

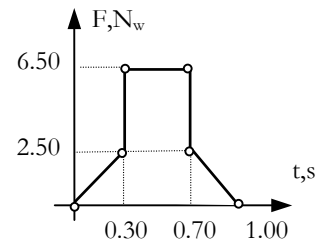
**ex 3^G 20/11/99 verifica superamento del debito**

Dare la definizione di lavoro per una forza costante  $\mathbf{F}$  applicata ad un corpo puntiforme che si sposta di  $\Delta\mathbf{r}$  in linea retta formando un angolo  $\alpha$  con la forza. Come ci si deve regolare se la forza non è costante o lo spostamento non è rettilineo?

### III F ordinamento 26/03/02: conservazione quantità di moto, energia cinetica, urto

#### COMPETENZE

1. Un corpo puntiforme di massa  $m = 2.54 \text{ kg}$  è sottoposto all'azione di una forza che agisce nella direzione del moto e il cui diagramma è rappresentato in figura. La velocità iniziale vale  $v_0 = 0.55 \text{ m/s}$ . Determinare a) l'impulso della forza b) La forza media  $\langle F \rangle$  c) La variazione di velocità  $\Delta v$  d) L'energia cinetica iniziale e finale  $\mathcal{E}_{k0}$  e  $\mathcal{E}_k$  e) Il lavoro  $\mathcal{L}$  compiuto dalla forza



a) L'impulso è pari all'area sottesa dal diagramma  $\mathcal{I} = 2 \cdot \frac{0.30 \cdot 2.50}{2} + 0.40 \cdot 6.50 = 3.35 \text{ N}\cdot\text{s}$

b) La forza media è la forza costante con lo stesso impulso pertanto  $\langle F \rangle = \frac{\mathcal{I}}{\Delta t} = \frac{3.35}{1.00} = 3.35 \text{ N}$

c) La variazione di velocità si trova dal teorema dell'impulso  $\Delta v = \frac{\mathcal{I}}{m} = \frac{3.35}{2.54} = 1.32 \text{ m/s}$

d)  $\mathcal{E}_{k0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.54 \cdot 0.55^2 = 0.384 \text{ J}$  mentre  $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (v_0 + \Delta v)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.54 \cdot (0.55 + 1.32)^2 = 4.44 \text{ J}$

e) Il lavoro è pari alla variazione di energia cinetica  $\mathcal{L} = \mathcal{E}_k - \mathcal{E}_{k0} = 4.06 \text{ J}$

#### Note dopo la correzione:

Il calcolo dell'area, che corrisponde all'impulso, va eseguito in una sola passata.

Non bisogna confondere la quantità di moto iniziale con la variazione di quantità di moto

Ricordarsi di esprimere i risultati con il corretto numero di cifre significative

2. Una forza costante e con le caratteristiche indicate in figura sposta il proprio punto di applicazione da 1 a 3 passando per il punto 2. Determinare il lavoro complessivo svolto  $\mathcal{L}$  attraverso la somma dei due lavori  $\mathcal{L}_{1 \rightarrow 2}$  e  $\mathcal{L}_{2 \rightarrow 3}$ . Dati:  $F =$

$25.5 \text{ N}$ ,  $h_2 = 3.25 \text{ m}$ ,  $h_3 = 2.48 \text{ m}$ ,  $\alpha = 39.2^\circ$

$\mathcal{L}_{1 \rightarrow 2} = F \cos \alpha h_2 = 25.5 \cdot \cos 39.2^\circ \cdot 3.25 = 64.2 \text{ J}$

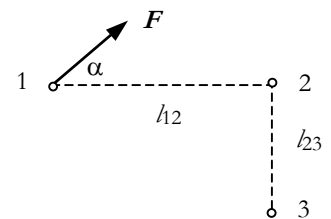
$\mathcal{L}_{2 \rightarrow 3} = F \cos(90 + \alpha) h_3 = -25.5 \cdot \sin 39.2^\circ \cdot 2.48 = -40.0 \text{ J}$

$\mathcal{L} = 64.2 - 40.0 = 24.2 \text{ J}$

#### Note dopo la correzione:

Lo scopo dell'esercizio era quello di verificare la capacità di utilizzare la definizione del lavoro e, in particolare, riconoscere il cambio di angolo  $\alpha$ , a scelta, il fatto che la proiezione nel secondo percorso si ottiene attraverso il seno cambiato di segno.

La domanda relativa al calcolo complessivo aiutava a far comprendere che nel secondo spostamento si aveva a che fare con un lavoro negativo.



#### CONOSCENZE

Quando si risponde ricordarsi di definire il contesto in cui si opera

1. Enunciare il teorema dell'impulso per moti ad 1 dimensione (compresa la definizione di impulso) relativo ad un corpo puntiforme di massa  $m$  soggetto all'azione di una forza variabile  $F$  tra gli istanti generici  $t_1$  e  $t_2$  (33 parole)

L'impulso della forza è pari alla variazione di quantità di moto del corpo. L'impulso è la somma degli impulsi elementari ciascuno dei quali vale  $F \delta t$  dove  $\delta t$  è l'intervallo elementare di tempo.

#### Note dopo la correzione:

L'impulso non è l'area ma corrisponde all'area. Nella risposta è indispensabile definire l'impulso elementare.

2. Qual è il vantaggio ad osservare il movimento delle diverse parti di un sistema isolato dal sistema di riferimento del centro di massa? (22 parole)

Il moto delle diverse parti del sistema è più semplice perché la quantità di moto complessiva è nulla ed essa resta costante.

#### Note dopo la correzione:

Nel sistema di riferimento del centro di massa la quantità di moto del sistema è nulla e dunque la descrizione più semplice va riferita al fatto che si osserva il rinculo delle diverse parti. Nella domanda si parlava sia di sistema isolato (possibilità di applicare la conservazione della quantità di moto) sia di sistema di riferimento del c.d.m. (quantità di moto nulla).

3. Cosa si intende con *forza esterna ad un sistema*? (17 parole).

E' una forza esercitata su un costituente di un sistema da corpi non facenti parte del sistema

#### Note dopo la correzione:

Non è la stessa cosa parlare di forza esercitata da...su... e di forza tra.... Solo nel primo caso ha senso parlare di forza esterna.

4. Da cosa derivano le difficoltà di analisi nello studio del moto dei razzi? (22 parole)

Dal fatto che si tratta di sistemi a massa variabile in cui gli incrementi di velocità sono associati a diminuzioni di massa.

**Note dopo la correzione:**

Le difficoltà di analisi riguardano la necessità di scrivere equazioni in cui compare  $\delta m$  e ciò comporta le difficoltà matematiche che si sono viste nel testo e a lezione.

5. Due masse puntiformi di massa  $m_1$  e  $m_2$  hanno ascisse  $x_1$  e  $x_2$  rispetto ad un asse  $x$  passante attraverso esse. Scrivere l'equazione che fornisce l'ascissa  $x_{CM}$  del centro di massa e quindi dimostrare che se l'origine del sistema di riferimento viene presa nel centro di massa si ha  $\frac{x_1}{x_2} = -\frac{m_2}{m_1}$

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \text{ Se } x_{CM} = 0 \text{ si ha } m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0 \text{ da cui } \frac{x_1}{x_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

**Note dopo la correzione:**

Lo scopo della domanda era verificare la comprensione di un testo. Cosa vuol dire che l'origine del sistema di riferimento viene presa nel centro di massa?

6. In tutti gli urti elastici ad una dimensione vale una importante proprietà riguardante le velocità relative. Quale? (20 parole)

La velocità relativa del primo corpo rispetto al secondo cambia di segno dopo l'urto senza cambiare il proprio valore assoluto.

**Note dopo la correzione:**

Primo e secondo non proiettile e bersaglio terminologia che ha senso quando un corpo è fermo e l'altro in moto. Nella domanda si parla di urti ad una dimensione ma alcuni hanno trattato dell'urto piano.

7. Perché negli acceleratori moderni si usano fasci contrapposti di particelle e non si fanno invece urti contro bersagli fissi? (39 parole)

Perché così si ha il massimo trasferimento di energia dato che la quantità di moto prima e dopo l'urto è nulla e dunque, dopo l'urto, si deve annullare anche l'energia cinetica dei frammenti di reazione che restano attaccati assieme.

**Note dopo la correzione:**

Risposte poco precise anche se la ragione era nota. Problemi di natura espressiva.

8. Due corpi della stessa massa in moto rettilineo subiscono la stessa variazione di quantità di moto. Perché è sbagliato affermare che subiscono la stessa variazione di energia cinetica? (68 parole)

Se subiscono la stessa variazione di quantità di moto subiscono la stessa variazione di velocità. Ma la variazione di energia cinetica è proporzionale alla differenza dei quadrati  $v_2^2 - v_1^2 = (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = \Delta v (v + \Delta v)$  e dunque la variazione di energia cinetica dipende sia da  $\Delta v$  sia da  $v$ . Se i due corpi avevano velocità diverse si determinano diverse variazioni di energia cinetica.

**Note dopo la correzione:**

Qualche risposta sensata ma molto particolare. Bisognava impostare la risposta tenendo conto dei dati: particelle della stessa massa che subiscono la stessa variazione di quantità di moto.

9. Dare la definizione di potenza in meccanica? (20 parole).

Data una conversione energetica corrispondente al lavoro  $\delta \mathcal{L}$  compiuto nel tempo  $\delta t$  si chiama potenza il rapporto delle due grandezze.

**Note dopo la correzione:**

Il lavoro è la misura delle variazioni energetiche.

10. Quali equazioni e perché si possono utilizzare per l'analisi di un urto totalmente elastico? (32 parole).

La conservazione della quantità di moto (perché il sistema è isolato se ci si limita ai due istanti precedenti e successivi all'urto) e la conservazione dell'energia cinetica (per definizione di urto elastico).

**Note dopo la correzione:**

Non si fa riferimento a due sole particelle; in compenso si richiede di motivare la applicazione.

11. Illustrare le 3 tappe [a) inizio 900, b) anni 50, c) fine anni 60] in cui tramite la teoria dell'urto sono state ottenute conoscenze fondamentali di fisica sub atomica. (46 parole)

a) bombardamento atomi con particelle  $\alpha$ : gli atomi hanno struttura nucleare b) bombardamento del protone con elettroni di alta energia: il protone sembra omogeneo con dimensioni di  $2 \cdot 10^{-15}$  m c) bombardamento di protoni con elettroni di altissima energia: il protone ha struttura interna (i quark).

**Note dopo la correzione:**

Nell'esperimento di Rutherford i proiettili subiscono un urto a distanza con un nucleo di massa atomica elevata e tutto ciò che si conclude è un limite superiore alle dimensioni del nucleo; in quello degli anni 50 si usano proiettili più solidi e più energetici; inoltre si bombardano protoni e si arriva a stabilirne un limite superiore per la dimensione.

12. Come cambia la II legge della dinamica per un sistema di  $n$  corpi (rispondere senza scrivere formule). (21 parole)

La risultante delle forze esterne moltiplicata per l'intervallo di tempo elementare fornisce la variazione elementare di quantità di moto del sistema.

**Note dopo la correzione:**

La seconda legge della dinamica vale anche per i sistemi a condizione di sommare le sole forze esterne (quelle interne si annullano a coppie) e di riferire il calcolo alla quantità di moto complessiva o equivalentemente alla accelerazione del centro di massa.

**Note riepilogative dopo la correzione:**

Se vengono richieste 10 risposte da 1 punto chi risponde a 7 parte da 7 punti e dunque non gli ci vuol nulla per arrivare ad un punteggio negativo

Se c'è la doppia valutazione bisogna distribuire il tempo in maniera opportuna. In questo caso (competenze di richiesta, livello e tempo ridotti) bisognava dedicare ad esse almeno 15'

## 27/4/2000 3G gravitazione e attrito

**GRAVITAZIONE**

**g1** In non più di 5 righe spiegare in che senso la legge di gravitazione di Newton sia universale nel contesto di universo noto ai tempi di Newton

**g2** In non più di 5 righe spiegare come la legge di gravitazione spieghi la accelerazione di gravità alla superficie di un pianeta di raggio  $R$  e massa  $M$ , e la variabilità della accelerazione stessa.

**g3** In non più di 10 righe spiegare i tratti essenziali del ragionamento che porta Newton ad enunciare la legge di gravitazione (quali leggi entrano in gioco?).

**g4** Dimostrare che il periodo di rotazione di un satellite in orbita a distanza  $r$  dal centro di un pianeta di massa

$M$  vale  $T = 2 \pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ . Indicata con  $h$  l'altezza dalla superficie e con  $R$  il raggio del pianeta trovare il valore di  $h$  per il quale  $T$  abbia un valore assegnato.

1 $\Rightarrow$ 3	2 $\Rightarrow$ 3	3 $\Rightarrow$ 4	4 $\Rightarrow$ 5	•	•-	•1/2	
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	---	----	------	--

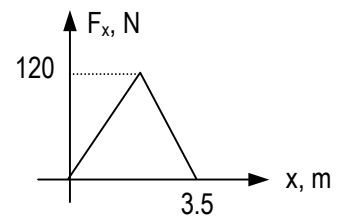
### 3F PNI leggi conservazione e gravitazione 12/2/2003

**Indicazioni generali:** attenersi ai simboli dati nel testo del problema; se si usano nuovi simboli definirli; se si usa una relazione o un teorema citarlo; prestare attenzione alle unità di misura; risultati finali sempre con 3 cifre significative, scegliere solo 2 dei 3 problemi e puntare a completare i problemi che si iniziano.

**Dati e relazioni generali:**  $V_{sf} = 4/3 \pi r^3$ ;  $\delta_{Fe} = 7.87 \text{ kg/dm}^3$ ;  $U_{el} = 1/2 k\Delta x^2$ ;  $U_{gr} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}}$ ; velocità dopo un

urto elastico lineare tra un corpo di massa  $m_1$  con velocità  $v$  e un corpo di massa  $m_2$  in quiete  $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v$  e  $v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v$

1. Un corpo di massa  $m = 2.50 \text{ kg}$  si muove lungo l'asse orizzontale  $x$  sotto l'azione della forza il cui andamento è rappresentato in figura con velocità iniziale  $v_0 = 4.50 \text{ m/s}$ . Determinare le velocità  $v_a$  e  $v_b$  con cui il corpo si muove nel punto  $x' = 10.0 \text{ m}$  nelle due seguenti ipotesi: a) non agiscono forze d'attrito b) agisce una forza d'attrito dinamico lungo tutto il percorso con coefficiente  $\mu = 0.4$ . (indicare con  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{L}'$ ,  $\mathcal{L}''$ ,  $\mathcal{E}_{k0}$  ed  $\mathcal{E}_k$  il lavoro della risultante, quello della forza impressa, quello della forza d'attrito e le energie cinetiche iniziali e finali).



a)  $\mathcal{L}' = \sum \delta \mathcal{L} = \sum F_x \delta x = \text{area} = 1/2 \cdot 3.5 \cdot 120 = 210 \text{ J}$   
 $\mathcal{E}_{k0} = 1/2 m v_0^2 = 1/2 \cdot 2.50 \cdot 4.50^2 = 25.3 \text{ J}$

In assenza di forze d'attrito si ha  $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$  perché le altre forze applicate (forza peso e reazione vincolare che si fanno equilibrio) non compiono lavoro e dunque, applicando il teorema della energia cinetica avremo che:

$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_{ka} - \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow \mathcal{E}_{ka} = 1/2 m v_a^2 = \mathcal{L} + \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow v_a = \sqrt{\frac{2(\mathcal{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (210 + 25.3)}{2.50}} = 13.7 \text{ m/s}$$

**Note di correzione:** non c'è alcun bisogno di spezzare il calcolo a pezzi; la posizione iniziale è  $x = 0$  e quella finale  $x = 10.0 \text{ m}$ . Quasi nessuno ha scritto che  $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$  il che è essenziale per la corretta applicazione del teorema della energia cinetica; in pochi si sono ricordati del peso e della reazione vincolare; non servivano considerazioni a pezzi (da 0 a 3.5 e poi da 3.5 a 10 osservano che si ha morto per inerzia): l'uso corretto del teorema dell'energia cinetica consente un procedere più spedito e del tutto generale.

b) In presenza della forza d'attrito si tratterà di conteggiare nel lavoro della risultante anche il lavoro compiuto dalla forza d'attrito.

Essa vale:  $F_a = \mu N = \mu m g = 0.4 \cdot 2.50 \cdot 9.81 = 9.81 \text{ N}$

$\mathcal{L}'' = F_{ax} x' = -F_a x' = -9.81 \cdot 10.0 = -98.1 \text{ J}$

In questo caso  $\mathcal{L} = \mathcal{L}' + \mathcal{L}'' = 210 - 98.1 = 112 \text{ J}$

$$\mathcal{E}_{kb} = 1/2 m v_b^2 = \mathcal{L} + \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow v_b = \sqrt{\frac{2(\mathcal{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (112 + 25.3)}{2.50}} = 10.5 \text{ m/s}$$

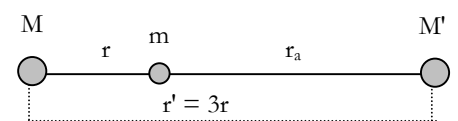
**Note di correzione:** con  $F_a$  si intende il modulo della forza d'attrito, quella negativa è  $F_{ax}$  cioè la componente della forza d'attrito nel verso dello spostamento. La indicazione data nel testo a lavorare con  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{L}'$  e  $\mathcal{L}''$  serviva ad utilizzare correttamente il teorema della energia cinetica.

2. E' dato un sistema formato da un pianeta di massa  $M$  e da un corpo di massa  $m$  posto a distanza  $r$  da esso. Scrivere simbolicamente e poi calcolare il rapporto  $\epsilon$  tra l'incremento di energia potenziale dovuta alla presenza di un secondo pianeta di massa  $M'$  a distanza  $r'$  dal primo pianeta e l'energia potenziale originaria nei due casi a) in cui i 3 corpi siano allineati e si seguano nell'ordine  $MmM'$  b) in cui l'angolo  $mMM'$  sia  $\alpha$ . Dati numerici  $r' = 3r$ ,  $M' = 2.5M$ ,  $\alpha = 47.5^\circ$ . Si consiglia di indicare con  $r_a$  e  $r_b$  le distanze tra  $m$  e  $M'$  nei due casi.

a) La situazione è illustrata dalla immagine qui a lato da cui si osserva che  
 $r_a = r' - r = 2r$   $U'_a = -G \frac{M' m}{r_a}$  mentre  $U = -G \frac{M m}{r}$

La energia potenziale del corpo di massa  $m$  passa da  $U$  a  $U + U'$  e l'incremento è dato da  $U'$ .

Pertanto  $\epsilon_a = \frac{U'_a}{U} = \frac{M'}{r_a} \cdot \frac{r}{M} = \frac{M'}{M} \cdot \frac{r}{r_a} = \frac{2.5}{2} = 1.25$

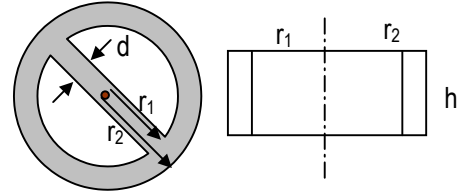


**Note di correzione:** le energie potenziali si intendevano riferite al corpo di massa  $m$  e non all'intero sistema (il che avrebbe comportato di esaminare anche la interazione tra  $M$  e  $M'$ ). Il calcolo simbolico richiedeva di scrivere il risultato generale  $\epsilon_a = \frac{M'}{M} \cdot \frac{r}{r_a}$  che poteva poi essere utilizzato anche per il caso b nel quale cambiava solo il valore di  $r_b$ .



