

6/5/2003 2F PNI ottica geometrica: conoscenza e comprensione

Conoscenza

- 1) Spiegare la differenza tra dispersione e diffusione della luce
 La dispersione è la proprietà per la quale l'indice di rifrazione dipende debolmente dalla frequenza e viene usata per scomporre la luce non monocromatica nei prismi; la diffusione è la proprietà per cui una superficie non regolare o un gas localmente non omogeneo determinano la riflessione di un fascio di raggi paralleli in tutte le direzioni.
Nota di correzione: molti ignorano cosa sia la dispersione; la diffusione avviene anche nei gas (è per effetto della diffusione da parte della atmosfera che il cielo, di giorno, non appare nero con il sole molto luminoso. Il fatto che appaia azzurro è dovuto al fatto che gli angoli di diffusione dipendono dalla lunghezza d'onda (la teoria è piuttosto complessa e ne parleremo, forse, in termodinamica)
- 2) Scrivere l'equazione che fornisce la distanza focale per una lente sottile di raggi di curvatura r_1 e r_2 e indice di rifrazione rispetto al mezzo n . Precisare la convenzione sui segni di r .

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$
 r è preso positivo per superfici convesse e negativo per superfici concave
Nota di correzione: il raggio di curvatura si definisce con riferimento alla superficie
- 3) Cosa dice il principio di reversibilità dei cammini ottici?
 Il percorso seguito da un raggio di luce in un sistema ottico non dipende dal verso di percorrenza
Nota di correzione: questa proprietà non riguarda solo la riflessione o solo la rifrazione ma entrambe
- 4) Perché per avere la riflessione totale quando un raggio passa da un mezzo 1 ad un mezzo 2 l'indice di rifrazione n_{12} deve essere < 1 ? In tale caso quanto vale l'angolo limite i_l ?
 a) Perché si verifichi la riflessione totale deve poter essere $r = 90^\circ$ e ciò richiede che $\sin i = n_{12}$ ma il seno è sempre minore di 1. L'angolo limite è quello che corrisponde a $r = 90^\circ$ pertanto $\sin i_l = n_{12}$ e $i_l = \arcsin(n_{12})$
 b) Per avere la riflessione totale il raggio rifratto al di sotto dell'angolo limite deve allontanarsi dalla normale cioè $\sin i < \sin r \Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} < 1$ e dunque $n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} < 1$. L'angolo limite è quello che corrisponde a $r = 90^\circ$ pertanto $\sin i_l = n_{12}$ e $i_l = \arcsin(n_{12})$
Nota di correzione: ho dato due possibili risposte; in genere le vostre risposte sono state molto imprecise con confusione continua dei termini.
- 5) Definire il punto remoto, il punto prossimo e il punto della visione distinta con riferimento a cornea e cristallino.
 L'occhio è un sistema con q fisso, pertanto al variare di p deve variare f .
 Il punto remoto è il punto più lontano a cui la cornea, con il cristallino rilasciato, riesce a mettere a fuoco gli oggetti
 Il punto prossimo è il punto più vicino a cui la cornea, con il cristallino contratto al massimo, riesce a mettere a fuoco gli oggetti
 Il punto della visione distinta è il punto più vicino a cui la cornea, con il cristallino contratto, riesce a mettere a fuoco gli oggetti senza affaticamento della muscolatura oculare.
Nota di correzione: la precisazione iniziale serve a dare un senso al resto del discorso.

Comprensione

- 1) Su cosa si basa la capacità dei prismi di scomporre la luce bianca?
 La luce bianca è composta da onde di frequenza variabile con continuità e l'indice di rifrazione del vetro dipende debolmente dalla frequenza (per alcuni vetri il fenomeno è più evidente). Così un fascio di luce bianca che colpisce un prisma subisce rifrazioni con angoli diversi nell'attraversare il vetro ed esce scomposto.
Nota di correzione: ciò che conta è che $n = f(v)$, il resto è accessorio.
- 2) Data l'equazione delle lenti sottili e una lente convergente ($f > 0$) dedurre risolvendo la disequazione come deve essere scelto p per avere una immagine virtuale ($q < 0$)?
 Da $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ si ottiene $\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$ ma se $q < 0$ deve essere $\frac{1}{f} - \frac{1}{p} < 0 \Leftrightarrow \frac{p-f}{pf} < 0$ e poiché il denominatore è sempre positivo (lente con $f > 0$) deve essere $p - f < 0$ o anche $p < f$.
Nota di correzione: siamo alla fine della II e bisogna imparare a decodificare una richiesta, impostarla e risolverla.
- 3) Perché in una lastra a facce piane e parallele un raggio di luce viene rifratto parallelamente a se stesso?
 Avvengono due rifrazioni aria vetro e vetro aria in cui l'angolo di rifrazione diventa quello di incidenza (le due normali sono parallele) e per il principio di reversibilità dei cammini ottici l'angolo di rifrazione finale risulta uguale a quello di incidenza iniziale.
Nota di correzione: è importante citare il principio di reversibilità oltre che lo scambio tra angolo di incidenza e angolo di rifrazione.

