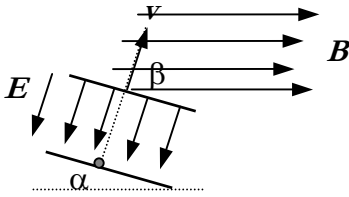


## 2F PNI 04/02/03: Vettore induzione e forza magnetica

1. Quando una particella carica inizialmente in quiete viene immersa in un campo elettrico uniforme tra due punti a d.d.p.  $\Delta V$  essa acquista una velocità  $v$  tale che  $\frac{1}{2} m v^2 = q \Delta V$  nella direzione del campo elettrico. Si sa che un elettrone è stato accelerato da una d.d.p.  $\Delta V = 2.50 \cdot 10^3$  V e dopo essere uscito dall'anodo è stato immerso in un campo magnetico  $B = 0.560$  T disposto come in figura. Dopo aver trovato e motivato la relazione tra  $\alpha$  e  $\beta$  determinare direzione, verso e intensità della forza magnetica.



Dati:  $\alpha = 27.5^\circ$ ,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg.

Senza rifare tutti i calcoli ma ragionando sulla proporzionalità stabilire quale d.d.p. sarebbe necessaria perché un protone ( $m_p = 1836 m_e$ ) subisca la stessa forza.

$\alpha$  e  $\beta$  sono complementari perché  $\beta$  è complementare dell'angolo  $\alpha'$  (vedi figura) che è congruente ad  $\alpha$  in quanto formato da due coppie di rette parallele.

**Nota di correzione:** difficoltà a motivare la relazione in linguaggio corretto.

La forza magnetica è perpendicolare al piano della pagina e, applicando la regola della mano sinistra risulta entrante nel caso di carica positiva, ma poiché l'elettrone è negativo sarà uscente dal piano della pagina.

Per determinare il valore della forza è necessario calcolare preventivamente la velocità che risulta, esplicitando la relazione fornita,

$$v = \sqrt{\frac{2 e \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2.50 \cdot 10^3}{9.11 \cdot 10^{-31}}} = 2.97 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

si tratta di un valore elevato ma ancora interno ai limiti di validità della meccanica classica (1/10 di c).

La forza magnetica risulta dunque:

$$F = e v B \sin \beta = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2.97 \cdot 10^7 \cdot 0.560 \cdot \sin(90 - 27.5) = 2.36 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

**Nota di correzione:** dimenticanza nello specificare la direzione, errore sul verso per dimenticanza che l'elettrone è negativo, difficoltà ad invertire la relazione su  $v$ , ancora errori di conto o calcoli eseguiti a pezzi, dimenticanza nelle unità di misura.

Se si utilizza un protone bisogna garantire che si abbia la stessa velocità e ciò richiede che il rapporto  $\frac{\Delta V}{m}$  non cambi. Dovrà

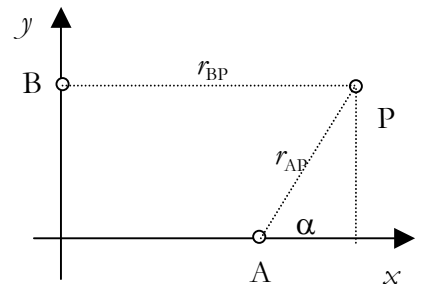
pertanto essere  $\frac{\Delta V_e}{m_e} = \frac{\Delta V_p}{m_p}$  ovvero:  $\Delta V_p = \Delta V_e \frac{m_p}{m_e} = 1838 \Delta V_e = 4.59 \cdot 10^6$  V.

**Nota di correzione:** la presenza della radice non aveva influenza sul risultato perché se  $\frac{\Delta V}{m}$  non cambia non cambia nemmeno la sua radice.

2. Due correnti  $i_1 = 4.50$  A e  $i_2 = 2.30$  A escono dal piano della pagina rispettivamente nei punti  $B \equiv (0, 1.2\text{m})$  e  $A \equiv (1.8\text{m}, 0)$ .

Indicare sulla figura i due vettori  $B_1$  e  $B_2$  generati nel punto  $P \equiv (2.4\text{m}, 1.2\text{m})$  dalle due correnti e quindi calcolare i moduli e le 4 componenti lungo gli assi x e y di questi due vettori (le grandezze indicate sul disegno servono alla determinazione di  $B_1$  e  $B_2$  e vanno calcolate)

In primo luogo viene completata la figura come richiesto dal testo. I due vettori  $B_1$  e  $B_2$  sono perpendicolari ai raggi vettori e giacciono nel piano perpendicolare alle correnti cioè nel piano della pagina (le linee di forza sono circonferenze concentriche di centro A e B e hanno verso di rotazione antiorario visto che le correnti sono uscenti). Inoltre è stato indicato il punto H che serve al calcolo di  $\alpha$ . L'angolo  $\beta$  che servirà al calcolo delle componenti dei vettori induzione è



complementare ad  $\alpha$ .

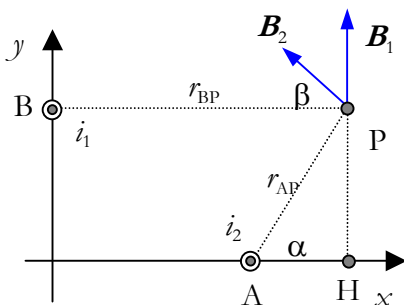
$$\tan \alpha = \frac{HP}{AH} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.2}{0.6} = 2.00 \text{ e } \alpha = \tan^{-1}(2.00) = 63.4^\circ$$

$$r_{AP} = \frac{PH}{\sin \alpha} = 1.34 \text{ m} \text{ mentre } r_{PB} = x_P = 2.4 \text{ m}$$

Siamo ora in grado di calcolare sia i moduli sia le componenti dei due vettori:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_{PB}} = 2.00 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4.50}{2.4} = 3.75 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_{AB}} = 2.00 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2.30}{1.34} = 3.43 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$



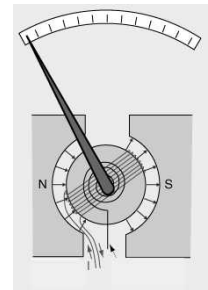
Noti i moduli e l'angolo formato con una direzione nota è ora banale il calcolo delle componenti.

$$B_{1x} = 0 \quad B_{1y} = B_1$$

$$B_{2x} = -B_2 \cos \beta = -B_2 \sin \alpha = -3.07 \cdot 10^{-7} \text{ T} \quad B_{2y} = B_2 \sin \beta = B_2 \cos \alpha = 1.54 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

**Note di correzione:** scarsa attenzione alle richieste del testo; erroracci nel determinare la direzione; solite difficoltà con il calcolo vettoriale.

3. In uno strumento a bobina mobile il campo magnetico radiale nel traferro vale  $B = 0.750 \text{ T}$  mentre l'equipaggio mobile è costituito da  $N = 75$  spire rettangolari di profondità  $l = 3.50 \text{ cm}$  mentre il diametro del cilindro di ferro vale  $d = 2.50 \text{ cm}$ . Determinare la costante di proporzionalità  $k_t$  tra il momento magnetico torcente  $M_t$  e la intensità di corrente.



Se l'indice dello strumento è in grado di apprezzare deviazioni di  $\theta = 0.5^\circ$  quanto deve essere la costante elastica  $k_e$  della molla affinché lo strumento sia in grado di apprezzare correnti minime  $i = 2 \cdot 10^{-9} \text{ A}$ ?

Si ricordi che il momento resistente  $M_r$  è proporzionale all'angolo di rotazione.

Si tratta preliminarmente di determinare il momento torcente che agisce sulla spira rettangolare. La forza che agisce su ciascuno dei conduttori ortogonali alla pagina è data da  $Bli$  ed è sempre perpendicolare alla linea di forza. Si genera così una coppia di forze di braccio  $d$  e dunque il momento torcente, visto che le spire sono  $N$  risulta:  $M_t = N B l d i$ .

La costante di proporzionalità tra momento e corrente vale dunque:

$$k_t = N B l d = 75 \cdot 0.750 \cdot 3.50 \cdot 10^{-2} \cdot 2.50 \cdot 10^{-2} = 4.92 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/A}$$

**Nota di correzione:** era un problema di elettrodinamica in cui si dovevano calcolare gli effetti dinamici di una spira percorsa da corrente e non il campo magnetico generato dalla spira.

In condizione di equilibrio il momento torcente è equilibrato da quello resistente generato dalla molla a spirale che è dato dal prodotto della costante elastica della molla per l'angolo di rotazione; si ha cioè  $k_t i = k_e \theta$ .

Sono stati forniti i dati di corrente ed angolo relativi alla sensibilità e si ha pertanto:

$$k_e = k_t \frac{i}{\theta} = 4.92 \cdot 10^{-2} \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0.5} = 1.97 \cdot 10^{-10} \text{ Nm/}^\circ$$

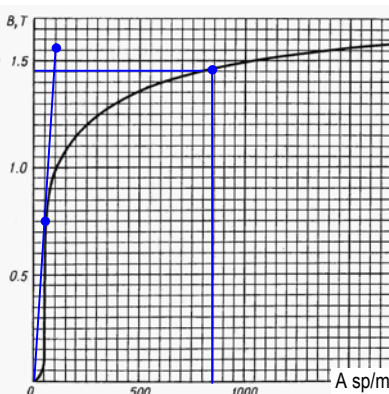
**Note di correzione:** ricordarsi di indicare le unità di misura (Nm è l'unità del momento).

4. Nel diagramma qui a lato è rappresentato sull'asse delle ordinate il valore della induzione magnetica prodotta in un materiale ferroso da un solenoide avvolto su un supporto fatto di tale materiale al variare della quantità  $n i$  (Ampere spire /m).

Dopo aver letto sul diagramma il valore di  $n i$  necessario a produrre un valore di  $B = 1.45 \text{ T}$  trovare il valore di  $n$  necessario per avere quanto richiesto con una corrente  $i = 2.5 \text{ A}$ .

Quanto valgono la permeabilità magnetica  $\mu$  e quella relativa  $\mu_r$ ? Infine dopo aver spiegato da cosa sia rappresentata la permeabilità magnetica sul diagramma dedurre da esso il valore massimo di  $\mu$  per il materiale ferroso considerato.

Sono stati riportati sul diagramma in colore gli elementi necessari alla soluzione. In corrispondenza di  $B = 1.45$  si ha un valore di  $800 \text{ A sp/m}$  e poiché in un solenoide:



$B = \mu n i$  possiamo determinare il valore di permeabilità magnetica a cui stiamo lavorando:

$$\mu = \frac{B}{n i} = \frac{1.45}{800} = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ T m / (A sp)} \quad \text{Dunque } \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1.8 \cdot 10^{-3}}{12.57 \cdot 10^{-7}} = 1440$$

$$\text{Il valore di } n \text{ necessario è pari a } n = \frac{n i}{i} = \frac{800}{2.5} = 320 \text{ sp/m}$$

**Note di correzione:** bisogna saper leggere i dati su un diagramma; bisogna ricordare che la costante di proporzionalità è la inclinazione della retta secante.

Il valore massimo di  $\mu$  si ha quando è massima la inclinazione della retta che va dalla origine ai punti della curva e ciò si verifica in corrispondenza della retta tangente che è stata disegnata insieme al punto di tangenza.

Per trovare il valore di  $\mu$  non è necessario riferirsi al punto di tangenza perché la inclinazione di una retta non dipende da dove la si calcola. Per migliorare la leggibilità si è scelto il punto più in alto cui corrispondono i valori di  $1.55 \text{ T}$  e  $100 \text{ Asp/m}$ . Pertanto

$$\mu_{\max} = \frac{1.55}{100} = 1.55 \cdot 10^{-2} \text{ T m / (A sp)} \text{ con un valore relativo di circa } 12'000.$$

**Note di correzione:** non confondere il valore massimo di  $\mu$  con il valore massimo di  $B$ . Più il materiale si satura e più il valore di  $\mu$  diminuisce.

## 2F PNI 12/3/03: induzione elettromagnetica e forza magnetica

Svolgere a scelta o i primi due esercizi o il terzo.

**Nota generale:** se il testo precisa cosa svolgere non si tratta di un optional; tecnicamente si tratta delle consegne e se uno non si attiene alle consegne si becca una cattiva valutazione; abituarsi sin d'ora perché le prove scritte dell'esame di stato funzionano così: ci si attiene alle richieste, alle lunghezze, alle scelte degli esercizi e così via.

1. Un campo magnetico  $\vec{B}$  di intensità  $B = 1.3 \cdot 10^{-2}$  T è perpendicolare al piano della pagina descritta da un sistema di coordinate xOy con verso entrante. Un campo elettrico  $\vec{E}$  è orientato come l'asse y e  $E = 2.8 \cdot 10^4$  V/m. Un protone dotato di velocità  $\vec{v}$  diretta come l'asse x e con  $v = 2.8 \cdot 10^6$  m/s si trova in un generico punto del piano. Costruire la figura e poi determinare direzione verso e intensità della risultante  $\vec{R}$  tra la forza elettrica  $\vec{F}_e$  e la forza magnetica  $\vec{F}_m$ . Indicare le componenti usando x e y come pedici del vettore.

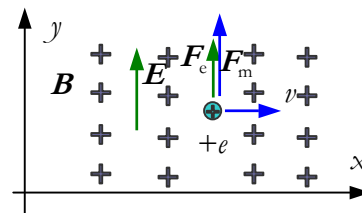
figura	componenti $F_e$	componenti $F_m$	Risultante	

La forza elettrica, visto che la carica è positiva, è orientata come l'asse y; la forza magnetica ha la direzione dell'asse y (perpendicolare ai vettori B e v) ed ha il verso determinato dalla regola della mano sinistra (come l'asse y).

$$F_{ey} = F_e = e E = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2.8 \cdot 10^4 = 4.49 \cdot 10^{-15} \text{ N mentre } F_{ex} = 0$$

$$F_{my} = F_m = e v B = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2.8 \cdot 10^6 \cdot 1.3 \cdot 10^{-2} = 5.83 \cdot 10^{-15} \text{ N mentre } F_{mx} = 0$$

$$R = R_y = F_e + F_m = 1.03 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$



**Note di correzione:** Sulla figura bisogna indicare i due vettori forza; l'esercizio era molto semplice ma non è stato svolto quasi da nessuno.

2. Un solenoide formato da  $N = 600$  spire, di lunghezza  $l = 35.0$  cm, e raggio della spira  $r = 3.00$  cm è attraversato in aria da una corrente  $i = 0.25$  A. a) Determinare il coefficiente di autoinduzione  $L$ . b) Se la corrente passa dal valore  $i$  a 0 nel tempo  $\Delta t = 0.02$  s quanto vale la f.e.m. autoindotta  $\mathcal{E}$ ? c) Supponiamo ora che il solenoide sia dotato di un nucleo di ferro. Usando la curva di magnetizzazione del ferro fornita a parte determinare quanto valgono nelle condizioni date la permeabilità magnetica assoluta  $\mu$  e  $\mu_r$ . d) Determinare, ipotizzando che il ferro possieda il valore  $\mu_r$  trovato, come si modifica la f.e.m. indotta  $\mathcal{E}'$  in presenza del nucleo di ferro.

L	$\mathcal{E}$	$\mu$	$\mu_r$	$\mathcal{E}'$	

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l} = 12.56 \cdot 10^{-7} \frac{600^2 \cdot \pi \cdot (3.00 \cdot 10^{-2})^2}{0.35} = 3.65 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

**Note di correzione:** attenzione a come si sostituiscono i dati nella relazione; il risultato va calcolato in una sola passata usando la notazione scientifica; come si nota le bobine tipiche da laboratorio hanno induttanze dell'ordine del mH.

$$\mathcal{E} = \left| L \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = 3.65 \cdot 10^{-3} \frac{0.25}{0.02} = 4.56 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

**Nota di correzione:** quando si ha autoinduzione  $\Delta \Phi = L \Delta i$ ; è assurdo calcolare B e  $\Phi$ : si perde tempo e si rischia di sbagliare. Con i valori forniti è possibile calcolare il numero di A sp/m (campo magnetico) che consentirà di determinare il valore di B sulla curva di magnetizzazione del ferro;

$$\text{si ha } H = \frac{600 \cdot 0.25}{0.35} = 4.29 \cdot 10^2 \text{ A sp/m}$$

A questo valore corrisponde nel diagramma di magnetizzazione del ferro un valore di  $B \approx 1.3$  T e pertanto:

$$\mu = \frac{1.3}{4.29 \cdot 10^2} = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ T m/(A sp)} \text{ mentre } \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 2.4 \cdot 10^3$$

**Nota di correzione:** si osservi che poiché B viene determinato con al più due cifre significative anche  $\mu$  e  $\mu_r$  vanno espressi con due cifre significative.

Poiché la f.e.m. autoindotta è proporzionale a L che è proporzionale a  $\mu$ , a sua volta proporzionale a  $\mu_r$  si ha che

$$\mathcal{E}' = \mu_r \mathcal{E} = 110 \text{ V}$$

**Nota di correzione:** non era necessario, anzi era altamente sconsigliabile rifare tutti i calcoli visto che interveniva un semplice fattore di proporzionalità.

3. In un trasformatore elevatore si ha  $\Delta V_1 = 220 \text{ V}$ ,  $N_1 = 1200$  spire avvolte su un nucleo di ferro a sezione quadrata  $\sigma = 6.50 \text{ cm}^2$ . Per costruire l'avvolgimento si usa del filo di rame con diametro  $d = 2.00 \text{ mm}$  mentre il nucleo di ferro ha una lunghezza  $l = 10 \text{ cm}$ . a) determinare il numero  $n_s$  di spire su ogni singolo strato e il numero di strati  $n'_s$  necessari a raggiungere le  $N_1$  spire. b) Quanto vale la lunghezza  $l_1$  dell'avvolgimento primario (assumere come lato  $l_s$  di una spira il valore medio tra quella più interna e quella più esterna) c) sotto carico l'avvolgimento raggiunge la temperatura  $t = 65^\circ$ ; quanto vale la resistenza  $R_1$  del primario sotto carico ( $\rho_{0\text{Cu}} = 0.016 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ,  $\alpha_{\text{Cu}} = 4.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) d) quanto valgono le perdite per effetto Joule nel rame  $p_{1\text{Cu}}$  se la corrente nel primario vale  $i_1 = 2.5 \text{ A}$ ? e) supponendo che anche il circuito secondario sia dimensionato in modo di subire sotto carico le stesse perdite del primario e che le perdite dovute ai processi di isteresi  $p_{\text{Fe}} = 18 \text{ W}$  quanto è il rendimento  $\eta$  del trasformatore f) Indicata con  $v_1$  la caduta di tensione dovuta alla resistenza del primario quanto vale la f.e.m. indotta su una singola spira?

