V.2. L'elettrostatica

- Il potenziale elettrostatico
- Campo elettrico e potenziale
- Interazioni tra dipolo e campo elettrico
- Il teorema di Gauss
- L'equilibrio elettrostatico per i conduttori
- Conduttori ed isolanti immersi in un campo elettrico
- La Terra è un conduttore carico

2.1 Il potenziale elettrostatico

2.1.1 L'ENERGIA POTENZIALE PER LA FORZA DI COULOMB

Nel capitolo I.14 dedicato alla energia potenziale si è mostrato in dettaglio che la forza gravitazionale è conservativa (il lavoro non dipende dal percorso) e si è calcolato il valore della energia potenziale (lavoro compiuto dalla forza conservativa dal punto considerato ad un riferimento prefissato) nel caso di riferimento assunto all'infinito. Si è trovato che, date due masse m_1 e m_2 poste a distanza r si ha:

$$U_{\text{grav}} = -\frac{G\, m_1 m_2}{r}$$

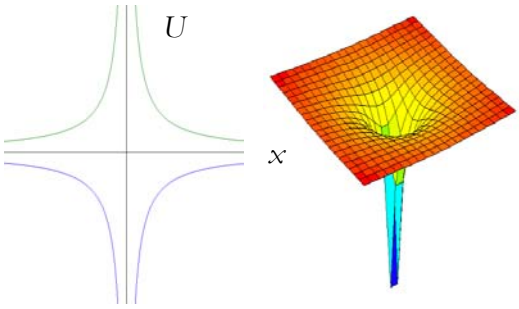
Come si è già ripetutamente osservato, dal punto di vista strutturale, la forza gravitazionale e la forza elettrica sono sostanzialmente simili e le proprietà dell'una possono esser trasferite all'altra senza dover rifare tutti i conti.

L'unica differenza sta nel fatto che la forza elettrica è sia attrattiva sia repulsiva e che la attrazione si verifica per cariche di segno discorde.

Detto ciò, prese due cariche q_1 e q_2 poste a distanza r si avrà:

$$U_{\text{el}} = k\frac{q_1 q_2}{r} \qquad \text{(V.2.1)}$$

Il segno della energia viene conglobato nella carica: basta osservare che nel caso in cui $q_1 q_2 < 0$ si ha anche $U_{\text{el}} < 0$ (in accordo con la attrattività della forza) mentre se $q_1 q_2 > 0$ si ha anche $U_{\text{el}} > 0$ (in accordo con la repulsività della forza).



andamento dell'energia potenziale attrattiva e repulsiva; a destra diagramma della forza attrattiva rappresentata a 2 dimensioni con la classica **buca di potenziale** a forma di iperboloide di rotazione

La relazione (V.2.1) ha l'andamento qui a fianco rappresentato a una dimensione ponendo $|x| = r$ nei due casi di forza attrattiva (blu) e repulsiva (verde).

Non ci si faccia impressionare dall'idea di energie negative. Il segno dell'energia dipende esclusivamente dalla scelta del riferimento che, in questo caso è assunto all'infinito.

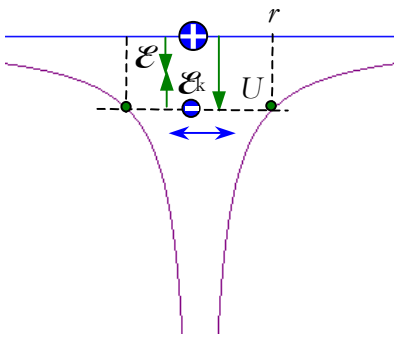
Se invece che ad una dimensione si operasse a due dimensioni invece di una iperbole si otterrebbe un iperboloide di rotazione come nella figura qui accanto.

Non è invece possibile rappresentare l'andamento dell'energia nello spazio a 3 dimensioni perché ci occorrerebbe visualizzare una quarta dimensione. Per altro, poiché abbiamo a che fare con una completa simmetria rispetto al centro di forza potremo studiare agevolmente i problemi di tipo coulombiano utilizzando anche una sola dimensione.

2.1.2 PARTICELLE IN ORBITA IN UN CAMPO COULOMBIANO

Il modello classico accettato per gli atomi prevede che gli atomi siano costituiti da un nucleo centrale di carica positiva $Z\,e$ (dove il numero intero Z rappresenta il numero atomico) intorno a cui ruotano per effetto della forza elettrica gli elettroni di carica $-e$.