### 3F PNI leggi conservazione corpi rigidi e gravitazione 13/3/2003

1. Una coppia di forze di modulo  $F = 2.50 \text{ N}$  e braccio  $b = 0.480 \text{ m}$  agisce su un volano di ferro del tipo indicato in figura e rappresentato in vista dall'alto e di fianco. Dati:  $\delta_{Fe} = 7.85 \text{ kg/dm}^3$ ,  $r_1 = 0.240 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.580 \text{ m}$ ,  $d = 0.120 \text{ m}$ ,  $h = 5.00 \text{ cm}$ .



- a) Determinare per somma il momento di inerzia del corpo essendo noti quello dell'anello  $I_a = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$  e quello della sbarra di lunghezza  $l$ :  $I_l = \frac{1}{12} m l^2$ . Si consiglia di calcolare preventivamente le masse  $m_a$  e  $m_s$  dei due componenti il volano.

La sbarra corrisponde ad un prisma a base rettangolare di lati  $d$  e  $h$  ed altezza  $2r_1$  si ha pertanto esprimendo tutte le lunghezze in dm)

$$m_s = \delta_{Fe} 2r_1 d h = 7.85 \cdot 2 \cdot 2.40 \cdot 1.20 \cdot 0.500 = 22.6 \text{ kg}$$

L'anello ha una massa determinabile attraverso la differenza delle masse dei due cilindri di raggio  $r_1$  ed  $r_2$ :

$$m_a = \delta_{Fe} \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) h = 7.85 \cdot \pi \cdot (5.80^2 - 2.40^2) \cdot 0.500 = 343.8 \text{ kg}$$

I due momenti di inerzia si trovano utilizzando le due relazioni fornite:

$$I_a = \frac{1}{2} m_a (r_1^2 + r_2^2) = 67.7 \text{ kg m}^2 \quad I_s = \frac{1}{12} m_s (2r_1)^2 = 0.434 \text{ kg m}^2$$

$$I = I_a + I_s = 68.1 \text{ kg m}^2$$

**Note di correzione:** mancato adattamento delle relazioni, mancato adattamento delle unità di misura, mancato controllo di sensatezza dei valori numerici trovati

- b) Determinare la accelerazione angolare  $\dot{\omega}$  ed utilizzarla per calcolare dopo quanto tempo il corpo raggiunge una energia cinetica  $\mathcal{E}_k = 1390 \text{ J}$  partendo dalla quiete.

Usando la II legge della dinamica relativa al moto di rotazione dei corpi rigidi si ha:  $M = I \dot{\omega}$ ; calcoliamo il momento  $M$  della coppia di forze  $M = F b = 2.50 \cdot 0.480 = 1.20 \text{ N m}$

$$\text{e tramite } M \text{ la accelerazione angolare } \dot{\omega} = \frac{M}{I} = \frac{1.20}{68.1} = 0.0176 \text{ rad/s}^2$$

Poiché  $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \omega^2 I$  è possibile determinare il valore di  $\omega$  corrispondente alla energia cinetica data:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \mathcal{E}_k}{I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1390}{68.1}} = 6.39 \text{ rad/s}$$

Poiché il corpo accelera con accelerazione angolare costante a partire dalla quiete si ha  $\omega = \omega_0 + \dot{\omega} t = \dot{\omega} t$  e pertanto

$$t = \frac{\omega}{\dot{\omega}} = \frac{6.39}{0.0176} = 363 \text{ s.}$$

**Nota di correzione:** il momento di una coppia di forze non dipende dall'asse di rotazione e vale sempre  $F b$ ; l'unità di misura della accelerazione angolare è  $\text{rad/s}^2$

2. La terra ha una massa  $m_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  e un raggio medio  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

- a) Determinare il suo momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione (passante per il centro) ricordando che

il momento di inerzia della sfera vale  $\frac{2m r^2}{5}$

$$I = \frac{2m_T R_T^2}{5} = \frac{2 \cdot 5.98 \cdot 10^{24} \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2}{5} = 9.71 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$$

- b) Calcolare la energia cinetica della terra rispetto al suo moto di rotazione  $\mathcal{E}_{kr}$

Per calcolare la energia cinetica di rotazione dobbiamo esprimere la velocità angolare attraverso il periodo:

$$\mathcal{E}_{kr} = \frac{1}{2} \omega^2 I = \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{T^2} I = \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{(24 \cdot 3600)^2} 9.71 \cdot 10^{37} = 2.57 \cdot 10^{29} \text{ J}$$

**Nota di correzione:** non è necessario il calcolo preventivo di  $\omega$

- c) Confrontare il valore trovato con quello  $\mathcal{E}_{kt}$  dovuto al moto traslazionale della terra nella rivoluzione intorno al sole (si ricorda che la unità astronomica  $R_{TS} = 1.50 \cdot 10^{11} \text{ m}$ )

nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole la Terra è assimilabile ad un punto materiale e dunque se indichiamo con  $v$  la velocità periferica e con  $T_r$  il periodo pari ad 1 anno espresso in s avremo:

$$\mathcal{E}_{kt} = \frac{1}{2} m_T v^2 = \frac{1}{2} m_T \left( \frac{2\pi R_{TS}}{T_r} \right)^2 = 2 \cdot 5.98 \cdot 10^{24} \cdot \left( \frac{\pi \cdot 1.50 \cdot 10^{11}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \right)^2 = 2.67 \cdot 10^{33} \text{ J}$$



$$\text{Dunque: } \frac{\mathcal{E}_{kt}}{\mathcal{E}_{kr}} = \frac{2.67 \cdot 10^{33}}{2.57 \cdot 10^{29}} = 1.04 \cdot 10^4$$

3. Il Sole ruota su se stesso con un periodo  $T = 25.38$  giorni, una massa  $m_S = 1.99 \cdot 10^{30}$  kg e un raggio  $R_S = 6.96 \cdot 10^8$  m. Ipotizziamo che il Sole giunto al termine del suo ciclo di vita si contragga sino a trasformarsi in una stella di neutroni.

- a) Determinare la densità della materia nucleare  $\delta_n$  sapendo che  $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$  kg e che i nucleoni abbiano le dimensioni di 1 Fermi =  $10^{-15}$  m

Possiamo ipotizzare che i neutroni occupino uno spazio pari al volume di un cubo delle dimensioni di un Fermi e pertanto:

$$\delta_n = \frac{m_n}{d^3} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27}}{10^{-45}} = 1.67 \cdot 10^{18} \text{ kg/m}^3. \text{ Il risultato non muta in maniera sensibile se si assumono configurazioni sferiche e si tratta comunque di una stima di massima.}$$

- b) Utilizzare il risultato trovato per determinare il raggio  $R_n$  della stella di neutroni

$$\text{La stella di neutroni occuperà un volume sferico tale } m_S = \frac{4}{3} \pi R_n^3 \delta_n \text{ e dunque } R_n = \sqrt[3]{\frac{3m_S}{4\pi\delta_n}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}{4\pi \cdot 1.67 \cdot 10^{18}}} = 6.58 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- c) Calcolare il momento di inerzia del Sole  $I_S$  e attraverso una semplice proporzione determinare quello della stella di neutroni  $I_n$

$$I_S = \frac{2m_S R_S^2}{5} = \frac{2 \cdot 1.99 \cdot 10^{30} \cdot (6.96 \cdot 10^8)^2}{5} = 3.86 \cdot 10^{47} \text{ kg m}^2$$

Poiché, a parità di massa il momento di inerzia è proporzionale al quadrato del raggio si avrà:

$$I_n = I_S \frac{R_n^2}{R_S^2} = 3.86 \cdot 10^{47} \left( \frac{6.58 \cdot 10^3}{6.96 \cdot 10^8} \right)^2 = 3.45 \cdot 10^{37} \text{ kg m}^2$$

- d) Scrivere, in base alla conservazione del momento angolare la relazione tra  $T_S$  e  $T_n$  e determinare  $T_n$   
Il momento angolare si conserva perché è nullo il momento delle forze esterne e dunque  $I \omega = \text{costante}$  ma  $\omega$  è inversamente proporzionale a  $T$  e pertanto  $T$  risulta proporzionale al momento di inerzia. Si ha così:

$$T_n = T_S \frac{I_n}{I_S} = 25.38 \frac{3.45 \cdot 10^{37}}{3.86 \cdot 10^{47}} = 2.27 \cdot 10^{-9} \text{ giorni} = 2.27 \cdot 10^{-9} \cdot 3600 \cdot 24 = 1.96 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

- e) Determinare la velocità periferica degli strati esterni della stella di neutroni.

La velocità periferica della stella di neutroni risulta pari a  $v = \frac{2\pi R_n}{T_n} = \frac{2\pi \cdot 6.58 \cdot 10^3}{1.96 \cdot 10^{-4}} = 2.11 \cdot 10^8$  m/s cioè circa 2/3 della velocità della luce.

## 3F PNI 9/4/2003 verifica finale corso recupero

Un pendolo è costituito da una sbarra cilindrica di rame di raggio  $r = 1.25$  cm e lunghezza  $l = 75$  cm incernierata ad un estremo e da una sfera di ghisa con raggio  $R = 5.8$  cm nell'altro estremo. Determinare:

- le masse  $M_{sb}$  e  $M_{sf}$  della sbarra e della sfera.
- il momento di inerzia della sbarra rispetto al centro di massa  $I_{sb}$  e rispetto ad un estremo  $I'_{sb}$
- il momento di inerzia della sfera rispetto al punto di cerniera  $I_{sf}$  (attenzione: riflettere sul tipo di moto della sfera e sulla distanza del suo centro di massa dal punto di cerniera; indicarla con  $l'$  nel prosieguo del problema).
- dopo aver verificato che il momento di inerzia  $I$  del pendolo risulta pari a  $4.59$  kg m<sup>2</sup> determinare la variazione di energia potenziale  $\Delta U$  del pendolo nel passare dalla posizione verticale a quella obliqua con angolo  $\alpha = 35^\circ$  rispetto alla verticale. Si tratta di calcolare le variazioni di quota del centro di massa della sfera e del centro di massa della sbarra.
- Se al tempo  $t = 0$  la sfera acquista per effetto di un urto la velocità  $v = 2.55$  m/s quanto vale la energia cinetica del pendolo  $\mathcal{E}'_k$  nella configurazione descritta dall'angolo  $\alpha$ ?
- In tale caso quanto vale la velocità angolare  $\omega'$  del pendolo?

$\delta_{Cu} = 8.92$  kg/dm<sup>3</sup>;  $\delta_{gh} = 7.45$  kg/dm<sup>3</sup>; momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $b$  rispetto al baricentro  $I = 1/12$  m b<sup>2</sup>

calcolo delle masse	
calcolo $I'_{sb}$	
calcolo $I_{sf}$	
calcolo di $\Delta U$ sfera	
calcolo di $\Delta U$ sbarra	
$\mathcal{E}'_k$	
$\omega'$	
valutazione di insieme	

$$a) \quad M_{sb} = \pi r^2 l \delta_{Cu} = \pi (1.25 \cdot 10^{-1})^2 7.5 \cdot 8.92 = 3.28 \text{ kg}$$

$$M_{sf} = \frac{4}{3} \pi R^3 \delta_g = \frac{4}{3} \pi \cdot 0.58^3 \cdot 7.45 = 6.09 \text{ kg}$$

**Nota di correzione:** poiché le densità sono espresse in kg/dm<sup>3</sup> conviene esprimere tutte le lunghezze in dm e poi svolgere il conto in una unica passata con la calcolatrice.

$$b) \quad I_{sb} = \frac{1}{12} m_{sb} l^2 = \frac{1}{12} 3.28 \cdot 0.75 = 0.154 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

applicando il teorema di Steiner si ha che:

$$I'_{sb} = I_{sb} + m_{sb} (\frac{1}{2} l)^2 = 0.615 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

**Nota di correzione:** la distanza del punto di cerniera dal centro di massa è  $\frac{1}{2} l$

- La sfera in rotazione intorno all'estremo della sbarra equivale ad una massa puntiforme che ruota intorno ad un asse distante  $l' = l + R = 0.808$  m. Pertanto:

$$I_{sf} = M_{sf} l'^2 = 6.09 \cdot 0.808^2 = 3.976 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

**Nota di correzione:** si è conservato il numero di cifre significative necessario ad ottimizzare il calcolo del momento di inerzia complessivo

$$d) \quad I = I'_{sb} + I_{sf} = 4.59 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

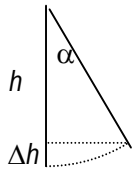
Le variazioni di energia potenziale sono pari a  $mg\Delta h$  e sono in entrambi i casi positive (quando il pendolo si sposta di  $\alpha$  dalla verticale i due centri di massa della sbarra e della sfera si alzano). A tali aumenti di energia potenziale corrisponderà una diminuzione di energia cinetica in base al teorema di conservazione dell'energia.

Le due variazioni di energia potenziale possono essere calcolate separatamente attraverso le variazioni di quota che valgono in entrambi i casi  $h - h \cos \alpha$  dove  $h$  rappresenta la quota del centro di massa pari a  $\frac{1}{2}l$  per la sbarra e  $l'$  per la sfera.

$$\Delta U_{sb} = M_{sb} g \frac{1}{2} l (1 - \cos \alpha) = 3.28 \cdot 9.81 \cdot 0.375 \cdot (1 - \cos 35^\circ) = 2.18 \text{ J}$$

$$\Delta U_{sf} = M_{sf} g l' (1 - \cos \alpha) = 6.09 \cdot 9.81 \cdot 0.818 \cdot (1 - \cos 35^\circ) = 8.73 \text{ J}$$

L'energia potenziale cambia di  $\Delta U = 2.18 + 8.73 = 10.9 \text{ J}$



- e) La energia cinetica iniziale è calcolabile determinando la velocità angolare iniziale e sfruttando poi il momento di inerzia calcolato preventivamente:

$$\omega_0 = \frac{v}{l'} = \frac{2.55}{0.818} = 3.16 \text{ rad/s}$$

$$\mathcal{E}_{k0} = \frac{1}{2} \omega^2 I = \frac{1}{2} 3.16^2 \cdot 4.59 = 22.9 \text{ J}$$

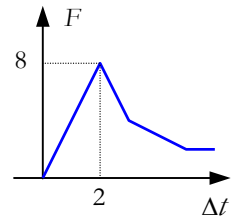
Poiché l'energia si conserva la variazione di energia cinetica è uguale ed opposta a quella di energia potenziale pertanto:

$$\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_{k0} - \Delta U = 22.9 - 10.9 = 12.0 \text{ J}$$

$$\text{Ma } \mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \omega'^2 I \text{ e pertanto: } \omega' = \sqrt{\frac{2 \mathcal{E}_k}{I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12.0}{4.59}} = 2.29 \text{ rad/s}$$

3F 26/02/04 test su capitoli 10/11/12

- Ricerca di vero a) Due forze variabili di tipo impulsivo dotate dello *stesso valore medio* determinano gli *stessi effetti* b) Due forze impulsive dotate dello *stesso valore medio* determinano la *stessa variazione di quantità di moto* c) Due forze impulsive dotate dello *stesso impulso* determinano la *stessa accelerazione* d) Una forza costante di 2.00 N che agisce su un corpo di 2.00 kg determina un impulso di 4.00 N kg.
- Ricerca di vero: a) L'impulso di una forza variabile è pari alla somma degli impulsi elementari; b) L'impulso di una forza variabile è pari all'area del diagramma quantità di moto - tempo; c) Due forze della stessa durata e dello stesso impulso di cui la prima è costante e la seconda variabile hanno lo stesso valore massimo; d) Quando la quantità di moto passa da un valore positivo a zero la forza corrispondente non può essere costante.
- Ricerca di vero: la forza media riferita all'intervallo tra 1 e 4 s vale: a) 5.17 N; b) 3.67 N; c) 7.0 N; d) 6.29 N.

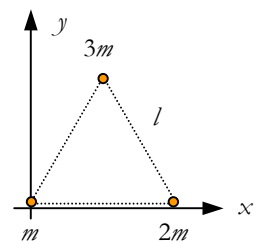


- Ricerca di vero: dato un sistema fisico a) la legge  $R_c = \frac{\delta p}{\delta t}$  vale solo se il sistema è isolato b) la quantità di moto del sistema è influenzata solo dalle forze esterne c) nello studiare la quantità di moto non si considerano le forze interne perché la presenza di forze esterne ne rende trascurabili gli effetti d) nel dedurre la legge

$$R_c = \frac{\delta p}{\delta t}$$

si sfrutta in maniera fondamentale la III legge della dinamica.