- 4) Un fascio di raggi paralleli incide su una scatola virtuale ed esce cambiando direzione con i raggi ancora paralleli. Cosa ci deve essere al posto della scatola?
Affinché un fascio di raggi paralleli si trasformi ancora in un fascio di raggi paralleli con direzione diversa deve aver luogo una riflessione su uno specchio piano o su un prisma che produca riflessione totale.
- 5) Dal punto di vista ottico in cosa differiscono l'occhio e una macchina fotografica?
In entrambi i casi si ha la formazione di immagini reali rovesciate e rimpicciolite da parte di un sistema ottico. Nella macchina fotografica c'è un obiettivo di focale fissa e la messa a fuoco avviene spostando l'obiettivo rispetto alla pellicola (cambia q). Nell'occhio la distanza tra il centro ottico e la retina è fissa e si hanno piccole variazioni di distanza focale da parte del cristallino che si contrae più o meno a seconda della distanza dall'oggetto osservato.
- Nota di correzione:** non è fondamentale citare la variabilità della pupilla (diaframma) che si ha in entrambi i casi.

14/5/2003 2F PNI ottica geometrica: competenze

- 1) Un raggio di luce incide verso il basso sulla faccia verticale di un cubo di vetro con $n = 1.6$ e spigolo $d = 10$ cm. Il raggio di luce incide a distanza $h = 2.7$ cm dallo spigolo inferiore con angolo di incidenza $i_1 = 62.5^\circ$.
- Disegnare la figura in modo ordinato e arricchirla progressivamente man mano che si passa ai punti successivi
 - Dopo aver trovato il seno dell'angolo di rifrazione determinare l'angolo di rifrazione r_1 (indicare la funzione che consente di passare dal seno all'angolo con arc sin)
 - Calcolare lo spostamento orizzontale del raggio rifratto d' e spiegare come mai il raggio rifratto colpisce la faccia inferiore e non colpisce direttamente la faccia di fronte
 - Determinare l'angolo limite i' relativo al passaggio vetro aria.
 - Calcolare l'angolo di incidenza i_2 e spiegare perché sulla faccia orizzontale si verifica una riflessione totale.
 - Il raggio riflesso incide sulla faccia verticale opposta a quella iniziale ad una distanza h' dallo spigolo inferiore. Calcolare h' e i_3
 - Stabilire perché questa volta si ha una rifrazione e spiegare perché il raggio rifratto forma (verso l'alto) ancora l'angolo i_1 .
 - Facoltativo:** determinare il valore di h massimo per il quale si ha la riflessione nella faccia inferiore
- a) Si veda la figura
- Nota di correzione:** i nomi degli angoli sono i per le incidenze e r per le riflessioni e/o rifrazioni seguiti da un pedice che assume i valori 1, 2, 3.

- b) Per la prima rifrazione si ha: $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n \Rightarrow \sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n} = \frac{\sin 62.5}{1.6} = 0.554$
mentre $r_1 = \arcsin 0.554 = 33.67^\circ$

Nota di correzione: lavorare con almeno 3 cifre significative nei risultati intermedi; r_1 non è $= \arcsin r_1$ ma semmai $r_1 = \arcsin(\sin r_1)$

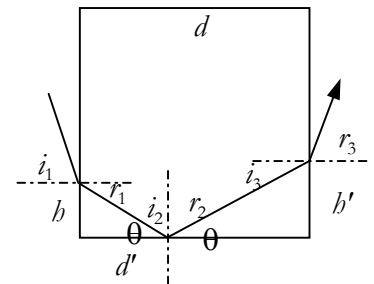
- c) Per calcolare d' basta osservare che nel triangolo di cateti h e d' l'angolo θ opposto ad h è ancora r_1 e pertanto:

$$\frac{h}{d'} = \tan r_1 \Rightarrow d' = \frac{h}{\tan r_1} = \frac{2.7}{\tan 33.67} = 4.05 \text{ cm}$$

Poiché $d' < d$ il raggio rifratto colpisce la faccia inferiore.

