

II.1. Simmetria della natura e leggi di conservazione

- ⌘ Le leggi di conservazione sono le principali leggi di natura
- ⌘ Le leggi di conservazione fanno passare dal mondo possibile al mondo reale
- ⌘ I principi di simmetria

1.1 Le leggi di conservazione sono le principali leggi della natura

1.1.1 LA METAFORA DEGLI SCACCHI: COSA SIGNIFICA CONOSCERE?

Il dibattito sulla natura e sui limiti della conoscenza è antico quanto la civiltà occidentale e non è questa la sede per aprirlo in tutte le sue sfaccettature; ci vogliamo invece riferire a quanto la fisica della seconda metà del ventesimo secolo ha pian piano elaborato in proposito. Si tratta di una singolare teoria secondo la quale il mondo è conoscibile, ma conoscerlo significa scoprire alcune regolarità generali della natura la cui percezione si nasconde sotto una *montagna di complicazioni* o di *apparenze*.

Vediamo, per esempio come *Richard Feynman* si esprime in apertura delle sue *Lezioni di fisica*.⁽¹⁾

Cosa intendiamo quando diciamo di “comprendere” qualcosa? Possiamo pensare che questa complicata configurazione di cose in movimento che costituisce “il mondo” sia una specie di grande partita a scacchi giocata dagli dei e che noi siamo gli osservatori di tale partita. Noi non conosciamo le regole del gioco e tutto ciò che ci è consentito è di guardare la partita. Naturalmente, se la guardiamo abbastanza a lungo potremo, eventualmente, comprendere qualcuna di queste regole. Le regole del gioco sono ciò che chiamiamo i fondamenti della fisica.

Tuttavia, anche se conoscessimo tutte le regole, potremmo non essere in grado di capire perché, in un certo momento venga fatta una determinata mossa, semplicemente perché la sua comprensione è troppo complicata mentre la nostra mente è limitata. Se avete provato a giocare a scacchi dovrete sapere che è abbastanza facile imparare le regole che governano le diverse mosse e invece è piuttosto difficile capire quale sia la mossa giusta da fare in un determinato momento o perché un giocatore abbia fatto una certa mossa.

La natura è così, solo che è molto più grande di una scacchiera; ma noi siamo almeno in grado di trovare tutte le regole anche se, allo stato attuale non le conosciamo tutte. (Ogni tanto poi assistiamo a delle mosse particolari quali l'arrocco e allora ci capita di non capire).

Oltre al fatto di non conoscere tutto delle regole del gioco, ciò che possiamo realmente spiegare attraverso di esse è piuttosto poco, perché quasi tutte le situazioni sono così complicate che noi non riusciamo a seguire le strategie di gioco usando le regole, e men che meno riusciamo a capire cosa accadrà. Dobbiamo perciò limitarci alle questioni basilari delle regole del gioco. Se conosciamo le regole, diciamo di “comprendere” il mondo.

Come possiamo affermare che le regole che abbiamo congetturato siano proprio quelle giuste visto che non sappiamo analizzare il gioco? Sostanzialmente ci sono tre modi. In primo luogo si possono incontrare dei contesti nei quali la natura si presenta come semplice (a volte siamo noi a sistemarla così), cioè costituita da poche parti così che si possa predire esattamente cosa accadrà e anche verificare la bontà delle regole del gioco



¹ *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley 1963. Traduzione dall'originale di Claudio Cereda; vol. 1, § 2-2.

congetturate (può darsi che in un angolo della scacchiera siano all'opera solo pochi pezzi e pertanto si possano fare previsioni in maniera esatta).

Un secondo metodo per verificare le regole del gioco si basa su regole meno specifiche derivate da esse. Per esempio, l'alfiere si può muovere sulla scacchiera solo in diagonale. Da essa si può dedurre che dopo un qualsiasi numero di mosse un determinato alfiere si troverà sempre su un quadratino bianco. Pertanto, senza bisogno di seguire i dettagli possiamo testare la nostra regola sul movimento dell'alfiere verificando che esso si trovi sempre su una casella bianca.