$n_s, n'_s$	$l_1$	$R_1$	$p_{1\text{Cu}}$	$\eta$	$\mathcal{E}_s$

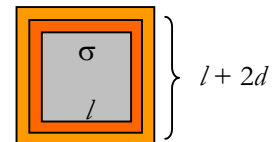
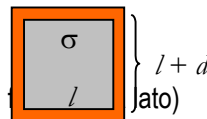
a)  $n_s = \frac{l}{d} = \frac{10}{0.2} = 50 \text{ spire/strato}$

$n'_s = \frac{N_1}{n_s} = \frac{1200}{50} = 24 \text{ strati}$

**Nota di correzione:** ricordarsi di indicare le unità di misura

b) Il lato del blocco di ferro vale  $l = \sqrt{\sigma} = 2.55 \text{ cm}$

Nel primo strato si ha  $l_{s1} = l + d = 2.55 + 0.2 = 2.75 \text{ cm}$  (si vedano le



Nell'ultimo strato si ha  $l_{s24} = \sqrt{\sigma} + 24 d = \sqrt{6.5} + 0.2 \cdot 24 = 7.35 \text{ cm}$

La lunghezza media del lato di una spira è dunque  $l_s = \frac{l_{s1} + l_{s24}}{2} = \frac{2.75 + 7.35}{2} = 5.05 \text{ cm}$

Dunque l'avvolgimento del primario ha una lunghezza pari a  $l_1 = 4 l_s N_1 = 4 \cdot 5.05 \cdot 1200 = 2.42 \cdot 10^4 \text{ cm} = 2.42 \cdot 10^2 \text{ m}$

**Nota di correzione:** attenzione quando si sommano delle grandezze ad adottare la stessa unità di misura; in questo caso il centimetro era la più conveniente; bisogna moltiplicare per 4 (lati del quadrato) e per il numero di spire  $N_1$  per avere la lunghezza dell'avvolgimento primario.

- c) Calcoliamo quanto vale la resistività del rame alla temperatura di funzionamento:

$\rho_{65} = \rho_0(1 + \alpha \Delta t) = 0.016 (1 + 4.3 \cdot 10^{-3} \cdot 65) = 0.020 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$

$R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1} = \rho \frac{l_1}{\pi r^2} = 0.020 \frac{2.42 \cdot 10^2}{\pi \cdot 1.00^2} = 1.54 \text{ } \Omega$

**Note di correzione:** è indifferente calcolare prima la variazione di  $\rho$  e poi  $R$  oppure applicare la variazione di temperatura a  $R_0$ ; lavorare su  $\rho$  ha il vantaggio di evidenziare meglio quale sia la grandezza fisica che cambia; si è indicato con  $S_1$  la sezione dell'avvolgimento primario che qualcuno ha confuso con  $\sigma$ ; qualcuno ha confuso raggio e diametro.

d)  $p_{1\text{Cu}} = R_1 i_1^2 = 1.54 \cdot 2.5^2 = 9.6 \text{ W}$  per effetto Joule

- e) Il calcolo delle perdite è immediato, visto che sono date le perdite nel ferro e quelle al secondario nel rame sono uguali a quelle nel primario:  $p = 2p_{1\text{Cu}} + p_{\text{Fe}} = 37.2 \text{ W}$

D'altra parte la potenza consumata dal trasformatore  $P_1 = \Delta V_1 i_1 = 220 \cdot 2.5 = 550 \text{ W}$  e pertanto il rendimento (potenza utile diviso potenza assorbita vale):

$\eta = \frac{P_1 - p}{P_1} = \frac{550 - 37.2}{550} = 0.93$

**Note di correzione:** si osservi che  $550 - 37.2 = 550 - 37$ ; si sono visti errori nella determinazione delle perdite o nello scrivere correttamente la relazione che dà il rendimento

- f)  $v_1 = R_1 i_1 = 1.51 \cdot 2.5 = 3.8 \text{ V}$  e dunque la f.e.m. indotta sul primario  $\mathcal{E}_1 = \Delta V_1 - v_1 = 220 - 3.8 = 216 \text{ V}$  e la f.e.m. su una singola spira vale  $\mathcal{E}_s = 216/1200 = 0.18 \text{ v}$

**Note di correzione:** in realtà, come vedremo nel triennio  $v_1$  e  $\Delta V_1$  si compongono con legge vettoriale per questioni legate al fatto che si tratta di grandezze variabili con legge sinusoidale ma in un trasformatore esse sono normalmente quasi in fase e pertanto non si sbaglia di molto a fare quanto è stato proposto.

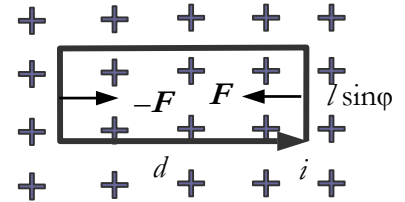
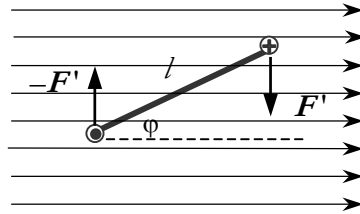
### 2F PNI 22/03/02: forza magnetica competenze

Raccomando di attenersi ai simboli forniti. E' consentito l'uso del libro e del quaderno degli appunti. Nel problema indicare le forze e il verso della corrente che agiscono sugli schemi di figura indicati in proiezione verticale e laterale.

1. In un campo magnetico uniforme  $B = 0.200 \text{ T}$  è immersa una spira rettangolare di lati  $l = 20.0 \text{ cm}$  e  $d = 25.0 \text{ cm}$ . Il lato  $d$  è perpendicolare alla linea di forza mentre il lato  $l$  forma un angolo  $\varphi = 24.0^\circ$  con la linea di forza. La spira è percorsa da una corrente  $i = 3.50 \text{ A}$ . a) Determinare la forza magnetica  $F$  e  $F'$  che agisce sui lati  $l$  e  $d$  precisando che effetto le due forze determinano. Indicarle sui disegni. b) Calcolare il momento torcente  $M_t$  c) Calcolare la costante  $k$  misurata in  $\text{Nm}/^\circ$  che una molla a spirale deve avere per equilibrare il sistema.

La figura è stata completata utilizzando le proprietà di perpendicolarità della forza magnetica e le regole mnemoniche per la determinazione del verso.

Mentre le forze su  $d$  determinano una rotazione quelle su  $l$  determinano delle deformazioni della spira. La spira tende



a ruotare sino a disporsi con il suo piano perpendicolarmente alla linea di forza. In quella situazione si trova in equilibrio stabile o instabile a seconda del verso della corrente e in quella posizione anche le forze su  $d$ , presentando la stessa retta di applicazione determinano deformazione. Le due forze hanno moduli dati da  $F' = B d i = 0.175 \text{ N}$  e  $F = B l i \sin \varphi = 0.057 \text{ N}$ . Si osservi che solo  $F$  dipende dall'angolo perché il lato  $d$  è sempre ortogonale alla linea di forza.

Il momento torcente è dovuto alla coppia determinata da  $F'$  e  $-F'$  la quale presenta un braccio dipendente da  $\varphi$ .  $M_t = F' l \cos \varphi = 0.914 \text{ Nm}$

Se la molla a spirale è scarica quando  $l$  è parallelo alla linea di forza si ha:  $k = \frac{M_t}{\varphi} = 0.038 \text{ N m}/^\circ$

## 2F PNI 10/05/02: magnetismo

1. Abbiamo un filo rettilineo percorso da corrente e un ago magnetico. Come si può fare a stabilire il verso della corrente?

Le linee di forza sono circonferenze perpendicolari al filo evidenziabili con l'ago. Il verso della linea di forza è quello in cui orienta l'ago nel verso sud nord dell'ago. A questo punto il verso della corrente è quello in cui avanza una vite avvitata nel verso della linea di forza.

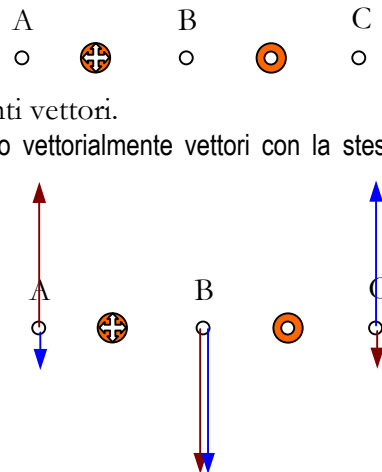
**Nota di correzione:** bisognava precisare come si stabilisce il verso della linea di forza

2. Il fatto che i due poli sud di due aghi magnetici si respingono è una legge o una definizione? Spiegare. E' una legge. Si definisce prima il polo nord di un ago come l'estremo che punta verso il nord geografico e polo sud l'altro. A questo punto si osserva sperimentalmente che in due aghi poli dello stesso nome si respingono e poli di nome contrario si attirano.

**Nota di correzione:** una legge rimane una legge anche se i termini che compaiono in essa derivano da una definizione.

3. Si hanno 2 fili rettilinei indefiniti perpendicolari alla pagina. Nel primo la corrente entra e nel secondo esce. Le due correnti sono uguali. Come sono in direzione verso e intensità i vettori induzione magnetica in A, B e C. Spiegare indicando i contributi con i corrispondenti vettori.

In A, B, C il vettore induzione è perpendicolare al segmento AC perché si sommano vettorialmente vettori con la stessa direzione (tangenti alla linea di forza circolare che ha un verso dato dalla regola della vite e un centro corrispondente con il filo). Nel punto B le linee di forza dovute alle due correnti sono equiverse e il campo ha la massima intensità (distanza minima) pertanto in B si ha il campo di massima intensità. In A è diretto verso l'alto il campo prodotto dalla prima corrente mentre quello della seconda (pari a 1/3 del precedente) è verso il basso e pertanto il modulo è pari alla differenza dei moduli e diretto verso l'alto. Lo stesso accade in C



**Nota di correzione:** hanno fatto tutti male con confusione tra forza e linea di forza, errori sul verso, errori sulla direzione, errori sulla intensità

4. Cosa hanno di diverso i materiali diamagnetici rispetto ai paramagnetici?

Nei materiali diamagnetici la presenza di un campo esterno produce un piccolo indebolimento; non esiste un momento magnetico proprio a livello atomico perché tutti quelli degli elettroni (momenti orbitali e momenti di spin) si annullano reciprocamente. Quando si applica un campo esterno compare un debole momento magnetico in verso opposto al campo esterno perché la forza magnetica influenza l'orbita e fa aumentare il momento antiparallelo e diminuire quello parallelo.

Nei materiali paramagnetici gli atomi hanno dei momenti magnetici propri disposti in modo casuale. Quando si applica un campo esterno questi si orientano parzialmente determinando un piccolo aumento del campo.

5. Perché per fare un elettromagnete il solenoide va avvolto su un nucleo di ferro?

Perché il ferro ha una permeabilità magnetica elevata produce cioè un aumento del campo esterno di diversi ordini di grandezza e quindi consente di fare dei magneti di elevata potenza.

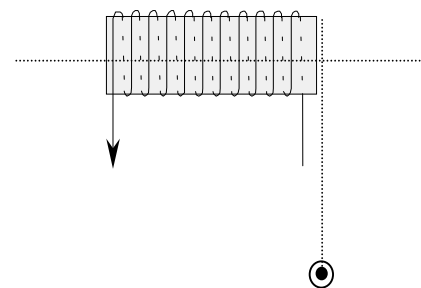
Il fenomeno è dovuto alla esistenza di zone del reticolo cristallino (domini di Weiss) già dotate di un momento magnetico significativamente elevato ma orientati a caso. Quando si applica il campo esterno crescono i domini di Weiss orientati nella direzione del campo esterno e ciò determina una notevole intensificazione del campo esterno.

**Nota di correzione:** I domini di Weiss sono zone del reticolo cristallino e non delle molecole e hanno dimensioni sino al decimo e centesimo di mm.



## 5 G 19/2/2000 Campo magnetico

- In non più di 30 righe enumerare i passi logici che portano alla scoperta del concetto di polo magnetico, alla esistenza di due soli tipi di polarità ed alla legge per cui poli dello stesso nome si respingono e poli di nome contrario si attraggono.
  - Quando Ampere presentò all'accademia di Francia la sua legge sul fatto che le correnti interagiscono tra loro qualcuno obiettò che la cosa era ovvia: *visto che le correnti interagiscono con i magneti allora per la proprietà transitiva interagiscono tra loro*. Rispondere a questa considerazione.
  - Si considerino due fili rettilinei paralleli allineati come l'asse  $z$  percorsi da correnti  $i_1$  e  $i_2$  equiverse orientate come  $z$  e si collochi il sistema di riferimento in modo che i due fili escano dal piano  $xy$  nei punti  $(0,0)$  e  $(0,r)$ . Costruire la figura e disegnare le linee di forza. a) Senza eseguire conti ma ragionando su direzione e verso si spieghi perché, nel tratto dell'asse  $x$  compreso tra  $0$  e  $r$  esiste sicuramente un punto di campo nullo. b) Determinare il punto di annullamento del campo c) Spiegare perché non possono esistere altri punti che godono di questa proprietà.
- In non più di 30 righe dare la definizione operativa di linea di forza. Spiegare perché le linee di forza del campo magnetico non si possono intersecare. Tenendo presente le caratteristiche delle linee di forza di un filo rettilineo disegnare approssimativamente quelle di una spira circolare
  - Quando Ampere presentò all'accademia di Francia la sua legge sul fatto che le correnti interagiscono tra loro qualcuno obiettò che la cosa era ovvia: visto che le correnti interagiscono con i magneti allora per la proprietà transitiva interagiscono tra loro. Rispondere a questa considerazione.
  - Una spira quadrata di lato  $l = 15.0$  cm è percorsa da una corrente  $i = 0.250$  A. Perché quando si opera con una spira circolare percorsa da corrente a grande distanza da essa si preferisce utilizzare il momento magnetico per descrivere il campo magnetico generato da essa? Quanto vale il momento magnetico in questo caso? Quanto vale il campo magnetico lungo l'asse ad una distanza  $r = 15.0$  m? Che relazione esiste, in generale tra il momento magnetico e il momento angolare di una particella di carica  $q$  che si muove di moto circolare uniforme lungo una traiettoria circolare di raggio  $R$ ?
- Se in una regione di spazio in cui sono osservabili effetti magnetici si dispone una carica puntiforme positiva dotata di velocità  $v$  la carica subisce l'azione di una forza; riassumere in non più di 20 righe tutti gli effetti osservabili che fanno da premessa alla definizione di  $\mathbf{B}$ . Precisare a cosa serve, nella definizione del vettore  $\mathbf{B}$  la precedente definizione di linea di forza. Illustrare come si potrebbe individuarne direzione e verso utilizzando la stessa carica che si usa per definire  $\mathbf{B}$
  - Quando Ampere presentò all'accademia di Francia la sua legge sul fatto che le correnti interagiscono tra loro qualcuno obiettò che la cosa era ovvia: *visto che le correnti interagiscono con i magneti allora per la proprietà transitiva interagiscono tra loro*. Rispondere a questa considerazione.
  - In figura sono rappresentati un solenoide di lunghezza  $l$  formato da  $N$  spire e percorso da una corrente  $i$  nel verso indicato e un conduttore rettilineo indefinito percorso da corrente  $i'$  che esce dal piano della pagina e si trova a distanza  $r$  dal punto di incontro delle due linee tratteggiate. Disegnare le linee di forza prodotte dai due dispositivi compreso il verso. Nel punto di incontro i due campi hanno la stessa direzione. Scrivere i due valori  $B$  e  $B'$ . Infine determinare il valore di  $i'$  per il quale il campo risultante si annulla.



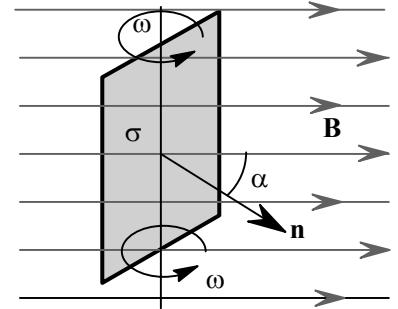
- Illustrare in non più di 30 righe il contenuto, le differenze (per confronto) e l'uso che si fa del teorema della circuitazione e della legge di Biot e Savart.
- Quando Ampere presentò all'accademia di Francia la sua legge sul fatto che le correnti interagiscono tra loro qualcuno obiettò che la cosa era ovvia: *visto che le correnti interagiscono con i magneti allora per la proprietà transitiva interagiscono tra loro*. Rispondere a questa considerazione.
- Un conduttore rettilineo di lunghezza  $l$  e percorso da corrente  $i$  è immerso in un campo magnetico costante e uniforme entrante nel piano della pagina. Rappresentare il contesto e indicare la forza che agisce sul conduttore (direzione e verso). Quindi, applicando il teorema di equivalenza tra cariche e

correnti, determinare il valore di  $F$ . Se, invece di un conduttore rettilineo si considera un circuito curvilineo costituito da un filo che segue una generica linea chiusa percorsa da corrente in verso orario come bisogna generalizzare il ragionamento precedente sulla forza e cosa accade al circuito per effetto della forza magnetica?



## 18/3/2000: induzione elettromagnetica

1. In non più di 30 righe enunciare la legge dell'induzione elettromagnetica con riferimento ad un circuito piano e chiuso la cui linea di contorno si indica con  $\gamma$  (aspetti fisici e formulazione matematica). Quindi rispondere alle seguenti domande: a) cosa accade se al posto del circuito non c'è nulla b) cosa indica il segno meno davanti alla legge c) perché se si fa oscillare un pendolo costituito da un disco di rame tra le espansioni polari di un magnete le sue oscillazioni si smorzano molto rapidamente.
2. Definire il coefficiente di autoinduzione di un circuito precisandone l'equazione dimensionale, il significato fisico e il valore per un solenoide
3. Dato un solenoide collegato ad un galvanometro descrivere sinteticamente almeno 4 modi diversi con si può determinare la comparsa di un impulso di corrente nel circuito utilizzando magneti o altri circuiti.
4. Una spira rettangolare di area  $\sigma$  viene fatta ruotare su un asse di rotazione perpendicolare ad un campo magnetico uniforme  $\mathbf{B}$  con velocità angolare costante  $\omega$  (vedi figura). Al tempo  $t = 0$  si ha  $\alpha = 0$ . Scrivere la espressione di  $\alpha = f(t)$ ,  $\Phi(\mathbf{B}) = g(t)$ ,  $\mathcal{F} = h(t)$



### 5 G 13/5/2000 III prova magnetismo

- 1) Illustrare facendo riferimento alle leggi fisiche coinvolte: traiettoria, legge oraria e raggio di curvatura di una carica  $q$  iniettata con velocità  $v$  non relativistica perpendicolarmente alle linee di forza di un campo magnetico uniforme caratterizzato dal vettore  $\mathbf{B}$ . Scrivere cosa cambia nel caso in cui la particella sia relativistica. Non più di 30 righe evidenziando con precisione le leggi e la deduzione delle conseguenze.
- 2) In un sincrotrone di ultima generazione tra i componenti essenziali compaiono 3 tipi di magneti quelli di focalizzazione, quelli di curvatura e quelli di strizione. Rispondere alle seguenti domande: a) in cosa differiscono e a cosa servono (risposta schematica di 5 righe) b) dopo aver scritto la relazione tra raggio di curvatura, campo magnetico e quantità di moto e quella tra energia e quantità di moto spiegare come avviene la fase di accelerazione e perché bisogna disporre di più acceleratori in serie.
- 3) Una particella  $\alpha$  (non relativistica) si muove in un campo magnetico uniforme  $B$  con raggio di curvatura  $r$ . Determinare la velocità e l'energia cinetica della particella (indicare la carica con  $2e$  e la massa con  $4m$ ,  $e$  carica dell'elettrone,  $m$  massa del protone). Assumere come dati numerici  $B = 1.3 \text{ T}$  e  $r = 45 \text{ cm}$  e verificare a posteriori attraverso il confronto tra l'energia cinetica e l'energia di riposo che la particella data è effettivamente non relativistica.

## 5E 13/2/2001 : introduzione al magnetismo

2. Il campo  $\mathbf{E}$  e il campo  $\mathbf{B}$  agiscono entrambi sulle cariche elettriche ma differiscono tra loro per numerosi aspetti riguardanti sia le caratteristiche della forza corrispondente, sia le caratteristiche e l'origine delle linee di forza. Parlare di queste differenze.