Poiché la massa è quasi tutta concentrata nel nucleo (la massa del nucleo va da 2'000 a 400'000 volte quella dell'elettrone) il centro di massa coincide con il nucleo e si può parlare di moto degli elettroni. Consideriamo, per semplificare, il cosiddetto atomo idrogenoide, cioè un atomo con un solo elettrone; ciò ci consente di ignorare gli effetti dei diversi elettroni presenti sul comportamento del singolo elettrone (la loro presenza porterebbe solo a qualche fattore correttivo che non smentisce le considerazioni che seguiranno).



in un elettrone in orbita intorno al nucleo la energia totale è sempre metà di quella potenziale

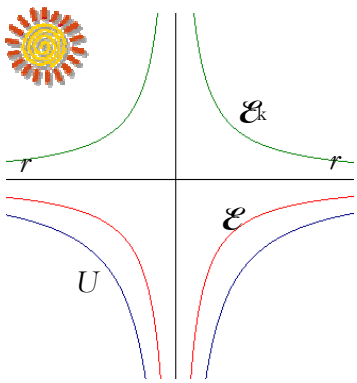
Questi, per effetto della forza coulombiana si muovono di moto circolare uniforme con accelerazione $a = \frac{v^2}{r}$ pertanto, tenendo conto della II legge della dinamica si ha:

$$k\frac{Z\,e^2}{m\,r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{o anche } m\,v^2 = k\frac{Z\,e^2}{r}$$

Tenendo conto che l'energia potenziale, in base alla (V.2.1) vale $-k\frac{Z\,e^2}{r}$ si conclude che *il doppio della energia cinetica è pari alla energia potenziale cambiata di segno* o, in simboli:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U \qquad \text{(V.2.2)}$$

La situazione, dal punto di vista energetico è rappresentata qui a lato.



energia totale, cinetica e potenziale per un elettrone legato al nucleo; man mano che ci si avvicina al nucleo la energia cinetica aumenta

L'elettrone dotato di energia totale $\mathcal{E}$ si trova in orbita alla distanza definita da $U = 2\,\mathcal{E}$ con energia cinetica $\mathcal{E}_k = -\frac{1}{2}U$.

Se fosse $\mathcal{E} \geq 0$ l'elettrone potrebbe raggiungere l'infinito, ovvero avremmo a che fare con un *elettrone libero*.

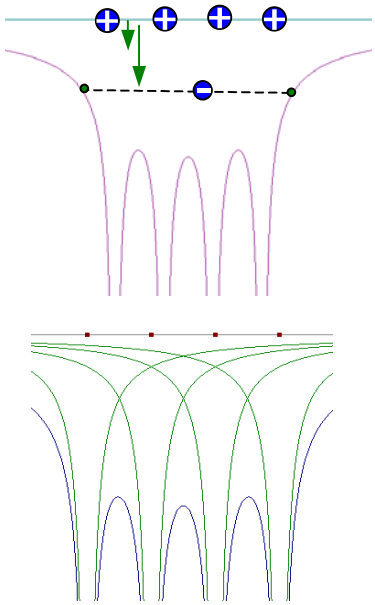
Quando un elettrone è legato su di un orbita il valore della sua energia potenziale cambiato di segno è detto *energia di legame*.

Il fatto che nei sistemi orbitanti l'energia totale e quella potenziale siano l'una doppia dell'altra consente di ragionare indifferentemente sui diagrammi dell'energia potenziale e totale. Osserviamo ancora che, in virtù della relazione trovata, man mano che l'elettrone si avvicina al nucleo la sua energia totale diminuisce mentre la sua energia cinetica (uguale ed opposta alla energia totale) aumenta. Si veda il diagramma qui a lato che rappresenta sugli stessi assi i tre diagrammi della energia potenziale, totale e cinetica.

2.1.3 Cosa accade alla energia potenziale in un reticolo cristallino metallico?

In un reticolo cristallino (rappresentato ad una dimensione per comodità di rappresentazione) i diversi nuclei atomici si trovano a distanza tali da influenzarsi reciprocamente e presentano una distanza interatomica tipica del legame.

Per effetto di questo fatto le curve della energia potenziale si sommano reciprocamente e si ottiene una situazione del tipo rappresentato in figura in cui le curve si abbassano tranne nei due estremi (si è scelto di rappresentare solo 4 atomi per comodità).



gli elettroni liberi nel reticolo metallico e la sovrapposizione delle curve di U

Il risultato è che un elettrone che era originariamente legato ad un atomo risulta ora libero di muoversi all'interno del reticolo cristallino perché risulta legato solo negli estremi.

Quanto abbiamo descritto accade realmente nei metalli. Gli elettroni dello strato più esterno (strato di valenza) si liberano dalla appartenenza ad un singolo atomo e possono muoversi liberamente dando la possibilità ai metalli di condurre agevolmente l'elettricità.

