A …3.6 B …4.1 C …12.8 D …14.8 E …16.8

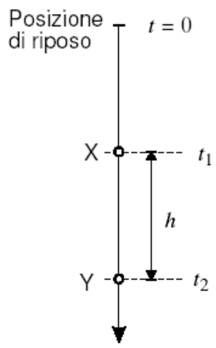


17. Una macchina viaggia lungo una strada rettilinea. Il grafico mostra come varia nel tempo la sua accelerazione dal momento in cui parte, per un certo tempo. Quale punto del grafico si riferisce al momento in cui la macchina raggiunge la massima velocità. …

18. Una palla elastica, fatta cadere da ferma verticalmente, rimbalza sul pavimento verso l'alto, ancora verticalmente. Quale dei grafici seguenti rappresenta meglio la variazione nel tempo della velocità della palla, assumendo che un valore positivo esprima una velocità diretta verso l'alto?



19. L'accelerazione di caduta libera di una sferetta d'acciaio può essere determinata misurando i tempi t_1 e t_2 negli istanti in cui la sferetta, lasciata cadere da ferma al tempo t = 0, passa nei punti X e Y mostrati in figura. L'accelerazione così determinata risulta:



A $\dfrac{2h}{(t_2-t_1)^2}$

B $\dfrac{2h}{t_2-t_1}$

C $\dfrac{h}{2(t_2-t_1)^2}$

D $\dfrac{2h}{t_2^2-t_1^2}$

E $\dfrac{h}{2(t_2^2-t_1^2)}$

20. Un automobilista percorre i primi tre quarti del tragitto del proprio viaggio ad una velocità v e la parte rimanente del tragitto ad una velocità ½ v. Qual è stata la velocità media complessiva nel viaggio?
A 0.85 v B 0.80 v C 0.75 v D 0.70 v E 0.65 v

1					2					3					4				
A	**B**	C	D	E	A	B	**C**	D	E	A	**B**	C	D	E	A	**B**	C	D	E
5					6					7					8				
A	B	C	D	**E**	**A**	B	C	D	E	**A**	B	C	D	E	A	B	C	**D**	E
9					10					11					12				
A	B	C	**D**	E	A	B	**C**	D	E	A	B	C	D	**E**	A	B	C	D	**E**
13					14					15					16				
A	B	C	D	E	A	B	C	**D**	E	A	**B**	C	D	E	A	**B**	C	D	E

17					18					19					20				
A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E