La forza magnetica ha carattere trasversale (è perpendicolare alla linea di forza) mentre quella elettrica è orientata come la linea di forza; la forza elettrica agisce su qualsiasi carica mentre quella magnetica agisce solo su cariche in moto; le linee di forza elettriche possono essere aperte mentre le linee del campo magnetico sono sempre chiuse (non esistono i monopoli magnetici).

3. Supponendo di avere già definito la linea di forza magnetica precisare ordinatamente su quali fatti sperimentali si basa la definizione del vettore induzione magnetica.

Una carica elettrica in moto in corrispondenza della linea subisce una forza con le seguenti caratteristiche:

proporzionale alla carica

proporzionale alla componente della velocità in direzione perpendicolare alla linea di forza

direzione perpendicolare al piano formato dalle due direzioni della linea di forza e della velocità

verso delle rotazioni antiorarie da  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{F}$  per una carica positiva e verso contrario per una negativa

la forza non dipende da null'altro e ciò consente di porre per definizione  $\frac{F}{q v \sin \alpha} = \text{cost} =_{\text{def}} B$

4. Supponiamo che in un punto P della pagina il campo magnetico terrestre sia ortogonale, uscente e che  $B_T = 0.5$  Gauss. A distanza  $r$  dal punto P si trova un filo rettilineo indefinito percorso da corrente  $i$  e si vuole fare in modo che la sua presenza annulli il campo terrestre.

1) Come deve essere disposto il filo e in che verso deve circolare la corrente (aiutarsi con una figura)?

2) Se  $r = 20$  cm quanto deve valere  $i$ ?

3) Se si volesse annullarlo grazie all'azione di un solenoide come bisognerebbe disporlo

Affinché il campo del filo annulli quello terrestre la linea di forza (circolare) deve entrare nel piano della pagina e pertanto il filo deve essere nel piano della pagina e con la corrente (se si disegna il filo in verticale a destra del punto) che scorre verso il basso (regola del cavatappi).

Per la relazione di Oersted  $B = k \frac{i}{r}$  con  $k = 2 \cdot 10^{-7} \text{ T m / A}$  e poiché  $0.5 \text{ G} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  si ha  $i = B r / k = 0.5 \cdot 10^{-4} \cdot 0.20 / (2 \cdot 10^{-7}) =$

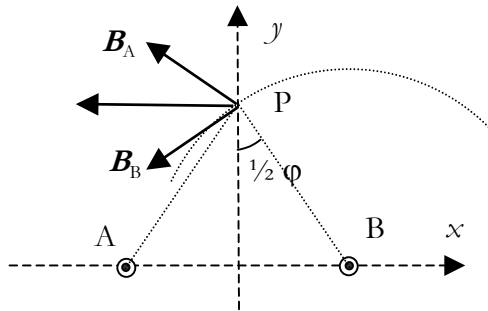
50 A

Se si volesse utilizzare un solenoide esso dovrebbe essere disposto con la testa perpendicolare al piano della pagina.

5E 9/2/2002 competenze

Svolgere 4 dei seguenti 5 problemi utilizzando per le costanti fisiche i valori della tabella allegata. Indicare nella griglia di correzione gli esercizi prescelti

1. Due fili rettilinei indefiniti (paralleli all'asse z) e percorsi da correnti  $i$  equiverse con z attraversano il piano xy nei punti  $A \equiv (-l, 0)$  e  $B \equiv (l, 0)$ . Considerato sull'asse y il punto P che vede il segmento AB sotto l'angolo  $\varphi$  si determinino le caratteristiche del vettore  $\mathbf{B}$ .



Trovare il modulo  $B$  per  $i = 8.75$  A,  $l = 3.00$  cm e  $\varphi = 42.5^\circ$

Le correnti sono equiverse a z cioè escono dal piano xy e determinano pertanto linee di forza con verso di rotazione antiorario. La situazione è del tipo rappresentato in figura con un vettore  $\mathbf{B}$  dato dalla composizione vettoriale dei due contributi  $\mathbf{B}_A$  e  $\mathbf{B}_B$  ciascuno con direzione tangente alla linea di forza, cioè ortogonale (e non allineato) a  $\mathbf{r}$ .

Il vettore  $\mathbf{B}$  risulta pertanto parallelo all'asse x e con verso opposto. La sua intensità è data da  $B = 2 B_A \cos \varphi/2$  mentre  $B_A$  si trova con la relazione relativa all'esperimento di Oersted e cioè  $B_A = k \frac{i}{r_B} = k \frac{i \sin(\varphi/2)}{l}$ .

Si ha dunque:  $B = 2 k \frac{i \sin(\varphi/2)}{l} \cos \varphi/2 = 2k \frac{i \sin(\varphi/2) \cos(\varphi/2)}{l} = k \frac{i \sin \varphi}{l}$ . Sostituendo i dati forniti si ottiene:

$$B = 2.00 \cdot 10^{-7} \frac{8.75 \cdot \sin(42.5)}{3.00 \cdot 10^{-2}} = 3.94 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

**Osservazioni:** Tenere conto della ortogonalità tra  $B$  e  $r$ , del verso delle correnti che è stato dato nel testo, del fatto che viene richiesto di caratterizzare in generale il vettore.

**Errori:** Larga presenza di vettori allineati a  $r$  (errore grave), mancata considerazione dei versi, mancata caratterizzazione del vettore (direzione, verso e intensità). Si sono anche visti assurdi richiami al teorema dei seni che, come è noto si dimostra utilizzando i triangoli rettangoli e che, quando viene usato in un contesto di ortogonalità risulta essere un cattivo indicatore di conoscenza

2. Data una particella di massa di riposo  $m_0$  come è noto, in base alla teoria della relatività la sua energia di riposo  $\mathcal{E}_0 = k m_0$  dove  $k$  dipende dal sistema di unità di misura scelto. Determinare  $k$  quando la energia viene misurata in MeV e la massa in a.m.u. Con il valore di  $k$  così determinato scrivere i valori di energia di riposo per l'elettrone, il protone e il neutrone

Se si opera in unità del SI si ha  $\mathcal{E}_0 = m_0 c^2$  e dunque la costante  $k$  è il quadrato della velocità della luce. Ma se si opera con  $m$  in amu e con  $\mathcal{E}$  in MeV invece che in J bisogna operare le necessarie conversioni.

$$\mathcal{E}_{\text{MeV}} = \frac{\mathcal{E}_J \cdot 10^{-6}}{1.6021892 \cdot 10^{-19}} = \frac{m_{\text{kg}} c^2}{1.6021892 \cdot 10^{-13}} = \frac{m_{\text{amu}} \cdot 1.6605655 \cdot 10^{-27} \cdot c^2}{1.6021892 \cdot 10^{-13}}$$

e dunque il valore  $k$  richiesto è  $k = \frac{1.6605655 \cdot 10^{-27} \cdot 299792458^2}{1.6021892 \cdot 10^{-13}} = 931.5016 \text{ MeV/amu}$ .

Il risultato è stato espresso con 7 cifre significative tenendo conto dei numerosi conti e della precisione con 8 cifre usata per massa e carica.

Utilizzando i dati forniti in tabella si ha:

$$\mathcal{E}_{0e} = 931.5016 \cdot 5.4858026 \cdot 10^{-4} = 0.5110034 \text{ MeV}$$

$$\mathcal{E}_{0p} = 931.5016 \cdot 1.007276470 = 938.2796 \text{ MeV}$$

$$\mathcal{E}_{0n} = 931.5016 \cdot 1.008665012 = 939.5731 \text{ MeV}$$

**Osservazioni:** è fondamentale partire dalla relazione del sistema internazionale; cioè non dimenticarsi di  $c^2$ ; bisogna saper se dividere o moltiplicare; bisogna usare il numero di cifre significative fornito; bisogna ricordarsi che l'elettrone è circa mezzo MeV e il protone 900 MeV e se non vengono questi ordini di grandezza si è fatto qualche errore.

**Errori:** di ogni tipo rispetto alle osservazioni; il peggiore e più penalizzato è stato il dimenticare la dipendenza dalla velocità della luce.

3. Esprimere in funzione della energia cinetica  $\mathcal{E}_K$  il modulo della quantità di moto  $p$  per una particella di energia di riposo  $\mathcal{E}_0$ . Si trovi poi in kg m/s la quantità di moto di un elettrone con  $\mathcal{E}_K = 0.200$  MeV e dopo aver trovato anche il valore previsto dalla relazione classica  $\mathcal{E}_K = \frac{p^2}{2m}$  si esprima l'errore relativo che si commette se si usa la relazione classica.

Si parte dall'invariante relativistico  $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + (pc)^2$  e dalla definizione di energia cinetica  $\mathcal{E}_k = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$ . Pertanto  $p = \frac{\sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)(\mathcal{E} + \mathcal{E}_0)}}{c} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}_k(\mathcal{E}_k + 2\mathcal{E}_0)}}{c}$

I calcoli vengono eseguiti con almeno 5 cifre significative dovendosi determinare un effetto relativistico ad un energia che è circa la metà della energia di riposo.

Per determinare la quantità di moto bisogna ricordarsi di convertire la energia cinetica in J (si moltiplica per  $1.6022 \cdot 10^{-13}$ ) e lo stesso si deve fare per la energia di riposo.

$$\mathcal{E}_k = 0.200 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13} = 0.32044 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\mathcal{E}_0 = m_{0e} c^2 = 9.109534 \cdot 10^{-31} \cdot 299792458^2 = 0.81872 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$p = \frac{\sqrt{\mathcal{E}_k(\mathcal{E}_k + 2\mathcal{E}_0)}}{c} = \frac{\sqrt{0.32044 \cdot 10^{-13}(0.32044 \cdot 10^{-13} + 2 \cdot 0.81872 \cdot 10^{-13})}}{299792458} = 2.642 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$

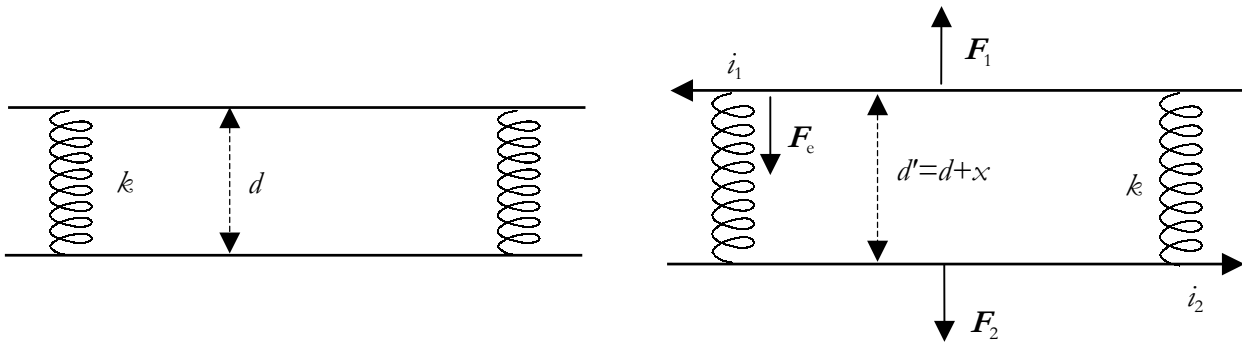
$$\text{Se si usa la relazione classica } p' = \sqrt{2m \mathcal{E}_k} = \sqrt{2 \cdot 9.109534 \cdot 10^{-31} \cdot 0.32044 \cdot 10^{-13}} = 2.416 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$

L'errore relativo che si commette a trascurare gli effetti relativistici è dato da:

$$\epsilon_r \% = 100 \frac{p - p'}{p} = 100 \frac{2.642 \cdot 10^{-22} - 2.416 \cdot 10^{-22}}{2.642 \cdot 10^{-22}} = 8.55\%$$

**Osservazioni:** bisognava determinare la relazione generale e non quella per particelle ultrarelativistiche. Quasi nessuno si ricordava che  $\mathcal{E}_k = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$ . Aberranti alcune risposte assolutamente fuori scala senza nessuna riflessione sui risultati trovati.

4. Due fili rettilinei, paralleli e rigidi di lunghezza  $l = 1.50 \text{ m}$  sono posti alla distanza  $d = 5.00 \text{ cm}$  e sono



tenuti in tale posizione da due molle a riposo di costante  $k = 2.20 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}$  poste ai due estremi trasversalmente ai fili. Scrivere la condizione di equilibrio e quindi determinare lo spostamento  $\Delta x$  dalla posizione di riposo delle molle quando vengono attraversati da due correnti  $i_1 = 2.50 \text{ A}$  e  $i_2 = 3.75 \text{ A}$  in verso contrario. N.B.: l'azione elettrodinamica tra i fili dipende dalla distanza e dunque il problema comporta la soluzione di una opportuna equazione che risulta essere di II grado.

Osserviamo intanto che, essendoci due molle in parallelo, la costante elastica  $k' = 2k$  mentre per effetto delle forze elettrodinamiche di tipo repulsivo i due fili si allontanano finché si annulla la risultante tra la forza elastica e la forza

elettrodinamica. Se indichiamo con  $x$  lo spostamento dalla condizione di equilibrio dovrà essere:  $\frac{\mu}{2\pi} \frac{i_1 i_2 l}{(d + \Delta x)} = k' x$

Se si sostituiscono i dati e si lavora in unità del SI si ha:

$$k' = 2 \cdot 2.20 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm} = 4.40 \cdot 10^{-3} \text{ N/m} \text{ e pertanto } 2.00 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2.50 \cdot 3.75}{5.00 \cdot 10^{-2} + x} \cdot 1.50 = 4.40 \cdot 10^{-3} x$$

$$\text{Da qui conviene isolare la variabile ottenendo: } 2.00 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2.50 \cdot 3.75}{4.40 \cdot 10^{-3}} \cdot 1.50 = (5.00 \cdot 10^{-2} + x)x \Leftrightarrow x^2 + 5.00 \cdot 10^{-2}x - 6.39 \cdot 10^{-4} = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(5.00 \cdot 10^{-2})^2 + 4 \cdot 6.39 \cdot 10^{-4}} = 0.0711 \text{ m} \text{ e da qui: } x = \frac{-5.00 \cdot 10^{-2} \pm 7.11 \cdot 10^{-2}}{2} = 1.06 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Dunque i due fili si allontanano di poco più di 1 cm.

**Osservazioni:** non è lecito limitarsi ad eguagliare la forza elastica alla forza che si esercita istantaneamente quando i due fili sono in equilibrio e inizia il passaggio di corrente perché man mano che i fili si allontanano cresce la forza elastica e decresce quella magnetica. Osservare la tecnica usata per risolvere la equazione di II grado con calcolo del termine noto.

5. In un ciclotrone vengono accelerati ioni di Neon ( $A_{Ne} = 20.18 \text{ a.m.u.}$ ) ad una energia di  $0.100 \text{ GeV}$ . Stabilire preliminarmente come mai ci si trova in ambito classico e quindi rispondere alle seguenti domande tenendo conto che le D del ciclotrone hanno un diametro  $d = 3.10 \text{ m}$ , che il valore di B con cui si opera è  $B = 1.04 \text{ T}$  e che il potenziale di accelerazione che agisce sul fascio ad ogni mezzo giro è  $\Delta V = 300 \text{ kV}$ :

- a) quanto vale la carica dello ione che si sta usando? Da essa inferire lo stato di ionizzazione del Neon  
 b) il numero di rivoluzioni necessarie a garantire il processo di accelerazione previsto  
 c) il periodo di rivoluzione del fascio

Ci si trova in ambito classico perché la energia di riposo del Neon è 20 volte la energia di riposo della unità di massa atomica che è circa 900 MeV. In queste stime si possono tranquillamente svolgere calcoli approssimati e  $18\text{GeV} \gg 0.100\text{ GeV}$ . Siamo dunque pienamente in ambito classico e il ciclotrone funziona.

Per determinare la carica dello ione basta utilizzare la ben nota relazione valida per il moto di particelle ortogonalmente ad un

campo uniforme:  $r = \frac{p}{qB}$ . Da qui si ha:  $q = \frac{p}{rB} = \frac{\sqrt{2m \mathcal{E}_k}}{rB} = \frac{\sqrt{2 \cdot 20 \cdot 18 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 0.100 \cdot 10^9 \cdot 1.60^{-19}}}{1.55 \cdot 1.04} = 6.42 \cdot 10^{-19}\text{C}$

Per conoscere il grado di ionizzazione basta dividere per la carica elementare:  $N = \frac{q}{e} = 4.01$  cariche elementari; lo ione risulta ionizzato 4 volte.

Poiché lo ione acquista una energia di  $2 \cdot 300 \cdot 4\text{ keV}$  al giro per la accelerazione sono necessarie  $1.00 \cdot 10^8 / (2.40 \cdot 10^6) \approx 42$  rivoluzioni

Il periodo di rivoluzione, come è noto è lo stesso in tutto il processo:

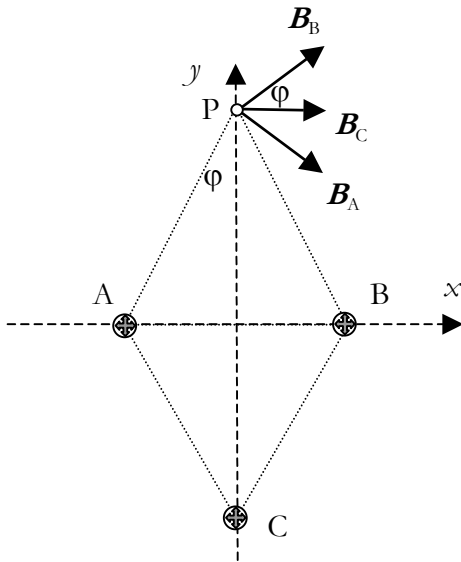
$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \frac{m}{qB} = 2\pi \frac{20 \cdot 18 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}}{6.42 \cdot 10^{-19} \cdot 1.55} = 2.12 \cdot 10^{-7}\text{s}$$

**Osservazioni:** le uniche cose cui prestare attenzione erano il fatto che il fascio acquista l'energia 2 volte per giro e la indipendenza del periodo di rivoluzione.

$c$	299'792'458 m/s	$m_e$	$9.109534 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ $5.4858026 \cdot 10^{-4}\text{ amu}$	$m_n$	$1.6749543 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ $1.008665012\text{ amu}$
$e$	$1.6021892 \cdot 10^{-19}\text{ C}$	$m_p$	$1.6726485 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ $1.007276470\text{ amu}$	a.m.u.	$1.6605655 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$

5 E 21/2/2002 (recupero)

1. Tre fili rettilinei indefiniti (paralleli all'asse z) e percorsi da correnti i uguali, equiverse ed entranti nel piano xy formano un triangolo equilatero ABC. Si collochi il sistema di riferimento in modo che  $A \equiv (-l/2, 0)$ ,  $B \equiv (l/2, 0)$  e  $C \equiv (0, -\frac{\sqrt{3}}{2}l)$ . a) Spiegare perché in tutti i punti dell'asse y il vettore  $\mathbf{B}$  risulta



parallelo all'asse x. b) Trovare  $B$  in un generico punto  $P \equiv (0, y)$  con  $y > 0$ . c) Calcolare  $B$  nella ipotesi che sia  $i = 2.45$  A,  $l = 2.50$  m e  $P \equiv (0, 0.45$  m)

a) Se si considerano le zone con  $y > 0$  come in figura (si sono tracciati i tre vettori generati dalle correnti circolanti in A, B e C ortogonali ai rispettivi raggi vettori e con il verso previsto dalla regola della vite destrorsa) si ha che  $B_A = B_B$  perché  $r_A = r_B$  inoltre i due vettori  $\mathbf{B}_A$  e  $\mathbf{B}_B$  formano gli angoli  $\varphi$  e  $-\varphi$  con l'asse x e pertanto  $B_{Ay} = -B_{By}$  mentre  $B_{Ax} = B_{Bx}$ . Infine il vettore  $\mathbf{B}_C$  è sempre parallelo all'asse x perché il vettore  $\mathbf{r}_C$  è sempre parallelo all'asse y. Dunque  $\mathbf{B}$  risulta parallelo all'asse x e la stessa situazione si verifica anche nei punti con  $y < 0$  dove si ha semplicemente qualche inversione di verso ma non di direzione dei vettori considerati.