Nota di correzione: quasi nessuno ha risposto correttamente alla seconda parte della domanda che pure non presentava particolari difficoltà ma una semplice attenzione alla richiesta ed al contesto

- d) L'angolo limite i' è quell'angolo per il quale l'angolo di rifrazione relativo al passaggio vetro aria (indice $n' = 1/n$) vale 90° (e il seno vale 1); pertanto $\sin i' = \frac{1}{n} = 0.625 \Rightarrow i' = \arcsin 0.625 = 38.7^\circ$
- e) L'angolo di incidenza i_2 è il complementare di r_1 e pertanto $i_2 = 90 - 33.67 = 56.3^\circ > i'$ pertanto sulla faccia inferiore si verifica una riflessione totale.
- f) Per trovare h' ci riferiamo al triangolo rettangolo di cateti h' e $d - d'$ con angolo $\theta = r_1$ pertanto: $h' = (d - d') \tan r_1 = 5.95 \tan 33.67 = 3.96$ cm
 i_3 per ragioni geometriche è complementare di i_2 e cioè pari a r_1
- g) Poiché $i_3 < i'$ si ha rifrazione e accade (a rovescio) ciò che si è avuto nella prima rifrazione e dunque $r_3 = i_1$ salvo la inversione di angolo causata dalla riflessione sulla faccia inferiore.
- h) **Facoltativo:** la riflessione nella faccia inferiore si ha finché $d' \leq d \Rightarrow \frac{h}{\tan r_1} \leq d \Rightarrow h \leq d \tan r_1 = 6.66$ cm
- Nota di correzione:** l'errore nella risposta al punto c) ha determinato un errore speculare in questo punto. L'angolo era sempre i_1 e si faceva variare h .
- 2) Lo schermo di una lente da proiezione è a distanza $q = 4.00$ m dal vertice di una lente sottile convergente che determina un ingrandimento lineare $\eta = 8.0$.
- Scrivere in forma simbolica il legame tra p , q e l'ingrandimento η
 - Determinare la distanza focale f e la distanza p tra la lente e l'oggetto.
 - Se p diminuisce del 10%, indicato con p' il nuovo valore cosa accade a q' ?
 - Quanto vale ora l'ingrandimento?



- e) Riflettendo sul risultato trovato spiegare perché nei proiettori per diapositive la regolazione della distanza tra la lente e l'oggetto viene effettuata con una vite che consenta delle regolazioni fini della distanza tra l'obiettivo e la diapositiva
- a) In base alla similitudine dei triangoli individuati da immagine, oggetto, asse ottico e raggi passanti per il vertice il rapporto delle distanze è uguale a quello tra immagine e oggetto pertanto: $\eta = \frac{q}{p}$. Si tratta di una relazione valida in generale

Nota di correzione: si deve dare almeno un cenno sull'origine di questa relazione.

- b) in base alla relazione precedente $p = \frac{q}{\eta} = \frac{4.00}{8.0} = 0.50$ m; la equazione dei punti coniugati ci permette di trovare f:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \text{ ma } \frac{1}{p} = \frac{\eta}{q} \text{ e pertanto } \frac{\eta+1}{q} = \frac{1}{f} \text{ ciò ci consente di determinare } f = \frac{q}{\eta+1} = \frac{4.00}{9.00} = 0.44(4)\text{m}$$

Nota di correzione: naturalmente si può anche calcolare f senza sostituire η ponendo: $f = \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$ ed eseguendo il

calcolo in una sola passata.

- c) se $p' = 0.90$ $p = 0.45$ m basta utilizzare la equazione dei punti coniugati e si ha $\frac{1}{p'} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f}$ pertanto:

$$\frac{1}{q'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p'} \text{ e } q' = \frac{p' f}{p' - f} = \frac{0.45 \cdot 0.44}{0.45 - 0.44} = 19.8 \text{ m}$$

Nota di correzione: si tratta di uno splendido esempio che insegna a fare attenzione sull'uso della calcolatrice; come si nota f e p sono abbastanza vicini e come sappiamo quando l'oggetto si avvicina al fuoco la sua immagine va verso l'infinito (i raggi tendono a diventare paralleli). Per questa ragione non è molto lecito arrestare la approssimazione su f alla II cifra decimale; se si effettua lo stesso calcolo utilizzando il numero periodico si ottiene addirittura $q' = 36.0$ m

- d) L'ingrandimento sarà $\eta' = \frac{q'}{p'} = \frac{19.8}{0.45} = 44$

- e) Basta variare di poco il valore di q per avere grandi variazioni di p (e dell'ingrandimento). Per questa ragione il meccanismo di regolazione di p deve essere fine.

10/05/02 2F PNI: Ottica geometrica

Ottica geometrica

1. Cosa caratterizza l'ombra di un oggetto quando viene creata da una sorgente puntiforme rispetto a quando viene creata da una sorgente estesa? Precisare cos'è la penombra.