16/11/2007 2F conoscenze cinematica

1. Come si sta muovendo, lungo un asse orientato verso destra, un corpo caratterizzato da $v < 0$ e $a < 0$?
   Si muove verso sinistra mentre la velocità (negativa) cresce in valore assoluto.
2. In un moto ad una dimensione cosa sono il tempo t = 0 e la posizione iniziale?
   Il tempo t = 0 corrisponde all'inizio cella osservazione del moto; la posizione iniziale è l'ascissa misurata al tempo 0.
   Nota di correzione: non si scrive che la posizione è la posizione …
3. In un diagramma orario come è definita la velocità media $\langle v \rangle$ relativa all'intervallo temporale da t_1 a t_2; qual è il suo significato geometrico?
   $\langle v \rangle =_{def} \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ dove x_1 e x_2 sono le ascisse del punto mobile agli istanti considerati.
   I due punti del piano (x_2,t_2), (x_1,t_1) definiscono sul diagramma orario una retta il cui coefficiente angolare (o pendenza) è la velocità media. Poiché $\Delta x = \langle v \rangle \Delta t$ si può dire (dopo averla definita) che la velocità media corrisponde al valore di velocità costante che determina lo stesso spostamento nello stesso tempo.
   Nota di correzione: è la pendenza della retta, non la retta
4. Cos'è la velocità istantanea (definizione) e come mai si può calcolarla se la durata dell'intervallo temporale cui si riferisce è nulla?
   La velocità istantanea è la velocità media relativa ad un piccolo intervallo intorno all'istante considerato $v = \dfrac{\delta x}{\delta t}$. Si può calcolarla perché quando $\Delta t \to 0$ (scriviamo δt) la retta secante tende alla retta tangente e dunque la velocità istantanea si misura misurando la inclinazione della retta tangente.
5. Spiega perché l'area sottesa dal diagramma v = f(t) è lo spostamento $\Delta x = x_2 - x_1$.
   Lo spostamento Δx è la somma degli infiniti spostamenti elementari corrispondenti ad intervalli temporali infinitesimi. Ma per definizione di velocità istantanea $\delta x = v\ \delta t$ e questo prodotto corrisponde all'area elementare $\delta\sigma$ sottesa dal diagramma velocità tempo.
   Dunque $\Delta x = \sum \delta x = \sum v\ \delta t = \sum \delta\sigma$ = area
   Nota di correzione : così si è fatto a lezione e la cosa è stata motivata perché abbiamo introdotto le definizioni e proprietà in generale.
6. Perché nel m.u.a. e solo in esso la velocità media $\langle v \rangle = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$?
   Per la proprietà precedente e per la definizione $\langle v \rangle = \dfrac{\text{area}}{\Delta t}$ ma il diagramma velocità tempo è rettilineo nel m.u.a. e dunque si deve calcolare l'area di un trapezio di basi v_1 e v_2 e altezza Δt che porta al risultato richiesto.
   Nota di correzione: la velocità media corrisponde alla semisomma perché se si considera il valore $\dfrac{v_1 + v_2}{2}$ e ci si sposta rispetto ad esso verso destra e sinistra di δt ciò che si guadagna verso destra lo si perde verso sinistra e dunque il moto è equivalente ad un moto con velocità costante $\dfrac{v_1 + v_2}{2}$. Si poteva anche dire così non *un tanto al chilo* come mi è capitato di leggere*:*
7. Se è noto il diagramma v = f(t) come si può trovare la velocità media?
   Per definizione $\langle v \rangle = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ mentre lo spostamento Δx è l'area del diagramma sotteso; basta dunque tracciare una retta orizzontale che determini un rettangolo con la stessa area.
8. Si consideri un moto con legge oraria parabolica e concavità verso il basso (moto di caduta e risalita di un oggetto lungo la verticale) e si indichi con $\tilde{t}$ l'ascissa del vertice. Siano t_1 e t_2 due istanti con la stessa ordinata. Qual è il legame tra i tre istanti e qual è il significato di ciò. Come sono le velocità in t_1 e t_2. Cosa significa ciò?
   $\tilde{t}$ risulta essere il punto medio di t_1 e t_2 mentre $\tilde{x}$ rappresenta la quota massima (punto in cui il corpo è istantaneamente fermo) dunque potremo affermare che l'intervallo di salita ha la stessa durata temporale di quello di discesa e inoltre (per la simmetria) che il punto in discesa ha la stessa velocità (cambiata di segno) che in salita. In sintesi il moto di salita e di discesa sono perfettamente speculari.
9. Dimostrare che nel m.u.a. si ha $\Delta x = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$

Per definizione si ha $\Delta x = \langle v \rangle \Delta t$. Ma nel m.u.a. $\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}$ mentre per definizione di accelerazione $a = \langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ e dunque $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$

Nota di correzione: bisognava aver capito e studiato

10. Perché in un moto piano è sempre tangente alla traiettoria?

La velocità media $\langle \vec{v} \rangle$ è definita come rapporto tra il vettore spostamento $\vec{\Delta r}$ e l'intervallo temporale Δt ed ha dunque direzione e verso dello spostamento (segmento di secante lungo la traiettoria). Quando si passa a δt la secante diventa la tangente e dunque $\vec{v}$ risulta tangente alla traiettoria.

Nota di correzione: come mi aspettavo grande confusione in chi non aveva studiato le definizioni delle grandezze vettoriali tra inclinazione della retta tangente al diagramma orario (che non c'entrava nulla) e retta tangente alla traiettoria.