**Osservazioni:** non basta un generico richiamo alla simmetria: bisogna citare sia le direzioni sia le intensità; inoltre, come si nota dal problema bisognava riferirsi ad un generico punto dell'asse y e dunque citare anche il caso con  $y < 0$ .

b) Alla luce di quanto detto al punto precedente  $B = 2B_{Ax} + B_C$  si devono

pertanto calcolare le diverse componenti:

$$B_{Ax} = B_A \cos \varphi = k \frac{i}{AP} \cos \varphi = k \frac{i}{\sqrt{l^2/4 + y^2}} \frac{y}{\sqrt{l^2/4 + y^2}} = k \frac{iy}{l^2/4 + y^2}$$

$$B_C = k \frac{i}{CP} = k \frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2}l + y}$$

Si ha pertanto:  $B = k i \left( \frac{2y}{\frac{l^2}{4} + y^2} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}l + y} \right)$

**Osservazioni:** come si nota il testo richiedeva di determinare  $B$  in un generico punto P e la richiesta andava soddisfatta prima di passare ai calcoli. Andava bene anche una espressione contenente seno e coseno di  $\varphi$  a condizione che le necessarie funzioni goniometriche fossero esplicitamente calcolate rispetto ai dati espressi tramite variabili

c) Con riferimento ai dati si ha:  $B = k i \left( \frac{2y}{\frac{l^2}{4} + y^2} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}l + y} \right) = 2.00 \cdot 10^{-7} \cdot 2.45 \left( \frac{0.90}{1.25^2 + 0.45^2} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2.50 + 0.45} \right) = 4.37 \cdot 10^{-7}$  T

2. La particella  $\lambda$  ha una energia di riposo  $\mathcal{E}_0 = 1.116$  GeV. Determinare la sua massa  $m_\lambda$  in kg con 4 cifre significative tenendo presente che  $c = 299'792'458$  m/s e che  $e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$  C.

$$\mathcal{E}_0 = 1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9 \cdot \mathcal{E}_{0\text{GeV}} = m_\lambda c^2 \text{ Pertanto } m_\lambda = \frac{1.6022 \cdot 10^{-10} \mathcal{E}_{0\text{GeV}}}{c^2} = \frac{1.6022 \cdot 10^{-10} \cdot 1.116}{299'792'458^2} = 1.989 \cdot 10^{-27}$$
 kg

**Osservazioni:** si continua in molti casi a moltiplicare invece di dividere e via di questo passo; si continua a non svolgere piccoli controlli fisici (se  $1 \text{amu} \approx 930$  MeV allora il valore richiesto non sarà molto più grande di 1 amu)

3. Un elettrone viene accelerato in un acceleratore lineare con una  $\Delta V = 2.47$  kV. Ricordando che  $\mathcal{E}_0 = 0.511$  MeV dopo aver stabilito in quale ambito (classico, relativistico o ultrarelativistico) ci si trova, determinare la quantità di moto  $p$ .

Per una distrazione di battitura ho scritto 2.47 invece di 247. Svolgo pertanto l'esercizio anche con il dato corretto. D'altra parte che razza di acceleratore è un acceleratore di elettroni da 2470 V ? Con un tale potenziale di accelerazione eravamo ovviamente in pieno ambito classico.

Se  $\Delta V = 2.47$  kV la  $\mathcal{E}_k = 2.47$  keV e poiché  $\mathcal{E}_0 = 511$  keV siamo in pieno ambito classico. Dunque:  $\mathcal{E}_k = \frac{p^2}{2m}$  e  $p = \sqrt{2\mathcal{E}_k m_e} =$

$$\sqrt{2 \cdot 2.47 \cdot 10^3 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot 9.109 \cdot 10^{-31}} = 2.685 \cdot 10^{-23}$$
 kg m/s

Se  $\Delta V = 247$  kV la  $\mathcal{E}_k = 247$  keV e poiché  $\mathcal{E}_0 = 511$  keV siamo in pieno ambito relativistico. Dunque bisogna riferirsi alla relazione deducibile dall'invariante relativistico  $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + (pc)^2$  e alla definizione di energia cinetica  $\mathcal{E}_k = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$ . Pertanto  $p =$



$$\frac{\sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)(\mathcal{E} + \mathcal{E}_0)}}{c} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}_K(\mathcal{E}_K + 2\mathcal{E}_0)}}{c}$$

Le energie in eV si trasformano in J moltiplicandole per la carica dell'elettrone e pertanto (tenuto conto della radice)  $p = 1.6022 \cdot 10^{-19} \frac{\sqrt{2.47 \cdot 10^5 (2.47 + 2 \cdot 5.11)} \cdot 10^5}{299792458} = 2.99 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$

**Osservazioni:** in un esercizio del genere si deve partire dalla relazione generale dell'invariante relativistico e ricavare quello che serve.

- Un collimatore di velocità a campi incrociati funziona con  $E = 3.06 \cdot 10^5 \text{ V/m}$  e  $B = 0.125 \text{ T}$  e focalizza degli ioni di  $C_{12}$  doppiamente ionizzati che vengono inviati ad uno spettrografo di massa con  $B' = 0.725 \text{ T}$  (1 amu =  $1.66057 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $m_{12} = 12.00000 \text{ amu}$ ). Determinare  $r_{12}$  in funzione dei dati ricavando la relazione. Supponendo che  $\epsilon_E = 0.4 \%$ ,  $\epsilon_B = 0.3 \%$ ,  $\epsilon_{B'} = 0.3 \%$  stabilire se lo strumento è in grado di discriminare ioni di  $C_{14}$  ( $m_{14} = 14.00307 \text{ amu}$ ) attraverso il calcolo di  $r_{14}$  e dell'errore assoluto  $\epsilon_r$ .

Il raggio di curvatura di una particella iniettata ortogonalmente ad un campo uniforme è notoriamente  $r = \frac{p}{qB'}$  mentre il collimatore di velocità seleziona particelle per le quali  $qE = qvB$  e pertanto  $v = \frac{E}{B}$ .

Calcoliamo  $v$  per controllare in che ambito siamo:  $v = \frac{E}{B} = \frac{3.06 \cdot 10^5}{0.125} = 2.45 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  ambito classico. Possiamo usare le masse di riposo nei calcoli.

Dunque:  $r = \frac{mv}{qB'} = \frac{mE}{qBB'}$

Nel caso del carbonio 12 si ha:

$$r_{12} = \frac{m_{12} E}{2eBB'} = \frac{12.0000 \cdot 1.66057 \cdot 10^{-27} \cdot 3.06 \cdot 10^5}{2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot 0.125 \cdot 0.725} = 0.20997 \text{ m}$$

Ho ecceduto sulle cifre significative perché non ho ancora determinato l'errore e in questo esercizio l'errore va calcolato esplicitamente.

Poiché il raggio di curvatura è proporzionale alla massa:

$$r_{14} = r_{12} \frac{m_{14}}{m_{12}} = 0.20997 \frac{14.00307}{12.00000} = 0.2450 \text{ m}$$

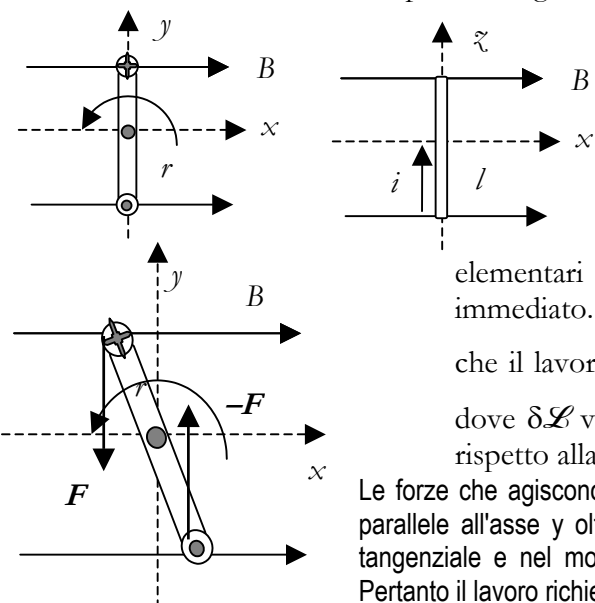
Per quanto riguarda l'errore si ricordi che nei prodotti e nei rapporti si sommano gli errori relativi pertanto  $\epsilon_r = \epsilon_E + \epsilon_B + \epsilon_{B'} = 0.4 + 0.3 + 0.3 = 1.0 \%$

L'errore assoluto  $e_r = \epsilon_r \cdot r = 0.01 \cdot 0.20997 = 0.002 \text{ m}$

Dunque le particelle di carbonio 12 hanno un raggio di curvatura di  $0.210 \pm 0.002 \text{ m}$  e sono perfettamente discriminate da quelle di  $C_{14}$  con raggio  $0.245 \text{ m}$

**Osservazioni:** mi sarebbe piaciuto un maggiore impegno su questo esercizio un po' più fisico di quello di calcolo vettoriale su cui vi siete buttati tutti, per altro con alterne fortune.

- Un circuito a forma di spira rettangolare si presenta nel piano  $xy$  e  $xz$  come nelle due figure. Sapendo



che la spira può ruotare intorno all'asse  $z$  determinare il lavoro che la forza magnetica compie quando la spira passa dalla posizione di equilibrio instabile a quella di equilibrio stabile. Poiché la forza è parallela all'asse  $y$  ma presenta angoli variabili rispetto agli spostamenti si consiglia di scrivere il lavoro elementare e proiettare gli spostamenti elementari sulla forza. A quel punto il calcolo del lavoro risulta immediato. In alternativa scrivere il lavoro elementare e tener presente

che il lavoro corrisponde ad un integrale definito  $\mathcal{L} = \sum \delta \mathcal{L} = \int_0^\pi \delta \mathcal{L}$

dove  $\delta \mathcal{L}$  va calcolato introducendo l'angolo  $\alpha$  che esprime la rotazione rispetto alla situazione di partenza.

Le forze che agiscono sui due tratti di lunghezza  $l$  hanno modulo  $F = B l i$  e sono sempre parallele all'asse  $y$  oltre che della stessa intensità. Gli spostamenti elementari sono di tipo tangenziale e nel movimento previsto dal testo la loro proiezione lungo la forza vale  $2 r$ . Pertanto il lavoro richiesto vale  $\mathcal{L} = 2 F 2r = 4 B l i r$ .

Alternativamente si indichi con  $\alpha$  l'angolo di rotazione. Si ha:

$$\mathcal{L} = 2 \int_0^{\pi} \delta L = 2 \int_0^{\pi} F \sin \alpha \delta l \quad \text{Ma } \delta l = r \delta \alpha \text{ e pertanto } \mathcal{L} = 2 B I r \int_0^{\pi} \sin \alpha \delta \alpha = 2 B I r [-\cos \pi - (-\cos 0)] = 4 B I r$$

**Osservazioni:** il secondo metodo può essere un primo spunto di riflessione sull'uso degli integrali nella seconda metà dell'anno.

## 5 E 23/2/02 test su elettrodinamica e campo magnetico

Negli item una sola risposta delle 4 è vera oppure una sola risposta è falsa: individuarla e segnare nella griglia solo essa. Risposte esatte +5; mancanti +1; errate 0

- 1) a) I magneti naturali possiedono sempre due poli b) Un magnete naturale possiede sempre almeno due poli c) I Poli magnetici sono una proprietà esclusiva dei magneti naturali d) I magneti artificiali vengono prodotti mettendo a contatto materiali ferrosi con i magneti naturali.<sup>1</sup>
- 2) a) Il polo nord terrestre è anche un polo nord magnetico b) La scelta di chiamare polo nord di un ago magnetico il polo che si orienta verso il polo nord è arbitraria c) Dopo aver fissato i poli dell'ago magnetico la legge di repulsione tra poli dello stesso nome ha natura sperimentale d) Per dare il nome ai poli di un magnete di forma non longitudinale si usa l'ago magnetico.<sup>2</sup>
- 3) a) Un magnete permanente longitudinale fa ruotare un circuito piano percorso da corrente fino ad allineare il magnete con il piano del circuito. b) Un filo percorso da corrente, disposto parallelamente ad un magnete rettilineo, tende ad avvolgergli intorno. c) Un gruppo di spire collocate tra i poli di un magnete vengono respinte all'esterno della zona tra i poli. d) Un ago magnetico parallelo ad un filo percorso da corrente viene attirato dal filo.<sup>3</sup>
- 4) a) In natura esistono i monopoli magnetici, ma è possibile individuarli solo in condizioni sperimentali particolarmente raffinate. b) Data una calamita si può sempre determinare la polarità dando ai poli il nome contrario a quello dell'estremo di un ago magnetico attirato dal polo stesso. c) La individuazione della polarità di un magnete a simmetria non longitudinale si effettua attraverso un ago magnetico e si chiama polo nord quello che attira il polo nord di un ago magnetico. d) Nella ipotesi di Ampere il magnetismo nella materia si spiega come effetto di correnti circolanti a livello elementare, cioè come effetto del movimento degli elettroni negli atomi.<sup>4</sup>
- 5) a) Per definire operativamente la linea di forza si può usare un ago magnetico di dimensioni qualsiasi. b) Gli aghi magnetici si muovono lungo le linee di forza. c) La linea di forza ha come verso quello della punta dell'ago magnetico nord. d) Le linee di forza magnetiche vanno sempre da un polo nord ad un polo sud.<sup>5</sup>
- 6) Data una linea di forza la forza che agisce su una carica in moto: a) è massima quando la carica si muove lungo la linea di forza b) è indipendente dalla direzione di moto c) non cambia se cambia di verso la linea e di segno la carica d) dipende dal segno della carica ma non dal suo valore<sup>6</sup>
- 7) Se in una regione di spazio in cui sono osservabili effetti magnetici si dispone una carica puntiforme negativa dotata di velocità  $v$  la carica subisce l'azione di una forza a) perpendicolare al piano individuato da  $v$  e dalla linea di forza b) massima quando la carica si muove perpendicolarmente alla linea di forza c) con verso opposto a quello che si eserciterebbe su una carica positiva d) proporzionale al coseno dell'angolo formato tra la direzione della linea e la velocità.<sup>7</sup>
- 8) a) Nello spazio esiste sempre una direzione privilegiata caratterizzata dal fatto che una carica mossa in tale direzione non subisce forze magnetiche. b) Anche se non è nota la direzione della linea di forza, si può sempre individuarla se si dispone di una carica elettrica. c) Se si muove una carica nell'intorno di un punto lungo diverse direzioni si può affermare che il campo magnetico in quel punto ha la direzione lungo la quale si riscontra una forza nulla. d) La direzione di moto lungo la quale una carica non subisce la forza magnetica è sempre perpendicolare a quella della linea di forza.<sup>8</sup>
- 9) a) La direzione della forza magnetica subita da una carica in moto non dipende dal segno della carica stessa. b) La forza magnetica è massima quando una carica si muove lungo la linea di forza. c) Data una carica collocata in un punto esistono infinite direzioni di moto lungo le quali la carica subisce la stessa intensità di forza magnetica. d) Si consideri un campo

<sup>1</sup> a) Falso b) Vero c) Falso d) Falso

<sup>2</sup> a) Falsa: Il polo nord terrestre è un polo sud magnetico b) Vera: Il nome da dare ai poli è stato fissato arbitrariamente con riferimento alla costruzione delle prime bussole. c) Vera: dopo aver fissato i poli dell'ago magnetico il fatto che due poli dello stesso nome si respingano ha una validità osservativa (succede così). d) Vera: poiché non è detto che un magnete di forma generica riesca ad orientarsi a causa della forma non longitudinale per dare il nome ai poli si avvicina un ago e si dà il nome contrario al nome del polo dell'ago che viene attirato.

<sup>3</sup> a) Falso: il circuito dispone il proprio piano perpendicolarmente al magnete b) Vero: la scoperta è di Faraday c) Falso: il solenoide si allinea con il suo asse alla linea congiungente i poli d) Falso: viene fatto ruotare in un piano perpendicolare al filo

<sup>4</sup> a) Falso b) Vero c) Falso d) Falso: Ampere non avanza ipotesi sulla costituzione della materia su scala microscopica e certamente non opera entro un modello atomistico simile al nostro.

<sup>5</sup> a) Falso: l'ago deve avere dimensioni più piccole possibili data la necessità di definire una grandezza che assume significato punto a punto. b) Falso: gli aghi magnetici si orientano lungo una direzione che definisce la linea di forza c) Vero: la direzione sud nord dell'ago è la direzione della punta nord. d) Falso: per esempio le linee di forza generate dalle correnti sono linee chiuse.

<sup>6</sup> a) Falso è nulla b) Falso: dipende dall'angolo tra linea di forza e vettore velocità c) Vero d) Falso: è proporzionale alla carica

<sup>7</sup> a) Vero b) Vero: è proporzionale a  $\sin \alpha$  che in tal caso vale 1 c) Vero d) Falso è proporzionale al seno e non al coseno

<sup>8</sup> a) Vero b) Vero c) Vero d) Falso

- magnetico entrante nel piano del foglio che state guardando e una carica negativa che si muova orizzontalmente verso destra; la forza da essa subita è nel piano del foglio e spinge verso il basso.<sup>9</sup>
- 10) Si consideri un campo magnetico uniforme entrante nel piano della pagina e una spira circolare disposta nel piano della pagina e percorsa da una corrente oraria. Per effetto della interazione tra i diversi elementi della spira e il campo magnetico: a) La spira implode verso l'interno b) La spira ruota e dispone il suo piano parallelamente alle linee di forza c) Se la spira è indeformabile non accade nulla d) Non accade nulla anche se la spira è deformabile.<sup>10</sup>
- 11) a) Un filo rettilineo indefinito percorso dalla corrente di 10 A genera, nel piano perpendicolare al proprio asse e alla distanza di 1 mm un campo pari a  $2 \times 10^{-3}$  Tesla. b) Se in un filo rettilineo si raddoppia la corrente e la distanza dall'asse il campo B misurato non cambia. c) Le superfici di eguale valore di B per un filo rettilineo indefinito sono dei cilindri aventi come asse di simmetria il filo stesso. d) La costante  $\mu_0$  vale  $12.56 \times 10^{-7}$  T A / m.<sup>11</sup>
- 12) a) Il solenoide è lo strumento tipico per la generazione dei campi magnetici uniformi. b) Il campo generato al suo interno da un solenoide di 10 spire/cm attraversato da una corrente di 100 A vale circa 0.1 Tesla. c) Un solenoide visto longitudinalmente presenta le spire che si avvolgono dall'estremo sinistro verso quello destro in verso antiorario quando lo si guarda da sinistra. Se la corrente scorre nello stesso verso il polo nord è a destra. d) Il campo magnetico nelle vicinanze di un tubo televisivo ha valori comparabili a quelli del campo magnetico terrestre.<sup>12</sup>
- 13) a) La legge della interazione tra correnti è stata dedotta da Ampere come conseguenza della forza di Lorentz applicata al campo generato da un filo rettilineo indefinito b) La bilancia delle correnti di Ampere misura la interazione tra due fili rettilinei indefiniti c) Negli strumenti a bobina mobile il momento torcente è variabile con l'angolo perché cambia il braccio della coppia di forze d) Se in uno strumento a bobina mobile si usa il campo magnetico generato da una corrente proporzionale alla d.d.p. si ottiene un wattmetro<sup>13</sup>
- 14) a) I raggi catodici furono scoperti grazie ai fenomeni radioattivi e alla contemporanea scoperta dei raggi X b) erano emessi dal catodo e si propagavano in linea retta anche quando l'anodo non si trovava affacciato al catodo c) erano caratterizzati da un bagliore verdastro sul tubo di fronte al catodo d) venivano deviati dai campi magnetici ed erano schermati da corpi metallici<sup>14</sup>
- 15) a) J.J. Thomson fu il primo ad evidenziare la connessione tra cariche negative e raggi catodici b) Thomson riuscì a spiegare la ragione per cui i normali campi elettrici non riuscivano a deviare i raggi catodici in modo sensibile c) Nel metodo calorimetrico Thomson misurò il calore trasportato dai raggi catodici d) Thomson misura il rapporto q/m usando due metodi uno basato sulla deflessione in campo elettrico e l'altro sulla deflessione in campo magnetico<sup>15</sup>
- 16) a) Il ciclotrone non è in grado di accelerare particelle ad energie di 100 MeV perché si entra in ambito relativistico b) Nel ciclotrone si opera con un valore variabile di B per adeguarsi alle variazioni di energia del fascio c) Nel ciclotrone l'energia cinetica dipende in maniera complessa dalla velocità delle particelle per effetto relativistico d) Nel ciclotrone si può operare a ciclo continuo accelerando pacchetti di particelle con energie diverse e con uno stesso impulso di campo elettrico<sup>16</sup>
- 17) a) Nei sincrotroni moderni il fascio viene mantenuto a r costante grazie all'azione sincronica di E che fa aumentare l'energia cinetica e di  $\Delta B$  che determina il necessario incremento di campo magnetico b) I moderni sincrotroni operano a più stadi per garantire perché ciò consente di fare acceleratori più piccoli c) Nei sincrotroni si usano solo magneti di tipo bipolare

<sup>9</sup> a) Vero: il segno della carica influenza il verso e non la direzione b) Falso: è nulla c) Vero: fissato un valore di angolo tra la linea di forza e la direzione di moto tutte le generatrici di un cono con asse sulla linea di forza e semiapertura  $\alpha$  corrispondono ad eguali valori di forza d) Vero: bisogna applicare la regola della mano sinistra e poi invertire (carica negativa).