Nel primo caso si ha un'ombra netta; nel secondo caso si ha presenza di ombra e penombra; quest'ultima è una regione in cui i raggi emessi dalla sorgente arrivano solo parzialmente, cioè una zona in cui guardando verso la sorgente se ne vede solo una parte.

2. La misura della velocità della luce secondo Römer ha natura osservativa, quella di Fizeau è invece un esperimento. Cosa vuol dire questa affermazione?

Nel primo caso si fanno misure su dati di origine astronomica indipendenti dalla volontà dell'osservatore; nel secondo caso si progetta e realizza un esperimento. Nel secondo caso si possono far variare grandezze a piacimento dello sperimentatore.

3. Con che precisione è oggi nota la velocità della luce?

Due parti su 10^{10}

4. I verbi *diffondere* e *disperdere* sono sinonimi nel linguaggio comune ma non lo sono in fisica. Spiegare la differenza tra diffusione e dispersione in ottica.

La diffusione è il fenomeno dovuto alla riflessione su superfici scabre per cui i raggi di luce vengono riflessi in tutte le direzioni.

La dispersione è il fenomeno dovuto alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda della luce per cui un raggio luminoso non monocromatico può essere scomposto nelle sue componenti cromatiche per rifrazione.

Nota di correzione: non ha risposto nessuno correttamente.

5. Si chiama indice di rifrazione relativo del mezzo 2 rispetto al mezzo 1: ...

La quantità costante $n_{12} = \sin i / \sin r$ quando un raggio di luce passa dal mezzo 1 al mezzo 2. Gli angoli i e r sono formati dal raggio incidente e rifratto con la normale alla superficie di separazione.

6. Legame tra indice di rifrazione assoluto e relativo.

L'indice assoluto è quello di un mezzo rispetto al vuoto. Se si indicano con n_1 e n_2 gli indici assoluti si ha $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$

Nota di correzione: molte incomprensioni della domanda; molti errori tra 1 e 2.

7. A cosa corrisponde fisicamente l'indice di rifrazione n_{12} del mezzo 2 rispetto al mezzo 1?

$n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$ dove v_1 e v_2 sono le velocità della luce nei due mezzi

Nota di correzione: L'indice di rifrazione è un dato sperimentale tipico della coppia di corpi; la teoria ondulatoria ha consentito di specificarne il senso fisico.

8. Perché per avere la riflessione totale deve essere $n_{12} < 1$?

Perché si ha riflessione totale se l'angolo di incidenza è maggiore o eguale all'angolo limite che è quell'angolo per cui $\sin r = 1$. Pertanto $\sin i / 1 = n_{12}$ e poiché il seno di un angolo acuto è sempre minore di 1 deve essere $n_{12} < 1$

Nota di correzione: Bisognava almeno precisare che poiché deve essere $\sin r > \sin i$ deve essere $\sin i / \sin r < 1$

9. Perché sott'acqua si vede male?

Perché la rifrazione dell'occhio avviene prevalentemente nel passaggio tra l'aria e l'umor acqueo che sta dietro la cornea. Quando l'occhio è immerso in acqua i due mezzi hanno quasi lo stesso indice di rifrazione e pertanto non si ha una corretta messa a fuoco delle immagini.

Nota di correzione: il cristallino non c'entra; o meglio va citato per dire che poiché la cornea non riesce a rifrangere il cristallino, il cui ruolo è ridotto non riesce ad effettuare la messa a fuoco.

10. Perché quando fa caldo si può determinare la riflessione totale in aria?

Perché la luce proveniente dall'alto subisce una serie di rifrazioni da un mezzo più denso ad uno meno denso (aria calda più rarefatta vicino al terreno) e pian piano la traiettoria si curva fino a raggiungere la condizione per cui si ha la riflessione totale.

Nota di correzione: l'aria calda è meno densa

11. Secondo l'equazione dei punti coniugati $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$. Cosa sono p , q e f ? Che convenzione si fa sui loro segni?

p e q sono le distanze dell'oggetto e della immagine dal centro della lente sottile e sono assunte positive quando stanno da parti opposte (immagini reali) mentre q è preso negativo se l'immagine (virtuale) sta dalla stessa parte dell'oggetto. La quantità f (distanza focale) è la distanza tra il fuoco e il centro ed è positiva per le lenti convergenti e negativa per quelle divergenti.

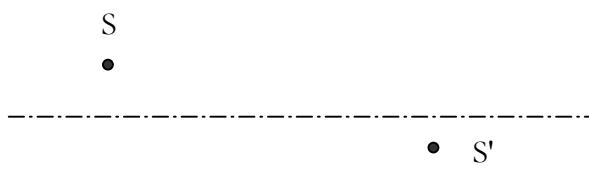
12. A quali restrizioni deve soggiacere una lente affinché esista un fuoco e formi immagini senza aberrazioni?