11. Perché in un moto circolare uniforme $\vec{a} \perp \vec{v}$?

Il vettore velocità è sempre tangente alla circonferenza (perpendicolare al raggio) e a due istanti diversi forma un triangolo isoscele di cateti $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, apertura $\delta\alpha$ e base $\delta\vec{v}$. Per determinare la direzione di $\vec{a}$ basterà riferirsi a $\delta\vec{v}$ poiché $\vec{a} = \frac{\delta\vec{v}}{\delta t}$

Quando l'intervallo temporale è infinitesimo il triangolo isoscele degenera con i due cateti coincidenti e la base ortogonale. Dunque $\vec{a} \perp \vec{v}$

Nota di correzione: non me ne faccio nulla di simboli in libertà non spiegati

12. In quale caso componendo due moti uniformemente accelerati lungo direzioni perpendicolari si ottiene come traiettoria una retta ? Sapresti dire in quel caso quanto vale il coefficiente angolare?

Bisogna che la velocità iniziale sia nulla. In quel caso le due leggi orarie risultano: $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + x_0$ e $y = \frac{1}{2} a_y t^2 + y_0$. Basta ora dividere e si ottiene $(y - y_0)/(x - x_0) = a_y/a_x$ che è l'equazione di una retta di coefficiente angolare a_y/a_x.

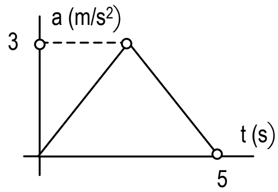
Nota di correzione: era la domanda inserita per verificare il grado di autonomia e non ha risposto nessuno.

17/11/2007 2F competenze cinematica

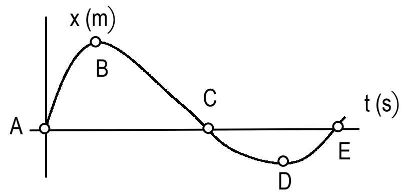
1. In un moto ad una dimensione la velocità varia nel tempo con legge $v = -2t^2 + 8t$. Si considerino le seguenti tre affermazioni
   I. v è massima per t = 2 s
   II. v si annulla per t = 4 s
   III. il moto è uniformemente accelerato
   Quale dei seguenti casi è corretto:
   |A|: sono tutte vere |B|: è vera solo la III |C|: sono vere solo le prime due
   |D|: è vera solo la I |E|: è vera solo la II

2. In un moto ad una dimensione la velocità varia nel tempo con legge $v = -3t + 5$. Si considerino le seguenti tre affermazioni
   I. v si annulla per t = 5/3 s
   II. $a = -3\ m/s^2$
   III. <v> nell'intervallo temporale tra 0 e 10 s è 0.
   Quale dei seguenti casi è corretto:
   |A|: sono tutte vere |B|: è vera solo la I |C|: sono vere solo le prime due
   |D|: è vera solo la III |E|: è vera solo la II

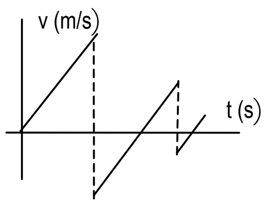
3. In un moto ad una dimensione la accelerazione varia come in figura e si sa che la velocità iniziale $v_0 = -20$ m/s. La variazione di velocità vale
   |A|: non è calcolabile |B|: 15 m/s |C|: –15 m/s
   |D|: 7.5 m/s |E|: –20 m/s



4. In un moto ad una dimensione la legge oraria ha l'andamento rappresentato in figura. Si considerino le tre seguenti affermazioni:
   I. La velocità è massima in A
   II. La velocità è minima in D
   III. La velocità media tra C ed E è negativa.
   Quale dei seguenti casi è corretto:
   |A|: sono tutte vere |B|: sono vere solo la I e la II
   |C|: è vera solo la II |D|: è vera solo la I |E|: è vera solo la III