<sup>10</sup> a) Falso: i diversi elementi di corrente subiscono una forza di tipo centrifugo b) Falso: le forze agiscono nel piano perpendicolare alle linee di forza c) Vero: la risultante di tutte le forze, applicate in punti diversi, è nulla e le singole forze potrebbero indurre solo deformazioni d) Falso: vedi punto precedente.

<sup>11</sup> a) Vero. Basta sostituire in  $B = 2 \cdot 10^{-7} \frac{i}{r}$  b) Vero c) Vero d) Falso  $\mu_0$  vale  $12.56 \times 10^{-7}$  T m

<sup>12</sup> a) Vero b) Vero: sostituire nella relazione c) Falso: applicare la regola della mano destra e del pollice d) Vero

<sup>13</sup> a) Falso: è stata ottenuta per via sperimentale b) Falso: utilizza spire rettangolari c) Falso: è costante perché il braccio è costante grazie all'artificio di usare un campo radiale d) Vero: in quel caso il momento torcente è proporzionale a  $\Delta V$  i cioè alla potenza elettrica.

<sup>14</sup> a) Falso: furono scoperti tramite esperienza di scarica nei gas a bassa pressione b) Vero c) Vero d) Vero

<sup>15</sup> a) Falso: esisteva già un lavoro di Perrin che fu perfezionato da Thomson b) Vero: la causa era dovuta ai livelli di vuoto non elevati che determinavano la ionizzazione del gas e dunque schermavano il campo elettrico c) Falso: ne valutò l'energia ceduta ad un corpo metallico per urto attraverso una determinazione calorimetrica d) Falso: il metodo richiede l'uso combinato di campo elettrico e magnetico incrociati per poter determinare il valore di velocità dei raggi catodici

<sup>16</sup> a) Falso: non ha senso parlare di ambito relativistico se non si precisa di quali particelle si stia trattando. b) Falso: si opera con B costante e le particelle aumentano il raggio di curvatura al crescere dell'energia c) Falso: il ciclotrone è una macchina non relativistica e pertanto l'energia cinetica è proporzionale al quadrato della velocità d) Vero: le particelle hanno un periodo di rivoluzione indipendente dalla energia

- disposti lungo tutto l'anello d) Negli acceleratori a fasci contrapposti il processo di preparazione è molto rapido perché per raggiungere le energie di utilizzo bastano pochi secondi <sup>17</sup>
- 18) a) La luminosità del fascio è la luce dovuta alla radiazione di sincrotrone b) La radiazione di sincrotrone cresce rapidamente al decrescere della massa di riposo delle particelle c) La radiazione di sincrotrone ha frequenze nella zona del violetto d) in LHC particelle e antiparticelle gireranno nella stessa camera a vuoto <sup>18</sup>
- 19) a) Nell'effetto Hall la d.d.p. misurata è proporzionale alla larghezza del conduttore nella direzione in cui compare la d.d.p. b) Nell'effetto Hall la d.d.p. misurata è inversamente proporzionale alla larghezza del conduttore nella direzione in cui compare la d.d.p. c) c) Nell'effetto Hall la d.d.p. misurata è inversamente proporzionale alla larghezza del conduttore nella direzione in cui agisce il campo magnetico d) Nell'effetto Hall il coefficiente Hall del materiale è proporzionale alla concentrazione di cariche libere. <sup>19</sup>
- 20) a) Due semiconduttori identici e drogati di tipo p e di tipo n con la stessa concentrazione atomica danno luogo alla stessa d.d.p. Hall b) L'effetto Hall evidenzia il fatto che l'alluminio ha meno elettroni liberi del rame e pertanto ha una resistività più alta c) L'effetto Hall è dovuto all'azione della forza di Lorentz che tende a far aumentare la corrente in un conduttore determinando un aumento della differenza di potenziale d) L'effetto Hall può essere utilizzato per misurare i campi magnetici. <sup>20</sup>

Nome e cognome								23/2/02 5E				campo magnetico							
1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
A		A	F	A		A		A		A		A		A		A		A	
B	V	B		B	V	B	V	B		B		B		B		B	F	B	
C		C		C		C		C	V	C	V	C		C		C		C	V
D		D		D		D		D		D	F	D	F	D		D		D	
11		12		13		14		15		16		17		18		19		20	
A		A		A		A	F	A		A		A	V	A		A		A	
B		B		B		B		B	V	B		B		B	V	B		B	
C		C	F	C		C		C		C		C		C		C	V	C	
D	F	D		D	V	D		D		D	V	D		D		D		D	V
Esatte				Errate				Mancanti				Punti							

<sup>17</sup> a) Vero b) Falso: si opera a più stadi per garantire range di energia compatibili con la necessità delle corrispondenti variazioni di campo magnetico c) Falso: servono i quadrupoli per la focalizzazione d) Falso: il processo di produzione delle antiparticelle è lento e serve una fase di preparazione di alcune ore durante le quali le antiparticelle vengono parcheggiate in un apposito anello di accumulazione

<sup>18</sup> a) Falso: è la concentrazione di particelle nei pacchetti b) Vero: va come  $1/m^4$  c) Falso si tratta di fotoni di altissima energia d) Falso: si opererà con due camere a vuoto parallele e le particelle verranno portate sulla stessa traiettoria nei siti di esperimento

<sup>19</sup> a) Falso: non dipende b) Falso: non dipende c) Vero d) Falso: è inversamente proporzionale

<sup>20</sup> a) Falso le d.d.p. sono opposte b) Falso: l'alluminio ha più elettroni liberi e la maggiore resistività è dovuta alla minore mobilità c) Falso: l'effetto Hall è dovuto alla forza di Lorentz che agendo sulle cariche in moto le sposta trasversalmente determinando la comparsa di una d.d.p. trasversale d) Vero: le sonde di campo magnetico funzionano sull'effetto Hall.

## 5E Terza prova 21/3/02 magnetismo materia

### 1) Momento magnetico su scala atomica

a) Il momento magnetico su scala atomica è dovuto a: (2 o 3 righe; 25 parole)

alla somma vettoriale del momento magnetico orbitale che è proporzionale al momento angolare e al momento magnetico di spin che può avere solo due valori

b) La applicazione di un campo magnetico su un materiale di momento magnetico nullo può determinare un indebolimento del campo; perché compare un momento magnetico? 4 o 5 righe ( 49 parole)

ciò si verifica quando il momento atomico è nullo a causa dell'equilibrio tra i momenti associati alle diverse orbite; quando si applica un campo esterno sugli elettroni agisce la forza magnetica che risulta equiversa od opposta alla forza coulombiana; essa modifica le caratteristiche dell'orbita modificando i momenti magnetici orbitali.

c) perché il momento magnetico che compare è opposto al campo esterno? (2 o 3 righe 27 parole)

la forza magnetica fa aumentare il momento magnetico antiparallelo e diminuire quello parallelo; il momento magnetico orbitale risulta così non più nullo e antiparallelo al campo esterno.

### 2) Esperimenti legati al momento magnetico e alla sua quantizzazione

a) L'esperimento di Einstein de Haas consiste nel mostrare (4 righe, 40 parole)

la dipendenza tra momento angolare orbitale e momento magnetico nei suoi aspetti macroscopici; una inversione artificiale dei momenti magnetici si trasforma in una rotazione macroscopica in grado di annullare la variazione di momento angolare associata alla inversione dei momenti magnetici

b) La costante di proporzionalità tra momento magnetico e momento angolare è in accordo solo parziale con la previsione della teoria. Come se ne esce? (1 riga, 14 parole)

introducendo il momento magnetico di spin con valore di momento angolare  $h/2$

c) L'esperimento di Stern e Gerlach consente di dare evidenza sperimentale al fatto che il momento magnetico atomico presenta componenti direzionali quantizzate. Infatti: (4 righe, 45 parole)

atomi iniettati in un campo magnetico a forte gradiente, invece di essere attirati o respinti con eguale probabilità nella direzione del gradiente assumono posizioni quantizzate e ciò conferma la ipotesi che il momento magnetico atomico possa assumere solo valori discreti rispetto ad una data direzione.

## III prova: tipologia b Esame di stato conclusivo commissione 5E Liceo Frisi anno 2001/2002

**1. Definizione del vettore induzione magnetica  $\vec{B}$** 

- Come si può determinare la direzione di  $\vec{B}$  in un punto se non è nota la linea di forza e non si dispone di un ago magnetico? (2 righe)
- Nota la linea di forza e disponendo di una carica mobile qual è la direzione della forza? (2 righe)
- Perché la forza magnetica non può mutare l'energia cinetica  $\mathcal{E}_k$  di una particella? (2 righe)

Basta muovere la carica nell'intorno del punto e ricercare la direzione a cui corrisponda assenza di forza.

E' la direzione ortogonale al piano determinato dalla direzione della linea di forza e da quella del vettore velocità.

Perché è perpendicolare alla velocità e dunque il lavoro elementare è sempre nullo (teorema dell'energia cinetica).

**2. Acceleratori circolari di particelle e raggio di curvatura della traiettoria.**

Si consideri la relazione  $r = \frac{mv}{qB}$  con  $m$  massa della particella,  $v$  modulo della velocità,  $q$  carica elettrica della particella e  $B$  modulo del vettore induzione magnetica uniforme e perpendicolare al vettore velocità

- da quali leggi deriva e dove la si applica? (4 righe)
- perché nei moderni acceleratori si usano anche i magneti quadripolari? (3 righe)
- quando si dà energia totale  $\mathcal{E}$  alle particelle relativistiche come cambia la quantità di moto e perché  $r$  non cambia nel caso dei sincrotroni? (3 righe)

Dalla II legge della dinamica applicata al caso delle forze costanti e ortogonali alla velocità e dalla forza di Lorentz per il caso di campi uniformi e particelle ortogonali alla linea di forza;

$$F = m a = m \frac{v^2}{r} = q v B \text{ da cui si ha la relazione.}$$

Per evitare lo sparpagliamento del fascio dovuto alla interazione elettrostatica tra le particelle. I magneti quadripolari danno forze magnetiche che agevolano la focalizzazione.

Cambia secondo la relazione relativistica  $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + p^2 c^2$ . Per evitare che l'aumento di  $p$  faccia crescere  $r$  si aumenta sincronicamente agli incrementi di energia il valore del campo magnetico.

**3. Induzione elettromagnetica**

- In cosa consiste il fenomeno della autoinduzione? (3 righe)
- Cos'è il coefficiente di autoinduzione di un circuito? (2 righe)
- Quanto vale il coefficiente di autoinduzione  $L$  per un solenoide di  $N$  spire lunghezza  $d$  e sezione  $\sigma$ ?  
Dedurre il risultato (2 righe)

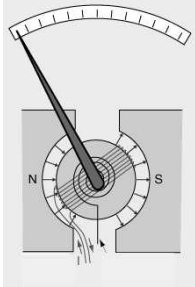
E' il fenomeno per il quale il flusso del campo magnetico di un circuito si concatena al circuito stesso e, nel caso di variazioni, autoinduce una f.e.m. che si oppone alla causa che l'ha generata.

E' il rapporto costante tra il flusso concatenato e la intensità di corrente che percorre il circuito.

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{N \Phi}{I} = \frac{N B \sigma}{I} = \frac{N \mu N I \sigma}{d I} = \mu \frac{N^2 \sigma}{d}$$



### III prova tipologia c proposta commissione prove strutturate 2002/2003

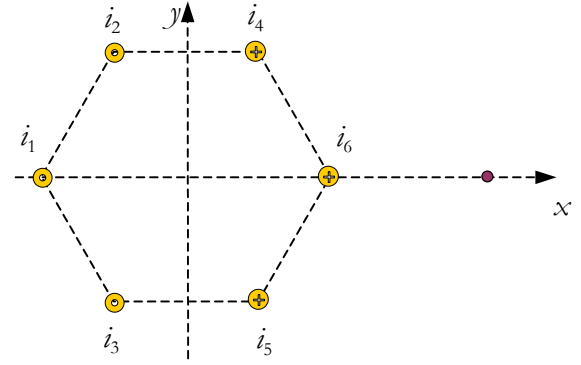
1. In uno strumento a bobina mobile l'equipaggio mobile è costituito da un telaio rettangolare di alluminio (su cui vengono avvolte delle spire di rame isolato) che ruota tra le espansioni polari di un magnete a simmetria radiale; una coppia di molle a spirale garantisce che in equilibrio la coppia torcente proporzionale alla corrente sia bilanciata da una coppia resistenza proporzionale all'angolo di rotazione; lo strumento invece di oscillare intorno alla posizione di equilibrio si porta rapidamente all'equilibrio
    - a) per effetto dell'attrito dei perni su cui il telaio ruota nel campo magnetico
    - b) perché il cilindro di ferro frena le oscillazioni per inerzia
    - c) per effetto della forza magnetica tra l'avvolgimento e il campo del magnete
    - d) per effetto delle correnti che si inducono nel telaio (legge di Lenz)
- 
2. I poli magnetici
    - a) I magneti naturali possiedono sempre due poli
    - b) Un magnete naturale possiede sempre poli in numero pari
    - c) I poli magnetici sono una proprietà esclusiva dei magneti naturali
    - d) I magneti artificiali vengono prevalentemente prodotti mettendo a contatto materiali ferrosi con i magneti naturali.
  3. Linee di forza del campo magnetico
    - a) Per definire operativamente la linea di forza si può usare un ago magnetico di dimensioni qualsiasi.
    - b) Gli aghi magnetici si muovono lungo le linee di forza.
    - c) La linea di forza ha come verso quello indicato dalla punta dell'ago magnetico nord.
    - d) Le linee di forza magnetiche vanno sempre da un polo nord ad un polo sud.
  4. Forza magnetica di Lorentz subita da una carica in moto in un campo magnetico
    - a) La direzione e il verso della forza magnetica non dipendono dal segno della carica stessa.
    - b) La forza magnetica è massima quando una carica si muove lungo la linea di forza.
    - c) Data una carica collocata in un punto al cambiare della direzione della velocità esistono infinite direzioni per le quali la forza ha lo stesso modulo
    - d) Si consideri un campo magnetico entrante nel piano del foglio che state guardando e una carica negativa che si muova orizzontalmente verso destra; la forza da essa subita è nel piano del foglio e spinge verso l'alto.
  5. I raggi catodici e la esperienza di J.J. Thomson
    - a) i raggi catodici erano emessi dal catodo e si propagavano in linea retta anche quando l'anodo non si trovava affacciato al catodo
    - b) I raggi catodici furono scoperti grazie ai fenomeni radioattivi e alla contemporanea scoperta dei raggi X
    - c) J.J. Thomson fu il primo ad evidenziare la connessione tra cariche elettriche negative e raggi catodici
    - d) nella esperienza di Thomson l'uso combinato di campo elettrico e magnetico serve a determinare con due metodi diversi il rapporto  $q/m$
  6. L'effetto Hall
    - a) Due semiconduttori identici e drogati di tipo p e di tipo n con la stessa concentrazione atomica danno luogo alla stessa d.d.p. Hall
    - b) L'effetto Hall è dovuto all'azione della forza di Lorentz che tende a far aumentare la corrente in un conduttore determinando un aumento della differenza di potenziale
    - c) L'effetto Hall può essere utilizzato per misurare i campi magnetici.
    - d) Nell'effetto Hall la d.d.p. misurata è inversamente proporzionale alla larghezza del conduttore nella direzione in cui compare la d.d.p.
  7. L'equilibrio elettrostatico
    - a) Secondo il teorema di Gauss il flusso del campo elettrostatico attraverso una superficie chiusa è sempre uguale a zero.
    - b) Quando si dispongono delle cariche elettriche su di un conduttore esse si distribuiscono in maniera uniforme lungo la sua superficie.
    - c) Quando si dispongono delle cariche elettriche in un conduttore massiccio dotato di una cavità esse si dispongono sulle due superfici interna ed esterna

- d) La superficie di un conduttore carico in equilibrio è equipotenziale
8. La legge di Ohm
- La legge di Ohm dice che la d.d.p. è uguale alla resistenza per la corrente
  - La legge di Ohm vale in prima approssimazione anche per le soluzioni elettrolitiche
  - In un conduttore metallico caratterizzato da corrente  $i$  e d.d.p.  $\Delta V$  se si fa variare del 100% la d.d.p. si determina un corrispondente incremento del 100% nella intensità di corrente
  - In tutti i solidi per i quali ha senso introdurre il concetto di resistenza la resistività cresce al crescere della temperatura
9. I condensatori e la capacità
- Collegando in serie condensatori diversi la carica elettrica si ripartisce su di essi in modo proporzionale alla capacità
  - Se in un condensatore carico ed isolato si inserisce un dielettrico tra le armature la carica su di esse non muta mentre si ha una diminuzione della d.d.p.
  - Se in un condensatore piano collegato ad un generatore di d.d.p. si avvicinano le armature cambia la capacità ma non cambia la carica perché il generatore la mantiene costante
  - Dato un condensatore, poiché  $C = \frac{Q}{\Delta V}$  si può affermare che la sua capacità è proporzionale alla carica depositata sulle armature
10. Carica elettrica elementare ed esperienza di Millikan
- L'esperienza è precedente a quella di Thomson
  - Nella esperienza si misura la carica che si deposita su goccioline d'olio elettrizzate per strofinio dal contatto che esse subiscono nello spruzzatore
  - Nella esperienza si utilizza un generatore di raggi X per produrre le ionizzazioni in un gas che determinano il deposito di cariche elementari sulle gocce d'olio
  - Nella esecuzione dell'esperienza si può usare olio o un qualunque altro liquido isolante con densità simile come per esempio l'acqua.