- La quantità di moto di un sistema di 3 particelle di massa  $m$  dotate di modulo di velocità  $v$  e sfasate tra loro di  $120^\circ$  in unità del SI vale: a)  $3\sqrt{3} mv$  b) dipende dal valore di  $m$  e di  $v$  c) 0 d)  $3\sqrt{3} / 2 mv$
- Ricerca di vero. Si consideri il rinculo su di un piano orizzontale tra due masse  $m_1$  e  $m_2$  inizialmente in quiete che dopo aver percorso spazi  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$  si arrestano a) Gli spazi percorsi da ogni massa sono *direttamente proporzionali alla radice della massa* b) Gli spazi percorsi *dipendono dal coefficiente d'attrito* c) Il *rapporto degli spazi percorsi è uguale al rapporto delle masse* d) Il rapporto degli spazi percorsi *varia al variare del coefficiente d'attrito*.
- Ricerca di falso. Moto a reazione: si indicano con  $v_{gr}$  la velocità dei gas rispetto al razzo e con  $v_{rt}$  quella del razzo. a) Nel moto a reazione si opera con *sistemi a massa variabile soggetti a rinculo*; b) Le due velocità  $v_{gr}$  e  $v_{rt}$  hanno verso contrario; c) Un ruolo di rilievo nell'analisi del fenomeno è svolto dalla velocità di consumo della massa indicata con  $\mu$ ; d) La forza di propulsione è data da  $v_{rt} \mu$ .
- Ricerca di vero: centro di massa a) Il centro di massa di un triangolo omogeneo è *l'incentro* punto di incontro delle bisettrici b) La accelerazione del centro di massa è nulla c) La velocità del centro di massa è *perfettamente nota se è nota la quantità di moto di un sistema* d) Il centro di massa nel caso di un rinculo *rimane fermo*.
- Ricerca di vero; Tre masse  $m$ ,  $2m$  e  $3m$  si trovano a distanze  $l$  identiche l'una dall'altra in un piano. Si disponga un sistema  $xOy$  come in figura. La posizione del centro di massa  $C$  è la seguente: a) Il baricentro del triangolo che ha per vertici le tre masse; b) Non è determinabile se non si conosce il valore di  $l$ ; c)  $r_C \equiv (7/12 l; 1/2 l)$ ; d)  $r_C \equiv (7/2 l; 2/3 l)$



- Ricerca di vero: a) La energia totale di una particella è diversa nei diversi sistemi di riferimento; b) In Marx le forze produttive corrispondono alle forze che possono essere utilizzate nei processi produttivi nel mondo della produzione; c) La energia viene dapprima introdotta come grandezza fisica legata alla meccanica e poi la si generalizza ad altri ambiti; d) Già nel corso dell'800 per effetto dei processi di unificazione tra i diversi ambiti della fisica viene compresa la identità di massa ed energia
- Ricerca di vero. *Lavoro ed energia cinetica* a) L'energia cinetica di una particella di massa  $m$  vale  $\frac{p^2}{m}$ ; b) Il lavoro è una *grandezza vettoriale*; c) Il lavoro, data una forza qualsiasi  $F$  e uno spostamento finito  $\Delta r$ , è *definito come*  $\mathcal{L} = F_t \Delta r$ ; d) Se *sono noti* il lavoro compiuto da una forza che agisce su una particella di massa  $m$  e la velocità iniziale è *anche nota* la sua velocità finale
- Ricerca di vero. a) Il *lavoro compiuto* per spostare da terra su un banco alto 1 m, uno zainetto porta libri da 4kg è di circa 4 J. b) Il lavoro di una forza *non necessariamente si converte in energia cinetica*; c) Il *lavoro in senso fisico e quello umano* legato all'idea di fatica sono la stessa cosa; d) Il teorema della energia cinetica consente di calcolare le *variazioni di velocità* di un corpo di massa  $m$  quando è noto il lavoro
- Ricerca di vero: *energia cinetica, velocità e quantità di moto*. Un carro ferroviario si sta muovendo per inerzia con attrito trascurabile sulla orizzontale. Inizia a nevicare copiosamente e il carro imbarca neve. Delle tre grandezze del vagone velocità, quantità di moto ed energia cinetica si può dire che a) diminuisce, diminuisce, diminuisce a) non cambia, aumenta, aumenta a) diminuisce, aumenta, diminuisce a) diminuisce, non cambia, diminuisce.
- Ricerca di vero: *definizione di energia cinetica*; un razzo durante la fase di accelerazione raddoppia la sua velocità e nello stesso tempo perde i 2/3 della propria massa; la sua energia cinetica risulta essere: a) 4/3 di quella iniziale b) 8/3 di quella iniziale c) 2/3 di quella iniziale d) non si può rispondere perché la massa viene perduta progressivamente.

15. Ricerca di vero; unità di misura: a) Il lavoro, la energia e la potenza hanno le stesse unità di misura; b) L'elettronvolt vale circa  $10^{-20}$  J; c) La caloria ha un valore compreso tra 4.18 J e 4.19 J e la sua definizione si basa sul calcolo della energia legata a certi processi di riscaldamento dell'acqua; d) La espressione dimensionale del lavoro è  $M L^2 T^{-1}$
16. Ricerca di vero; Potere energetico: a) I grassi danno un apporto energetico circa doppio di quello delle proteine; b) I grassi danno un apporto energetico leggermente superiore a quello dei carboidrati; c) Il fabbisogno energetico legato al dormire è uguale a quello del giacere svegli; d) Per camminare è richiesto un fabbisogno energetico triplo di quello richiesto per dormire.
17. Ricerca di vero: a) Nell'urto *totalmente anelastico* se si conoscono le velocità prima, si *conosce sempre anche la velocità dopo*; b) In un urto *totalmente anelastico* la relazione  $\mathbf{v} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}$  *vale solo se le due particelle che si urtano si muovono lungo una stessa direzione*; c) In un urto *anelastico* le velocità *formano sempre un triangolo*; d) Nell'urto *totalmente anelastico*  $\Delta \mathcal{E}_k$  *può avere sia valori positivi sia negativi a seconda delle caratteristiche delle particelle coinvolte*
18. Ricerca di Falso. a) Nell'urto *piano* non *totalmente anelastico* le incognite sono le *2 velocità vettoriali* dopo l'urto che corrispondono a *4 incognite scalari*; b) Nell'urto *elastico piano* la applicazione simultanea della conservazione della energia cinetica e della quantità di moto *equivale a scrivere 3 equazioni* e pertanto *non basta a risolvere il problema*; c) Nel caso di urto *elastico ad una sola dimensione* (urto centrale) le grandezze incognite *sono solo due*; d) Il *parametro d'urto* è una *costante adimensionale* corrispondente al *rapporto tra l'energia cinetica dopo l'urto e quella prima dell'urto*.
19. Ricerca di vero. Si dimostra che nel caso di urto elastico lineare tra una particella con velocità  $v$  e una seconda in quiete e per le quali il rapporto tra le masse della seconda rispetto alla prima vale  $\beta$  le velocità dopo l'urto sono rispettivamente  $v_1 = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} v$  e  $v_2 = \frac{2}{1 + \beta} v$
- a) Per  $\beta = 0$  si ha che la massa della particella incidente è trascurabile; b) Quando la particella incidente ha massa molto maggiore della particella bersaglio si ha la condizione  $\beta \rightarrow \infty$ ; c) Per  $\beta = 1$  le due particelle hanno la stessa massa e in tal caso la particella incidente prosegue indisturbata; d) Se la particella bersaglio ha massa superiore a quella incidente, quest'ultima torna indietro
20. Ricerca di vero. a) Per rallentare efficacemente i neutroni per urto li si fa *passare attraverso sostanze molto dense*; b) Per rallentare i neutroni bisogna farli urtare con nuclei di massa il *più possibile prossima a quella dei neutroni* e quindi il *miglior bersaglio è l'idrogeno*; c) L'unico criterio da usare nello scegliere il moderatore è *usare bersagli con massa più possibile prossima a quella dei neutroni*; d) Il miglior *moderatore di neutroni* è *l'acqua pesante*

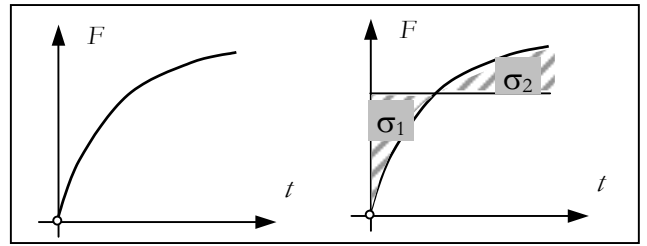
### QUESITI

- Una particella di massa  $m$  e velocità  $\mathbf{v}$  ne urta un'altra di massa  $M$  in quiete. L'urto è elastico e piano. Scrivere le equazioni che governano l'urto in funzione delle quantità di moto  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}_1$ ,  $\mathbf{p}_2$  delle masse e dei due angoli di scattering  $\theta_1$  e  $\theta_2$  formati dalle velocità dopo l'urto con la velocità prima dell'urto. Si ipotizzi che l'urto sia di tipo non relativistico
- Discutere dal punto di vista energetico l'urto *totalmente anelastico* di due particelle classiche di massa  $m$  (ferma) e  $M$  (in moto con velocità  $v$ ). In particolare calcolare il rapporto tra la perdita di energia cinetica e l'energia cinetica originaria
- Dimostrare che, noto il lavoro  $\mathcal{L}$  compiuto da una forza che agisce su una particella di massa  $m$  dotata di energia cinetica iniziale  $\mathcal{E}_{k0}$ , la velocità finale vale: 
$$\sqrt{\frac{2(\mathcal{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}}$$
- Un corpo di massa  $m$  viene spostato lungo una traiettoria rettangolare di lati  $a$  e  $b$  in presenza di coefficiente d'attrito  $\mu$ . Calcolare il lavoro compiuto dalla forza d'attrito.
- Se è noto il diagramma che dà la potenza di un motore nel tempo come si può calcolare la potenza media relativa ad un intervallo di tempo  $\Delta t$ .
- Spiegare perché le cinture di sicurezza devono accompagnare il movimento rallentandolo e non devono invece legare il passeggero al sedile.
- Partendo dalla definizione di centro di massa si spieghi perché il centro di massa si muove come se possedesse la quantità di moto del sistema ed in esso fosse concentrata tutta la massa

15/02/2006 III F PNI impulso e quantità di moto

- 1) Una forza  $\vec{F}$  dotata di direzione costante varia nel tempo come indicato in figura. Rappresentare sullo stesso diagramma il valore della forza media spiegando sul foglio come si fa e perché.

La forza media è la forza costante che produce nello stesso intervallo di tempo la stessa variazione di quantità di moto. Poiché la variazione di quantità è sempre pari all'impulso che, a sua volta corrisponde all'area sottesa dal diagramma forza tempo, ne consegue che la forza media si trova tracciando una retta orizzontale che individui la stessa area.



consegue che la forza media si trova tracciando una retta orizzontale che individui la stessa area.

**Nota di correzione:** partire dando la definizione di forza media e fare attenzione a non confondere definizioni, leggi e proprietà geometriche

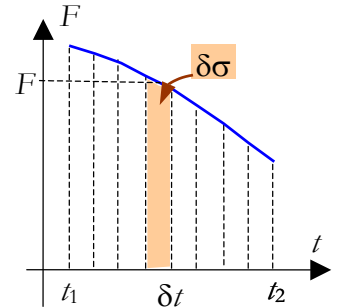
- 2) Dimostrare che se un corpo di massa  $m$  che all'istante  $t_1$  è dotato di velocità  $v_1$  subisce tra  $t_1$  e  $t_2$  l'azione di una forza variabile descritta da un diagramma  $F(t)$  si

ha:  $v_2 = v_1 + \frac{\text{area}}{m}$

La somma degli impulsi elementari  $\mathcal{I} = \sum F \delta t = \sum \delta p = \Delta p = mv_2 - mv_1$

Ma  $\sum F \delta t = \sum \delta \sigma =_{\text{def}} \sigma$

Pertanto si ha  $v_2 = v_1 + \frac{\sigma}{m}$



**Nota di correzione:** non è lecito lavorare sui  $\Delta$  perché la forza è variabile.

- 3) Preso un sistema composto da due masse in moto lungo la retta orientata  $x$  sia  $x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$  la coordinata del centro di massa. Dimostrare che  $(m_1 + m_2) v_{CM} = p_1 + p_2$ . Qual è il significato di questo risultato?

$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow x_{CM}(m_1 + m_2) = m_1 x_1 + m_2 x_2$ . Considerato un generico istante  $t$  e un istante  $t + \delta t$  e facendo la differenza si ottiene:  $\delta x_{CM}(m_1 + m_2) = m_1 \delta x_1 + m_2 \delta x_2$  e, dividendo per  $\delta t$ ,  $v_{CM}(m_1 + m_2) = m_1 v_1 + m_2 v_2$ .

Poiché  $m_1 v_1 + m_2 v_2$  è la quantità di moto del sistema osservando l'equazione possiamo dire che il centro di massa si muove con la quantità di moto del sistema come se in esso fosse concentrata tutta la massa del sistema.

**Nota di correzione:** con questa equazione non è lecito fare riferimento alle forze (equazione successiva). Si può solo dire che il centro di massa si muove con la quantità di moto dell'intero sistema e la massa dell'intero sistema.

- 4) Nella dimostrazione del teorema di conservazione della quantità di moto si sfrutta la III legge della dinamica. Dove e come?

Si scrive la II legge della dinamica per un sistema isolato (assenza di forze esterne) nella forma degli impulsi e si sommano tutte le equazioni. A sinistra viene 0 perché le forze interne si annullano a coppie (III legge) e quelle esterne si annullano per ipotesi. A destra viene la somma delle variazioni di quantità di moto pari alla variazione di quantità di moto del sistema. Dunque se la variazione è 0 la quantità di moto è costante.

- 5) Preso un sistema fisico cosa significa l'equazione  $\vec{R}_e = \frac{\delta \vec{p}}{\delta t}$ ? Da essa come si passa al teorema di conservazione della quantità di moto?

Significa che un sistema (quando si prescinde dai dettagli) può essere studiato come un unico corpo (il centro di massa che ha la quantità di moto del sistema e nel quale si concentra l'intera massa) a cui è applicata la risultante delle forze esterne.

Se  $\vec{R}_e = 0$  ne segue che  $\vec{p}$  è costante.

**Nota di correzione:** sulla prima parte della domanda nessuno ha risposto correttamente.

- 6) Con riferimento alla domanda precedente, spiegare come si possa applicare il teorema di conservazione della quantità di moto ai processi d'urto anche quando si è in presenza di forze esterne non equilibrate.

Nei processi d'urto le forze interne hanno natura impulsiva e sono  $\gg$  delle forze esterne. Pertanto, se si considera l'intervallo temporale all'inizio e alla fine della forza impulsiva si può considerare la forza esterna assolutamente trascurabile ed applicare la conservazione della quantità di moto come se il sistema fosse isolato.

**Nota di correzione:** è fondamentale precisare l'intervallo temporale e motivare come mai si trascurano le forze esterne.

- 7) Il teorema di conservazione della quantità di moto ha natura vettoriale. In quale contesto, anche se  $\vec{R}_e \neq 0$ , lo si può applicare in forma scalare?

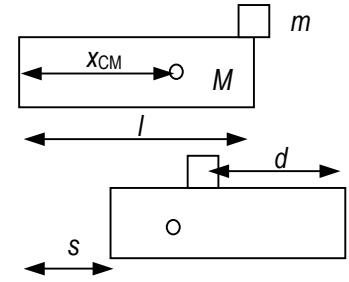
La relazione  $\vec{R}_e = \frac{\delta \vec{p}}{\delta t}$  è sempre vera e corrisponde a 3 relazioni scalari. Se lungo l'asse  $k$  si ha che  $R_{ek} = 0$  avremo che  $\frac{\delta p_k}{\delta t} = 0$  ovvero che  $p_k = \text{costante}$

- 8) Se ad un corpo di massa  $m$  è applicata una forza che varia nel tempo con legge data da una relazione espressa da un trinomio di II grado descrivere come si potrebbe determinare la variazione di quantità di moto in un intervallo dato.

La variazione di quantità di moto corrisponde all'impulso che a sua volta corrisponde all'area sottesa dalla parabola. Si tratta di calcolare l'area di un settore parabolico. L'area del settore si ottiene come somma o differenza tra l'area di un trapezio e l'area di un segmento parabolico (teorema di Archimede)

3F 21 febbraio 2006: quantità di moto, urto, teorema energia cinetica

- 1) Una slitta di massa  $M$  e lunghezza  $l$  è appoggiata in piano sul ghiaccio (attrito trascurabile). Il guidatore (di massa  $m$ ) sale sulla slitta da dietro e cammina per un tratto  $d$ . Determinare lo spostamento  $s$  dell'estremo della slitta dimostrando che  $s = d \frac{m}{m + M}$ . Si consiglia di ragionare sul centro di massa e sul suo moto nel corso del processo.



Il centro di massa del sistema è inizialmente in quiete e rimane tale perché agiscono solo forze interne (equilibrate) e quelle esterne (peso e reazione vincolare) hanno risultante nulla.

Collochiamo un asse  $x$  orizzontale orientato verso sinistra all'estremo sinistro della slitta. Confrontando la posizione iniziale e finale del CM avremo:

$$\frac{M l/2 + m l}{M + m} = \frac{(s + l/2)M + m(s + l - d)}{M + m} \text{ da cui } s(M + m) - m d = 0 \text{ ovvero } s = \frac{m d}{M + m}$$

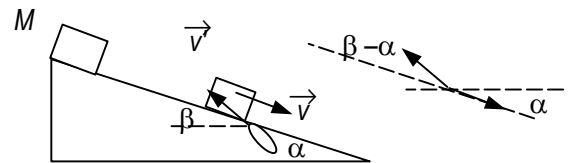
- 2) Una sbarra AB di lunghezza  $l$  è appoggiata con l'estremo A su un piano orizzontale su cui può scivolare liberamente. L'estremo B è sostenuto da una fune in un piano verticale e la sbarra forma con il piano orizzontale un angolo  $\alpha$ . L'estremo B viene liberato dalla fune e la sbarra cade sino a disporsi lungo l'orizzontale. a) Come si muove il centro di massa lungo l'orizzontale? b) Dimostrare che  $\overline{A'A} = \frac{1}{2} l (1 - \cos \alpha)$
- a) Il centro di massa cade lungo la verticale perché l'unica forza esterna che agisce durante la caduta non ha componenti orizzontali (si conserva la componente orizzontale della quantità di moto che è zero).
- b) Il centro di massa va da X a X' sulla verticale. Il punto A va in A' con  $\overline{A'X'} = \frac{1}{2} l$ . Inoltre poiché  $\overline{AX} = l/2$  si ha  $\overline{AX'} = \frac{1}{2} l \cos \alpha$  e pertanto:  $\overline{A'A} = \overline{A'X'} - \overline{AX'} = \frac{1}{2} l (1 - \cos \alpha)$

- 3) Un corpo di massa  $M$  scivola lungo un piano inclinato di angolo  $\alpha$  e percorre uno spostamento  $\Delta l$  sotto l'azione della gravità raggiungendo una velocità  $v$ . A questo punto un proiettile di massa  $m$  dotato di velocità  $v'$  che forma un angolo  $\beta$  con l'orizzontale lo colpisce e lo arresta. a) quanto vale  $v'$ ? b) Costruire la figura in maniera di individuare bene gli angoli coinvolti e quindi dimostrare che  $v' = \frac{M \sqrt{2g \Delta l \sin \alpha}}{m \cos(\beta - \alpha)}$

- a) La velocità  $v$  si calcola molto semplicemente o con la II legge della dinamica, o con le leggi della cinematica vettoriale o con la conservazione della energia. La componente tangenziale del vettore accelerazione è  $a_t = g \sin \alpha$  e poiché il moto è u.a. con velocità iniziale nulla si ha:  $v^2 = 2g \sin \alpha \Delta l$ .

- b) Tra corpo e proiettile si ha un urto dopo il quale la quantità di moto diviene 0 e se applichiamo la conservazione della quantità di moto nella direzione del piano avremo:  $M v - m v' \cos(\beta - \alpha) = 0$  da cui:

$$v' = \frac{M v}{m \cos(\beta - \alpha)} = \frac{M \sqrt{2g \Delta l \sin \alpha}}{m \cos(\beta - \alpha)}$$



**Nota di correzione:** fare una figura decente, dire quale legge si usa e perché la si può usare

- 4) Un protone di massa  $m$  e velocità  $v_0$  urta un atomo di massa  $M$ , lo eccita (cioè gli cede una quota di energia oltre quella cinetica) e rimbalza all'indietro con velocità  $v' = \frac{1}{2} v_0$  mentre l'atomo rincula con velocità  $v$ . a) Quanto vale  $v$ ? b) L'urto è parzialmente anelastico e si vuol determinare il rapporto tra la energia di eccitazione  $\mathcal{E}$  (pari alla differenza tra energia cinetica iniziale e finale) e l'energia cinetica iniziale  $\mathcal{E}_k$  dimostrando che  $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_k} = \frac{3}{4} \left(1 - 3 \frac{m}{M}\right)$

Si ha un urto ad una dimensione e dunque useremo la conservazione della quantità di moto lungo la direzione coinvolta. Utilizzeremo i moduli delle grandezze e dunque i segni delle componenti saranno esplicitati:  $m v_0 = -\frac{1}{2} m v_0 + M v$  da cui si

ottiene  $v' = \frac{3 m}{2 M} v_0$

Poiché è richiesto un calcolo con rapporto di energie cinetiche che dipende solo da un rapporto quadratico delle velocità la relazione trovata, per semplificare i calcoli sarà sostituita solo alla fine.