5. In un moto ad una dimensione la velocità ha l'andamento rappresentato in figura. Si considerino le tre seguenti affermazioni:
   I. Si tratta di una pallina che parte da una certa quota e perde energia durante le fasi di rimbalzo
   II. La pallina perde energia anche durante la fase di volo
   III. Il diagramma può rappresentare anche gli urti di una palla da bigliardo contro le sponde
   Quale dei seguenti casi è corretto:
   |A|: sono tutte vere |B|: sono vere solo la I e la II
   |C|: è vera solo la I |D|: è vera solo la II |E|: è vera solo la III

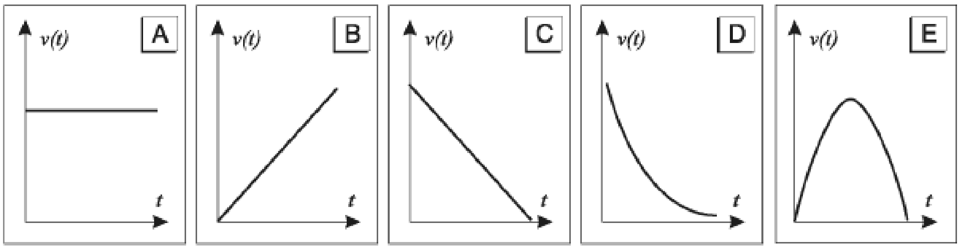


6. Un diagramma costituito da una retta passante per l'origine e di coefficiente angolare positivo può rappresentare:
   I. la legge oraria di un moto uniforme con velocità iniziale nulla
   II. la relazione tra v e r in un CD
   III. la relazione tra ω della pedaliera e ω della ruota posteriore in una bicicletta
   IV. la relazione tra velocità e velocità angolare in un moto circolare anche non uniforme
   |A|: sono tutte vere |B|: sono vere solo la I e la II
   |C|: è vera solo la II e la III |D|: è vera solo la II e la IV |E|: solo la I è errata

7. Un ragazzo getta in aria una palla, verticalmente verso l'alto. Sia T il tempo totale in cui la palla resta in aria, e H la massima altezza raggiunta, rispetto al punto di lancio. Qual è la sua altezza dopo un tempo T/4 dall'istante del lancio se la resistenza dell'aria è trascurabile?

A $\frac{1}{4}H$ B $\frac{1}{3}H$ C $\frac{1}{2}H$ D $\frac{2}{3}H$ E $\frac{3}{4}H$

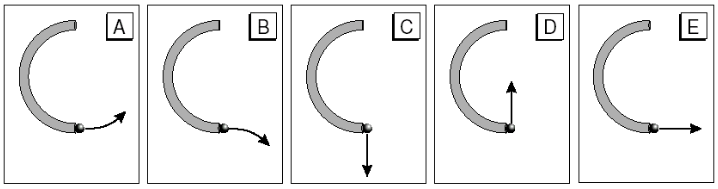
8. Quale grafico rappresenta meglio la relazione tra velocità e tempo di un oggetto lanciato verticalmente verso l'alto, stando in prossimità della superficie della Terra?



9. La velocità di un aeroplano viene raddoppiata, ma il raggio di curvatura della sua traiettoria rimane lo stesso. L'intensità della accelerazione agente sull'aeroplano risulterà …
A …dimezzata B …raddoppiata C …la quarta parte
D …quadruplicata E …uguale