La lente deve essere sottile (spessore piccolo rispetto ai raggi di curvatura) e i raggi devono essere poco inclinati rispetto all'asse ottico (raggi parassiali) il che accade quando il diametro della lente è molto minore della distanza focale.

17/05/02 2F PNI: Ottica geometrica competenze

I punteggi si intendono per esercizi svolti e motivati correttamente (motivazione, calcoli, ordine espositivo); 10 punti = 10/10

1. Una lente sottile ha l'asse ottico indicato in figura e si sa che la sorgente S forma l'immagine S'. Determinare graficamente la posizione della lente e quella del fuoco. Descrivere a parole la costruzione effettuata.



Il raggio passante per il vertice sta sulla retta SS' ed è il punto di incontro con l'asse ottico. Una volta individuato il vertice si traccia la lente e, mandato da S un raggio parallelo all'asse ottico lo si fa rifrangere in S'. Il punto di incontro con l'asse ottico è il fuoco.

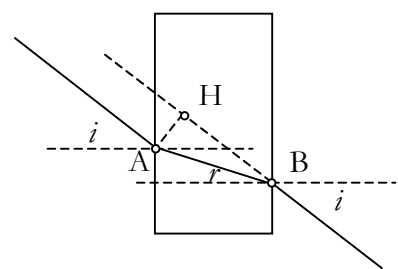
2. Due sorgenti S₁ e S₂ sono poste alla distanza d = 35 cm lungo l'asse ottico di una lente sottile con distanza focale f = 12 cm e, tramite una lente convergente formano due immagini coincidenti. Indicare con x la distanza tra S₁ e la lente con q la distanza tra la immagine reale e la lente (si consiglia di esplicitare i segni). a) Perché una delle due immagini è necessariamente virtuale? b) scrivere le equazioni dei punti coniugati per le due sorgenti e utilizzarle per determinare x e q. Spiegare perché le due soluzioni corrispondono ad un unico caso

Una delle immagini è virtuale (cioè dalla stessa parte della sorgente) perché se fossero entrambi reali o entrambi virtuali dalla equazione delle lenti sottili si avrebbe che dovrebbe essere S=S'.

Se applichiamo la equazione delle lenti sottili avremo: $\frac{1}{x} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \wedge \frac{1}{d-x} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ Basta ora fare la somma per ottenere una equazione in x: $\frac{1}{d-x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{f}$ e sostituendo i dati: $\frac{1}{35-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6(35-x) + 6x = x(35-x) \Leftrightarrow x^2 - 35x + 210 = 0; \sqrt{\Delta} \approx 19.6$ da cui x₁ = 7.7 e x₂ = 27.3 (le due soluzioni corrispondono alla inversione dei ruoli tra S e S'). Ci interessa quella che produce un q positivo e cioè la più grande.

$$q = \frac{fx}{x-f} = \frac{12 \cdot 27.3}{27.3 - 12} = 21.4 \text{ cm}$$

3. Una lastra di vetro a facce piane e parallele con distanza d = 6.5 mm e indice di rifrazione del vetro rispetto all'aria n_{av} = 1.505 viene investita da un raggio di luce che forma un angolo di incidenza i = 48.5°. Dopo aver subito una doppia rifrazione il raggio emerge parallelo ma spostato rispetto a quello incidente. Determinare la distanza AH tra il raggio incidente e quello rifratto (si consiglia di calcolare prima AB e poi passare ad AH ragionando sugli angoli).



Per determinare AH bisogna trovare AB e l'angolo HBA.

$AB = \frac{d}{\cos r}$ mentre $HBA = i - r$ mentre r si determina attraverso le leggi della rifrazione.

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_{av}} = 0.4976 \text{ mentre } r = \arcsin(0.4976) = 29.84^\circ \quad AB = \frac{6.5}{\cos 29.84} = 7.49 \text{ mm}$$

$$AH = 7.49 \sin(48.5 - 28.8) = 2.4 \text{ mm}$$

4. La distanza focale di una lente di raggi di curvatura r₁ e r₂ e di indice relativo n è data da $\frac{1}{f} = (n - 1) k$

dove $k = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$. Una lente biconvessa con fuoco relativo al passaggio aria vetro aria f_{av} = 150 mm e indice di rifrazione n_{av} = 1.6 viene immersa in un liquido di indice di rifrazione assoluto n_l = 1.5. a) Determinare l'indice di rifrazione n_{lv} per la lente immersa nel liquido b) Dopo aver applicato ai due casi la relazione fornita utilizzarla per determinare la distanza focale f_{lv} della lente di vetro immersa nel liquido.