$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_k} = \frac{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_k}{\mathcal{E}_k} = \frac{mv_0^2 - (1/4 m v_0^2 + Mv^2)}{mv_0^2} = \frac{3}{4} - \frac{M v^2}{m v_0^2} = \frac{3}{4} - \frac{M 9 m^2}{m 4 M^2} = \frac{3}{4} \left(1 - 3 \frac{m}{M}\right)$$

**Nota di correzione:** errore grave di segno da parte della maggioranza nel calcolo della conservazione della quantità di moto. Tendenza a svolgere calcoli intermedi inutili invece di puntare al risultato.

- 5) Un nucleo a riposo si disintegra in tre frammenti di masse  $m_1, m_2, m_3$  di energia cinetica complessiva  $\mathcal{E}_k$ . I tre frammenti hanno velocità (e dunque quantità di moto) che formano tra loro angoli di  $120^\circ$ . a) Cosa si può dire dei moduli delle tre quantità di moto? (spiegare) b) Sfruttare il risultato precedente ed il bilancio energetico per trovare le velocità (ne basta una, vista la simmetria) e dimostrare che  $v_1 = \frac{1}{m_1}$

$$\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}$$

Se la somma delle tre quantità di moto vettoriali fa 0 e i 3 vettori formano angoli di  $120^\circ$  è immediato intuire e (magari più complicato dimostrare) che i tre vettori devono avere lo stesso modulo.

Le tecniche dimostrative sono diverse.

Se per esempio ci si riferisce alla direzione ortogonale a  $\vec{p}_1$  si ha che  $\vec{p}_2$  e  $\vec{p}_3$  devono avere componenti opposte e poiché formano angoli opposti rispetto a  $\vec{p}_1$  devono avere lo stesso modulo. Dunque  $p_2 = p_3$ . Se ci si riferisce alla direzione di  $\vec{p}_1$  dovrà essere  $p_1$  bilanciato dalla somma delle componenti di  $\vec{p}_2$  e  $\vec{p}_3$  che sono pari (ciascuna) a  $\frac{1}{2} p_2$  e dunque  $p_1 = p_2$ . Oppure si può ragionare per simmetria: facendo ruotare il sistema di  $120^\circ$  si ripristina lo stesso stato e dunque deve essere  $p_1 = p_2 = p_3$ .

Da  $m_1 v_1 = m_2 v_2 = m_3 v_3$  si ha  $v_2 = v_3 = \frac{m_1}{m_3} v_1$

D'altra parte  $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2) = \frac{1}{2} \left( m_1 v_1^2 + m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2} v_1^2 + m_3 \frac{m_1^2}{m_3^2} v_1^2 \right) = \frac{1}{2} m_1^2 v_1^2 \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right)$

da cui:  $v_1 = \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}$

**Nota di correzione:** imparare a sfruttare le simmetrie e a ragionare sulle implicazioni che esse determinano nei risultati. Per

esempio con il risultato scritto così si ha subito che  $v_2 = \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}$  mentre il termine sotto radice non cambia perché

è simmetrico nello scambio di indici.

## 3F PNI 21/03/2006 Gravitazione ed energia competenze

1. Per effetto del moto di rotazione il peso  $\vec{p}$  di un corpo collocato su un pianeta di forma sferica con raggio  $R$  e densità  $\rho$  varia con la latitudine. Infatti la forza di gravitazione  $\vec{F}_g$  che è sempre la stessa, serve in parte da forza centripeta  $\vec{F}_c$  e il rimanente è il peso:  $\vec{F}_g = \vec{F}_c + \vec{p}$ .

a) Perché ai poli non si ha riduzione di peso?

Se si indica con  $\omega$  la velocità angolare e con  $r$  la distanza dall'asse di rotazione la forza centripeta agente su un corpo di massa  $m$  vale  $F_c = m \omega^2 r$  e poiché ai poli si ha  $r = 0$  in quel caso  $F_g = p$

b) Indicare con  $\alpha$  il rapporto tra il peso all'equatore  $p_e$  e il peso ai poli  $p_p$ . Dimostrare che il periodo di

rotazione per il quale si ha il valore  $\alpha$  dipende solo dalla densità del pianeta e vale  $T = \sqrt{\frac{3\pi}{(1-\alpha)\rho G}}$

All'equatore la forza centripeta è diretta come la forza gravitazionale e, in modulo,  $p = F_g - F_c$

$$\alpha = \frac{p_{eq}}{p_{po}} = \frac{F_g - F_c}{F_g} = 1 - \frac{\omega^2 R}{\frac{G M_p}{R^2}} = 1 - \frac{\omega^2 R^3}{G M_p} = 1 - \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G \rho \frac{4}{3}\pi R^3} = 1 - \frac{3\pi}{T^2 G \rho}$$

$$\frac{3\pi}{T^2 G \rho} = 1 - \alpha \quad \text{e dunque } T = \sqrt{\frac{3\pi}{(1-\alpha)\rho G}}$$

c) Rivedendo la dimostrazione spiegare come mai le dimensioni del pianeta non influenzano il risultato perché il rapporto tra la forza centripeta e quella gravitazionale è proporzionale a  $R^3/M_p$  e questo rapporto, se la densità è costante, non dipende da  $R$ .

d) Sapendo che la densità media della terra vale  $\rho = 5.50 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  con che periodo dovrebbe ruotare la terra per determinare una riduzione del peso del 10%. Dopo aver trovato il risultato in s scriverlo in ore (h) e minuti (').

Se  $\alpha$  è il rapporto dei pesi  $1 - \alpha$  è la riduzione

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{(1-\alpha)\rho G}} = \sqrt{\frac{3\pi}{0.1 \cdot 5.5 \cdot 10^3 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}}} = 16'025 \text{ s} = 4 \text{ h } 27'$$

2. Una molla di costante elastica  $k = 20.5 \text{ N/cm}$  viene compressa di  $\Delta s = 4.50 \text{ cm}$  e l'energia potenziale accumulata viene utilizzata per lanciare un oggetto di massa  $m = 0.250$  con un angolo di inclinazione  $\alpha = 36.0^\circ$ .

a) Prestando attenzione alle unità determinare l'energia cinetica  $\mathcal{E}_{k0}$  e la velocità iniziale  $v_0$  dell'oggetto.

$$k = 20.5 \text{ N/cm} = 2.05 \cdot 10^3 \text{ N/m} \quad \Delta s = 4.50 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

La energia potenziale della molla si trasforma tutta in energia cinetica dell'oggetto e pertanto

$$\mathcal{E}_{k0} = U = \frac{1}{2} k \Delta s^2 = 2.076 \text{ J} \quad \text{mentre } v_0 = \sqrt{\frac{2 \mathcal{E}_{k0}}{m}} = 4.075 \text{ m/s}$$

b) L'oggetto si muove sotto l'azione del peso ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ) e percorre uno spazio  $\Delta X_1$  prima di rimbalzare.

Trovare  $\Delta X_1$ .

Si tratta di un classico calcolo della gittata

$$\Delta X_1 = v_{0x} \Delta t_v \quad \text{mentre il tempo di volo (mua) è pari a } 2 \frac{v_{0y}}{g} \quad \text{e pertanto}$$

$$\Delta X_1 = v_{0x} 2 \frac{v_{0y}}{g} = 2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = \frac{2 \cdot 16.6 \cdot \sin 36 \cdot \cos 36}{9.81} = 1.61 \text{ m}$$

c) L'urto contro il terreno è parzialmente elastico con un fattore di restituzione energetica  $\mu = 0.800$ . Ipotizzare che l'angolo di inclinazione non venga modificato dall'urto. Quanto vale l'energia cinetica  $\mathcal{E}_{k4}$  dopo il quarto rimbalzo?

Dopo ogni rimbalzo l'energia cinetica va moltiplicata per  $\alpha$

$$\mathcal{E}_{k1} = \alpha \mathcal{E}_{k0} \quad \mathcal{E}_{k2} = \alpha \mathcal{E}_{k1} = \alpha^2 \mathcal{E}_{k0} \quad \dots \quad \mathcal{E}_{k4} = \alpha^4 \mathcal{E}_{k0} = 0.800^4 \cdot 2.076 = 0.850 \text{ J}$$

d) Dopo aver analizzato la dipendenza della gittata dalla energia cinetica calcolare lo spazio percorso complessivo  $\Delta X = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \Delta X_4$

Come si è già visto la gittata è proporzionale al quadrato della velocità e dunque  $\Delta X \propto \mathcal{E}_k$  ad ogni salto

$$\Delta X = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \Delta X_4 = \Delta X_1 + \alpha \Delta X_1 + \alpha^2 \Delta X_1 + \alpha^3 \Delta X_1 = \Delta X_1 (1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3) = 1.61 \cdot 2.952 = 4.75 \text{ m}$$

3. Un corpo imbocca un anello tipo *giro della morte* provenendo da una altezza  $h = 5/2 r$  e la posizione viene descritta attraverso l'angolo  $\alpha$  formato dal raggio vettore con la verticale ( $\alpha = 0$  quando il corpo imbocca la traiettoria circolare nel punto più basso).

- a) Costruire il diagramma del corpo libero

Vedi immagine qui a lato

- b) Scrivere l'equazione che correla la reazione vincolare  $N$  con la velocità  $v$  e l'angolo  $\alpha$  (precisare le limitazioni su  $\alpha$ )

Basta applicare la II legge della dinamica lungo l'asse normale alla traiettoria:

$$R_n = ma_n = m \frac{v^2}{r} \text{ e tener presente che } R_n = N - mg \cos \alpha \text{ con } \alpha \in [0, \pi]$$

- c) Utilizzando la conservazione dell'energia eliminare  $v$  dalla relazione precedente dimostrando che  $N = 3mg(1 + \cos \alpha)$

Il teorema di conservazione della energia consente di scrivere il legame tra velocità e posizione

$$5/2 mg r = \frac{1}{2} mv^2 + mgr(1 - \cos \alpha) \text{ (si è preso come riferimento della energia potenziale il punto più basso della traiettoria).}$$

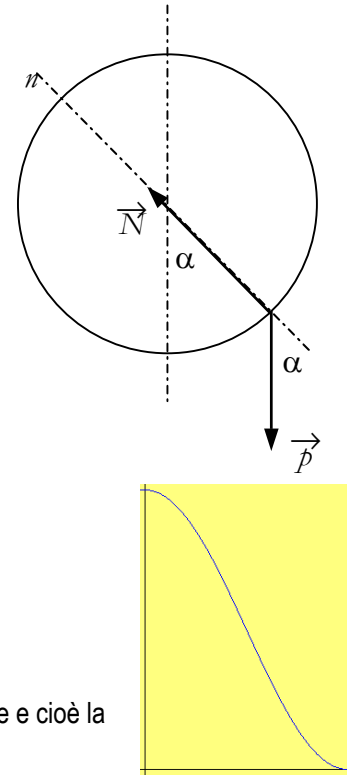
$$\text{Da qui } v^2 = 5gr - 2gr(1 - \cos \alpha) = gr(3 + 2 \cos \alpha)$$

Possiamo ora determinare  $N$  per sostituzione nella II legge della dinamica:

$$m \frac{v^2}{r} = N - mg \cos \alpha \Leftrightarrow mg(3 + 2 \cos \alpha) = N - mg \cos \alpha \text{ da cui: } N = 3mg(1 + \cos \alpha)$$

- d) Disegnare l'andamento di  $N$  in funzione di  $\alpha$  entro i limiti del problema

Si tratta di una cosinusoide traslata di valore massimo  $3mg$ . Per  $\alpha \in [\pi, 2\pi]$  l'andamento si ripete e cioè la reazione vincolare incomincia ad aumentare e prende il suo valore massimo a  $2\pi$



## 3F PNI 21/03/2006 Gravitazione ed energia conoscenze

- Si considerino le figure di Kepler e di Galilei; le determinazioni che seguono si attribuiscono all'uno, all'altro o ad entrambi. Associarle alla figura cui corrispondono facendo seguire ai sostantivi una G o una K o entrambe: astronomo, fisico, filosofo, cosmologo, pitagorico, matematico, sperimentatore, calcolatore, divulgatore, costruttore di strumenti.  
 astronomo (GK), fisico (G), filosofo (GK), cosmologo (GK), pitagorico (K), matematico (GK), sperimentatore (G), calcolatore(K), divulgatore (G), costruttore di strumenti (G)
- Cosa significa il motto newtoniano *hypotheses non fingo*  
 Non introduco ipotesi che non siano strettamente necessarie alla mia indagine e dunque non mi pronuncio sulle cause della gravitazione limitandomi ad analizzarne gli effetti
- Si spieghi come, dalla conoscenza di  $G$ , si possa dedurre il valore della massa del Sole e perché la massa lunare non può essere determinata tramite la conoscenza di  $G$ .  
 vedi testo
- Nel perielio l'energia cinetica di un pianeta è massima come mai? (rispondere usando il teorema dell'energia cinetica)  
 perché nel tratto da afelio a perielio i lavori elementari sono tutti positivi (la forza forma angoli acuti con il vettore spostamento) e dunque l'energia cinetica cresce
- Nel perielio l'energia potenziale è minima: dare due motivazioni  
 Per il punto precedente visto che la somma di energia cinetica e potenziale è costante.  
 Perché  $U = -G \frac{Mm}{r}$  e se  $r$  è minimo  $1/r$  è massimo e  $-1/r$  è minimo.
- Spiegare perché l'energia potenziale può essere definita solo per le forze conservative.  
 Poiché è definita tramite un lavoro e se questo dipendesse dal percorso non si avrebbe una definizione univoca.
- Dimostrare che quando si cambia il riferimento da  $G$  a  $G'$  la energia potenziale cambia di una costante pari a  $\mathcal{L}$   

$$U'_P = \mathcal{L}_{P \rightarrow G'} = \mathcal{L}_{P \rightarrow G} + \mathcal{L}_{G \rightarrow G'} = U_P + \mathcal{L}_{G \rightarrow G'}$$
- L'energia potenziale gravitazionale a distanza  $R$  da un pianeta di massa  $M$  e raggio  $R_P$  assumendo il riferimento all'infinito vale  $-G \frac{Mm}{R}$ . Si supponga di prendere il riferimento sulla superficie del pianeta. Quanto vale ora l'energia potenziale? Motivare la risposta  
 Indichiamo con  $S$  la superficie del pianeta:  $U'_P = \mathcal{L}_{P \rightarrow S} = \mathcal{L}_{P \rightarrow \infty} + \mathcal{L}_{\infty \rightarrow S} = U_P - \mathcal{L}_{S \rightarrow \infty} = U_P - U_S = -GMm \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_P} \right)$
- Dimostrare in maniera formale che la variazione di energia meccanica di un sistema è pari al lavoro delle forze non conservative agenti sul sistema  
 vedi testo (nella risposta citare le leggi che si usano)
- Dare la definizione di velocità orbitale e di velocità di fuga individuando le relazioni che consentono di determinarle. Indicare con  $M$  la massa del pianeta, con  $R$  il suo raggio e con  $r$  la distanza dal centro del pianeta.  
 Si chiama velocità orbitale quella posseduta da un satellite in orbita circolare a distanza  $r$  dal centro del pianeta  
 Si chiama velocità di fuga quella minima necessaria ad un corpo posto sulla superficie del pianeta per sfuggire alla attrazione gravitazionale. Poiché all'infinito si ha  $U = 0$  e la minima energia cinetica è zero ciò comporta che la energia totale del corpo sulla superficie sia 0.  
 Per determinare la velocità orbitale si usa la II legge della dinamica  

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \text{ da cui } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$
  
 Per determinare la velocità di fuga, tenuto conto di quanto detto dovrà essere  

$$\frac{1}{2} mv^2 - G \frac{Mm}{R} = 0 \text{ da cui } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$
  
**Nota di correzione:** non confondere  $R$  con  $r$

## 19 maggio 2006 III B: leggi di conservazione e gravitazione

## Consegne

Negli *item* a scelta multipla, dopo avere risposto (croce nella griglia), dare la motivazione in 2 casi

Nei quesiti a risposta aperta rispondere a 2 su 3 a propria scelta

1. In una data regione di spazio agisce una forza  $\vec{F}$  costante e che forma un angolo  $\alpha$  con l'orizzontale. Il punto di applicazione della forza si sposta di  $\Delta l$  lungo la direzione e il verso della forza. Il lavoro compiuto  $\mathcal{L}$  vale a)  $F \Delta l$  / b) Non si può calcolare perché non si sa se la forza è conservativa c) Vale  $F \Delta l \cos \alpha$  d) Vale  $F \Delta l \sin \alpha$  e) Vale  $F \Delta l \tan \alpha$

La forza è costante, lo spostamento è rettilineo ed è nel verso e nella direzione della forza dunque  $\mathcal{L} = F \Delta l$ . L'angolo era stato fornito come distrattore per vedere se si sanno applicare le definizioni.

2. Quando un corpo puntiforme sotto si muove sotto l'azione di una forza centripeta di intensità  $F$  costante lungo una traiettoria circolare di raggio  $r$  a) Il lavoro  $\mathcal{L}$  per fare un giro vale  $F \pi r$  b) Il lavoro  $\mathcal{L}$  per fare mezzo giro vale  $F \pi r$  c) Il lavoro compiuto in un giro completo è 0 perché la forza centripeta è conservativa d) Il lavoro compiuto è zero perché la forza centripeta è equilibrata dalla forza centrifuga e) Il lavoro compiuto nel percorrere qualsiasi arco è sempre nullo

La forza è ortogonale allo spostamento, dunque il lavoro elementare è sempre nullo e pertanto è nullo il lavoro lungo qualsiasi arco

3. Un corpo è soggetto all'azione di una forza d'attrito dinamico di intensità costante  $F$  e si sposta lungo una traiettoria curva e chiusa di lunghezza  $l$  sino a tornare al punto di partenza. Il lavoro compiuto dalla forza d'attrito vale: a)  $\mathcal{L} = F l$  b)  $\mathcal{L} = -F l$  c)  $\mathcal{L} = 0$  visto che si ritorna al punto di partenza d) non si può rispondere se non è nota la forma della traiettoria e)  $\mathcal{L} = F l$  + il lavoro compiuto dal peso.

La forza varia in direzione è sempre opposta allo spostamento elementare e pertanto  $\mathcal{L} = \sum \delta \mathcal{L} = \sum -F \delta l = -F \sum \delta l = -F l$

4. Un corpo puntiforme di massa  $m$  si sta muovendo lungo una retta (asse x) con velocità  $v_x$  quando subisce l'azione di una forza  $F$  diretta lungo l'asse x e con intensità variabile (in intensità e verso). La forza agisce per un intervallo di tempo  $\Delta t$  e al termine della sua azione la velocità raggiunge il valore  $v'_x$ : a) non si può calcolare la forza media perché non si conosce come  $F$  varia nel tempo b)  $v'_x$  è sicuramente diverso da  $v_x$  perché c'è stato lavoro e dunque si è avuta una variazione di energia cinetica c) la forza media vale è pari alla media aritmetica tra la forza massima e quella minima d) Nel calcolare l'impulso bisogna sommare in valore assoluto sia le aree positive sia quelle negative e) La forza media può essere calcolata con i dati a disposizione.