1	a	b	c	d	4	a	b	c	d	7	a	b	c	d	a	b	c	d	
2	a	b	c	d	5	a	b	c	d	8	a	b	c	d					
3	a	b	c	d	6	a	b	c	d	9	a	b	c	d	•	X	✓	punti	

4F PNI 11/11/03: magnetismo ed elettrodinamica

1) La figura qui a destra rappresenta 6 correnti disposte ai vertici di un esagono regolare di lato  $r = 0.125$  m. Le 6 correnti sono tutte uguali e hanno intensità  $i = 2.50$  A mentre i versi sono quelli indicati in figura.



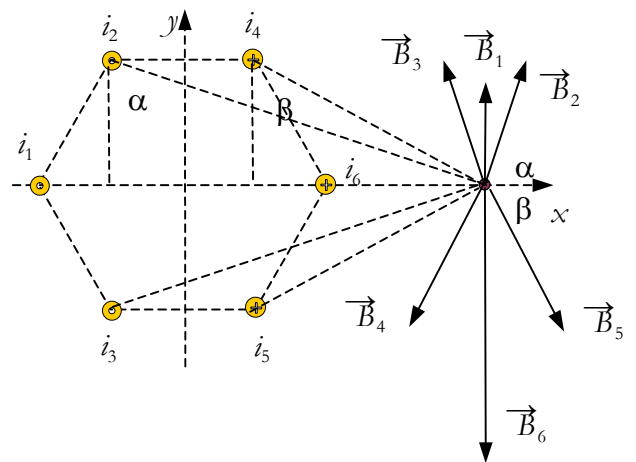
- a) Considerato un generico punto P collocato sull'asse x con  $x > r$  indicare sulla figura (rispettandone direzione, verso e intensità approssimativa) i diversi vettori che concorrono a determinare il vettore  $\vec{B}$ .
- b) Spiegare perché  $B_x = 0$  e  $B_y < 0$
- c) Determinare  $B_y$  per il caso in cui sia  $x = 2r$ .

Indicato con P il punto con  $x = 2r$  calcoliamo le distanze tra il punto P e le correnti in modo di avere una idea di massima delle intensità dei diversi vettori  $\vec{B}_i$ .

Si ha  $r_1 = 3r$ ;  $r_6 = r$ ;  $r_4 = r_5 = \sqrt{3} r \approx 1.73 r$ ;  $r_2 = r_3 = \sqrt{3/4 + 25/4} r = \sqrt{7} r \approx 2.64 r$  e dunque i diversi vettori hanno modulo inversamente proporzionale a tali valori. Se assumiamo come riferimento di misura  $B_6$  che ha il valore più grande sarà:

$$B_1 = 1/3 B_6 \approx 0.33 B_6; B_4 = B_5 = 1/\sqrt{3} B_6 \approx 0.58 B_6; B_2 = B_3 = 1/\sqrt{7} B_6 \approx 0.38 B_6$$

Per quanto riguarda la direzione, tali vettori sono (a coppie) ugualmente disposti rispetto all'asse x con direzione ortogonale ai raggi vettori e verso orario per le correnti entranti e antiorario per quelle uscenti. Indico con  $\alpha$  e  $\beta$  gli angoli che consentiranno di arrivare alle componenti (i vettori B formano con l'asse x lo stesso angolo formato dai raggi vettori con l'asse y).



$B_x = 0$  perché i vettori di uguale modulo sono disposti simmetricamente rispetto alla verticale

$B_y < 0$  perché, tenendo conto delle considerazioni sui moduli e le direzioni già svolte al punto precedenti (hanno componente negativa i vettori di modulo maggiore).

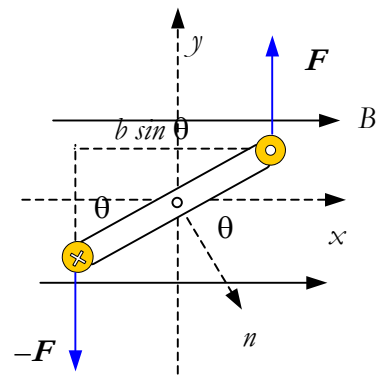
I moduli dei diversi vettori hanno una relazione del tipo  $B_i = \frac{\mu}{2\pi} i \frac{1}{r_i}$  e le componenti verticali si ottengono moltiplicando per il seno dell'angolo (tenuto conto del segno).

$$\text{Calcoliamo } \sin \alpha \text{ e } \sin \beta; \text{ si ha (con riferimento alla figura) } \sin \alpha = \frac{5/2 r}{\sqrt{7} r} = \frac{5}{2\sqrt{7}} \text{ e } \sin \beta = \frac{3/2 r}{\sqrt{3} r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = B_{1y} + 2B_{3y} + 2B_{4y} + B_{6y} = \frac{\mu i}{2\pi r} \left( \frac{1}{3} + 2 \frac{1}{\sqrt{7}} \sin \alpha - 2 \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \beta - 1 \right) = \frac{\mu i}{2\pi r} \left( \frac{1}{3} + 2 \frac{1}{\sqrt{7}} \frac{5}{2\sqrt{7}} - 2 \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) = \frac{\mu i}{2\pi r} \left( \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - 1 - 1 \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2.50}{0.125} \cdot \frac{-20}{21} = -3.81 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

**Nota di correzione:** per disegnare correttamente i vettori  $\vec{B}$  ortogonali ai vettori  $\vec{r}$  usare una squadra; è inutile, quando si deve fare una somma vettoriale calcolare separatamente tutte le componenti (si perde tempo e si introducono errori di calcolo); in genere la spiegazione di quanto richiesto ai punti a e b è stata insoddisfacente sul piano formale e dell'uso corretto del linguaggio specifico della fisica

2) Su di un telaio rettangolare di lati  $l$  e  $b$  sono avvolte  $N$  spire; il telaio può ruotare intorno ad un asse collocato come l'asse  $z$ ; il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme diretto come l'asse  $x$ . Una molla a spirale di costante elastica  $k$  determina un momento resistente  $M_r = k \theta$  e si oppone alle rotazioni del telaio dovute all'azione della forza magnetica; la molla si trova in condizioni di riposo quando il piano del telaio è parallelo alle linee di forza ( $\theta = 1/2 \pi$ )



- a) Completare la figura indicando le forze che agiscono sui lati del telaio orientati come l'asse  $z$ .

Le forze sono dirette come l'asse y e, tenuto conto del verso delle correnti e di quello di  $\vec{B}$  danno luogo ad una rotazione antioraria (momento positivo); sul lato  $b$  agiscono forze collocate lungo la stessa retta che possono solo deformare il telaio.

- b) Partendo dalla forza magnetica scrivere la relazione che fornisce il momento torcente cui è sottoposto il telaio.

In base alla relazione che fornisce la forza di Lorentz si ha  $F = N B l i$  e pertanto  $M_t = F b \sin\theta = N B l i b \sin\theta = N B S i \sin\theta$ .

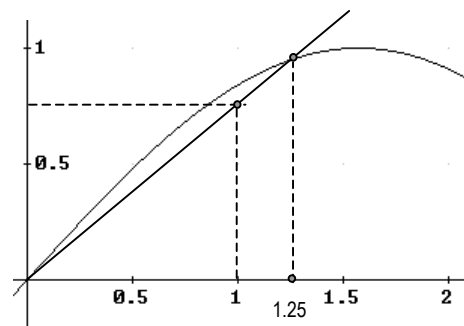
- c) Supponendo che sia  $N = 200$  spire,  $B = 0.800$  T,  $i = 0.500$  A,  $S = l b = 35.0$  cm<sup>2</sup>,  $k = 0.210$  N·m/rad scrivere l'equazione per la condizione di equilibrio che lega  $\sin\theta$  e  $\theta$ .

Da  $N B S i \sin\theta = k \theta$  si ottiene:  $200 \cdot 0.800 \cdot 35.0 \cdot 10^{-4} \cdot 0.500 = 0.210 \cdot \theta \Leftrightarrow 0.280 \sin\theta = 0.210 \theta \Leftrightarrow \sin\theta = 0.750 \theta$

- d) L'equazione è di tipo trascendente ( $\sin\theta = b \theta$  con  $b$  determinata attraverso i dati forniti) e non può essere risolta in forma esatta. Utilizzando la sinusoidale fornita con il testo risolvere graficamente l'equazione e quindi, avvalendosi della calcolatrice, migliorare la precisione sino alla terza cifra significativa. Indicare il valore in gradi dell'angolo così determinato.

Basta tracciare la retta  $y = 0.75 \theta$  sul diagramma della sinusoidale ed individuare il punto di intersezione. Così facendo si ottiene  $\theta \approx 1.25$

basta ora calcolare qualche valore con la calcolatrice per arrivare al risultato richiesto  $\theta = 4/3 \sin\theta \approx 1.33 \sin\theta$



$\theta$	$1.33 \sin\theta$	esito
1.25	1.26	↑
1.30	1.285	↓
1.27	1.27	ok

Dunque  $\theta \approx 1.27$  rad  $\approx 72.8^\circ$

**Nota di correzione:** la scrittura delle relazioni richieste è stata spesso imprecisa o poco motivata; il calcolo numerico finale richiede prima di tutto di tracciare la retta (passaggio per 1,075) e da qui ricavare il seme necessario alla determinazione approssimata. Evitare tabelle con più di 3 o 4 determinazioni (vuol dire che non si sa operare).

- 3) Uno ione doppiamente ionizzato di carbonio  $C_{12}^{++}$  viene accelerato sino ad una energia cinetica  $\mathcal{E}_k = 18.5$  GeV in un acceleratore circolare in cui agisce un campo magnetico  $B = 2.85$  T (1 amu =  $1.66 \cdot 10^{-27}$  kg)

- a) Stabilire attraverso il confronto con la energia di riposo  $\mathcal{E}_0$  (che va determinata) se ci si trova in ambito classico, relativistico od ultrarelativistico e precisare di che tipo di acceleratore si tratti.

$$m_0 = 12 \text{ amu} = 12 \cdot 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.99 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 = 1.99 \times 10^{-26} \cdot (2.998 \times 10^8)^2 = 1.79 \times 10^{-9} \text{ J} = \frac{1.79 \times 10^{-9}}{1.602 \times 10^{-19}} = 1.12 \times 10^{10} \text{ eV} = 11.2 \text{ GeV}$$

Poiché  $\mathcal{E}_0$  ed  $\mathcal{E}_k$  hanno lo stesso ordine di grandezza ci troviamo in piena zona relativistica e dunque l'acceleratore deve essere un sincrotrone.

- b) Determinare in unità del S.I. la quantità di moto degli ioni considerati.

Per determinare la quantità di moto utilizzeremo la relazione generale relativistica secondo cui  $\mathcal{E}^2 - p^2 c^2 = \mathcal{E}_0^2$  e ciò richiede di calcolare la energia totale  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_k = 18.5 + 11.2 = 29.7$  GeV =  $29.7 \times 10^9 \cdot 1.602 \times 10^{-19} = 4.75 \times 10^{-9}$  J

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2} = \frac{1}{2.998 \times 10^8} \sqrt{(4.75 \times 10^{-9})^2 - (1.79 \times 10^{-9})^2} = 1.47 \times 10^{-17} \text{ kg m/s}$$

- c) Determinare il raggio di curvatura dell'acceleratore

$$\text{Negli acceleratori circolari si ha sempre } r = \frac{p}{q B} = \frac{1.47 \times 10^{-17}}{2 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \cdot 2.85} = 16.1 \text{ m}$$

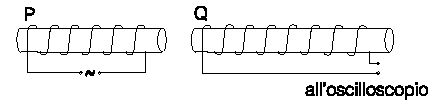
**Nota di correzione:** ricordo che  $1 \text{ amu} = \frac{10^{-3}}{\mathcal{M}_A} \neq 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  che è la massa del protone (la differenza è sulla III cifra significativa e non può essere ignorata). Quando si determina  $p$  bisogna riportare l'energia in J oppure esprimere  $p$  in eV/(m/s) e fare la conversione alla fine.

1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c		
3	2	5	1	3	3	4	3	3	2		

4F PNI 27/02/04 induzione elettromagnetica e correnti alternate

1. Ricerca di *vero*: scoperta della induzione; a) Faraday utilizza una bobina composta di *rame verniciato* in modo di isolare le spire; b) La prima evidenza sperimentale si ha quando i *due avvolgimenti vengono avvolti su ferro*; c) Nella prima evidenza sperimentale si osserva il fenomeno *sia in fase di chiusura sia in fase di apertura* del circuito; d) Nonostante osservi una corrente evidenziata dal galvanometro Faraday *non riesce ad utilizzarla* per altri fenomeni a causa della sua debole intensità.

2. Ricerca del *vero* (Olimpiadi 1995); La bobina P, collegata ad un alimentatore elettrico a 50 Hz in corrente alternata, è posta in prossimità della bobina ma separata da essa. I terminali della bobina Q sono connessi con l'ingresso verticale di un oscilloscopio. Collegando

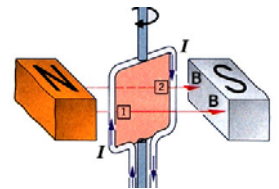


le due bobine mediante una sbarretta di ferro dolce inserita all'interno delle stesse, quale sarà l'effetto prodotto sulla traccia dell'oscilloscopio? a) L'altezza aumenta e aumenta anche il numero di onde visibili b) L'altezza diminuisce e il numero di onde aumenta; c) L'altezza della traccia aumenta e il numero di onde visibili rimane lo stesso; d) Non cambi né l'altezza della traccia né il numero di onde visibili.

3. Ricerca di *vero*: *circuitazione del campo elettrico* a) *ha le dimensioni di un potenziale*; b) è nulla lungo una linea chiusa; c) corrisponde al *lavoro* svolto dalla forza elettrica; d) *non cambia se si cambia la linea*

4. Ricerca di *vero*; si consideri un campo elettrico di modulo  $E$  costante disposto nel piano della pagina e con linee di forza circolari intorno ad un punto  $C$ ; la *circuitazione del campo elettrico lungo una linea circolare di raggio  $r$  e centro  $C$*  vale a)  $E2\pi r$ ; b)  $E\pi r$ ; c) 0; d)  $E\pi r \cos \alpha$  dove  $\alpha$  è l'angolo tra il raggio e il campo.

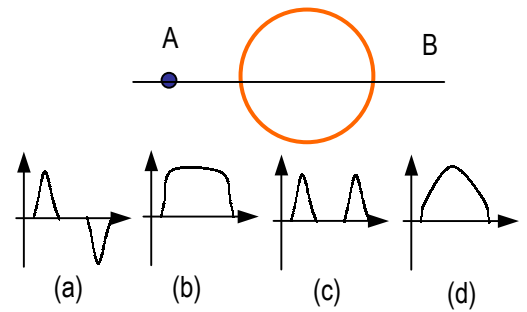
5. Ricerca di *vero*; si consideri la immagine qui a lato e si indichi con  $\alpha$  l'angolo tra  $\mathbf{B}$  e la normale  $\mathbf{n}$ . La spira viene fatta ruotare di mezzo giro; la variazione di flusso vale a) zero; b)  $BS \cos \alpha$ ; c)  $2BS \cos \alpha$ ; d)  $BS \sin \alpha$ .



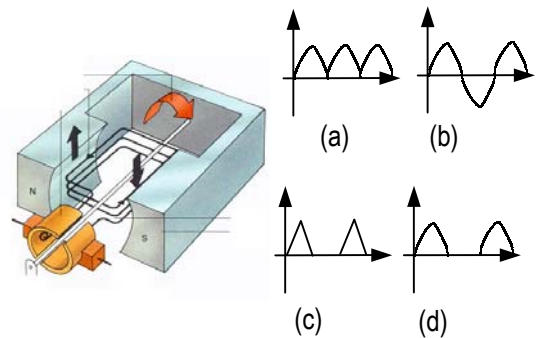
6. Ricerca di *vero* il flusso di  $\mathbf{B}$  a) è una *grandezza vettoriale*; b) si misura in  $T/m^2$ ; c) si misura in *Weber*; d) ha le *dimensioni* di una forza per una carica per una velocità.

7. In una regione estesa caratterizzata da un campo magnetico uniforme di 4 mT è immersa una spira rettangolare di 20 cm<sup>2</sup> perpendicolare alle linee di forza. La superficie espressa in cm<sup>2</sup> cambia con legge  $\sigma = 20 - 1.5 t$ . La forza elettromotrice indotta nella spira vale: a) 7.4  $\mu V$  b) 0.6  $\mu V$  c) bisogna precisare il tempo d) 0.6  $\mu V$  ma solo se  $t < 13.3$  s.

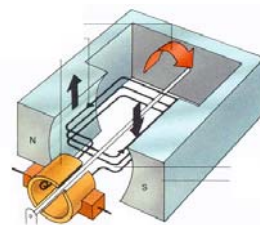
8. Ricerca di *vero*: Un magnete rettilineo perpendicolare al piano della pagina e di cui si vede la testa viene spostato con velocità costante da A verso B passando davanti ad una spira circolare; quale dei diagrammi in figura rappresenta meglio l'andamento della corrente indotta nella spira. Non è necessario precisare il verso del campo magnetico o il verso positivo delle correnti.



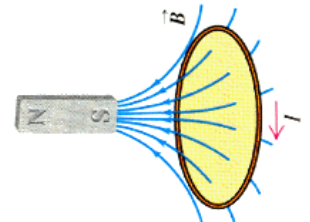
9. Ricerca di *vero*: il dispositivo rappresentato in figura produce sui due contatti striscianti posti nella parte anteriore dell'immagine una fem indotta; quale dei seguenti diagrammi rappresenta meglio il segnale presente sui contatti?



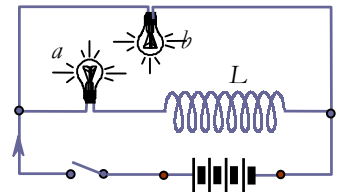
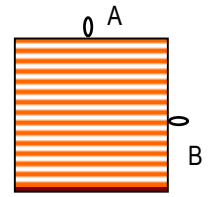
11. Ricerca di *vero*: Si consideri un ago magnetico sospeso ad un filo e che oscilla in un piano orizzontale; al di sotto dell'ago viene collocato un disco di materiale metallico non ferroso di dimensioni maggiori o eguali a quelle dell'ago a) L'ago continua ad oscillare come prima perché solo i materiali ferrosi sono in grado di influenzare l'ago; b) Le oscillazioni dell'ago si smorzano molto rapidamente; c) La presenza del disco fa diminuire il periodo di oscillazione; d) Le oscillazioni dell'ago aumentano di ampiezza.



12. Ricerca di *vero*: un magnete rettilineo con le polarità rappresentate in figura viene spostato lungo l'asse di una spira circolare e si osserva la comparsa della corrente oraria rappresentata in figura; a) Il magnete si sta allontanando b) Il magnete si sta avvicinando c) Il verso della corrente dipende solo dalla esistenza di un moto relativo e non si può precisare se ci sia avvicinamento o allontanamento; d) La polarità del magnete non ha alcuna importanza per stabilire il verso della corrente.