Naturalmente, potrebbe accadere che dopo essere rimasto lungamente su delle caselle bianche ce lo ritroviamo improvvisamente su una casella nera (in realtà sarebbe accaduto che, dopo che l'alfiere è stato catturato, un pedone avesse raggiunto l'estremo opposto della tastiera in una casella nera e fosse stato sostituito proprio con un alfiere).

Questa è una cosa che, in fisica, capita abbastanza spesso. Per un po' di tempo utilizziamo una regola che sembra funzionare perfettamente anche quando non possiamo seguire tutti i dettagli della questione; poi, improvvisamente, scopriamo una nuova regola.

Dal punto di vista della fisica fondamentale, ovviamente, le cose più interessanti sono quelle che avvengono in ambiti nuovi, in quelli dove le regole non funzionano, non nei posti dove funzionano sempre! È così che si scoprono le nuove regole.

Il terzo modo per verificare se le nostre ipotesi sono corrette è piuttosto crudo ma è probabilmente il più potente e si basa su drastiche approssimazioni. Mentre potremmo non essere in grado di dire perché uno degli dei muova un pezzo particolare, forse potremmo comprendere, seppure in maniera rozza, che sta accumulando pezzi intorno al re per proteggerlo, visto che questa è la cosa più sensata da fare in certe circostanze. Nello stesso modo, a volte, possiamo dire di comprendere (seppur approssimativamente) la natura pur senza essere in grado di comprenderne ogni dettaglio perché comprendiamo il gioco nel suo insieme...

Secondo Feynman il processo di scoperta delle regole del gioco procede attraverso *unificazioni progressive*: unificazioni di campi della conoscenza ed unificazione di leggi.

La questione, naturalmente, è di sapere se si possa unificare tutto e scoprire che il mondo rappresenta diversi aspetti di una stessa cosa. Nessuno lo sa. Tutto ciò che sappiamo finora è che andando avanti troviamo dei pezzi che si amalgamano e dei pezzi che non si combinano come in un puzzle, anche se continuiamo a tentare di mettere insieme questi pezzi strani. Ovviamente non sappiamo se il numero di pezzi è finito e non sappiamo nemmeno se il nostro puzzle ha un bordo. Non lo sapremo fino a quando avremo composto la figura, ammesso di riuscirci.

Lo scopo di un corso di fisica è quello di cercare di capire di cosa siano fatte le cose e quanti siano i costituenti elementari.

1.1.2 LE TRE LEGGI DI CONSERVAZIONE DELLA MECCANICA

Nella prima parte del testo sono state analizzate tre leggi fondamentali della natura: la *conservazione* della quantità di moto, la conservazione dell'energia e la conservazione del momento angolare. Queste leggi sono valide solo all'interno dei *sistemi di riferimento inerziali*, visto che la loro deduzione si basa sull'utilizzo della II e della III legge della dinamica.

Ricordiamo inoltre che la quantità di moto ed il momento angolare si conservano solo entro sistemi chiusi (quelli per cui la somma delle forze esterne e dei corrispondenti momenti è nulla). Invece la condizione di chiusura è insufficiente per la conservazione dell'energia di un corpo;



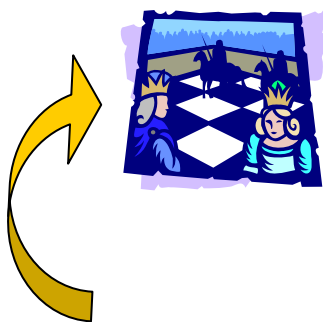
R. Feynman premio Nobel e padre della elettrodinamica quantistica – Murray Gell Mann premio Nobel e padre dei quark



perché la sua energia si conservi esso deve anche essere isolato adiabaticamente (cioè non deve partecipare a scambi di calore).