Come è noto la forza media è la forza che, nello stesso intervallo di tempo fornisce la medesima variazione di quantità di moto e

poiché sono stati dati sia  $\Delta t$  sia la variazione di quantità di moto si ha  $\langle F \rangle = \frac{m(v'_x - v_x)}{\Delta t}$

5. Un corpo di massa  $m$  dotato di velocità  $v$  fa un urto totalmente anelastico con un corpo di massa  $M$  in quiete. La velocità dopo l'urto  $v'$  a) non può essere calcolata se non si conosce quanta energia viene perduta nell'urto

b) vale  $v \frac{2m}{m+M}$  c) Vale  $v \frac{m-M}{m+M}$  d) Vale  $v \frac{m+M}{m}$  e) Vale  $v \frac{m}{M+m}$

$v' = v \frac{m}{M+m}$  basta applicare la conservazione della quantità di moto

6. In un sistema planetario (stella di massa  $M$  e pianeti di massa  $m_i$  posti a distanza  $r_i$  dal pianeta si ipotizza solitamente che i pianeti ruotino intorno alla stella trascurando la rotazione della stella intorno al pianeta. a) Come mai? b) Nella ipotesi che la traiettoria sia circolare come mai il moto è uniforme? c) Trova la relazione tra il periodo di rivoluzione e la distanza d) Questa relazione a cosa potrebbe servire?

a) Se  $M \gg m_i \Rightarrow a \ll a_i$  visto che le forze sono uguali

b) Se la traiettoria è circolare la forza risulta perpendicolare alla velocità e dunque il lavoro elementare è sempre nullo, la variazione di energia cinetica è nulla e dunque la  $v$  è costante.

c) basta applicare la II legge della dinamica:

$$G \frac{M m_i}{r_i^2} = \frac{v^2}{r_i} \text{ e dunque } G \frac{M}{r_i^2} = \frac{4\pi^2 r_i}{T^2} \text{ da cui } T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r_i^3$$

d) A trovare la massa del pianeta dalla osservazione del moto dei suoi satelliti

7. Supponiamo che in una regione di spazio agiscano simultaneamente forze conservative e forze non conservative. Il sistema passa dallo stato ① allo stato ②. Indicati con  $U$  l'energia potenziale, con  $\mathcal{E}_k$  l'energia

cinetica, con  $\mathcal{L}_{fc}$  e con  $\mathcal{L}_{fnc}$  i lavori delle forze conservative e non conservative a) Scrivere la relazione che correla le grandezze date b) Dimostrare tale relazione c) Spiegare cosa accade se  $\mathcal{L}_{fnc} = 0$ .

a)  $\mathcal{L}_{fnc} = \Delta(\mathcal{E}_k + U)$

b) Per il teorema della energia cinetica il lavoro della risultante è pari alla variazione di energia cinetica. Se il lavoro della risultante viene spezzato nella somma del contributo delle forze conservative e di quelle non conservative si ha:  $\mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_{fnc} = \Delta \mathcal{E}_k$ .

Ma per le forze conservative, poiché il lavoro non dipende dal percorso si ha:

$\mathcal{L}_{fc} = \mathcal{L}_{fc}^{\text{①} \rightarrow \text{②}} = \mathcal{L}_{fc}^{\text{①} \rightarrow \text{rif}} + \mathcal{L}_{fc}^{\text{rif} \rightarrow \text{②}} = \mathcal{L}_{fc}^{\text{①} \rightarrow \text{rif}} - \mathcal{L}_{fc}^{\text{②} \rightarrow \text{rif}}$  perché se si inverte lo spostamento elementare cambiano segno tutti i lavori

elementari; pertanto, per definizione di energia potenziale:  $\mathcal{L}_{fc}^{\text{①} \rightarrow \text{②}} = U_1 - U_2$

Dunque:  $U_1 - U_2 + \mathcal{L}_{fnc} = \Delta \mathcal{E}_k$  e infine  $\mathcal{L}_{fnc} = \Delta \mathcal{E}_k + \Delta U = \Delta(\mathcal{E}_k + U)$

c) Se  $\mathcal{L}_{fnc} = 0$  si ha che  $\Delta(\mathcal{E}_k + U) = 0$  e dunque  $\mathcal{E}_k + U = 0$  costante (l'energia meccanica, somma di energia cinetica e potenziale, rimane costante).

8. Un corpo di massa  $m$  si trova sulla superficie di un pianeta di massa  $M$  e raggio  $R$ . a) Se gli viene impartita la velocità  $v$  a che distanza massima  $r$  dal centro del pianeta è in grado di arrivare? b) Cos'è la velocità di fuga? Rispondi con riferimento alla domanda precedente c) Usa il calcolo precedente per scrivere la velocità di fuga dal Sole. d) Scrivi simbolicamente il rapporto delle due velocità  $\frac{v_{fs}}{v_{fT}}$  semplificando tutto ciò che si semplifica.

a) bisogna applicare la conservazione della energia  $\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M m}{R} = 0 - G \frac{M m}{r}$  da cui  $-\frac{1}{2}v^2 + G \frac{M}{R} = G \frac{M}{r}$  e quindi:

$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM}$  e infine  $r = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM}}$

b) La velocità di fuga è quel valore di velocità che consente al corpo di arrivare all'infinito (sfuggire all'attrazione gravitazionale); in quel caso  $1/r = 0$  e dunque  $\frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM} = 0$

c) La velocità di fuga dal Sole si ricava dalla equazione precedente e risulta  $v_{fs} = \sqrt{\frac{2GM_s}{R_s}}$

d) Vista la proporzionalità si ha:  $\frac{v_{fs}}{v_{fT}} = \sqrt{\frac{M_s}{R_s} \cdot \frac{R_T}{M_T}} = \sqrt{\frac{M_s}{M_T} \cdot \frac{R_T}{R_s}}$

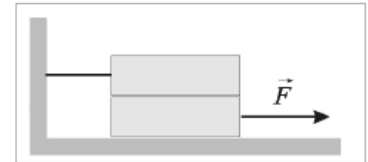
1	2				3				4				5				6				7			8						
a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d
scelta multipla																														
motivazioni																														
risposta aperta																														

3D 21/5/2007 riepilogo dinamica gruppo 1

1. Due leggere buste di plastica da supermercato, di massa trascurabile, distano 2 m. Ciascuna busta contiene 15 arance uguali. Assumendo che le buste con le arance abbiano una forma approssimativamente sferica, se 10 arance vengono spostate da una busta all'altra, la forza di attrazione gravitazionale tra le due buste dovrebbe ...

- A aumentare fino a raggiungere i 3/2 del valore originale.  
 B diminuire fino a raggiungere i 2/5 del valore originale.  
 C aumentare fino a raggiungere i 5/3 del valore originale.  
**D diminuire fino a raggiungere i 5/9 del valore originale.**  
 E rimanere la stessa.

2. Due blocchi identici, ciascuno di peso  $\frac{1}{2} P$ , sono collocati l'uno sull'altro come mostrato nella figura. Il blocco superiore è legato al muro. Il blocco inferiore è tirato da una forza orizzontale di modulo  $F$ . Il coefficiente di attrito statico tra tutte le superfici a contatto è  $3\mu$ . Qual è il massimo valore che può avere  $F$  se si vuole che il blocco inferiore non si muova?...



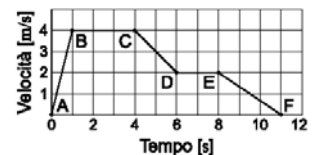
- A  $\dots \mu P$       **B  $\dots 3/2 \mu P$**       C  $\dots 2\mu P$       D  $\dots 5/2 \mu P$       E  $\dots 3\mu P$

3. L'accelerazione di gravità sulla superficie di un pianeta X è  $19.6 \text{ m/s}^2$ . Se un oggetto sulla superficie di quel pianeta pesa 980 N, la sua massa è ...

- A  $\dots 49.0 \text{ kg}$       **B  $\dots 50.0 \text{ kg}$**       C  $\dots 490 \text{ kg}$       D  $\dots 980 \text{ kg}$       E  $\dots 1.96 \times 10^3 \text{ kg}$

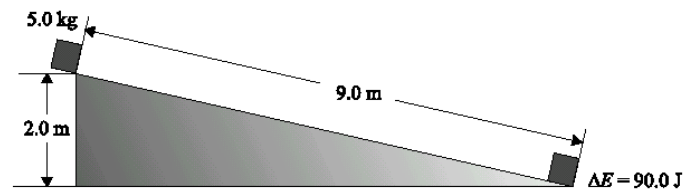
4. Si faccia riferimento alla situazione descritta nel grafico. In quale dei seguenti tratti non viene fatto lavoro sull'oggetto?

- A BC**      B AB      C CD      D EF



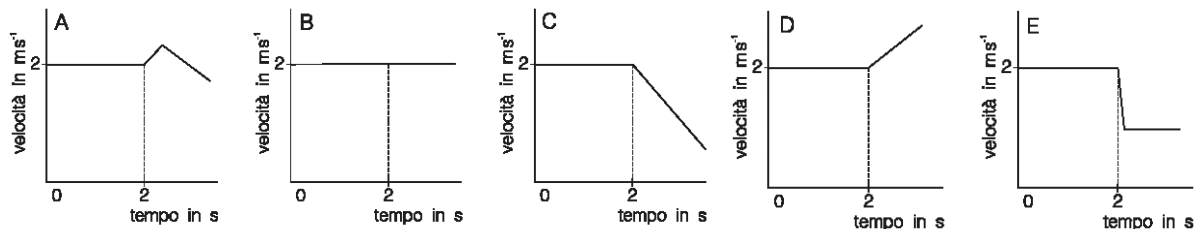
E Non viene mai fatto lavoro sull'oggetto.

5. Nella figura qui sotto è mostrato un blocco con massa di 5.0 kg che scivola lungo un piano inclinato dall'altezza di 2.0 m. Il blocco percorre in 3.0 secondi tutta la lunghezza di 9.0 m dello scivolo e, arrivato in fondo, la sua energia cinetica ha subito un incremento di 90 J. Quanta energia è stata dissipata a causa della forza di attrito lungo i 9.0 m del percorso? ...



- A  $\dots 0 \text{ J}$       **B  $\dots 8 \text{ J}$**       C  $\dots 45 \text{ J}$       D  $\dots 90 \text{ J}$   
 E ... non si può rispondere perché è ignoto il coefficiente d'attrito

6. Un carrello di 1kg di massa si muove su di un piano alla velocità di 2m/s per 2 s. Da un'altezza di pochi centimetri si fa cadere sul carrello un mattone di massa pari ad 1kg. Assumendo che l'attrito dovuto alle ruote sia trascurabile, quale dei seguenti grafici spazio-tempo potrebbe rappresentare meglio il moto del carrello? ... **E**



7. Nel tempo in cui un paracadutista si lancia dall'aereo e tocca terra ...1) la somma della sua energia cinetica e della sua energia potenziale gravitazionale è costante; 2) la sua energia cinetica dipende dalla sua velocità; 3) la sua energia potenziale è proporzionale all'altezza dal suolo. Quali delle precedenti affermazioni sono corrette? ...

- A ... Tutte e tre      B ... Solo la 1 e la 2      **C ... Solo la 2 e la 3**      D ... Solo la 1  
 E ... Solo la 3

8. Due oggetti hanno la stessa quantità di moto e massa diversa. Quale delle seguenti affermazioni è valida? ...

**A** ...L'oggetto con massa minore ha energia cinetica maggiore.

B ...L'oggetto con massa maggiore ha bisogno di un maggiore impulso per acquistare, da fermo, la data quantità di moto.

C ...Ambedue richiedono di fare lo stesso lavoro per raggiungere quella quantità di moto.

D ...I due oggetti hanno la stessa velocità

E ...Nessuna delle precedenti affermazioni è corretta

9. L'energia totale di una particella che si muove di moto armonico può essere variata in uno di questi modi tra loro indipendenti. 1) variando l'ampiezza del moto. 2) variando il periodo del moto. 3) variando la massa della particella. Quali, dei modi indicati, sono corretti? ...

**A ...Tutti e tre**

B ...I primi due

C ...Gli ultimi due

D ...Solo il primo

E ...Solo il terzo

10. Due carrelli si muovono nella stessa direzione e verso, come mostrato in figura. Ad un certo momento un carrello tampona l'altro e vi resta agganciato. Dopo l'urto l'energia cinetica dei due carrelli risulta ridotta rispetto alla precedente. La perdita di energia cinetica è ...



A ...4J

B ...12J

C ...14J

**D ...6J**

E ...18J

11. Due oggetti, di massa rispettivamente  $m$  e  $2m$ , inizialmente fermi, vengono lasciati scivolare lungo i due piani inclinati mostrati in figura, partendo dalla stessa altezza iniziale  $h_0$ . I due piani hanno inclinazioni diverse e l'attrito tra piani e oggetti è trascurabile. Quale delle seguenti affermazioni NON è corretta. ...

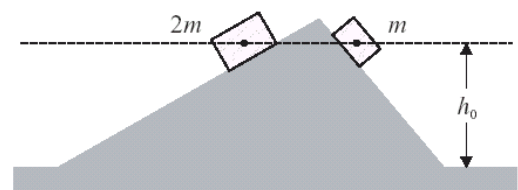
A ...Nella discesa un oggetto perde il doppio dell'energia potenziale dell'altro.

B ...Entrambi gli oggetti hanno la stessa velocità in fondo ai piani inclinati

**C** ...Entrambi gli oggetti impiegano lo stesso tempo a raggiungere il fondo dei piani inclinati

D ...L'accelerazione dell'oggetto sul piano a destra è maggiore di quella dell'oggetto sul piano a sinistra

E ...L'energia cinetica dei due oggetti in fondo ai piani inclinati è diversa



12. Un proiettile ha una massa di 5 kg e si muove orizzontalmente con una velocità di 200 m/s quando esplose e si divide in due pezzi che continuano a muoversi nel verso e direzione iniziali. Uno dei due pezzi, di 3kg, si muove con una velocità di 100m/s. Quale sarà la velocità del secondo pezzo? ...

A ... 150 m/s

B ...200 m/s

C ...300 m/s

**D ...350 m/s**

E ...750 m/s

13. Sei carrelli identici sono attaccati uno all'altro e si trovano in quiete su una rotaia orizzontale. Un settimo carrello, identico ai precedenti, che viaggia ad 1m/s urta i carrelli fermi rimanendovi attaccato. Trascurando effetti di attrito, la velocità con cui i sette carrelli iniziano a muoversi è, in m/s ... **D**

**A** ... 1

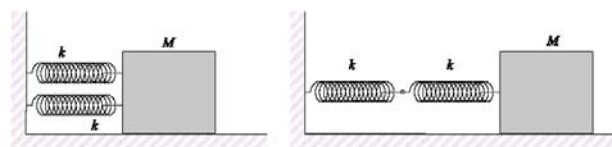
**B** ...  $1/\sqrt{7}$

**C** ... 1/6

**D** ... 1/7

**E** ... 6/7

14. Due blocchi di identica massa  $M$  sono attaccati ciascuno a due molle identiche con costante elastica  $k$ , come mostrato nelle figure sottostanti. L'attrito tra i blocchi e la superficie d'appoggio è trascurabile. Il rapporto tra il periodo di oscillazione del blocco attaccato alle molle collegate in parallelo (a sinistra) e il periodo del blocco attaccato alle molle collegate in serie (a destra) sarà:



A 1

B  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**C**  $\frac{1}{2}$

D

$\sqrt{2}$

E

2

15. La figura a fianco rappresenta il grafico di una forza  $F_x(t)$  che dipende dal tempo e che agisce su una particella che si sta muovendo lungo una direzione  $x$ . Quanto vale l'impulso totale trasmesso alla particella?

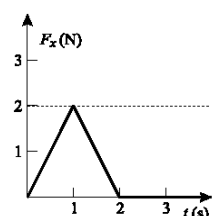
A ...0

B ...1 kg m/s

**C ... 2 kg m/s**

D ...3 kg m/s

E ...4 kg m/s

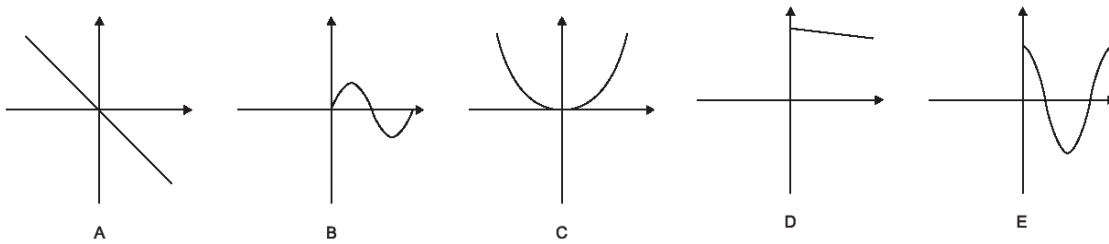




16. In un laboratorio didattico un carrello di massa  $m$  si muove su una rotaia orizzontale con velocità  $v$  e urta contro una molla, di costante elastica  $k$ , fissata all'estremità della rotaia. Si trascuri l'attrito. Qual è la massima compressione della molla? **A**

- A  $v\sqrt{\frac{m}{k}}$     
  B  $\sqrt{\frac{mv}{k}}$     
  C  $\frac{mv^2}{2k}$     
  D  $\frac{mv}{k}$     
  E  $\sqrt{\frac{mv}{2k}}$

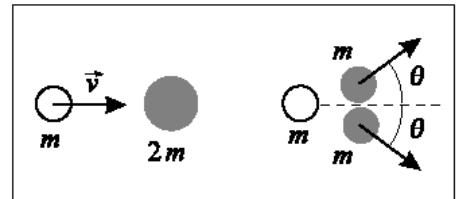
17. In un'esperienza di laboratorio si studia il moto di una massa che oscilla verticalmente appesa ad una molla. Quale dei grafici in figura rappresenta nel modo migliore l'andamento dell'energia totale (asse verticale) in funzione del tempo (asse orizzontale)? ...**D**



18. Un satellite di massa  $m$  è in orbita circolare di raggio  $R$ , attorno ad un pianeta di massa  $M$  (con  $M \gg m$ ). Il tempo necessario per compiere una rivoluzione è ...

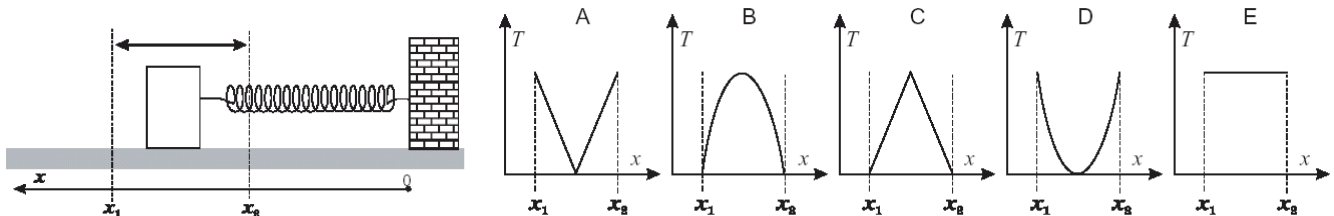
- A ...indipendente da  $M$      B ...proporzionale a  $\sqrt{m}$      C ...lineare in  $R$   
 D ... proporzionale a  $R$      E ...proporzionale a  $R^{3/2}$

19. Una particella di massa  $m$ , che inizialmente si sta muovendo lungo l'asse  $x$  con una velocità  $v$ , urta una particella di massa  $2m$  inizialmente ferma. In seguito all'urto la prima particella si ferma, mentre la seconda particella si divide in due parti di uguale massa che si muovono in direzioni che formano uno stesso angolo  $\theta$  con l'asse  $x$ , come mostrato in figura. Quale delle seguenti affermazioni descrive correttamente la velocità delle due parti?