13. Ricerca di *vero*. Un blocco di rame composto da tante piastre isolate tra loro può essere sospeso ad una fune attraverso gli anelli A e B; la fune viene attorcigliata in modo di produrre una reazione elastica e quindi rilasciata e si osserva che il blocco comincia a ruotare. Se si applica un campo magnetico con la direzione della fune: a) non cambia nulla; b) le oscillazioni si smorzano molto rapidamente; c) si smorzano rapidamente solo se viene sospeso in A; d) si smorzano rapidamente solo se viene sospeso in B.
14. Ricerca di falso; le dimensioni del coefficiente di autoinduzione; a)  $H = \text{Weber}/A$ ; b)  $H = \Omega/s$ ; c)  $H = V s/A$ ; d)  $H = \text{kg m}^2 C^2$
15. Ricerca di vero; la fem autoindotta vale: a)  $\mathcal{E}_{ai} = -L \frac{\delta i}{\delta t}$ ; b)  $\mathcal{E}_{ai} = -L \frac{\delta \phi}{\delta t}$ ; c)  $\mathcal{E}_{ai} = -L \delta \phi$ ; b)  $\mathcal{E}_{ai} = L \frac{\delta i}{\delta t}$
16. Ricerca di *vero*; il coefficiente di autoinduzione di un solenoide: a) Nei materiali ferromagnetici non è costante al variare della corrente; b) Vale  $\frac{\mu N \sigma}{l}$ ; c) Vale  $L = \frac{\mu N^2 l}{\sigma}$ ; d) Vale  $\mu N^2 l \sigma$ .
17. Nel circuito rappresentato in figura si chiude l'interruttore e si osserva a) L'immediata accensione delle due lampadine; b) si accendono prima a e poi b; c) si accendono prima b e poi a; d) a non si accende mai.
18. Dato un circuito LR la costante di tempo del circuito a) vale  $LR$ ; b) vale  $R/L$ ; c) è l'inclinazione della retta tangente nel punto con  $t = 0$ ; d) vale  $L/R$ .
19. Un circuito è costituito da un generatore di  $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$  e da due resistenze  $R_1 = 1 \Omega$  e  $R_2 = 2 \Omega$  tra loro in parallelo. La seconda resistenza, essendo costruita tramite un avvolgimento, possiede una induttanza non trascurabile  $L$ . La corrente erogata dal generatore appena si chiude l'interruttore e quella per  $t \gg \tau$  valgono rispettivamente: a)  $i_0 = 15 \text{ A}$ ,  $i_\infty = 10 \text{ A}$ ; b) non si può rispondere se non si conosce il valore di  $L$ ; c)  $i_0 = 10 \text{ A}$ ,  $i_\infty = 15 \text{ A}$ ; d)  $i_0 = 10 \text{ A}$ ,  $i_\infty = 5 \text{ A}$ .
20. Ricerca del *vero*; trasformatore; in un *trasformatore reale* sotto carico se si indicano con  $V$  le ddp, con  $\mathcal{E}$  le forze elettromotrici e con  $N$  il numero di spire al primario e al secondario tra le diverse grandezze valgono le seguenti relazioni: a)  $V_1 = \mathcal{E}_1$ ,  $V_2 = \mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2 = N_1 / N_2$ ; b)  $V_1 > \mathcal{E}_1$ ,  $V_2 > \mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2 = N_1 / N_2$ ; c)  $V_1 > \mathcal{E}_1$ ,  $V_2 < \mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2 = N_1 / N_2$ ; d)  $V_1 > \mathcal{E}_1$ ,  $V_2 < \mathcal{E}_2$ ,  $V_1 / V_2 = N_1 / N_2$ .



### QUESITI

- Perché se si esegue un esperimento alla Faraday e si avvolge la seconda bobina intorno ad un tubo di vetro contenente un pezzo di ferro, dopo aver chiuso ed aperto il circuito induttore il pezzo di ferro non risulta magnetizzato?
- Se si cerca di muovere una moneta ferrosa tra le espansioni polari di un elettromagnete si ha la sensazione di muoversi attraverso un mezzo viscoso (forza d'attrito proporzionale alla velocità). Si spieghi il perché.
- Spiegare perché un solenoide si comporta in maniera molto diversa in corrente continua e in corrente alternata
- Il funzionamento del motore asincrono trifase a vuoto e sotto carico (non serve descrivere come è fatto il motore)
- La potenza elettrica in corrente alternata con  $v = V_M \sin \omega t$ : valore istantaneo, valore medio, fattore di potenza ed elementi che lo caratterizzano
- La reattanza induttiva in un circuito RL con  $\mathcal{E} = V_M \sin \omega t$ : l'equazione alle maglie, la sua soluzione, rappresentazione vettoriale
- Il funzionamento del trasformatore sotto carico (non serve descrivere come è fatto e come funziona a vuoto)

## 01/03/04 4F PNI induzione elettromagnetica e correnti

## alternate

Svolgere 2 problemi a scelta tra i primi 5 e il 6 (correnti alternate).

- 1) Un circuito a forma di ellisse di semiassi  $a$  e  $b$  è immerso in un campo magnetico uniforme  $B$  che forma un angolo  $\theta$  con la normale al piano della spira. Nell'intervallo temporale  $\Delta t$  l'angolo passa a  $\theta'$ . Determinare il valore medio  $\mathcal{F}$  della fem indotta.

Dati:  $a = 12$  cm;  $b = 8$  cm;  $\theta = 49^\circ$ ;  $\theta' = 0^\circ$ ;  $\Delta t = 0.25$  s;  $B = 1.38 \cdot 10^{-3}$  T

Risposte: l'area dell'ellisse si trova dall'area del cerchio con una banale contrazione o dilatazione;  $\phi = 2.73 \cdot 10^{-5}$  Wb,  $\phi' = \dots$ ,  $\mathcal{F} = 57.3$   $\mu$ V

- 2) Un campo magnetico uniforme ed ortogonale al piano della pagina varia con legge  $\frac{\delta B}{\delta t} = 2.50$  mT/s. Nel piano della pagina viene posto un circuito piano caratterizzato da una superficie  $\sigma = 12$  cm<sup>2</sup>. Determinare la fem indotta. Se al posto del circuito ci fosse una linea matematica a cosa corrisponderebbe il valore trovato?

Risposte:  $\mathcal{F} = 3.0$   $\mu$ V; ...

- 3) In un solenoide percorso da una corrente variabile con legge  $\frac{\delta i}{\delta t} = 2$  A/s si osserva la comparsa di una fem indotta  $\mathcal{F} = 0.25$  mV. Con una successiva misura si osserva che quando il circuito è percorso da una corrente  $i = 15$  A il flusso del campo magnetico attraverso una singola spira vale  $\phi_s = 4.5 \cdot 10^{-6}$  Wb. Dopo aver determinato il coefficiente di autoinduzione  $L$  calcolare il numero di spire  $N$  di cui è costituito il solenoide.

Risposte:  $L = 0.125 \cdot 10^{-3}$  H;  $N = 417$  spire

- 4) Un conduttore rettilineo indefinito è percorso da una corrente  $i = 30$  A. Determinare la densità di energia del campo magnetico  $\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \mathcal{V}}$  in una regione posta alla distanza  $d = 20$  cm dall'asse del filo. Perché è sbagliato

affermare che in 1 m<sup>3</sup> di spazio intorno al filo si trova l'energia  $\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \mathcal{V}}$  ?

Risposte:  $B = 3.0 \cdot 10^{-5}$  T;  $\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \mathcal{V}} = 0.36 \cdot 10^{-3}$  J/m<sup>3</sup>, ...

- 5) Un circuito  $LR$  è alimentato da un generatore di fem costante  $\mathcal{F} = 12$  V mentre  $R = 0.25$   $\Omega$  e  $L = 0.125$  H. Quanto vale la corrente  $I$  quando il circuito va a regime? Tracciare il diagramma della corrente alla chiusura del circuito e da esso scrivere la corrispondente equazione. Utilizzare l'equazione per determinare l'istante  $t$  dopo la chiusura del circuito in cui la corrente assume il valore  $i = 25$  A. Quanto vale in quell'istante l'energia immagazzinata nel campo magnetico?

Risposte:  $I = 48$  A; come è fatta la curva esponenziale?,  $t = 0.37$  s;  $\mathcal{E} = 39$  J

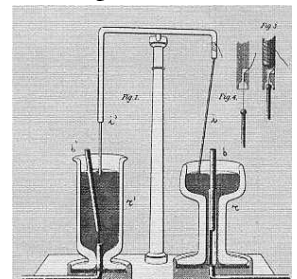
- 6) Un circuito  $LR$  è alimentato da un generatore di fem alternata con frequenza  $\nu = 50$  Hz e  $\mathcal{F}_M = 100$  V mentre  $L = 0.0500$  H e  $R = 4.00$   $\Omega$ . Determinare l'angolo di sfasamento  $\varphi$  tra tensione e corrente e il valore  $I_M$  della corrente che percorre il circuito. Per riportare  $\varphi$  ad un valore  $\varphi' = 36^\circ$  più accettabile si collega in serie anche un condensatore  $C$ . quanto vale la capacità del condensatore di rifasamento?

Risposte:  $\varphi = 75.7^\circ$ ;  $I_M = 6.17$  A,  $C = 249$   $\mu$ F




## 14 febbraio 2005 4F Pni conoscenze Il campo magnetico nel vuoto

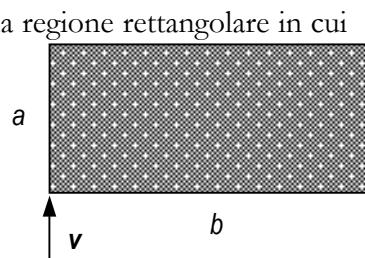
1. In non più di 15 righe enumerare i passi logici che portano: a) alla scoperta del concetto di polo magnetico, b) alla esistenza di due soli tipi di polarità c) alla legge per cui poli dello stesso nome si respingono e poli di nome contrario si attirano.
2. Quando Ampere presentò all'accademia di Francia la sua legge sul fatto che le correnti interagiscono tra loro qualcuno obiettò che la cosa era ovvia: *visto che le correnti interagiscono con i magneti allora per la proprietà transitiva interagiscono tra loro*. Rispondere a questa considerazione.
3. Si controbatta alla seguente osservazione sbagliata: *poiché il vettore  $\mathbf{B}$  di una linea prodotta da un filo rettilineo ha sempre la stessa intensità e ruota lungo tutte le direzioni la somma vettoriale è nulla e dunque non si ha campo magnetico*.
4. Se in una regione di spazio in cui sono osservabili effetti magnetici evidenziabili tramite la deflessione dell'ago magnetico si dispone una carica puntiforme positiva dotata di velocità  $\mathbf{v}$  la carica subisce l'azione di una forza; riassumere in 10 righe tutti gli effetti osservabili che fanno da premessa alla definizione di  $\mathbf{B}$ .
5. Dare la definizione operativa di linea di campo
6. Illustrare come si potrebbe definire il vettore  $\mathbf{B}$  anche senza aver precedentemente definito la linea di forza.
7. Fare un confronto tra la forza elettrica tra due cariche e la forza magnetica evidenziando tutte le differenze.
8. Senza darne gli enunciati illustrare le differenze in termini generali tra il teorema di circuitazione e la legge di Biot e Savart.
9. Descrivere il campo magnetico di una spira a distanze molto grandi.
10. Momento magnetico e momento angolare di un elettrone con velocità  $v$  su un'orbita di raggio  $r$
11. Si considerino due fili rettilinei paralleli allineati come l'asse  $z$  percorsi da correnti  $i_1$  e  $i_2$  equiverse orientate come  $z$  e si collochi il sistema di riferimento in modo che i due fili escano dal piano  $xy$  nei punti  $(0,0)$  e  $(0,r)$ . a) Senza eseguire conti si spieghi perché, nel tratto dell'asse  $x$  compreso tra  $0$  e  $r$  esiste sicuramente un punto di campo nullo. b) Determinare il punto di annullamento del campo c) Si spieghi perché non possono esistere altri punti che godono di questa proprietà né su  $x$  all'esterno, né nel piano  $xy$
12. Un conduttore cilindrico indefinito cavo e a pareti sottili percorso da una corrente  $i$ , presenta al suo interno un campo magnetico nullo. Dimostrarlo usando il teorema della circuitazione di Ampere
13. Collocare storicamente e spiegare la seguente immagine.



21/02/2005 4F competenze: elettrodinamica

particella in moto in un campo magnetico

Uno ione idrogeno viene accelerato da una d.d.p.  $\Delta V = 1.20 \cdot 10^4$  V ed entra in una regione rettangolare in cui è presente un campo magnetico uniforme  $B = 0.0580$  T perpendicolare alla velocità dello ione. Lo ione entra dal lato inferiore sinistro e le misure dei due lati sono rispettivamente  $a = 0.200$  m e  $b = 0.800$  m. Determinare le coordinate del punto di uscita assumendo come origine il punto di ingresso. Trovare inoltre le componenti  $v_x$  e  $v_y$  nel punto di uscita. Quanto è il valore massimo di d.d.p. per la quale lo ione esce dallo stesso lato da cui è entrato?

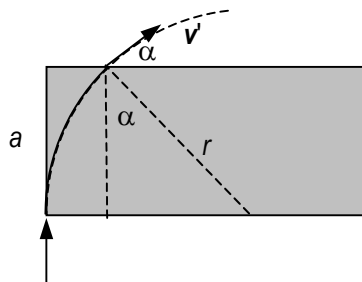


Il raggio di curvatura  $r = \frac{mv}{qB}$  ma poiché è assegnata  $\Delta V$  dobbiamo passare attraverso la

relazione con l'energia cinetica. Infatti  $\mathcal{E}_k = q \Delta V$ . Siamo in ambito classico perché  $1.20 \cdot 10^4$  eV  $\ll$  940 MeV che corrisponde alla energia di riposo del protone. Dunque  $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{p^2}{2m}$  e  $p = \sqrt{2m \mathcal{E}_k} = \sqrt{2m q \Delta V}$ . Troviamo così il valore del raggio di curvatura:

$$r = \frac{\sqrt{2m q \Delta V}}{q B} = \sqrt{\frac{2m \Delta V}{q B^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.675 \cdot 10^{-27} \cdot 1.20 \cdot 10^4}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.0580^2}} = 0.273 \text{ m}$$

Poiché  $r > a$  il protone percorre un arco di circonferenza e raggiunto il limite superiore del campo e se da tale zona con una geometria come in figura.



$\cos \alpha = \frac{a}{r} = 0.7326$  e  $\alpha = 42.895^\circ$ . Il punto di uscita ha coordinate  $x = r - r \sin \alpha = r(1 - \sin \alpha) = 0.273(1 - \sin 42.895) = 0.087$  m e  $y = a$ .

Il vettore velocità conserva il suo modulo e pertanto per trovare le componenti occorre determinare  $v$ .

$$v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{m}} = \sqrt{\frac{2q \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.20 \cdot 10^4}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 1.52 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$v'_x = v \cos \alpha = 1.11 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad v'_y = v \sin \alpha = 1.03 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Il valore massimo di  $\Delta V$  che consente al protone di uscire dallo stesso lato è quello per cui  $r = a$ . Facendo riferimento alla

$$\text{relazione } r = \frac{\sqrt{2m q \Delta V}}{q B} \text{ si osserva che } \Delta V \propto r^2 \text{ pertanto } \Delta V' = \Delta V \frac{a^2}{r^2} = 1.20 \cdot 10^4 \cdot \frac{0.200^2}{0.273^2} = 0.64 \cdot 10^4 \text{ V}$$

**Nota di correzione:** evitare di calcolare grandezze intermedie inutili; scrivere sempre la relazione finale, i dati sostituiti (compresi i fattori di conversione, il risultato con il corretto numero di cifre, l'unità di misura).

Relazioni tra energia e quantità di moto in ambito classico, relativistico ed ultrarelativistico

Si consideri un fascio di protoni ( $m_0 = 1.67493 \cdot 10^{-27}$  kg) dotati di energia cinetica pari rispettivamente a  $\mathcal{E}_{ka} = 1.000$  MeV;  $\mathcal{E}_{kb} = 2.000$  GeV;  $\mathcal{E}_{kc} = 2.500$  TeV. Determinare il valore della quantità di moto nei tre casi. Suggestimento: tener conto che nei tre casi si opera in ambiti in cui valgono leggi diverse..

La energia di riposo del protone vale:

$$\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 = 1.67493 \cdot 10^{-27} \cdot (2.998 \cdot 10^8)^2 \text{ J} = 1.505 \cdot 10^{10} \text{ J} = \frac{1.505 \cdot 10^{10}}{1.602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 939.6 \text{ MeV}$$

Nel caso a siamo in ambito classico perché  $1 \text{ MeV} \ll 939.6 \text{ MeV}$  possiamo pertanto usare la relazione classica secondo cui  $\mathcal{E}_k = \frac{p^2}{2m}$  e pertanto  $p = \sqrt{2m \mathcal{E}_k} = \sqrt{2 \cdot 1.67493 \cdot 10^{-27} \cdot 1.00 \cdot 1.602 \cdot 10^{-13}} = 2.32 \cdot 10^{-10} \text{ kg m/s}$

Nel caso b si ha  $\mathcal{E}_{kb} \div \mathcal{E}_0$  e siamo in ambito relativistico il che ci costringe ad utilizzare la relazione dell'invariante relativistico  $\mathcal{E}^2 - (pc)^2 = \mathcal{E}_0^2$  con  $\mathcal{E}_{kb} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$

$$\text{Pertanto } \mathcal{E} = \mathcal{E}_{kb} + \mathcal{E}_0 = 939.6 + 2000 = 2940 \text{ MeV} = 4.710 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$p = \frac{\sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}}{c} = 1.489 \cdot 10^{-18} \text{ kg m/s}$$

$$\text{Nel caso c siamo in ambito ultrarelativistico perché } \mathcal{E}_k \gg \mathcal{E}_0 \text{ e pertanto } p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{2.500 \cdot 10^{12} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{2.998 \cdot 10^8} = 1.34 \cdot 10^{-15} \text{ kg m/s}$$

**Nota di correzione:** imparare a fare i confronti sulle particelle in eV; per i conti vedi problema 1

**ciclotrone**

In un ciclotrone di diametro  $d = 2.00$  m vengono accelerati ioni  $+ di {}^{22}\text{Ne}_{10}$  ( $\mu = 21.9914$  amu) sino alla energia di 1.15 MeV ( $1 \text{ amu} = 1.66054 \cdot 10^{-27}$  kg). La tensione tra gli elettrodi è di 260 kV e la energia di accelerazione viene fornita ad ogni mezzo giro. a) Quanto vale B? b) Quanti giri compiono gli ioni durante la fase di accelerazione? c) Quanto dura una fase di accelerazione? d) Se si vuole produrre una corrente di 1 mA quanti ioni bisogna iniettare ad ogni mezzo giro?