1.1.3 LE LEGGI DI CONSERVAZIONE SONO MOLTO GENERALI E SONO SOPRAVVISSUTE AL SUPERAMENTO DELLE TEORIE ENTRO CUI SONO STATE SCOPERTE

Le *leggi di conservazione* sono importanti per la generalità che le caratterizza. Infatti esse valgono e si applicano indipendentemente dai dettagli dei processi fisici cui partecipa il sistema e dalle caratteristiche dei corpi che partecipano alla trasformazione. Esse sono applicabili tanto ai pianeti ed alle stelle quanto agli atomi e alle molecole e alle particelle elementari di cui sono costituiti i nuclei atomici; le si può applicare all'analisi dei processi fisici più diversi: chimici, termici, elettrici, etc.



le leggi di conservazione sono sopravvissute al mutare delle teorie fisiche e sembrano essere le leggi generali della natura

Se si analizza la storia della fisica si scopre che le leggi di conservazione sono sopravvissute al superamento delle diverse teorie. Per esempio, in teoria della relatività i concetti classici di tempo, di simultaneità di due eventi, di lunghezza e di massa dei corpi cambiano il loro significato originario; si introducono nuovi enunciati per la legge di composizione delle velocità e per la II legge della dinamica; cambia l'espressione dell'energia cinetica.

Ma le leggi di conservazione della quantità di moto, dell'energia e del momento angolare continuano a valere anche in teoria della relatività. Per di più, due leggi della meccanica newtoniana, quella della conservazione della massa e quella della conservazione dell'energia vengono unificate in una unica nuova legge detta di conservazione della massa ed energia.

Nel microcosmo si incontrano molti fenomeni che differiscono notevolmente dai loro corrispondenti su scala macroscopica. Per esempio, in base al principio di indeterminazione è impossibile risolvere il problema fondamentale della dinamica e determinare univocamente la traiettoria di un elettrone in un atomo e, su scala microscopica, si deve adottare un approccio ai fenomeni di tipo diverso.

Cambia il tipo di determinismo che ci è concesso dalla natura e tuttavia, valgono ancora le leggi di conservazione; anzi, in meccanica quantistica esse giocano un ruolo ancora più importante che non in meccanica newtoniana o in meccanica relativistica. Spesso le leggi di conservazione diventano l'unico strumento per spiegare fenomeni del microcosmo.

È proprio *la universalità delle leggi di conservazione* che le rende così importanti.

1.2 Le leggi di conservazione fanno passare dal mondo possibile al mondo reale

1.2.1 LE LEGGI DI CONSERVAZIONE DELIMITANO L'IMPOSSIBILE

Tra le leggi di conservazione e le altre leggi importanti, come i principi della dinamica, esiste una importante differenza. Le leggi della dinamica ci danno una descrizione dettagliata dell'evolvere dei processi. Per esempio, se viene assegnata la forza applicata ad un punto materiale e sono note le condizioni iniziali è possibile determinare la traiettoria, l'equazione del moto, la velocità istante per istante, etc. Le leggi di conservazione, invece, non ci danno una informazione diretta del fluire dei processi considerati. Esse si limitano a precisare quali processi sono vietati e pertanto non avvengono in natura.

Pertanto le *leggi di conservazione* si manifestano come *principi di proibizione*: se almeno una delle leggi di conservazione non è in accordo con il fenomeno, esso è proibito, e non lo si osserva mai in natura. *Qualsiasi fenomeno che non sia in contrasto con le leggi di conservazione potrebbe invece essere osservato anche se non è ancora mai accaduto che lo sia.* Teniamo presente che, sul piano della esperienza, vengono osservati solo i fenomeni consentiti, ma che la osservazione avviene con gradi di probabilità diversi. Alcuni si osservano frequentemente, altri più raramente, ma non di meno può capitare di osservarli. Per questa ragione si dice che le *leggi di conservazione delimitano l'impossibile*.