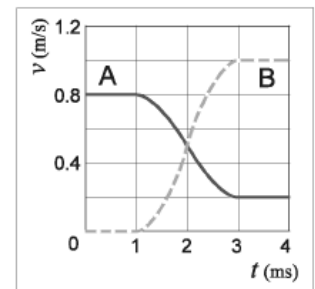


- A ...Entrambe le parti si muovono con velocità  $v$ .  
 B ...Una delle due parti si muove con velocità  $v$ , l'altra con velocità minore di  $v$ .  
 C ...Entrambe le parti si muovono con velocità  $v/2$ .  
 D ...Una delle due parti si muove con velocità  $v/2$ , l'altra con velocità maggiore di  $v/2$ .  
**E ...Entrambe le parti si muovono con velocità maggiore di  $v/2$ .**

20. La figura mostra un oscillatore, di massa  $m$  e costante elastica  $k$ , che si muove su un piano senza attrito. Le posizioni estreme dell'oscillazione sono  $x_1$  e  $x_2$ . Quale, tra i grafici seguenti rappresenta meglio come varia l'energia cinetica dell'oscillatore in funzione della posizione  $x$ ? ...**B**



1. Il grafico mostra l'andamento della componente della velocità in funzione del tempo per due corpi A e B che si urtano frontalmente in maniera elastica. Si supponga che la risultante delle forze esterne agenti sul sistema dei due corpi sia nulla. Quali, tra le seguenti affermazioni, sono corrette?...



- 1 - Dopo l'urto A e B si muovono nello stesso verso.  
 2 - Le velocità di A e B sono uguali nell'istante centrale della collisione.  
 3 - La massa di B è maggiore di quella di A.  
 A ...Solo la 1                      B ...Solo la 2                      **C ...Solo la 1 e la 2**  
 D ...Solo la 2 e la 3              E ...Tutte e tre

2. La risultante di tutte le forze esterne che agiscono su un sistema di particelle è nulla. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera per il sistema di particelle?...

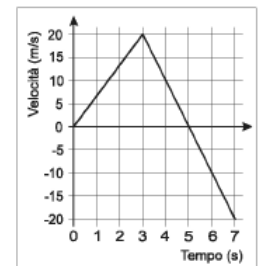
- A ...L'energia meccanica totale e la quantità di moto sono costanti.  
 B ...L'energia potenziale totale è costante.  
 C ...L'energia cinetica totale e la quantità di moto totali sono costanti.  
**D ...La quantità di moto totale è costante.**  
 E ...Il sistema di particelle si trova in una situazione di equilibrio statico.

3. Un blocco di massa M scivola lungo una rampa da un'altezza  $h_0$  e urta un altro blocco di massa 2M inizialmente fermo sul piano orizzontale. I due blocchi restano uniti e proseguono risalendo su una seconda rampa fino ad un'altezza  $h_1$ . I tre piani sono opportunamente raccordati in modo che non ci siano irregolarità nel moto dei blocchi. Supponendo di poter trattare le masse come puntiformi e di poter trascurare gli effetti di attrito tra tutte le superfici, quanto vale  $h_1$ ? ...**E**



- A**  $h_0$                       **B**  $h_0/2$                       **C**  $h_0/3$                       **D**  $h_0/4$                       **E**  $h_0/9$

4. Il grafico della velocità in funzione del tempo in figura rappresenta il moto di un carrello di massa 3 kg che descrive una traiettoria rettilinea. Quanto vale la variazione della quantità di moto del carrello tra gli istanti  $t_1 = 1.5s$  e  $t_2 = 3s$ ? ...



- A ...15 kg m/s                      B ...20 kg m/s                      **C ...30 kg m/s**  
 D ...-120 kg m/s                  E ...60 kg m/s

5. Tra due oggetti, posti ad una certa distanza uno dall'altro, agisce la forza di gravità. Se vengono raddoppiate sia la massa di ciascun oggetto che la distanza alla quale si trovano, la forza gravitazionale risulta moltiplicata per un fattore pari a...

- A ...1/4                      B ...1/2                      **C ...1**                      D ...2                      E ... 4

6. Quale, tra le formule scritte qui sotto, rappresenta meglio la relazione tra il periodo,  $y$ , di un satellite in orbita circolare ed il raggio,  $R$ , dell'orbita stessa, se la costante  $b$  può essere eventualmente nulla? ...

- A ...  $y = ax + b$                       **B ...  $y^2 = ax^3 + b$**                       C ...  $y = ax^2 + b$   
 D ...  $y^{-1} = ax + b$                       E ...  $y^{-1} = ax^2 + b$

7. La forza gravitazionale esercitata dalla Terra su un grosso libro che si trova sulla cima del Gran Sasso (altezza 2900m s.l.m.) ha un'intensità di 20 N. Quale sarebbe approssimativamente l'intensità della forza gravitazionale della Terra sullo stesso libro se questo fosse ad un'altezza doppia rispetto al livello del mare? Nota: Si consideri la Terra come una sfera omogenea di raggio  $R_T = 6370km$ .

- A                      2.5N                      B                      5.0N                      C                      10N                      **D                      20N**                      E                      40N

8. In quale dei seguenti casi un pendolo potrebbe oscillare da due a quattro volte più lentamente di prima? ...

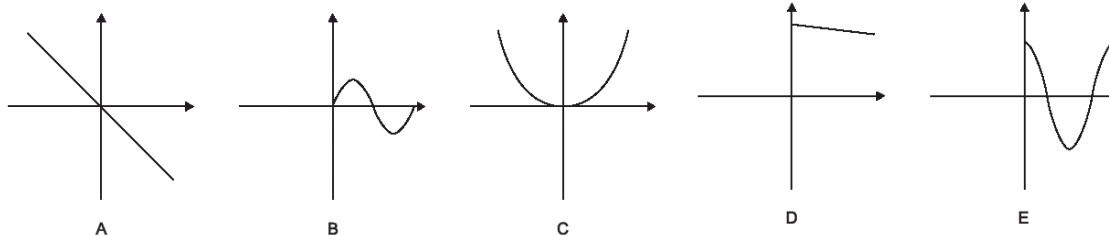
- A ... Portandolo in alto, dal livello del mare sulla cima di una montagna molto alta  
 B ... Portandolo in basso, dal livello del mare in una profonda miniera di carbone  
**C ... Portandolo dalla superficie della Terra sulla superficie della Luna**  
 D ...Portandolo dalla superficie della Luna sulla superficie della Terra  
 E ...Portandolo dalla superficie della Terra in un punto dello spazio molto lontano da qualunque altra massa

9. Quando un corpo si muove di moto armonico semplice, quali delle seguenti quantità 1) accelerazione 2) forza di richiamo 3) velocità variano nel tempo con uno sfasamento di un quarto di periodo rispetto alla posizione?

...

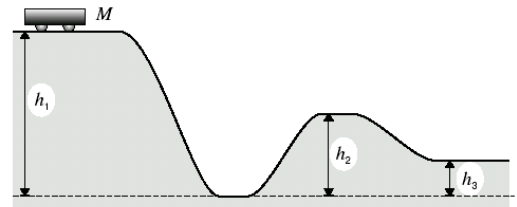
- A ...Tutte e tre    B ...Solo la 1 e la 2    C ...Solo la 2 e la 3    D ...Solo la 1    **E ...Solo la 3**

10. In un'esperienza di laboratorio si studia il moto di una massa che oscilla verticalmente appesa ad una molla. Riferendosi alla figura del quesito precedente quale grafico può rappresentare nel modo migliore l'energia potenziale complessiva (asse verticale) in funzione dello spostamento dalla posizione dell'equilibrio (asse orizzontale)? ...**C**



11. Il disegno mostra un carrello di massa  $M$ , posto su una rotaia senza attrito, che viene lasciato da fermo dalla cima di una sommità di altezza  $h_1$ . Quanto vale l'energia cinetica del carrello quando raggiunge la cima della successiva sommità che ha un'altezza  $h_2$ ?

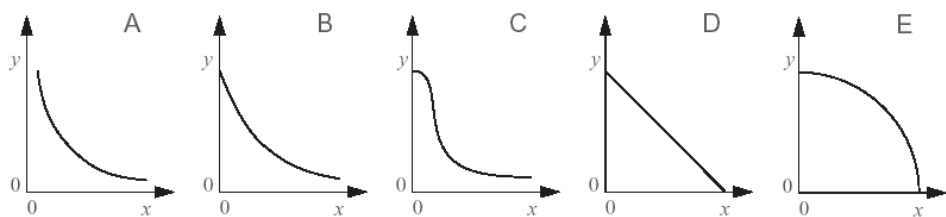
- A  $Mgh_1$     **B  $Mg(h_1 - h_2)$**     C  $Mg(h_2 - h_3)$   
 D  $\frac{1}{2} Mg(h_1 + h_2)$     E 0



12. A un certo istante, un proiettile di massa 100g dopo aver superato il punto più alto della sua traiettoria, ha una velocità di modulo 500 m/s inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo  $\alpha$ , tale che  $\tan \alpha = 4/3$ . Nello stesso istante il proiettile esplose in due parti, una delle quali, di 60g, si allontana con una velocità orizzontale di 500 m/s. Di conseguenza, la velocità dell'altro frammento, nello stesso istante, è ...

- A 500 m/s nella stessa direzione, ma verso opposto alla velocità della prima.  
**B 1000 m/s in direzione verticale.**  
 C 500m/s nella stessa direzione e verso della prima.  
 D 400m/s in direzione verticale.    E zero: si ferma.

13. I cinque grafici in figura mostrano come una certa grandezza  $y$  può dipendere da un'altra grandezza  $x$ . Dire quale di questi rappresenta meglio la relazione tra l'energia potenziale di un pendolo semplice che oscilla senza attrito (grandezza  $y$ ) e la sua energia cinetica (grandezza  $x$ ) allo stesso istante. ...**D**

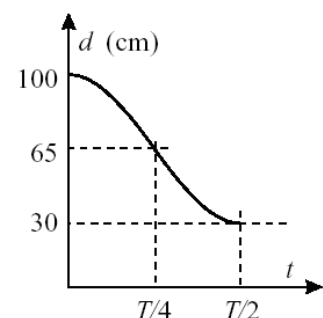


14. Il periodo delle piccole oscillazioni di un pendolo è indipendente da piccole variazioni 1) dell'accelerazione di gravità 2) della massa del pendolo 3) dell'ampiezza del moto. Quali delle precedenti affermazioni sono corrette? ...

- A ...Tutte e tre    B ...Sia la 1 che la 2    **C ...Sia la 2 che la 3**  
 D ...Soltanto la 1    E ...Soltanto la 3

15. Una molla, la cui lunghezza a riposo è  $l_0$  viene appesa al soffitto; all'altra estremità viene fissato un corpo che, dopo essere stato tirato e poi abbandonato, comincia ad oscillare secondo un moto armonico di periodo  $T$ . Il grafico indica come varia nel tempo la sua distanza  $d$  dal soffitto. Dal grafico si può ricavare che...

- A ...l'ampiezza del moto armonico è 70 cm  
 B ...l'energia cinetica ha un massimo in  $t = \frac{1}{2} T$



C ... il modulo della forza di richiamo sul corpo aumenta fra  $t = 0$  e  $t = \frac{1}{4} T$

D ... il modulo della velocità ha un massimo in  $t = \frac{1}{4} T$

E ... il valore di  $l_0$  è 65cm

16. In figura è rappresentato un sistema di due blocchi A e B le cui masse sono rispettivamente di 16 e 4 kg; l'attrito tra il blocco A e la superficie di appoggio è trascurabile, mentre le superfici dei due blocchi a contatto tra loro presentano un coefficiente di attrito pari a 0.50. Il blocco A viene spinto, in direzione AB, da una forza orizzontale F in modo tale che il blocco B non cada per effetto del suo peso. Il valore minimo della forza F, perché ciò sia possibile, è (NOTA: si approssimi il valore di  $g$  con  $10\text{ms}^{-2}$ )



- ...  
 A ...50 N      B ...100 N      C ...200 N      **D ...400 N**      E ...1600N

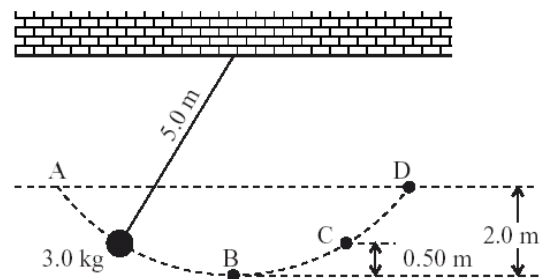
17. Per un oggetto che parte da fermo e cade liberamente sotto l'azione della sola forza di gravità, l'energia cinetica è proporzionale...

- A ...al prodotto tra il tempo di caduta e la distanza percorsa  
 B ...alla velocità      C ...al quadrato della distanza percorsa  
**D ...al quadrato del tempo di caduta**      E ...al tempo di caduta

18. Un carrello di massa 20 kg trasporta 5 kg di granaglia, muovendosi a 20 m/s su un binario orizzontale, privo d'attrito e rettilineo. Dall'istante  $t_0 = 0$  s e fino a  $t_1 = 10$  s a causa di un foro nel fondo del carrello, viene persa della granaglia al ritmo di 0.2kg/s. Perciò alla fine la velocità del carrello sarà approssimativamente di ...

- A      13.3m/s      B      15 m/s      C      19.6m/s      D      20.0 m/s  
 E      **21.7 m/s**

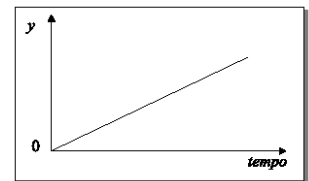
19. Nella figura a lato viene schematizzata una massa di 3.0 kg che, fissata ad un'estremità di un filo sospeso lungo 5.0 m, oscilla lungo un arco di cerchio AD in un piano verticale. Il punto B è il più basso della traiettoria, C si trova a 0.50 m al di sopra di B e D a 2.0 m al di sopra di B. Assumendo che la resistenza dell'aria sia trascurabile e che l'accelerazione di gravità valga  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , la velocità della massa quando passa per il punto C è, approssimativamente...



- A ...7.8 m/s      B ...3.9 m/s      C ...6.3 m/s      **D ...5.5 m/s**      E ...3.2 m/s

20. Il grafico si riferisce al moto di un corpo che cade liberamente nel vuoto. La grandezza rappresentata sull'asse verticale è ...

- A la velocità.      B la posizione      C l'accelerazione.  
 D la forza.      E l'energia cinetica.



## 2F 1 marzo 2008 leggi conservazione e gravitazione

## Conoscenza e comprensione

- Il lavoro di una forza costante lungo uno spostamento rettilineo è dato dal prodotto dello spostamento per la proiezione della forza. Come mai il lavoro della risultante è la somma dei lavori di ogni forza?  
Perché la proiezione della risultante è la somma delle proiezioni delle singole forze
- Perché il lavoro è una grandezza con segno? Quando è negativo?  
Perché la proiezione della forza sullo spostamento può essere sia negativa che positiva. E' negativa quando la forza e lo spostamento formano un angolo ottuso.
- L'unità di misura del lavoro è (dai la definizione)  
Il Joule definito come il lavoro compiuto dalla forza costante di 1 N che sposta il suo punto di applicazione di 1m nella direzione e verso della forza.
- Quando si alza di 1 m 1 m<sup>3</sup> di acqua l'energia potenziale aumenta di ... (spiega)  
1 m<sup>3</sup> di acqua ha una massa di 10<sup>3</sup> kg e un peso di 9.8·10<sup>3</sup> N e se si alza di 1 m l'energia potenziale aumenta di 9.8·10<sup>3</sup> J
- Perché il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo una traiettoria chiusa è zero?  
Perché se considero due punti sulla traiettoria si individuano due percorsi diversi (a) e (b) e si avrà che  $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_{(a)} + \mathcal{L}_{(b)}$  ma  $\mathcal{L}_{(b)}$  riguarda un percorso con gli stessi estremi di (a) salvo il cambio di verso e dunque poiché la forza è conservativa  $\mathcal{L}_{(b)} = \mathcal{L}_{-(b)} = -\mathcal{L}_{(a)}$  e la somma fa zero.
- Come mai quando una massa m ne urta elasticamente un'altra con uguale massa ma ferma, le due masse dopo l'urto si allontanano formando un angolo di 90°?  
Per la conservazione della quantità di moto  $m \vec{v} = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2$  da cui si ha  $m \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  ovvero le tre velocità formano un triangolo. Per la conservazione dell'energia cinetica (semplificando per ½ m) si ha  $v^2 = v_1^2 + v_2^2$  ovvero il triangolo è rettangolo perché vale la relazione pitagorica.
- Data una forza F di direzione costante ma variabile in intensità cosa si intende con forza media <F> relativamente ad un intervallo temporale t<sub>2</sub> – t<sub>1</sub>? Qual è il suo significato fisico?  
E' la forza costante con la stessa area e corrisponde ad una forza costante che determina la stessa variazione di quantità di moto.
- Quando si definisce l'energia potenziale U si ha sempre che U<sub>rif</sub> = 0. Come mai?  
Perché per definizione di energia potenziale si ottiene U<sub>rif</sub> =  $\mathcal{L}_{rif \rightarrow rif}$  e questo è zero.
- Date una forza costante F e una forza elastica F<sub>x</sub> = – k x e una forza gravitazionale F = G  $\frac{M m}{r^2}$  scrivi le tre relazioni per l'energia potenziale precisando il significato dei simboli che non compaiono tra i dati e quale sia il riferimento  
Forza costante U = F x dove x rappresenta la quota del punto misurata lungo un asse avente la stessa direzione della forza e verso contrario. Il riferimento è il punto x = 0  
Forza elastica U = ½ k x<sup>2</sup> il riferimento è il punto di riposo della molla  
Forza gravitazionale U = – G  $\frac{M m}{r}$  il riferimento è all'infinito.
- Qual è il legame tra  $\mathcal{L}_{1 \rightarrow 2}$  ed energia potenziale? Spiega la risposta  
 $\mathcal{L}_{1 \rightarrow 2} = \mathcal{L}_{1 \rightarrow rif} + \mathcal{L}_{rif \rightarrow 2}$  perché il lavoro non dipende dal percorso (forza conservativa) =  $\mathcal{L}_{1 \rightarrow rif} - \mathcal{L}_{2 \rightarrow rif}$  perché se si invertono gli spostamenti il lavoro cambia segno = U<sub>1</sub> – U<sub>2</sub> = – ΔU per definizione di energia potenziale
- Alla luce della legge di gravitazione universale cos'è l'accelerazione di gravità? Spiega.  
La forza peso esercitata dal pianeta su un corpo di massa m a distanza r dal centro del pianeta e G  $\frac{M m}{r^2}$  e sotto l'azione del peso il corpo cade con accelerazione  $g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$  e da qui si vede che essa dipende dalla massa del pianeta e dalla distanza
- Come si dimostra che per un satellite di massa m in orbita circolare di periodo T a distanza r da un pianeta di massa M >> m vale la relazione r<sup>3</sup>/T<sup>2</sup> = costante. Da cosa dipende questa costante?  
L'accelerazione è G  $\frac{M}{r^2}$  (vedi risposta precedente) ed essa nel moto circolare uniforme vale  $\frac{v^2}{r}$ . Ma v =  $\frac{2\pi r}{T}$  e dunque:

$$G \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Leftrightarrow G \frac{M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2} \text{ La costante dipende esclusivamente dalla massa del pianeta o della stella (caso del sole).}$$

13. Perché dalla conoscenza della costante di gravitazione  $G$  è possibile risalire alla massa della Terra e del Sole?

L'accelerazione di gravità vale sempre  $G \frac{M}{r^2}$  dove  $M$  è la massa del centro di forza (terra o sole) ed  $r$  la distanza del corpo che ne subisce l'attrazione (accelerazione di gravità). Sulla terra basta misurare  $g$  e si ha  $M$  visto che il raggio terrestre è noto. Nel caso del sole basta calcolare l'accelerazione del moto della terra (che richiede l'uso della distanza terra sole e del periodo = anno) ed operare come sopra.