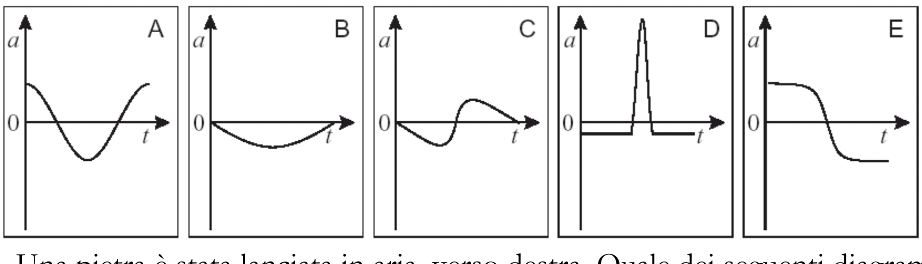
10. Se si aumenta del 20% la velocità con cui si affronta una curva senza modificare la accelerazione bisogna aumentare il raggio di curvatura
A …del 20% B …del 44% C …del 40 %
D …dello 0% E …del 14.1%

11. Una pallina rotola dentro un tubo di forma semicircolare, appoggiato per tutta la sua lunghezza sopra un tavolo orizzontale. Fra le figure seguenti, che mostrano la situazione vista dall'alto, quale rappresenta meglio il moto della pallina quando esce dal tubo?

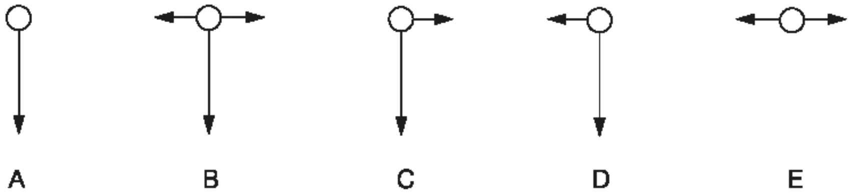


12. In un moto circolare non uniforme la velocità istantanea è di 10 m/s e il raggio di curvatura di 10 m. In quell'istante agisce una accelerazione tangenziale positiva di 5 m/s^2. Per effetto di ciò il vettore accelerazione risulta spostato rispetto al raggio
A …in avanti di 45° B … indietro di 45° C … in avanti di 0.5 radianti
D …in avanti di 27 ° E …in avanti di 30°

13. Carlo sta saltando sul tappeto elastico di un Luna Park; ogni volta che cade sul tappeto il rimbalzo lo fa ritornare in alto, al punto di partenza. Considerando un intero periodo del moto a partire dall'istante in cui Carlo si trova alla massima altezza, quale dei seguenti grafici descrive nel modo migliore l'accelerazione verticale *a* di Carlo in funzione del tempo *t* ?



14. Una pietra è stata lanciata in aria, verso destra. Quale dei seguenti diagrammi rappresenta meglio il sistema di forze agenti sulla pietra nel momento in cui passa alla massima altezza nella sua traiettoria supponendo che ci sia una forza di resistenza del mezzo non trascurabile.



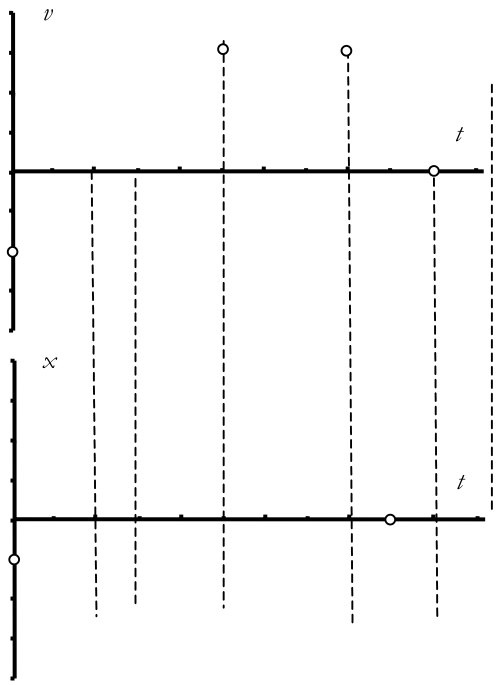
15. Per arrestare un veicolo che viaggiava a 20 m/s è stato necessario uno spazio di frenata di 50m. Se si vuole arrestare un veicolo che viaggia a 30 m/s usando la medesima accelerazione lo spazio di frenata sarà
A …75 m B … 92 m C … 112 m D …120m E …non calcolabile
16. Quando si pedala in bicicletta I le velocità periferiche della corona anteriore e di quella posteriore sono uguali II le velocità angolari dei pedali e della corona posteriore sono uguali III a parità di altre condizioni la velocità della bici non dipende dal raggio della ruota posteriore
A …Vera solo la I B … Vera solo la II C … Tutte vere D …Vera la I e la III
E …vera solo la III