Potrebbe sembrare che le leggi di conservazione lascino troppo spazio al caso, che ci siano troppe cose che possono accadere e, non ci è chiaro allora, perché in molti casi capiti una sola cosa. Ma in realtà, l'uso combinato di diverse leggi di conservazione porta molto spesso alla determinazione univoca della possibile evoluzione di un fenomeno.

1.2.2 UN ESEMPIO: UN CORPO IN QUIETE, SENZA SPEZZARSI, NON PUÒ MUOVERSI SOLO PER EFFETTO DELLA ENERGIA INTERNA

Consideriamo l'esempio seguente: un corpo in quiete può cominciare a muoversi per il solo effetto della propria energia interna? Un fenomeno del genere non è in contrasto con la legge di conservazione dell'energia: basta che l'aumento di energia cinetica macroscopica sia compensato da una equivalente diminuzione di energia interna.

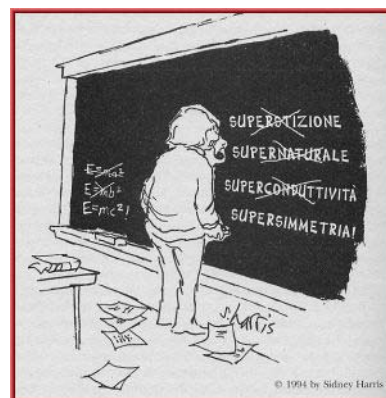
Ma questo fenomeno non accade mai perché è in contraddizione con la legge di conservazione della quantità di moto. Se un corpo è in quiete la sua quantità di moto è zero e, per muoversi essa dovrebbe aumentare, ma ciò sarebbe in contrasto con la conservazione della quantità di moto. Dunque l'energia interna non è in grado di far aumentare l'energia cinetica di un corpo, a meno che il corpo si spezzi in parti distinte.

Se infatti il corpo si spezza, la proibizione posta dalla conservazione della quantità di moto cade; basta che i frammenti del corpo si muovano garantendo che il centro di massa del sistema rimanga in quiete e la conservazione della quantità di moto sarà garantita.

le leggi di conservazione delimitano l'esperienza possibile; se un fenomeno è contrario alle leggi di conservazione non potrà mai accadere mentre un fenomeno che non sia in contrasto e che non è mai stato osservato potrebbe, prima o poi, verificarsi

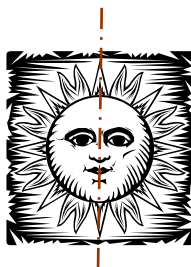


Richard Feynman



1.3 I principi di simmetria

1.3.1 LA SIMMETRIA IN GEOMETRIA E L'IDEA DI INVARIANZA IN FISICA



La parola *simmetria* descrive originariamente l'idea che esistono cose che non mutano quando vengono osservate sotto punti diversi e la prima forma di simmetria, non a caso, è quella bilaterale tipica della struttura degli animali superiori che trova innumerevoli applicazioni in campo grafico ed artistico e che è caratterizzata da quella che chiamiamo immagine speculare.

Da questa prima idea molta acqua è passata sotto i ponti della geometria che ha studiato diverse forme di *simmetria*: assiale, centrale, per traslazione, per rotazione, ... e questo processo è stato caratterizzato dall'emergere di una geometria algebrica nella quale le trasformazioni sono particolari relazioni tra le coordinate che descrivono il sistema. Si realizza una *simmetria* quando applicando tali relazioni si determina la invarianza delle equazioni che descrivono l'oggetto dato.