14. Cos'è la velocità di fuga di un corpo dalla attrazione gravitazionale di un pianeta? Come la si calcola? È la velocità minima che bisogna impartirgli per consentirgli di sfuggire alla attrazione gravitazionale del pianeta. Man mano che si allontana il corpo perde energia cinetica ed acquista energia potenziale (che va verso lo zero da valori negativi). All'infinito, confrontando le energie totali che si conservano, si avrà:

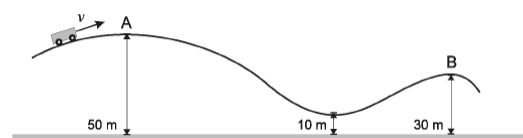
$$\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M m}{r} = 0 \text{ da cui } v = \sqrt{\frac{2 GM}{r}}$$

### Competenze test tipo Olimpiadi della Fisica

- La costante di gravitazione universale  $G$  vale in unità del Sistema Internazionale  
**A...6.67·10<sup>-11</sup>**    B...6.63·10<sup>-34</sup>    C...dipende dal pianeta    D...6.67·10<sup>-34</sup>    E...5.98·10<sup>24</sup>
- Come mai un corpo che cade nel campo gravitazionale terrestre può raggiungere una velocità costante? ...  
 A ...Perché l'energia si conserva.  
 B ...Perché il campo gravitazionale terrestre diminuisce a mano a mano che il corpo cade.  
 C ...Perché la massa del corpo rimane costante.  
 D ...Perché il peso del corpo cresce mentre questo cade.  
**E ...Perché la resistenza dell'aria cresce al crescere della velocità.**
- In un piano inclinato di base  $b$ , altezza  $a$  e coefficiente d'attrito  $\mu$  un corpo scivola sotto l'azione combinata del peso e delle forze d'attrito. Il valore assoluto del lavoro della forza d'attrito vale:  
**A... $\mu m g b$**     B... $\mu m g a$     C... $\mu m g \sqrt{a^2 + b^2}$     D...0    E... $m g (\mu - \sqrt{a^2 + b^2})$
- Durante una partita di baseball, il ricevitore afferra una palla da 0.1kg che gli arriva sul guantone alla velocità di 20m/s e per fermare la palla impiega 0.01s. La media temporale della forza applicata alla palla è: ...  
 A ...20N    B ...100N    **C ...200N**    D ...1000N    E ...2000N
- Un corpo di massa  $m$  e dotato di energia cinetica  $\mathcal{E}_k$  ne urta con urto totalmente anelastico un altro di massa doppia inizialmente in quiete. Dopo l'urto l'energia cinetica del sistema diventa  $\mathcal{E}'_k$ . Il rapporto  $\mathcal{E}'_k / \mathcal{E}_k$  vale:  
 A...1    **B...1/3**    C...1/2    D...2/3    E...4/9
- Affinché un oggetto possa superare il giro della morte la sua velocità nel punto più alto deve essere almeno pari al valore che determina un'accelerazione pari a quella di gravità. Deve cioè essere  $g = v^2/r$ . Per raggiungere tale velocità da quale altezza  $h$  deve partire l'oggetto se cade in caduta libera (energia potenziale del peso)?  
 A...2r    **B...2.5r**    C...3r    D...3.5 r    E...4r
- Per un satellite in orbita il rapporto tra l'energia cinetica e il modulo dell'energia potenziale vale  
 A...1    B...2    **C...1/2**    D...dipende da  $r$   
 E...1/3
- Assumendo che l'accelerazione di gravità sia di 10 ms<sup>-2</sup>, qual è la potenza di un motore elettrico capace di sollevare un pacco di 36 kg a 2.0 m di altezza in 4.0 s? ...  
 A ...18W    B ...36W    C ...90W    **D ...180W**    E ...360W
- Un sistema fisico è caratterizzato da  $\mathcal{E}_k = 250 \text{ J}$  e  $U = -400 \text{ J}$  e passa ad una configurazione con  $\mathcal{E}_k = 300 \text{ J}$  e  $U = -500 \text{ J}$ . Vengono fatte le seguenti affermazioni: a) l'energia meccanica è aumentata b) hanno agito forze per le quali non si può definire l'energia potenziale c) il lavoro delle forze non conservative è stato di  $-50 \text{ J}$ . Quali sono vere?  
 A...solo a)    B...solo b)    C...solo c)    D...solo a) e b)    **E...solo b) e c)**
- Un motore solleva una cassa a velocità costante; ha un rendimento del 80% e utilizza 12'000 J di energia elettrica. Di quanto varia l'energia potenziale gravitazionale della cassa?

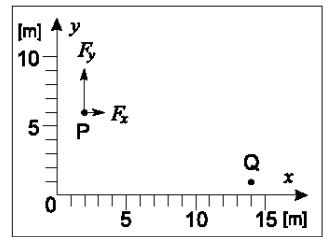


- A ...-9'600J      B ...-15'000J      C ...0J      **D** ...+9'600J      E ...+15'000J
11. In un sistema fisico su cui agiscono solo forze conservative si cambia da rif a rif il riferimento delle energie potenziali. Vengono fatte le seguenti affermazioni: a) tutte le energie potenziali cambiano in modo diverso a seconda della maggiore o minore vicinanza al nuovo riferimento b) tutte le energie potenziali cambiano di una stessa quantità c) per effetto di tale cambiamento cambiano le energie cinetiche. Quali sono vere?  
A...solo a)      **B**...solo b)      C...solo c)      D...solo a) e c)      E...solo b) e c)
12. Molte automobili dispongono di cuscini d'aria detti "airbags" che, in caso di incidente, si gonfiano automaticamente. Lo scopo di tale dispositivo è quello di proteggere il guidatore...  
A ...riducendo l'impulso      B ...aumentando la variazione nell'unità di tempo della sua quantità di moto  
C ...riducendo la sua velocità finale      D ...aumentando la variazione totale della sua quantità di moto  
**E** ... riducendo la variazione nell'unità di tempo della sua quantità di moto
13. Stanlio ha una massa pari a 1/3 di quella di Olio e i due stanno andando su due biciclette identiche. Stanlio mantiene una velocità di 8m/s e Olio di 2m/s. Quanto vale il rapporto tra l'energia cinetica di Stanlio e quella di Olio ...  
A ...**16/3**      B ...4/3      C ...1/3      D ...mancano dei dati      E: ...3/16
14. Romeo dal giardino vuole far arrivare a Giulietta, che si trova sul balcone, un foglietto di carta con un messaggio. Lo appallottola e lo lancia con tutta la sua forza, ma il foglietto non raggiunge l'altezza del balcone. Allora vi mette all'interno un piccolo sasso, lo lancia allo stesso modo di prima e ora il "pacchetto" raggiunge il balcone. Come mai il foglietto con il sasso arriva più in alto di quello senza sasso?  
A ...Poiché Romeo riesce ad imprimergli una maggiore velocità iniziale  
B ...perché viene frenato di meno dalla resistenza dell'aria  
C ...perché viene frenato di più dalla resistenza dell'aria  
**D** ...Poiché, avendo massa maggiore, subisce una minor decelerazione dalla forza di resistenza dell'aria.  
E ...Poiché ha massa maggiore e l'energia potenziale gravitazionale è direttamente proporzionale alla massa
15. Due oggetti hanno la stessa quantità di moto e massa diversa. Vengono fatte le seguenti affermazioni: a) L'oggetto con massa minore ha energia cinetica maggiore. b) L'oggetto con massa maggiore ha bisogno di un maggiore impulso per acquistare, da fermo, la data quantità di moto c) Quello di massa maggiore richiede un minore lavoro per raggiungere quella quantità di moto. Quali sono corrette?  
A ... solo a)      B ... solo b)      C ... solo c)      D ... a) e b)      **E** ... a) e c)
16. Per un oggetto che parte da fermo e cade liberamente sotto l'azione della sola forza di gravità, l'energia cinetica è proporzionale...  
**A** ...allo spazio percorso      B ...alla velocità      C ...al quadrato della distanza percorsa  
D ...alla velocità media      E ...al tempo di caduta
17. A un certo istante, un proiettile di massa 100g dopo aver superato il punto più alto della sua traiettoria, ha una velocità di modulo 500 m/s inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo  $\alpha$ , tale che  $\tan\alpha = 4/3$ . Nello stesso istante il proiettile esplode in due parti, una delle quali, di 60g, si allontana con una velocità orizzontale di 500 m/s. Di conseguenza, la velocità dell'altro frammento, nello stesso istante, è ...  
A 500 m/s nella stessa direzione, ma verso opposto alla velocità della prima.  
B 1000 m/s in direzione verticale.      C 500m/s nella stessa direzione e verso della prima.  
D 400m/s in direzione verticale.      **E** zero: si ferma.
18. Un oggetto è lanciato verticalmente verso l'alto a una data velocità. Trascurando la resistenza dell'aria e la variazione dell'accelerazione di gravità con l'altezza, quale delle seguenti affermazioni è corretta?  
A L'energia cinetica dell'oggetto è massima alla massima altezza raggiunta.  
**B** Se la velocità iniziale raddoppia, la massima altezza raggiunta è quattro volte maggiore.  
C La quantità di moto dell'oggetto è costante durante il moto.  
D L'oggetto percorre distanze uguali in tempi uguali sia durante la salita che durante la discesa.  
E L'energia potenziale dell'oggetto cresce della stessa quantità ogni secondo durante la salita.
19. Un carrello si sta muovendo lungo il percorso di una montagna russa mostrato in figura. Nel punto A la sua velocità vale 20 m/s. Se l'attrito può essere trascurato, quale sarà la velocità del carrello nel punto B? ...  
A ... 14 m/s      B ...20 m/s      C ...22 m/s  
**D** ...28 m/s      E ... 31 m/s



20. La figura si riferisce ad una forza costante  $\vec{F}$  di componenti  $F_x = 3 \text{ N}$  e  $F_y = 6 \text{ N}$  che agisce su un corpo puntiforme mentre si sposta dal punto  $P(2,6)$  al punto  $Q(14,1)$  dove le coordinate sono espresse in metri. Quanto lavoro viene esercitato dalla forza durante lo spostamento del corpo?

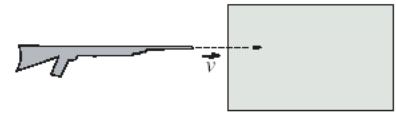
- A ...0 J    **B** ... 5 J    C ... 10 J    D ...56 J    E ... 66 J





### 3A compito ricapitolazione gruppo A 23 maggio 2008

1. Il dispositivo in figura viene usato per misurare la velocità  $v$  del proiettile sparato da un fucile. La velocità viene calcolata misurando la massa finale  $m_1$  del blocco che funge da bersaglio, la massa  $m$  del proiettile e la velocità  $v_1$  del bersaglio dopo l'impatto. La relazione usata è  $v = m_1 v_1 / m$ . In un simile esperimento si sono trovati i seguenti risultati: Massa del bersaglio dopo l'impatto  $m_1 = (2.50 \pm 0.03)$  kg. Massa del proiettile  $m = (12.5 \pm 0.3)$  g. Velocità del bersaglio dopo l'impatto  $v_1 = (2.50 \pm 0.02)$  m/s. Quale dei seguenti valori esprime una stima dell'incertezza nella misura della velocità del proiettile? ...



- A ...1.2%      B ...2.5%      C ...3.6%      **D ...4.4%**      E ...12%

Bisogna sommare gli errori relativi percentuali  $3/2.5 + 30/12.5 + 2/2.5 = 4.4 \%$

2. Quale delle seguenti espressioni potrebbe esprimere correttamente, a meno di costanti numeriche, la velocità delle onde nell'oceano, se si indica con  $g$  l'accelerazione di gravità, con  $\rho$  la densità dell'acqua di mare, con  $b$  la profondità dell'oceano e con  $\lambda$  la lunghezza d'onda ...

- A ...  $\sqrt{\frac{g}{b}}$       **B ...  $\sqrt{g\lambda}$**       C ...  $\sqrt{\frac{g\lambda}{b}}$       D ...  $\sqrt{\frac{g}{\rho}}$       E ...  $\sqrt{\rho g b}$

$\sqrt{g\lambda}$  si misura in  $\sqrt{m^2/s^2} = m/s$

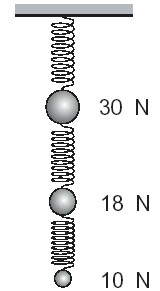
3. Una sbarra omogenea del peso di 100 N è appoggiata ad un fulcro posto a  $\frac{3}{4}$  della lunghezza dall'estremo sinistro. Nell'estremo sinistro è applicata una forza orientata come il peso di 10 N. Quale forza in N bisogna applicare nell'estremo destro per garantire l'equilibrio?

- A ...100      B ...110      C ...120      **D ...130**      E ...140

Si devono eguagliare i due momenti di rotazione rispetto al fulcro. La forza peso (applicata a metà sbarra) ha distanza dal fulcro pari a  $\frac{1}{4} l$ ; la forza da 100 N dista  $\frac{3}{4} l$ ; la forza incognita dista  $\frac{1}{4} l$  e dunque  $100 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \frac{3}{4} = x \cdot \frac{1}{4}$  da cui  $x = 4(25 + 7.5) = 130$  N

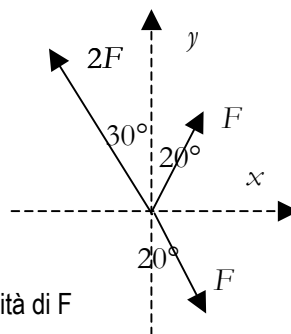
4. Tre sfere pesano rispettivamente 30 N, 18 N e 10 N e sono collegate ad un supporto rigido per mezzo di molle identiche, di massa trascurabile, come mostrato in figura. La costante elastica di ciascuna molla è 1 N/mm. L'allungamento della molla centrale è: ...

- A ...8 mm      B ... 12 mm      C ...18 mm      **D ... 28 mm**      E ...58 mm



La molla centrale è sollecitata da 28 N e dunque si deforma di 28 mm

5. Si consideri il sistema di forze rappresentato in figura. Determinare la successione corretta nei valori delle componenti  $R_x$  e  $R_y$  della risultante



	$R_x$	$R_y$
A	0.316	1.73
<b>B</b>	<b>-0.316</b>	<b>1.73</b>
C	0.158	0.866
D	-0.158	0.866
E	-0.316	-1.73

$$R_x = 2F \sin 20 - 2F \sin 30 = -0.316F$$

$$R_y = 2F \cos 30 = 1.73 F$$

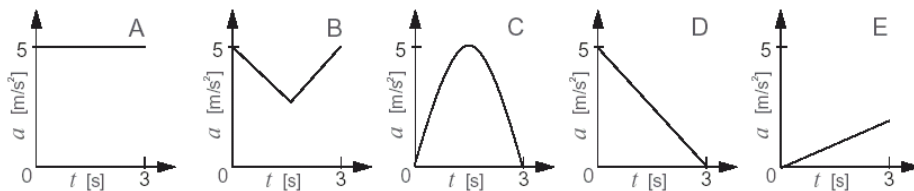
I valori sono espressi in unità di F

6. Una legge oraria è costituita da una curva con la concavità verso il basso che va da  $x_1 = 2.5$  m e  $t_1 = 3.5$  s a  $x_2 = 4.0$  m a  $t_2 = 6.5$  s. La velocità  $v_1 = 0.8$  m/s. Tenuto conto del valore della velocità media che va calcolato si può affermare che nell'intervallo  $t_1 t_2$

- A ... il corpo avrà prima o poi  $v = 0.4$  m/s**      B ... il corpo dovrà assumere una  $v < 0$   
 C ... il corpo dovrà fermarsi      D ... il corpo dovrà avere un'altra volta  $v = 0.8$  m/s  
 E ... il moto è uniformemente accelerato

La velocità media è  $1.5/3 = 0.5$  m/s. La legge oraria ha concavità verso il basso e dunque la velocità istantanea raggiungerà ad un certo istante il valor medio (tangente parallela alla secante) e dovrà poi diminuire ulteriormente

7. Un oggetto può muoversi in modo che la sua accelerazione vari nel tempo come mostrato nei cinque grafici in figura. Se al tempo  $t = 0$  l'oggetto si muove a velocità  $v_0$  in quale caso la sua velocità è minima al tempo  $t = 3s$ ? Sarà minima quando la variazione di velocità (area) è minima. **Caso E**