2.1.4 DEFINIZIONE DI POTENZIALE E DIFFERENZA DI POTENZIALE

Dato un sistema di cariche generatrici e una carica esploratrice collocata in un generico punto P essa sarà soggetta ad una energia potenziale U_P.

Tale energia potenziale, essendo un lavoro, sarà proporzionale alla carica esploratrice, perché la forza elettrica è in ogni punto proporzionale alla carica su cui agisce.

Se si divide tale energia per il valore della carica si ottiene una quantità che non dipende più dalla particolare carica esploratrice e ci fornisce invece una informazione energetica relativa alle cariche generatrici e alla loro disposizione reciproca.

Questa grandezza risulta essere l'equivalente energetico del campo elettrico e viene chiamata *potenziale*.

Potremo dire che il campo sta alla forza come il potenziale sta all'energia potenziale.

$$V_P = \frac{U_P}{\delta q} \qquad \text{(V.2.3)}$$

il potenziale $V_P = \frac{U_P}{\delta q} = \sum E_t\, \delta l$

Se si tiene presente la definizione di energia potenziale si ha:

$$V_P = \frac{U_P}{\delta q} = \frac{\overset{\mathscr{L}}{\underset{P\to\infty}{}}}{\delta q} = \frac{\sum \delta\mathscr{L}}{\delta q} = \frac{\sum F_t \delta l}{\delta q} = \frac{\sum E_t\, \delta q\, \delta l}{\delta q} = \sum E_t\, \delta l \qquad \text{(V.2.4)}$$

Dalla relazione trovata si riconferma il legame di corrispondenza tra forza, campo, energia e potenziale.

Se si considerano due punti distinti P_1 e P_2 e lo spostamento della carica esploratrice dal primo al secondo punto si ha:

$$\frac{\Delta U}{\delta q} = \frac{U_{P2} - U_{P1}}{\delta q} = \frac{U_{P2}}{\delta q} - \frac{U_{P1}}{\delta q} = V_{P2} - V_{P1} = \Delta V$$

e si parla di *differenza di potenziale dei due punti considerati* (abbreviata d'ora in poi con d.d.p).

Dimensionalmente il potenziale e la differenza di potenziale corrispondono ad un lavoro diviso una carica pertanto:

$$[V] = \left[\frac{\mathscr{L}}{\delta q}\right] = \text{Joule / Coulomb}$$

A questo rapporto si dà il nome di *volt* [1] e lo si indica con la lettera V.

il volt e l'elettronvolt

Dalla definizione del volt deriva la definizione di una importante unità di misura energetica che abbiamo già incontrato nel capitolo sulla energia, l'elettronvolt.

In effetti poiché moltiplicando una d.d.p. per una carica si ottiene il lavoro compiuto dalla forza coulombiana si dice che *l'energia di 1 eV corri-*

[1] In onore di Alessandro Volta scopritore della pila e tra i primi a riflettere sulla grandezza fisica inizialmente detta *tensione elettrica* (si chiamerà poi potenziale)che veniva chiamata così perché la si pensava proprio come uno stato di tensione del mezzo.

sponde al lavoro compiuto per muovere un elettrone attraverso la d.d.p. di 1 V. Dalla definizione deriva anche il fattore di conversione tra le due unità:

$1\ \text{eV} = 1\ \text{e} \cdot 1\ \text{V} = 1.6\times10^{-19}\text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1.6\times10^{-19}\ \text{C}\cdot\text{V} = 1.6\times10^{-19}\ \text{J}$

Se una generica carica q si muove solo sotto l'azione della forza di Coulomb si può applicare il teorema di conservazione dell'energia e si ottiene: $\Delta\mathcal{E}_k + \Delta U = 0$ da cui si ottiene:

$$\Delta\mathcal{E}_k = -\Delta V\, q \qquad \text{(V.2.5)}$$

Dunque si hanno incrementi di energia cinetica (moti spontanei) quando $\Delta V\, q < 0$. Da ciò (tenendo conto della regola dei segni del prodotto) si tra la seguente importante conclusione che riguarda il moto delle cariche elettriche:

- *le cariche positive si muovono spontaneamente da punti a potenziale più alto a punti a potenziale più basso*
- *le cariche negative si muovono spontaneamente da punti a potenziale più basso a punti a potenziale più alto.*

moto spontaneo delle cariche $\Delta V\, q < 0$

Inoltre quando è nota la d.d.p. tra due punti, il valore in volt fornisce anche l'energia in elettronvolt che verrebbe acquistata o perduta da una carica elementare unitaria nel passare da un punto all'altro.