Ma la invarianza che interessa alla fisica ha più attinenza con la problematica delle leggi fisiche piuttosto che con quella degli oggetti. In altre parole possiamo anche stupirci piacevolmente della *invarianza per rotazione della circonferenza rispetto al centro* o della *ripetitività nella struttura dei cristalli sia rispetto a certe traslazioni sia rispetto a rotazioni secondo angoli particolari*, ma ciò che realmente conta, perché ci avvicina alla idea di oggettività, è la *invarianza* delle leggi fondamentali che descrivono i fenomeni. Anzi il concetto di fundamentalità di una legge tende a legarsi strettamente al suo grado di invarianza.

Nel capitolo dedicato ad una illustrazione sommaria delle idee della relatività generale si vedrà che la ricerca di una descrizione delle leggi della meccanica valida per qualsiasi osservatore (*invarianza*) ci porta a dare una spiegazione naturale della gravitazione nel senso che la gravitazione, così come la conosciamo (carattere centrale, dipendenza dall'inverso del quadrato della distanza) è l'unica forma di forza compatibile con la simmetria dello spazio tempo. Non solo *tramite la simmetria arriviamo a leggi di natura universale, ma tali leggi ci dettano l'esistenza delle corrispondenti interazioni.*



Richard Feynman

1.3.2 LE SIMMETRIE DI TIPO CONTINUO

Il fatto che le leggi della fisica non dipendono dalla scelta dell'origine del sistema di riferimento nel quale vengono descritte esprime una proprietà fondamentale dello spazio vuoto che abbiamo chiamato *omogeneità dello spazio*.

Se cambiamo a piacere l'origine del sistema di riferimento le leggi non cambiano e lo stesso avviene se cambiamo le direzioni del sistema di riferimento. Abbiamo chiamato questa proprietà *isotropia dello spazio*. Ancora, le leggi non cambiano se eseguiamo una traslazione qualsiasi sull'asse dei tempi e per questo parliamo di *omogeneità del tempo*.

Tutte le simmetrie che abbiamo citato differiscono nettamente da simmetrie quali quella di un triangolo equilatero (che è invariante solo per rotazioni di 120°) perché sono caratterizzate da *continuità*, come vedremo, questo aspetto è di importanza fondamentale nel determinare l'esistenza di una corrispondente legge di conservazione.

1.3.3 IL PRINCIPIO DI NOETHER

Amalie (Emmy) Noether (1882-1935) fino a pochi anni fa non si ritrovava citata nei testi di fisica. Si tratta di una matematica ebrea di origine tedesca ⁽²⁾ che nel 1918 pubblicò un teorema destinato ad essere largamente ignorato per quasi mezzo secolo per essere poi riscoperto a partire dai tardi anni 50 dal mondo della fisica teorica.

Il teorema di Noether sostiene che per ogni simmetria di tipo continuo esiste una corrispondente legge di conservazione e viceversa.

Noether, in particolare dimostrò che le 3 leggi di conservazione della meccanica erano in corrispondenza con i 3 principi di simmetria dello spazio tempo appena citati.

Si tratta dei principi della simmetria spazio-temporale. Si è trovato che la conservazione della quantità di moto deriva dalla uniformità dello spazio, che la legge di conservazione del momento angolare deriva dalla isotropia dello spazio e che la conservazione dell'energia dalla uniformità del tempo.

Il fatto che le leggi di conservazione si possano derivare da tali concetti del tutto generali è la conferma migliore del significato universale di tali leggi. Non ci chiederemo più perché l'energia si conserva, perché il moto perpetuo è impossibile? Diremo invece: se l'energia non si conservasse allora le leggi dell'universo dipenderebbero dall'istante in cui vengono collocate e fino ad ora non abbiamo evidenze sperimentali di questo fatto.

Ma il principio di Noether non viene usato come strumento di giustificazione per assurdo della validità di leggi di conservazione già note; la sua importanza deriva dall'uso che se ne è fatto in chiave euristica.