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E

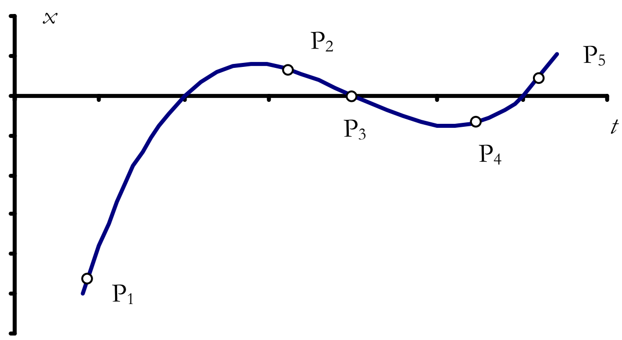
Esatte _____ Errate ______ Mancanti _______ Punti ____________ Voto ________

3A conoscenze cinematica ad 1 dimensione 21 dicembre 2007

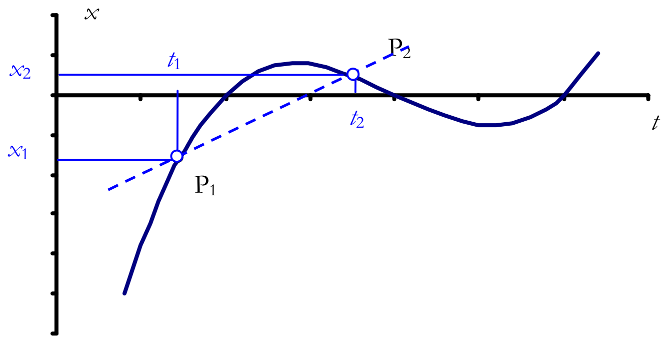
1. Perché i punti di massimo e minimo relativo e quelli di flesso sono punti importanti del diagramma orario?
2. Se è noto il diagramma velocità tempo come si può trovare la velocità media relativa ad un intervallo di tempo t_1, t_2?
3. Perché lo studio del moto, oltre che per ragioni di semplicità, inizia con i moti rettilinei?
4. Qual è il significato geometrico della velocità istantanea? Come ci si arriva?
5. Perché l'area sottesa dal diagramma v = g(t) tra due istanti t_1 e t_2 rappresenta lo spostamento Δx ?
6. Il moto di caduta e/o risalita di un corpo che parte dall'origine sotto l'azione della gravità è descritto dalla equazione $x = v_0 t - \frac{1}{2} g\, t^2$. Come è orientato l'asse x ? A che istante si raggiunge la quota massima? Se si fissa x si ha una equazione di II grado in t e dunque si possono avere due soluzioni. Cosa sono?
7. Come si dimostra che nel m.u.a. presi due punti P_1 e P_2 si ha sempre $\langle v \rangle = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$?
8. Tracciare qualitatativamente ma in maniera rispettosa dei dati il diagramma orario di un moto caratterizzato nel diagramma $v = f(t)$ da tre tratti un m.u.a. da (0,–2) a (5,3), uniforme da (5,3) a (8,3), uniformemente accelerato da (8,3) a (10,0). Il diagramma orario va disegnato sotto a quello velocità tempo (la scelta della posizione iniziale è indicata in figura)