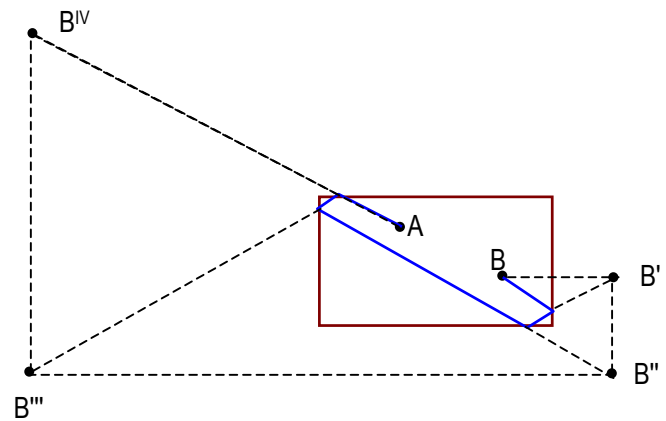
$$n_{lv} = \frac{n_{av}}{n_l} = \frac{1.6}{1.5} = 1.07$$

Applicando ai due casi la relazione fornita si ha: $\frac{1}{f_{av}} = (n_{av} - 1) k$ e $\frac{1}{f_{lv}} = (n_{lv} - 1) k$. Facendo il rapporto si elimina la dipendenza

$$\text{da } k \text{ e si ha: } \frac{n_{av} - 1}{n_{lv} - 1} = \frac{f_{lv}}{f_{av}} \text{ e sostituendo i dati si ottiene: } \frac{0.6}{0.07} = \frac{f_{lv}}{150} \text{ da cui } f_{lv} = 1350 \text{ mm}$$

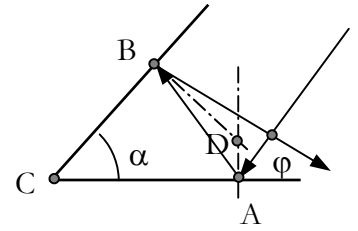
5. **Facoltativo:** il rettangolo rappresentato è formato da superfici riflettenti. Costruire il percorso di un raggio di luce che, partendo da A arriva in B urtando tutte le pareti una volta sola (suggerimento: partire da A o da B e costruire successivamente le immagini virtuali rispetto alle diverse pareti). Se si individua la soluzione cercare di giustificarla e spiegare perché quella trovata non è unica.

Bisogna partire da B e costruire ripetutamente le immagini virtuali relative alle diverse pareti dello specchio. A questo punto basta costruire il percorso partendo da A (vedi figura). La soluzione trovata non è unica perché si possono ripetere costruzioni analoghe scegliendo come prima parete una parete diversa.



Nome e cognome: _____ 2F 18 marzo 2005 competenze ottica geometrica

- 1) Due specchi piani formano tra loro un angolo acuto α in C come in figura. Un raggio colpisce la prima faccia in A e, dopo la riflessione la seconda in B. Si indichi con D il punto di incontro tra le due normali. a) Dimostrare che BDA è supplementare di BCA. b) Utilizzare il risultato trovato per dimostrare che l'angolo formato tra il primo raggio incidente e il secondo raggio riflesso $\varphi = 2\alpha$ ovvero che l'angolo di deflessione è sempre lo stesso per qualsiasi angolo di incidenza. Senza pasticciare la figura indicare con i_1, i_2, r_1, r_2 gli angoli di incidenza e riflessione. Evitare di rifare la figura sul foglio



a) Il quadrilatero AD BC presenta due angoli opposti retti (formati dalle normali). Poiché la somma degli angoli interni di un quadrilatero è 360° (si riduce alla unione di due triangoli) si ha che $\alpha + BDA = 180^\circ$. Indicato con E il punto di incontro da raggio in ingresso e raggio in uscita (che definisce l'angolo φ) si osserva che φ è un angolo esterno del triangolo ABE e pertanto $\varphi = 2i_1 + 2i_2 = 2(i_1 + i_2)$ (teorema dell'angolo esterno). Ma $i_1 + i_2 = 180 - BDA$ (triangolo BDA) e pertanto $\varphi = 2(180 - BDA) = 2\alpha$

Nota di correzione: utilizzando il software Cabri si può far vedere che costruita la figura se si fanno ruotare gli specchi intorno al punto A (il che equivale a cambiare l'angolo di incidenza) il raggio in uscita non si sposta.