Nel periodo tra il 1918 e il 1928 Hermann Weyl (1885-1955) ⁽³⁾ si pose l'obiettivo di unificare in un'unica teoria la relatività generale e l'elettromagnetismo. Per fare ciò egli introdusse delle particolari trasformazioni di coordinate dette simmetrie di gauge ⁽⁴⁾ che corrispondono ad una ridefinizione punto per punto del modo di misurare tempi e distanze. Il suo contributo fu prevalentemente matematico e teso ad introdurre nel linguaggio e nel formalismo della fisica (compresa la meccanica quantistica) alcuni strumenti di natura algebrica (la teoria dei gruppi) ben noti nella matematica del primo 900.

L'argomento non venne sostanzialmente ripreso sino agli anni 60 e 70 quando grazie al lavoro di Richard Feynman (1918-1988 premio Nobel per la elettrodinamica quantistica), Murray Gell Mann (1929-... il padre dei quark premio Nobel nel 1969), Abdus Salam e Steven Weinberg (premi Nobel 1979 per la teoria che unifica l'elettromagnetismo e l'interazione debole) vennero prese in esame nuove trasformazioni e le corrispondenti simmetrie note come simmetrie di gauge.



Emmy Noether: per ogni simmetria di tipo continuo esiste una legge di conservazione e viceversa



Hermann Weyl e le simmetrie di gauge

Ho sempre teso, nel mio lavoro, ad unire la verità alla bellezza, ma se dovessi scegliere tra l'una e l'altra sceglierei la bellezza



Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steven Weinberg ricevono il Premio Nobel per la Fisica nel 1979 per la teoria elettrodebole una teoria in cui giocano un grande ruolo le simmetrie e le loro rotture

² Doppia mente discriminata, prima come donna in una comunità scientifica fatta quasi esclusivamente di uomini, e quindi come ebrea, dai nazisti.

³ Di Hermann Weyl esiste in italiano un'opera di riflessione sulla fisica e sulla matematica del 1926 di notevole interesse epistemologico: *Filosofia della matematica e delle scienze naturali*, ed. Boringhieri oltre che un testo classico dedicato alle problematiche della simmetria nell'arte e nella scienza: *La simmetria*, ed. Feltrinelli

⁴ Il termine è solitamente tradotto con *simmetrie di calibro*.

1.3.4 ESEMPIO: CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO E OMOGENEITÀ DELLO SPAZIO

Si è detto che la legge di conservazione della quantità di moto, secondo cui la quantità di moto di un sistema chiuso, non cambia nel tempo, deriva dalla omogeneità dello spazio.

Per seguire la linea di ragionamento che porta a questa conseguenza è bene ricordare che la legge di conservazione della quantità di moto deriva direttamente dal fatto che la risultante delle forze interne ad un sistema è nulla in virtù della III legge della dinamica.

D'altra parte se lo spazio non fosse omogeneo le forze verrebbero a dipendere dalla posizione spaziale dei corpi e non dalla loro posizione reciproca; pertanto si avrebbe la caduta della III legge e con essa la caduta della conservazione della quantità di moto.

Per converso, se supponiamo che non valga la conservazione della quantità di moto, due corpi identici, inizialmente in quiete potrebbero muoversi acquistando quantità di moto diverse in intensità e ciò potrebbe essere spiegato solo dalla comparsa di due forze di interazione di diversa intensità, contro la III legge della dinamica. Ma ciò significherebbe che i due corpi presentano una proprietà privilegiata legata alla loro posizione spaziale, cioè che lo spazio non è omogeneo.

1.3.5 IL MODO DI PROCEDERE DELLA FISICA TEORICA

La situazione allo stato attuale è la seguente: ⁽⁵⁾

Le simmetrie sono in grado di determinare le grandezze fisiche che caratterizzano un dato fenomeno e di far derivare contestualmente le relazioni tra tali grandezze.

Alcune simmetrie sono in grado di determinare le caratteristiche delle interazioni fondamentali (si pensi alla metafora di Feynman sulla *partita a scacchi degli dei*). Per la precisione si è scoperto che le *simmetrie di gauge* impongono l'esistenza delle forze fondamentali della natura.