1. Quando in un moto si ha accelerazione negativa? (rispondere supponendo che sia $\delta t > 0$)
2. Data una legge oraria, da quali grandezze dipende la velocità media?
3. Dato un moto rettilineo uniformemente accelerato scrivere le 5 relazioni principali che lo caratterizzano (simboli x, Δx, v, a, t)
4. La legge oraria di un corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 è rappresentata da una parabola con la concavità verso il basso quando l'asse x è orientato verso l'alto. Come mai?
5. Perché i punti di flesso della legge oraria sono importanti? Cosa rappresentano e perché?
6. Perché in un diagramma orario a) non si possono avere punti con la medesima ascissa ? b) non si possono avere punti angolosi (a spigolo vivo) ?
7. Come si dimostra che nel m.u.a. presi due punti P_1 e P_2 si ha sempre $\langle v \rangle = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$?
8. Ricordando che la velocità istantanea è un numero relativo scrivi in ordine di velocità crescente i nomi dei diversi punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e quindi individua (dando la relativa motivazione) le due coppie di punti per i quali le velocità medie sono grosso modo uguali.



1. Perché *velocità istantanea* è un ossimoro?
2. Dato un moto rettilineo di legge oraria x = f(t) come si definisce e a cosa corrisponde geometricamente la velocità media relativa ad un intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$?
3. In un movimento si può avere accelerazione positiva e velocità negativa? Spiega con un esempio o con un diagramma
4. La legge oraria del moto uniformemente accelerato è descritta dalla equazione $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\, t^2$. Come si arriva a questa legge?
5. Perché con riferimento alla equazione precedente l'istante corrispondente alla quota massima (o minima) è $t = -v_0/a$?
6. Dimostrare la relazione che, nel m.u.a., consente di trovare la velocità media note le velocità istantanee a due istanti t_1 e t_2.
7. Con riferimento al diagramma in figura, che va completato con i simboli che rendono leggibile la trattazione svolta sul proprio foglio, a) dare la definizione di velocità media relativa all'intervallo P_1P_2, b) illustrare il suo significato geometrico, c) dare definizione e significato geometrico di velocità istantanea nel punto P_1 d) determinare un intervallo P_3P_4 per il quale si abbia lo stesso valore di velocità media



8. Supponi che il diagramma della figura precedente rappresenti l'andamento di v in funzione del tempo. Secondo te nel tratto rappresentato il punto mobile è andato in avanti o indietro ? (spiegare)

1. Data la legge che fornisce $v = g(t)$ e considerati due istanti t_1 e t_2 come si può determinare la velocità media?
2. In quale moto e perché vale la legge $\langle v \rangle = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$?
3. Scrivi la legge che correla, nel moto uniformemente accelerato, v_1 e v_2 con lo spostamento Δx e con l'accelerazione a spiegando come ci si arriva.
4. Il moto di caduta e/o risalita di un corpo sotto l'azione della gravità è descritto dalla equazione $x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g\, t^2$. Come si trova la quota massima?
5. Spiegare perché, dato il diagramma velocità tempo, l'area da esso sottesa tra due istanti generici t_1 e t_2 rappresenta sempre lo spostamento. Quando si sommano i diversi contributi cosa si fa con le aree delle zone con ordinata negativa?
6. In un diagramma orario qualsiasi qual è il significato fisico : a) dei punti di flesso b) della intersezione con l'asse x c) dei punti dotati della stessa ordinata d) di un punto di flesso ascendente e di uno a tangente orizzontale.
7. Scrivere e dimostrare la relazione che fornisce la legge oraria di un m.u.a. caratterizzato da posizione iniziale x_0, velocità iniziale v_0 e accelerazione a
8. Il moto di caduta verticale dei corpi sotto l'azione del proprio peso è un m.u.a. Supponi di aver orientato l'asse x verso l'alto a) le velocità positive sono quelle di caduta o di ascesa? (spiega) b) l'accelerazione è positiva o negativa? (spiega) c) disegna diagramma velocità tempo e diagramma orario d) nel diagramma velocità tempo cosa si osserva spostandosi a destra e a sinistra di uno stesso intervallo di tempo per il punto in cui $v = 0$? e) qual è il significato fisico del punto precedente?