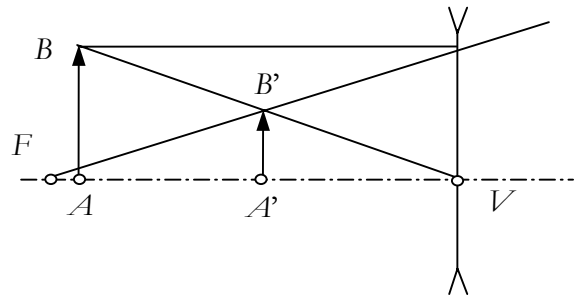
- 2) Una lente divergente di vertice V forma una immagine virtuale A'B' di un segmento AB. Sono noti i seguenti elementi $\overline{AB} = 10.0$ cm, $\overline{A'B'} = 5.0$ cm, $\overline{AA'} = 4.0$ cm. Dopo aver completato la figura con gli elementi necessari alla trattazione analitica determinare la distanza $p = \overline{AV}$ e la distanza focale f.

La quantità $AV = p$ mentre $A'V = -q$ e $FV = -f$. Si ha (per la similitudine dei triangoli ABV e A'B'V) $p / A'V = AB/A'B'$ da cui $p = -2q$ ($A'V = -q$). Ma $AA' = 4.0 = p + q$ e dunque $4.0 = -2q + q = -q$. Mentre $p = -2q = 8.0$ cm.

Il potere diottrico della lente si trova dalla equazione dei punti coniugati:

$$\phi = 1/f = 1/p + 1/q = 1/8 - 1/4 = -1/4 \text{ e pertanto } f = -4.0 \text{ cm.}$$

Ciò significa che il punto A e il punto F coincidono.



- 3) Nell'occhio umano il punto della visione distinta (normale) si trova a $p = 25$ cm. Quando si guarda all'infinito il cristallino è completamente rilasciato e l'occhio presenta una distanza focale f_1 e un potere diottrico $\phi_1 = 1/f_1$. Quando si guarda un oggetto posto a 25 cm il cristallino è contratto e l'occhio presenta una distanza focale f_2 e un potere diottrico $\phi_2 = 1/f_2$. Tenendo presente che in entrambi i casi l'immagine si forma sulla retina dimostrare che il potere diottrico del cristallino (pari alla differenza dei due poteri diottrici) vale 4 diottrie.

Indichiamo con q la distanza tra il vertice del sistema ottico occhio e la retina. Quando si guarda all'infinito (visto che $1/p = 0$) si ha: $1/q = \phi_1$. Quando si guarda un oggetto posto a 25 cm si ha $1/0.25 + 1/q = \phi_2$.

Se si fa la differenza delle due equazioni si elimina q e si ottiene $\phi_2 - \phi_1 = 4$ diottrie.

Se si tiene presente che q ha grosso modo le dimensioni dell'occhio (2.5 cm) si ottiene per $\phi_1 = 1/0.025 = 40$ diottrie.

- 4) In una lente convergente di distanza focale f l'immagine si forma solo se la distanza tra un oggetto e lo schermo su cui si forma l'immagine è superiore a un minimo. Questa proprietà può essere dimostrata utilizzando l'equazione delle lenti sottili e riducendosi ad una equazione di II grado di variabile p e parametri s e f . a) Dimostrare che l'equazione che, fissato $s = p + q$, consente di determinare p è $p^2 - ps + sf = 0$ b) L'equazione ammette soluzioni se e solo se ... c) Dunque il valore minimo di s è d) per il valore di s trovato determinare p e q dimostrando che valgono $2f$.

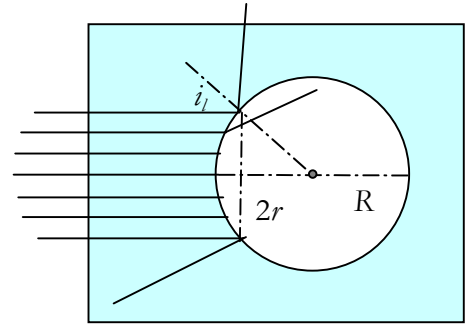
Se si utilizza l'equazione delle lenti sottili si ha:

$$1/p + 1/q = 1/f \text{ ovvero } \frac{p+q}{pq} = \frac{1}{f} \text{ ovvero } \frac{s}{p(s-p)} = \frac{1}{f} \text{ ovvero } fs = ps - p^2 \text{ e infine } p^2 - ps + fs = 0$$

L'equazione ammette soluzione se $\Delta = s^2 - 4fs \geq 0$ e, visto che s è sempre positivo, ciò equivale a $s \geq 4f$

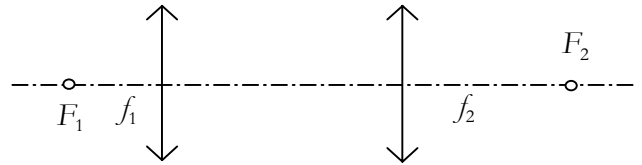
Dunque s ha un valore minimo pari a $4f$. In quel caso p equivale alla soluzione doppia della equazione di II grado che vale $p = \frac{1}{2}s$ e anche $q = s - p = \frac{1}{2}s$. Ovvero $p = q$ e poichè $p + q = 2p = 4f$ si ha $p = 2f$