Poiche il numero di massa è 22 la energia di riposo è 22 circa volte quella del protone e pertanto siamo in ambito classico.

$$\text{Il raggio di curvatura vale } \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2m \mathcal{E}_k}}{qB} \text{ e dunque } B = \frac{\sqrt{2m \mathcal{E}_k}}{qr} = \frac{\sqrt{2 \cdot 21.9914 \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27} \cdot 1.15 \cdot 10^6 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.00} = 0.724 \text{ T}$$

Poichè ad ogni giro gli ioni ricevono una energia pari al doppio della tensione acceleratrice e cioè 520 keV il numero di giri  $N = 115 \text{ MeV} / 520 \text{ keV} = 221$  giri

Il periodo di rotazione delle particelle nel ciclotrone è fisso e vale:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 21.9914 \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27}}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.724} = 1.98 \cdot 10^{-6} \text{ s e pertanto la fase di accelerazione ha una durata:}$$

$$\Delta t = N T = 4.37 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

La corrente di 1 mA prodotta da ioni di carica unitaria equivale ad un flusso di cariche al secondo tali che  $i = \frac{e \Delta N}{\Delta t}$  e pertanto:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{i}{e} = \frac{10^{-3}}{1.602 \cdot 10^{-19}} = 6.24 \cdot 10^{15} \text{ ioni/s}$$

Il numero N di particelle da iniettare ad ogni mezzo giro è pertanto  $N/(T/2) = \frac{\Delta N}{\Delta t}$  e dunque

$$N = \frac{1}{2} T \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{2} 1.98 \cdot 10^{-6} \cdot 6.24 \cdot 10^{15} = 6.18 \cdot 10^9$$

**Nota di correzione:** nel copiare il testo era inavvertitamente saltato un punto decimale nella energia cinetica. Risultato: venivano oltre 7 T di B e nessuno ha fatto una piega. La cosa non aveva ripercussioni sul resto. Nel ciclotrone, visto che T è costante, lo si usa!

**Spettrografo di massa**

Gli ioni di uno spettrografo di massa vengono fatti passare attraverso un collimatore di velocità a campi incrociati dopo essere stati opportunamente accelerati da un campo elettrico. a) Se si vuole selezionare una velocità  $v = 2.50 \cdot 10^4$  m/s e il campo magnetico utilizzato vale  $B = 0.120$  T quanto vale la d.d.p.  $\Delta V$  tra le armature del condensatore ( $d = 3.50$  cm) in cui si genera il campo del collimatore? b) Gli ioni dopo aver attraversato il collimatore entrano in una zona in cui è presente un campo  $B' = 0.310$  T ortogonale alla velocità e, dopo aver percorso una semicirconferenza, lasciano una traccia sul rivelatore a distanza  $2r$  dal punto di ingresso. Quanto vale  $r$  se si usano ioni  $+ di {}^{17}\text{Ne}_{10}$  ( $\mu = 17.01769$  amu)? c) Se si riscontra una traccia anche una seconda traccia spostata di  $\Delta x = 1.16$  cm come si può interpretare il risultato osservato? Quante altre macchie più o meno intense si troveranno tra queste due?

In un collimatore a campi incrociati non vengono deflesse le particelle per le quali la forza elettrica e quella magnetica sono uguali e cioè quelle per cui  $qE = qvB$  da cui si ha  $v = E/B$

$$\text{Con i dati forniti si ha: } E = v B = 2.50 \cdot 10^4 \cdot 0.120 = 0.300 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$\text{Per produrre tale campo elettrico serve una } \Delta V = E \cdot d = 0.300 \cdot 10^4 \cdot 0.0350 = 105 \text{ V}$$

$$\text{Il raggio di curvatura è dato dalla relazione } r = \frac{mv}{qB} = \frac{17.01769 \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27} \cdot 2.50 \cdot 10^4}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.310} = 1.42 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{La seconda traccia corrisponde ad un raggio } r' \text{ tale che } r' - r = \frac{1}{2} \Delta x \text{ da cui } r' = r + \frac{1}{2} \Delta x = (1.42 + 0.58) 10^{-2} = 2.00 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

A parità di condizioni il raggio di curvatura è proporzionale alla massa e dunque:

$$\frac{m'}{m} = \frac{r'}{r} = \frac{2.00}{1.42} = 1.408. \text{ Se il primo ione ha un numero di massa di 17 il secondo sarà l'isotopo di numero di massa } 17 \cdot 1.408 \approx$$

24. Stiamo osservando la presenza del  ${}^{24}\text{Ne}_{10}$  e tra queste due tracce ne osserveremo altre 6 corrispondenti agli isotopi 18, 19, 20, 21, 22, 23.

**Nota di correzione:** evitare il calcolo di grandezze non necessarie.

Nome e cognome \_\_\_\_\_ 24/2/2005 4F PNI: conoscenze elettrodinamica  
tipologia c

- 1) Quattro fili rettilinei indefiniti sono percorsi da correnti uguali e tagliano il piano xy ai vertici di un quadrato. Si consideri il caso in cui l'ordine del verso delle correnti è  $\oplus\oplus\bullet\bullet$  oppure  $\oplus\bullet\oplus\bullet$ . Si tratta di valutare la verità delle seguenti affermazioni. A) fissato il verso delle correnti il valore della forza elettrodinamica è la stessa sui 4 conduttori B) La forza sul primo conduttore ha lo stesso modulo nei due casi C) La direzione della forza sul primo conduttore è la stessa nei due casi.  
a) VVV b) FVV c) VVF d) FFV
  - 2) La legge di Ampere riguarda la interazione tra correnti. a) Ampere l'ha dedotta valutando la interazione tra corrente e campo magnetico (forza di Lorentz) b) La forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza c) La legge trovata da Ampere vale solo per fili rettilinei indefiniti d) Nel sistema internazionale la costante di proporzionalità è fissata per definizione.
  - 3) Una spira quadrata è immersa in un campo magnetico uniforme ortogonale al piano della spira a) la forza magnetica sui quattro lati ha lo stesso modulo b) la forza magnetica sui lati 1 e 2 dipende dall'angolo c) la forza magnetica sui lati 3 e 4 dipende dall'angolo d) il momento della risultante della coppia di forze è costante.
- 
- 4) Negli strumenti a bobina mobile a) senza un dispositivo di smorzamento l'ago oscilla tra lo zero e il doppio dell'angolo corrispondente alla posizione di equilibrio b) si utilizza un campo magnetico uniforme c) l'equilibrio si determina tra il momento torcente di origine magnetica e lo smorzamento dovuto agli attriti d) Il momento torcente è indipendente dal numero di spire dell'avvolgimento.
  - 5) Nel motore elettrico alimentato a corrente continua il collettore a contatti striscianti serve a) ad evitare che l'avvolgimento si aggrovigli b) ad invertire la corrente nel punto di equilibrio instabile c) a raddrizzare la corrente c) ad invertire la corrente nel punto di equilibrio stabile.
  - 6) La bussola delle tangenti a) è uno strumento utilizzato dai cartografi e dagli esploratori b) utilizza come coppia antagonista quella dovuta al campo magnetico terrestre c) prende il suo nome dal fatto che l'ago si dispone tangenzialmente alla linea di forza d) fornisce il campo magnetico in tesla moltiplicando la corrente nel filo per la tangente dell'angolo tra il filo e il campo terrestre.
- 
- 7) La forza di Lorentz magnetica che agisce su una carica  $q$  che si muove con velocità  $\mathbf{v}$  in una regione caratterizzata da campo magnetico  $\mathbf{B}$  vale a)  $\mathbf{F} = q \mathbf{B} \times \mathbf{v}$  b)  $\mathbf{F} = -q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  c)  $\mathbf{F} = q [\mathbf{i}(v_y B_z - v_z B_y) + \mathbf{j}(v_x B_z - v_z B_x) + \mathbf{k}(v_x B_y - v_y B_x)]$  d) 0 quando la carica si muove perpendicolarmente alla linea di forza.
  - 8) Un rivelatore fotografa la traiettoria di una particella ortogonale ad un campo magnetico noto. La traiettoria evidenzia un cambio brusco nel raggio di curvatura. Dalla osservazione della fotografia si può risalire a) al segno della carica b) alla massa della particella c) al rapporto  $q/m$  d) al modulo della quantità di moto della particella.
  - 9) J.J. Thomson riuscì a dimostrare in maniera inoppugnabile che i raggi catodici erano costituiti da particelle cariche negativamente. Per dimostrare ciò a) misurò il verso della corrente tra anodo e catodo dimostrando che la corrente all'esterno del tubo andava dall'anodo al catodo b) fece vedere che i raggi catodici venivano deflessi dai campi magnetici secondo il verso previsto dalla forza di Lorentz per le cariche negative c) utilizzò un elettrometro come sonda e fece vedere che si caricava negativamente solo quando i raggi catodici venivano deviati da un campo magnetico in modo di finire nell'elettrometro d) si riferisce alle teorie della scuola tedesca sulle onde elettromagnetiche nell'etere
  - 10) Gli esperimenti di J.J. Thomson per la misura del rapporto  $q/m$  dei raggi catodici fanno un uso combinato di campo elettrico e campo magnetico. a) Il campo elettrico serve alle misurazioni e quello magnetico a misure di controllo in cui si cambia la causa delle deviazioni b) I campi elettrici e magnetici sono paralleli e con verso contrario c) Il campo magnetico viene usato per misurare  $q/m$  tramite il raggio di curvatura d) il campo magnetico viene usato insieme a quello elettrico per determinare la velocità longitudinale dei raggi catodici
  - 11) Ciclotrone a) le particelle seguono una traiettoria circolare di raggio di curvatura fisso  $r = mv/qB$  b) il ciclotrone può accelerare gli elettroni sino ad energie di qualche MeV c) il ciclotrone fornisce gli impulsi



## 24 maggio 2005 4F PNI induzione elettromagnetica e c.a.

Rispondere a 2 domande (da 2 a 4 righe) e svolgere 2 problemi (il 4 vale per 2).

Dando per conosciuto il fenomeno dare una spiegazione dell'esperimento del disco di Arago

Nel disco di Arago un disco di rame ruota avendo al di sopra un magnete longitudinale sospeso che tende a seguirlo nella rotazione. Ciò è dovuto alle correnti indotte nel disco di rame che generano per la legge di Lenz una azione elettrodinamica sul magnete che si oppone alla rotazione relativa.

Il campo elettrico indotto differisce da quello Coulombiano su un punto essenziale. Spiegare.

Si tratta di un campo circuitale (linee chiuse) non conservativo. Ciò consente la produzione delle fem su cui si basa il funzionamento di qualsiasi generatore meccanico di energia elettrica.

Spiegare come mai in un circuito qualsiasi percorso da corrente il rapporto tra flusso concatenato e corrente è costante

Il flusso concatenato si ottiene sommando contributi proporzionali al campo nei diversi punti della superficie che ha come contorno la linea del circuito. Il campo è proporzionale alla corrente e dunque  $\Phi \propto i$

In cosa differiscono una dinamo e un alternatore?

Nella dinamo il segnale viene prelevato, tramite un commutatore rotante (detto anello di Pacinotti), sempre nel tratto in cui la fem è massima (porzione di avvolgimento ortogonale al campo). Così si produce un raddrizzamento meccanico del segnale. (vedi dispense per i disegni)

1. In un circuito passa una corrente continua  $I_1$  e successivamente viene fatta passare una corrente alternata di valore efficace  $I_2$ . Dimostrare che se si fanno passare entrambe le correnti simultaneamente si ottiene una corrente variabile di intensità efficace  $I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$ . Suggerimento ricordare che il valore efficace corrisponde alla radice della media del quadrato. Nei calcoli indicare i valori istantanei con le lettere minuscole e quelli efficaci con le maiuscole, cioè  $i_1 = I_1$  e  $i_2 = I_2 \sin \omega t$ . Indicare il valor medio di  $x$  con  $\langle x \rangle$

$$I_3 = \sqrt{\langle (i_1 + i_2)^2 \rangle} = \sqrt{\langle i_1^2 + i_2^2 + 2i_1 i_2 \rangle} = \sqrt{\langle i_1^2 \rangle + \langle i_2^2 \rangle + 2\langle i_1 i_2 \rangle} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 \langle i_2 \rangle} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 \cdot 0} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

Si ricordi che per una grandezza sinusoidale  $\langle i^2 \rangle = \frac{1}{2} I_M^2 = I^2$

2. Una bobina è costituita da  $N = 10^4$  spire di rame di sezione  $\sigma_1 = 0.1 \text{ mm}^2$  avvolte su un prisma a base quadrangolare di lunghezza  $l = 10 \text{ cm}$  e di lato  $d = 4 \text{ cm}$ . Per effetto, della sovrapposizione degli strati si può ipotizzare che una singola spira quadrangolare abbia un lato medio  $d' = 6 \text{ cm}$ . La resistività del rame  $\rho = 0.017 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ . a) Determinare la resistenza  $R$ , la induttanza  $L$  della bobina e la costante di tempo  $\tau$  del circuito. b) Collegare la bobina ad un generatore di fem  $\mathcal{E} = 6 \text{ v}$  e di resistenza interna trascurabile e, dopo aver determinato la corrente  $I$  a regime trovare l'istante  $t'$  a cui si ha  $i = 0.0095 \text{ A}$ .

Per la legge di Ohm  $R = \rho \frac{b}{\sigma}$  dove  $b$  rappresenta la lunghezza dell'avvolgimento in m pari a  $b = 4Nd' = 10^4 \cdot 4 \cdot 0.06 =$

$$2.40 \cdot 10^3 \text{ m}; \text{ pertanto } R = 0.017 \frac{2.40 \cdot 10^3}{0.1} = 408 \Omega$$

$$\text{Nelle bobine si ha } L = \mu \frac{N^2 S}{l} = 12.56 \cdot 10^{-7} \frac{10^8 \cdot 36 \cdot 10^{-4}}{10^{-1}} = 4.52 \text{ H}$$

Pertanto la costante di tempo del circuito  $\tau = L/R = 0.0111 \text{ s}$

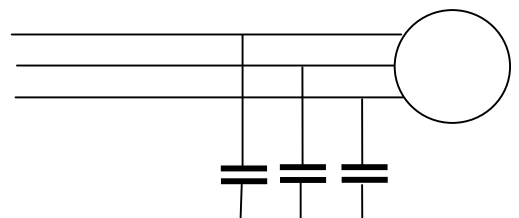
$$\text{La corrente a regime } I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6}{40.8} = 0.147 \text{ A}$$

La corrente nel circuito va a regime con legge esponenziale  $i = I(1 - e^{-t/\tau})$  e pertanto dovrà essere  $e^{-t/\tau} = 1 - i/I = 0.354$  e dunque  $t = -\tau \ln 0.354 = 0.0115 \text{ s}$ .

3. Un grosso motore sincrono trifase con  $P = 36 \text{ kW}$  ha un  $\cos \phi$  sotto carico pari a 0.75 quando viene alimentato da una d.d.p. di 380 v tra le fasi alla frequenza  $\nu = 50 \text{ hz}$ . Determinare la capacità di una terna di condensatori di rifasamento in grado di rifasare il carico sino a  $\cos \phi_1 = 0.95$ .

Suggerimento il carico trifase può essere analizzato come tre carichi monofasi.

Tenuto conto di quanto detto nel suggerimento il triangolo delle potenze presenta una potenza attiva di 12 kW con una potenza reattiva  $Q_L$  in quadratura rispetto a  $P$ .



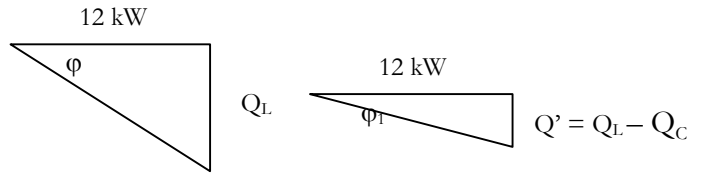
I condensatori di rifasamento collegati a stella sono collegati ad una differenza di potenziale di 220 V come nel disegno qui a lato indicato.

Pertanto la potenza reattiva dovuta al carico induttivo, indicata con  $Q_L$ , sarà  $Q_L = P \tan \varphi = 12 \cdot \tan(\arccos 0.75) = 10.58 \text{ kVAR}$

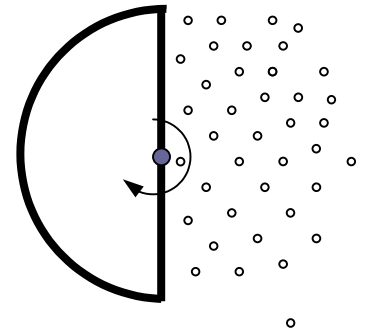
Dopo il rifasamento deve essere  $Q' = P \tan \varphi_1 = 12 \tan(\arccos 0.95) = 3.94 \text{ kVAR}$  pertanto la potenza reattiva di rifasamento dovrà essere di  $Q_C = Q_L - Q' = 6.64 \text{ kVAR}$

Poiché  $Q = \Delta V^2 / X$  e poiché  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  si ha  $X_C = \frac{220^2}{6.640} = 7.23 \Omega$

$$C = \frac{1}{2\pi\nu X_C} = 438 \mu\text{F}$$

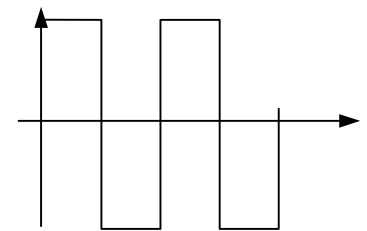


4. Un circuito è costituito da una semicirconfenza che è in grado di ruotare con velocità angolare  $\omega$  intorno al suo centro. La semicirconfenza (di raggio  $r$ ) è parzialmente immersa in un campo magnetico uniforme come in figura (sono indicate le condizioni iniziali). Viene richiesto di disegnare, nel caso di  $\omega$  costante, l'andamento nel tempo della fem indotta precisandone, in funzione dei dati forniti, il periodo e il valore massimo. Si supponga poi che  $\omega$  non sia più costante ma cambi in modo uniforme con legge  $\omega = k t$ . Rispondere alle seguenti domande: 1) il fenomeno risulta ripetitivo ma non periodico; indicare la legge con cui si susseguono gli istanti di annullamento della fem 2) poiché si è già trovato che l'ampiezza dipende da  $\omega$  è molto semplice disegnare il nuovo andamento della f.e.m.; tracciare tale andamento precisando i due estremi entro cui avvengono le oscillazioni.



Se indichiamo con  $\varphi$  l'angolo di rotazione avremo che durante il primo mezzo giro il flusso aumenta con legge  $\phi = B \sigma$  dove  $\sigma$  rappresenta l'area di un settore circolare di apertura  $\varphi$ . Pertanto  $\sigma = \frac{1}{2} r^2 \varphi$  e dunque  $\mathcal{F} = \frac{\delta\phi}{\delta t} = \frac{1}{2} B r^2 \frac{\delta\varphi}{\delta t} = \frac{1}{2} B r^2 \omega$ .

Poiché  $\omega$  è costante anche  $\mathcal{F}$  è costante e l'ampiezza vale  $\frac{1}{2} B r^2 \omega$ ; il periodo è esattamente quello definito da  $\omega$  e cioè  $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$



Dopo che è stato effettuato il primo mezzo giro cioè dopo  $\frac{1}{2} \tau = \frac{\pi}{\omega}$  il processo si inverte perché il flusso, di colpo cessa di aumentare e inizia a diminuire determinando una brusca inversione di segno nel valore della fem indotta come si vede in figura.

Se si ha  $\omega = k t$  si ha anche che  $\varphi = \frac{1}{2} k t^2$  e i punti di annullamento della fem corrisponderanno ai punti in cui il flusso cambia verso di variazione e cioè agli angoli  $\varphi = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$

A questi angoli, se indichiamo con  $\tau$  il valore che corrisponde a  $\pi$  e cioè  $\tau = \sqrt{\frac{2\pi}{k}}$  corrispondono gli istanti  $t_n = \sqrt{n} \tau$ . Si ha cioè una situazione di contrazione progressiva dei punti di inversione che avvengono a  $\tau, 1.41\tau, 1.73\tau, 2\tau, \dots$

Anche l'ampiezza cresce proporzionalmente ad  $\omega$  e cioè proporzionalmente al tempo  $\mathcal{F} = \frac{1}{2} B r^2 k t$ . Il diagramma sarà dunque compreso tra le due rette  $\mathcal{F} = \pm \frac{1}{2} B r^2 k t$  e si avrà la brusca inversione in corrispondenza dei punti già determinati.