8. Due blocchi di legno, di masse 2 kg e 8 kg sono collegati da una fune e sono sollecitati da una forza di 20 N. I blocchi sono appoggiati su una superficie liscia. Qual è l'intensità della forza applicata dalla fune al blocco di 8 kg.  
 A... 20N      B ...18N      **C ... 16N**      D ... 8N      E ...4N  
 La accelerazione è 2 m/s<sup>2</sup> e dunque la forza è di 16 N
9. La velocità di un aeroplano viene raddoppiata e contemporaneamente il raggio di curvatura viene aumentato del 50 %. L'intensità della forza centripeta agente sull'aeroplano risulterà  
 A ...Indeterminata perché non si è specificata la quota      B ...raddoppiata  
 C ...4/3 del valore iniziale      D ...5/3 del valore iniziale      **E ...8/3 del valore iniziale**  
 Poiché  $a = v^2/r$   $a'/a = 2^2/1.5 = 8/3$
10. Due oggetti hanno quantità di moto p e masse diverse nel rapporto 1 a 2. Quale delle seguenti affermazioni è valida?  
 A ...L'oggetto con massa minore ha energia cinetica minore.  
 B ...L'oggetto con massa maggiore ha bisogno di un maggiore impulso per acquistare, da fermo, la data quantità di moto.  
 C ...Ambedue richiedono di fare lo stesso lavoro per raggiungere quella quantità di moto.  
 D ...I due oggetti hanno la stessa velocità  
**E ...Il secondo oggetto ha energia cinetica metà**  
 $\mathcal{E} = p^2/2m$  a parità di quantità di moto la massa doppia implica energia dimezzata
11. Due carrelli si muovono nella stessa direzione e verso contrario; quello di massa 4 kg si muove a 5 m/s urta di urto totalmente anelastico quello di massa 2 kg che si muoveva a 3 m/s. La perdita di energia cinetica del sistema risulta pari a:  
 A ...0 J      B...15.3 J      C ... 23.2 J      **D ...42.7 J**      E ...59.0 J  
 La quantità di moto iniziale è  $4 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 14$  kg m/s  
 La energia cinetica iniziale è  $\frac{1}{2} (4 \cdot 25 + 2 \cdot 9) = 59$  J  
 La energia cinetica finale  $p^2/2m = 14^2/12 = 16.3$  J e la perdita è dunque 42.7 J
12. Un corpo di peso 15 N scende su un piano di angolo  $\theta = 56.5^\circ$  in presenza di attrito radente con  $F_a = 20.5$  N. Dopo uno spostamento  $\Delta x = 2.5$  m la sua energia cinetica è cambiata di ...  
**A ... -20.0 J**      B ...-10.0J      C ...10.0 J      D ... 20.0 J      E ... 81.2 J  
 La componente tangenziale della risultante è  $15 \cdot \sin 56.5 - 20.5 = -7.99$  N e il lavoro è pari a -20 J. La energia cinetica cambia di -20 J
13. Una molla di costante k e con posizione di equilibrio corrispondente a  $x = 0$  viene deformata di  $\Delta x = x_2 - x_1$ ; all'estremo della molla e posta una massa m; la energia potenziale della molla cambia di  $\Delta U =$ :  
 A ... non si può rispondere perché non si sa se viene compressa o allungata  
 B ...  $\frac{1}{2} k (\Delta x)^2$       **C ...  $\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2)$**       D ...  $\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) + mg\Delta x$       E ... non cambia
14. Sotto l'azione del peso e in assenza di attrito un corpo di massa m scende lungo un guida a binario dalla posizione  $(x_1, y_1)$  alla posizione  $(x_2, y_2)$ . L'asse x è orizzontale verso destra e l'asse y verticale verso l'alto. Vengono fatte le seguenti affermazioni: **1) il lavoro della reazione vincolare è zero** 2) il lavoro della forza peso vale  $mg(y_2 - y_1)$  3) L'energia cinetica aumenta se  $y_2 < y_1$ . Quali sono vere?  
 A ... tutte e tre      B ... solo la 1      C ... solo la 2      D ... solo la 3      **E .. la 1 e la 3**  
 La due è sbagliata nel segno
15. Il periodo di rivoluzione di Marte è di 686.98 giorni contro 365.26 giorni della terra. Da questa informazione di può calcolare la distanza tra Marte e il Sole espressa in unità astronomiche. Il valore è  
 A ... 1.195      B ... 1.212      C ...1.312      D ...1.518      **E ...1.524**  
 Dalla III legge di Kepler  $T^2 \propto R^3$  e dunque  $R \propto T^{2/3}$  dunque  $R_{MS} = R_{TS} (T_M/T_T)^{2/3} = 1.524$
16. Quanto sarebbe la gravità su un pianeta della stessa massa della terra ma con un raggio pari a 0.6 di quello terrestre?  
 A... non è determinabile se non si conosce la densità

B ... 6 m/s<sup>2</sup>      C ... 0.17 m/s<sup>2</sup>      D ... 1.11 m/s<sup>2</sup>      E ... 27.2 m/s<sup>2</sup>

La accelerazione di gravità a parità di massa è inversamente proporzionale al quadrato del raggio e dunque  $g' = 1/(0.6^2) g = 27.2 \text{ m/s}^2$

17. Due satelliti diversi posti in orbita intorno alla terra alla stessa distanza in quale grandezza fisica hanno lo stesso valore:

A ...energia potenziale      B ... energia cinetica      C ...energia totale  
D ... accelerazione centripeta      E ... massa gravitazionale

18. In un satellite in orbita ellittica intorno alla terra nel punto più lontano dalla terra

A ...  $\mathcal{E}_k$  è minimo e U è massimo      B ...  $\mathcal{E}_k$  è minimo e U è minimo  
C ...  $\mathcal{E}$  ha valori diversi che in altri punti dell'orbita      D ...  $\mathcal{E}_k$  è massimo e U è minimo  
E ...  $\mathcal{E}_k$  è massimo e U è massimo

19. Due buste di plastica, di massa trascurabile, distano 2 m. Ciascuna busta contiene 15 arance uguali. Assumendo che le buste con le arance abbiano una forma approssimativamente sferica, se 10 arance vengono spostate da una busta all'altra, la forza di attrazione gravitazionale tra le due buste dovrebbe ...

A raggiungere i 3/2 del valore originale.      B raggiungere i 2/5 del valore originale.  
C raggiungere i 5/3 del valore originale.      D raggiungere i 5/9 del valore originale.  
E rimanere la stessa.

La forza è proporzionale al prodotto delle masse e dunque  $\frac{F}{F'} = \frac{25 \cdot 5}{15 \cdot 15} = 5/9$

20. L'energia totale di un satellite in orbita vale:

A ...  $-\frac{1}{2} U$       B ...  $\frac{1}{2} U$       C ... U      D ...  $-rU$       E ... non c'è una relazione semplice

In orbita  $G \frac{M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$  da cui  $G \frac{M m}{r} = m v^2$  ovvero  $-U = \mathcal{E}_k$  e dunque  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + U = \frac{1}{2} U$

### 3A compito ricapitolazione gruppo B 23 maggio 2008

1. Un oggetto si muove con velocità prossima a 2.80 m/s. Si vuole misurare tale velocità con un'accuratezza dell'ordine dell'1 % usando una distanza il cui valore è noto con errore di misura trascurabile di 25.000 cm. Il cronometro da usare per la misura dovrà avere almeno la sensibilità di ...

- A 0.1s      B 0.01 s      C 0.05s      D 0.005s      **E 0.0009 s**

L'intervallo temporale risulta di  $0.25/2.80 = 8.9 \cdot 10^{-2}$  s e poiché l'errore relativo è 1% si ha  $\epsilon_t = 0.01 \cdot 8.9 \cdot 10^{-2} \approx 9 \cdot 10^{-4}$  s

2. Quale delle seguenti combinazioni di unità di misura fondamentali può essere utilizzata nel Sistema Internazionale (SI) per esprimere il peso di un oggetto? ...

- A chilogrammo    B chilogrammo·metro    C chilogrammo/secondo  
D chilogrammo·metro/secondo    **E chilogrammo·metro / secondo<sup>2</sup>**

3. Una molla leggera viene tagliata in due parti, la prima di lunghezza doppia della seconda. 1) La costante della prima molla è metà dell'altra 2) Il carico massimo che possono sopportare è lo stesso 3) Se vengono collegate in serie la forza si distribuisce identicamente in tutti i punti. Quali sono vere?

- A ... Tutte e tre**    B ... Solo la 1 e la 2    C ... Solo la 2 e la 3    D ... Solo la 1 e la 3    E ... Solo la 3

4. Due dinamometri diversi, X ed Y, sono attaccati uno all'altro. Il dinamometro Y è vincolato ad un muro, mentre l'altro è tirato in verso opposto al muro, come mostrato in figura. Il valore della costante elastica della molla di X è doppio di quella di Y e il rapporto delle corrispondenti lunghezze a riposo delle due molle è 1.5; i due dinamometri sono tarati in modo da misurare direttamente la forza in newton (N). Quale forza si leggerà sul dinamometro Y, se X indica una forza di 4 N? ...

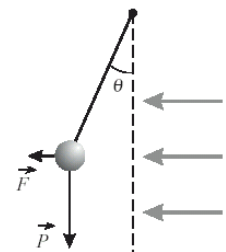
- A ...0N      **B ...4N**      C ... 6N      D ... 8N      E ...12N

5. Il modulo di Young di un tendine è  $6 \cdot 10^8$  N/m<sup>2</sup> ma il limite di elasticità è  $7 \cdot 10^7$  N/m<sup>2</sup>. La sezione del tendine è di 5 mm<sup>2</sup>. Il tendine viene stirato da una forza di 750 N. 1) Non si può conoscere di quanto si allunga se non si conosce la lunghezza 2) Viene superato il limite di elasticità 3) Il carico massimo applicabile sarebbe di 700 N. Quali sono vere?

- A ...solo 1    B ... solo 2    C ...2 e 3    D ... tutte    **E ...1 e 2**

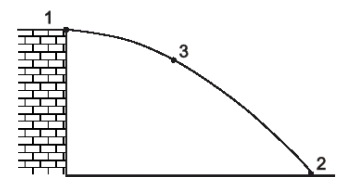
Con i dati a disposizione si può trovare  $\epsilon$  ma non  $\Delta l$  perché si dovrebbe conoscere la lunghezza. Lo sforzo risulta  $750/(5 \cdot 10^{-6}) = 15 \cdot 10^8$  N/m<sup>2</sup> maggiore del limite di elasticità. Il carico massimo sarebbe  $7 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 350$  N

6. Una sferetta di peso  $P$  è appesa a una cordicella sottile. In presenza di una forte corrente d'aria che soffia orizzontalmente, il cui effetto è quello di esercitare una forza costante  $F$  sulla sferetta, il filo forma un angolo  $\theta$  con la verticale. Dalla conoscenza di  $P$  e  $\theta$  si possono trovare  $F$  e  $T$  (tensione nella fune)?



- A ... No almeno uno ( $F$  o  $T$ ) deve essere dato  
**B ...  $T = P/\cos \theta$  e  $F = P \tan \theta$**     C ...  $T = P \cos \theta$  e  $F = P/\tan \theta$   
D ...  $T = P/\sin \theta$  e  $F = P/\tan \theta$     E ...  $T = P \sin \theta$  e  $F = P \tan \theta$

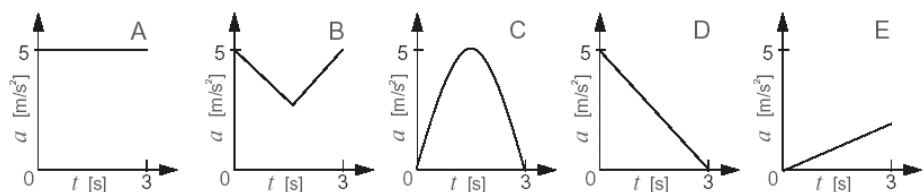
7. La figura a lato mostra la traiettoria di un oggetto che viene lanciato orizzontalmente dalla sommità di una torre. Esso raggiunge il suolo nel punto 2. Vengono fatte le seguenti affermazioni: 1)  $v_1 < v_2 < v_3$  2) la velocità orizzontale è costante 3) Se è noto il punto di impatto si può risalire alla velocità  $v_1$ . Quale combinazione di affermazioni è corretta



- A ... solo 1 e 2      **B ... solo 2 e 3**      C ... tutte e tre  
D ... solo la 2      E ...solo la 1

8. Un oggetto può muoversi in modo che la sua accelerazione vari nel tempo come mostrato nei cinque grafici in figura. Se al tempo  $t = 0$

l'oggetto si muove a velocità  $v_0$  in quale caso la sua velocità è massima al tempo  $t = 3$ s?



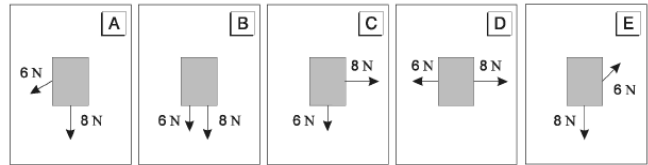
**A** perché avendo area maggiore garantisce la massima variazione positiva di velocità

9. Due blocchi di legno, di masse 3 kg e 12 kg sono collegati da una fune e sono sollecitati da una forza di 45 N che trascina il primo. I blocchi sono appoggiati su una superficie liscia. Qual è l'intensità della tensione della fune tra i due blocchi.

A... 45N      B ...40N      C ... 38N      **D ... 36N**      E ...9N

La accelerazione è  $45/15 = 3\text{m/s}^2$  e perché il secondo corpo di massa 12 kg si muova con tale accelerazione serve una forza di 36 N

10. Due forze, la prima di 6 N e la seconda di 8 N, sono esercitate contemporaneamente su una scatola di massa 2 kg posta sopra un piano orizzontale senza attrito. Si fanno le seguenti affermazioni 1) La accelerazione nel caso C vale  $5\text{ m/s}^2$  2) La minima accelerazione si ha in D 3) La accelerazione in A è maggiore che in E. Quale combinazione è vera?



**A ... tutte e tre**      B ... solo la 2

C ... solo la 2 e la 3      D ... solo la 1 e la 2

E ... solo 1 e 3

La risultante nel caso C ha modulo  $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{ N}$  e dunque  $a = 5\text{ m/s}^2$

In D la risultante ha il valore minimo 2 (vettori antiparalleli)

La accelerazione in A è maggiore che in E perché i due vettori formano un angolo acuto

11. Due carrelli si muovono nella stessa direzione e verso e quello di massa 4 kg che si muove a  $5\text{ m/s}$  urta di urto totalmente anelastico quello di massa 2 kg che si muoveva a  $3\text{ m/s}$  nello stesso verso. La perdita di energia cinetica del sistema risulta pari a:

A ...0 J      B...1.5 J      C ... 2.3 J      **D ...2.7 J**      E ...3.0 J

La quantità di moto iniziale è  $20 + 6 = 26\text{ kg m/s}$  e si conserva.

La energia cinetica iniziale vale  $\frac{1}{2}(4 \cdot 25 + 2 \cdot 9) = 59\text{ J}$

La energia cinetica finale vale  $26^2/[2(4+2)] = 56.3\text{ J}$  e dunque la variazione è  $2.7\text{ J}$

12. Un corpo di peso 20 N si muove su un piano orizzontale trainato da una forza orizzontale F di 12.0 N e in presenza di attrito radente con  $\mu_a = 0.3$ . Dopo uno spostamento  $\Delta x = 2.5\text{ m}$  la sua energia cinetica è cambiata di ...

A ... -12.0 J      B ...-10.0J      C ...10.0 J      D ... 12.0 J      **E ... 15.0 J**

La forza d'attrito è  $20 \cdot 0.3 = 6\text{ N}$  e dunque la risultante vale  $12 - 6 = 6\text{ N}$ . IL lavoro compiuto da essa è  $6 \cdot 2.5 = 15\text{ J}$

13. Una molla di costante k e con posizione di equilibrio corrispondente a  $x = 0$  viene deformata di  $\Delta x = x_2 - x_1$ ; all'estremo della molla e posta una massa m; la energia cinetica della massa cambia di  $\Delta \mathcal{E}_k =$ :

A ... 0 perché l'energia si conserva      B ...  $\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2)$       **C ...  $\frac{1}{2} k (x_1^2 - x_2^2)$**

D ...  $\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) + mg\Delta x$       E ...  $\frac{1}{2} k (\Delta x)^2$

$\Delta \mathcal{E}_k = -\Delta U = -(\frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2) = \frac{1}{2} k(x_1^2 - x_2^2)$

14. Una massa m dotata di quantità di moto  $\vec{p} = m \vec{v}$  ne urta una seconda della stessa massa in quiete con un urto elastico piano. Dopo l'urto le due particelle si allontanano con velocità  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ . Vengono fatte le seguenti affermazioni: 1)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$  2)  $v_1 + v_2 = v$  3) le particelle si allontanano formando un angolo di  $90^\circ$ . Le affermazioni corrette sono

A ...1 e 2      **B ...1 e 3**      C ...2 e 3      D ...solo 1      E ... tutte e tre

Si conserva la quantità di moto e poiché la massa è la stessa  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$  cioè i vettori velocità formano un triangolo. La 2 è di conseguenza errata. La 3 è vera perché dalla conservazione della energia cinetica si ha che  $v_1^2 + v_2^2 = v^2$  e dunque il triangolo è rettangolo

15. Il periodo di rivoluzione di Venere è di 227.70 giorni contro 365.26 giorni della terra. Da questa informazione di può calcolare la distanza tra Venere e il Sole espressa in unità astronomiche. Il valore è

A ... 0.389 B ... 0.718      **C ...0.730**      D ...0.854      E ...0.924

Dalla III legge di Kepler  $T^2 \propto R^3$  e dunque  $R \propto T^{2/3}$  dunque  $R_{VS} = R_{TS} (T_V/T_T)^{2/3} = 0.730$

16. Quanto sarebbe la gravità su un pianeta della stessa massa della terra ma con un raggio pari a 0.8 di quello terrestre?

A... non è determinabile se non si conosce la densità

**B ... 15.6 m/s<sup>2</sup>**      C ... 10 m/s<sup>2</sup>      D ... 6.41 m/s<sup>2</sup>      E ...80 m/s<sup>2</sup>

La accelerazione di gravità a parità di massa è inversamente proporzionale al quadrato del raggio e dunque  $g' = 1/(0.8^2) g = 15.6\text{ m/s}^2$

17. In un satellite in orbita circolare intorno alla terra la velocità è proporzionale a

A ... r      B ... r<sup>2</sup>      C ...1/r<sup>2</sup>      D ... $\sqrt{r}$       **E ...1/ $\sqrt{r}$**

Basta scrivere la II legge della dinamica  $G \frac{M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$  e si ottiene che  $v^2 \propto \frac{1}{r}$  da cui  $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$

18. Per risalire alla massa di un pianeta

A ...bisogna osservare il moto dei suoi satelliti

B ...si può usare la III legge di Kepler

C ...bisogna conoscere la massa dei satelliti

D ...bisogna recarsi sul pianeta

E ...basta conoscerne la distanza dal Sole

La massa di un centro di forza si determina usando la III legge di Kepler in un contesto in cui il pianeta faccia da centro di forza e bisogna osservare il periodo e la distanza dei satelliti (il pianeta deve avere satelliti)

19. Nello spazio due masse  $m$  e  $m$  sono poste a distanza  $r$ . Se il 20% della massa di una viene trasferita all'altra come cambia la forza tra le due masse?

A Non cambia per la III legge di Newton

B diminuisce del 4%

C aumenta del 4%

D diminuisce del 20%

E aumenta del 20%

La forza è proporzionale al prodotto delle masse e dunque  $\frac{F}{F'} = \frac{1.2 m \cdot 0.8 m}{m m} = 0.96$  e dunque si ha una diminuzione del 4%

20. Si consideri un satellite in orbita e si supponga che vengano accesi dei retrorazzi in modo di far perdere energia cinetica al satellite. Cosa accade al satellite?

A ...si porta su un'orbita più interna e aumenta velocità

B ...si porta su un'orbita più interna e diminuisce di velocità

C ...si porta su un'orbita più esterna e diminuisce di velocità

D ...si porta su un'orbita più esterna e aumenta di velocità

E ...Non accade nulla perché il sistema è isolato.

Se il satellite perde energia cinetica si ha una diminuzione di energia totale e conseguentemente il satellite cade verso un'orbita più interna corrispondente al nuovo valore di energia. Ma su un'orbita più interna poiché  $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$  si ha un valore di velocità più elevato.