- 5) In un blocco di vetro di indice di rifrazione $n = 1.52$, durante il raffreddamento è rimasta intrappolata una bolla d'aria di forma sferica e raggio $R = 2.00$ cm. Se si mandano dei raggi paralleli nel blocco una porzione di essi (quelli più esterni) quando incide sulla sfera subisce la riflessione totale. Trovare il diametro $2r$ dei raggi che vengono rifratti dopo aver completato la figura con lettere o simboli utilizzati nel calcolo



- 6) In una lente convergente la distanza tra l'oggetto e lo schermo su cui si forma l'immagine $p + q$ è fissata. Di un oggetto di altezza b si forma una immagine di altezza b_1 . A questo punto, senza muovere né l'oggetto né lo schermo si sposta la lente finché si forma una nuova immagine di altezza b_2 . Dimostrare che per qualsiasi lente si ha sempre $b_1 b_2 = b^2$. Suggerimento: tener conto del legame tra dimensioni e distanze nelle lenti sottili e che poiché $p + q$ rimane costante se (p_1, q_1) è la prima soluzione la seconda (p_2, q_2) può solo essere ...

- 7) Il potere diottrico ϕ di una lente è l'inverso della distanza focale ($\phi = 1/f$). Si può dimostrare che per due lenti sottili di potere diottrico ϕ_1 e ϕ_2 il sistema che si ottiene mettendo le due lenti l'una contro l'altra ha potere diottrico $\phi = \phi_1 + \phi_2$. Per dimostrarlo, a) considerare dapprima le due lenti separate come in figura e ipotizzare di mandare dei raggi dal fuoco della prima lente: completare la figura. b) Ipotizzare poi di avvicinare le lenti progressivamente: cambia qualcosa? c) Supporre che siano a contatto e scrivere l'equazione delle lenti sottili: si ottiene il risultato cercato.



21 novembre 2006 conoscenza e comprensione 4F Pni

Le approssimazioni dell'ottica geometrica

Da dove viene (dimostrare) e a cosa serve la relazione $d \gg \sqrt{l\lambda}$

Considera due punti S e I da una stessa parte di uno specchio piano; costruisci il raggio riflesso che incide in P (ignoto); dimostra che $SP + PI$ è minimo; perché S' è detta immagine virtuale di S.

Considera due punti S e I da parti opposte rispetto alla separazione tra due mezzi con velocità v_1 e v_2 . Sia P il punto di intersezione del raggio con la linea di separazione dei due mezzi. Dimostra che se $t_{sp} + t_{pi}$ è minimo

$$\text{allora } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

Considera due punti S e I da parti opposte rispetto alla separazione tra due mezzi con velocità v_1 e v_2 . Sia P il punto di intersezione del raggio con la linea di separazione dei due mezzi. Dimostra che se la luce fosse fatta

di corpuscoli che obbediscono alle leggi della meccanica si avrebbe $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1}$

Come si comportano i raggi luminosi nell'attraversare un mezzo a facce piane parallele? Perché?

In un diottrio sferico di raggio di curvatura R ed indici di rifrazione n_1 e n_2 vale la relazione $\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$.

Definisci a partire da essa la distanza focale.

In una lente sottile cos'è l'immagine di una sorgente? In cosa differisce dall'oggetto?

L'approssimazione dei raggi parassiali definisce l'ambito di validità dell'equazione dei punti coniugati. Spiega.

In una lente sottile con raggi di curvatura R_1 e R_2 e indice di rifrazione della lente rispetto al mezzo n cos'è e quanto vale la distanza focale? Da quali relazioni la si deduce?

Scrivi la relazione che dà la distanza focale di una lente sottile; quali convenzioni si adottano sui segni delle grandezze coinvolte? Se il mezzo e il materiale della lente si scambiano, cosa succede al fuoco?

Data una lente di potere diottrico $\frac{1}{f}$ dimostra l'equazione dei punti coniugati citando le due leggi cui fai riferimento.

Perché se conosci p e il potere diottrico conosci automaticamente anche l'ingrandimento?

Data la relazione che fornisce il potere diottrico di una lente sottile $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ in quale caso si parla

di lente divergente? Come può essere fatta tale lente (casistica)

Data la nozione di flusso luminoso in cosa differiscono la intensità luminosa e l'illuminamento?

Perché il lumen è legato in maniera così bizzarra al watt?

Funzione della cornea e del cristallino.