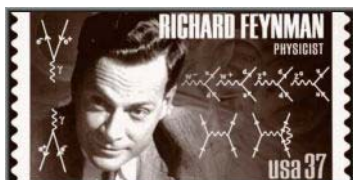
Non avendo trattato sino a questo punto argomenti sufficienti di meccanica quantistica e, più in particolare, di fisica delle particelle, l'argomento non può essere ulteriormente trattato senza rischio di eccessiva *esotericità*.

Per questa ragione ci limitiamo a chiudere, temporaneamente l'argomento, con una osservazione tratta dal testo di Krauss appena richiamato:

Pertanto, quanto sembra essere richiesto per mantenere le varie forze in buona salute sia dal punto di vista matematico, sia da quello fisico è proprio la simmetria, la quale è la prima responsabile della loro esistenza.

Questa è la ragione per la quale i fisici delle particelle sono ossessionati dalle simmetrie. Le simmetrie non soltanto descrivono l'universo nella sua struttura basilare, esse determinano ciò che è fisicamente possibile, ossia quello che la fisica è. L'andamento con cui le simmetrie si spezzano spontaneamente è finora sempre risultato il medesi-

⁵ Gli argomenti di questo paragrafo sono in larga misura ripresi dal Cap. 5 di L. Krauss, *Paura della fisica, una guida per i perplessi*, ed. R. Cortina, 1994. Si tratta di un testo a difficoltà variabile scritto per illustrare il modo di lavorare della fisica. Riportiamo, come esempio l'apoforisma con cui si apre il I capitolo: *se il solo strumento a disposizione è un martello, si tenderà a trattare tutto come se fosse un chiodo.*



mo; le simmetrie che a livello macroscopico risultano spezzate possono essere evidenti su scale inferiori, per cui, dal momento che abbiamo continuato ad esplorare scale sempre più piccole, l'universo continua ad apparirci sempre più simmetrico. Volendo imporre alla natura categorie umane come quelle di semplicità e bellezza, il manifestarsi delle simmetrie ne costituisce un'autentica espressione. L'ordine è simmetria.

⁽⁶⁾

Come vedremo in uno dei prossimi capitoli la costruzione della dinamica relativistica, preso atto che la II legge della dinamica non vale più, viene svolta postulando la validità del principio di conservazione della quantità di moto e deducendo da esso la dipendenza della massa dalla velocità.



⁶ Krauss, op. cit. pag. 218. Per chi volesse saperne di più l'opera più stimolante a livello divulgativo, molto profonda e ricca di suggestioni epistemologiche è quella del premio Nobel per la *teoria elettrodebole* S. Weinberg, *Il sogno della unità dell'universo*, Ed. Mondadori.

Indice analitico

comprendere: gioco nel suo insieme - 2
conservazione: quantità di moto, energia, momento angolare - 2
Feynman: Gell Mann, Weinberg, Salam - 6; Richard - 1
invarianza: delle leggi fondamentali - 5; relatività generale - 5
Krauss: Lawrence - 7
leggi di conservazione: delimitano l'impossibile - 4; loro generalità - 3; principi di proibizione - 4; universalità - 3
Noether: Emmy - 6; euristica del principio - 6; teorema - 6
partita a scacchi - 1, 7
puzzle - 2
regole: del gioco - 1, 2; non funzionano - 2; nuove - 2
simmetria - 1, 5, 6; assiale, centrale, per traslazione, ... - 5; dello spazio tempo - 5; invarianza delle equazioni - 5; le forze - 7; ordine - 8; spazio temporale - 6
simmetrie di calibro - Vedi simmetrie di gauge
simmetrie di gauge - 6
sistemi di riferimento inerziali - 2
spazio: isotropia - 5; omogeneità - 5
tempo: omogeneità - 5
unificazioni - 2
Weyl: Hermann - 6