2.1.5 IL POTENZIALE DELLA CARICA SINGOLA E DI UN SISTEMA

Se consideriamo il campo prodotto da una singola carica Q, dalla definizione di potenziale, tenendo conto della (V.2.1) si ha che il potenziale a distanza r dalla carica generatrice vale:

$$V = k\frac{Q}{r} \qquad \text{(V.2.6)}$$

Nel caso di sistemi costituiti da più cariche generatrici si applica semplicemente il principio di sovrapposizione: ma mentre i campi, essendo grandezze vettoriali, si sommano con legge vettoriale, i potenziali, essendo grandezze scalari, si sommano algebricamente.

Già da questo elemento dovrebbe risultare evidente la convenienza all'uso del potenziale come strumento di descrizione delle interazioni.

Se dunque si considera un sistema di n cariche puntiformi ciascuna delle quali determina in ogni punto dello spazio un potenziali V_i espresso dalla (V.2.6), in quel punto si ha un potenziale V che si calcola semplicemente sommando i diversi potenziali:

$$V = \sum V_i \qquad \text{(V.2.7)}$$

Il potenziale elettrostatico su scala atomica

Determinare il potenziale prodotto dal protone in corrispondenza dell'orbita di un elettrone nell'atomo di idrogeno supponendo che il raggio orbitale sia di 0.53×10^{-10} m. Ipotizzando poi che la dimensione tipica del protone sia di $1.4\cdot10^{-15}$ m quanto vale il potenziale generato dal protone nelle immediate vicinanze della sua superficie?

☹

Applicando la (V.2.6) si ha:

$$V = k\frac{Q}{r} = 8.99\times10^{9}\,\frac{1.6\times10^{-19}}{0.53\times10^{-10}} = 27.2\ \text{V}$$

$$V' = V\frac{r}{r'} = 27.2\,\frac{0.53\times10^{-10}}{1.4\cdot10^{-15}} = 1.03\cdot10^{6}\ \text{V}$$

Il valore trovato è dello stesso ordine di grandezza delle energie nucleari espresse in eV e ciò costituisce una conferma indiretta della correttezza della stima delle dimensioni nucleari.

☺

Determinazione del potenziale in un punto attraverso il principio di sovrapposizione

Dato un sistema di riferimento *xOy* si considerino 3 cariche con le seguenti caratteristiche: q_A = 3.00 μC posta nel punto A≡(2;1) m; q_B = –2.00 μC posta nel punto B≡(–2;3) m; q_C = 4.50 μC posta nel punto C≡(–4;–2) m. Determinare il potenziale nel punto D≡(1;1).

☹

Indichiamo con V_A, V_B, V_C i potenziali del punto D dovuti ai 3 singoli campi. Il potenziale V_D sarà la somma dei tre. Per il calcolo ci servono le tre distanze $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ che determineremo con il teorema di Pitagora (formula della distanza tra due punti).

$$\overline{AD} = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1.00\ \text{m} \qquad \overline{BD} = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = 3.61\ \text{m}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(-5)^2 + 1^2} = 5.10\ \text{m}$$

$$V_A = k\frac{q_A}{r_{AD}} = 8.99\times10^{9}\,\frac{3.00\times10^{-6}}{1.00} = 2.70\times10^{4}\ \text{V}$$

$$V_B = k\frac{q_B}{r_{BD}} = 8.99\times10^{9}\,\frac{-2.00\times10^{-6}}{3.61} = -0.50\times10^{4}\ \text{V}$$

$$V_C = k\frac{q_C}{r_{CD}} = 8.99\times10^{9}\,\frac{4.50\times10^{-6}}{5.10} = 0.79\times10^{4}\ \text{V}$$

$$V_D = V_A + V_B + V_C = 2.99\times10^{4}\ \text{V}$$

Come si vede, trattandosi di uno scalare, il calcolo è molto più semplice di quanto non accada con il calcolo del campo elettrico.

☺

Calcolo della energia necessaria a raggiungere una determinata distanza tra cariche puntiformi

Due protoni inizialmente a distanza infinita devono essere portati sino alla distanza r = 1.00×10^{-14} m per poter innescare un processo di fusione nucleare. Calcolare la energia cinetica necessaria per vincere la repulsione elettrostatica.

Ricordando che la temperatura è un indice della energia cinetica media secondo la relazione $\mathcal{E}_K = \frac{3}{2}K_B\,T$ e che la costante di Boltzmann vale 1.380658×10^{-23} J/K calcolare la temperatura equivalente necessaria al gas di protoni (plasma).

☹

La energia cinetica si deve convertire integralmente in energia potenziale, perciò:

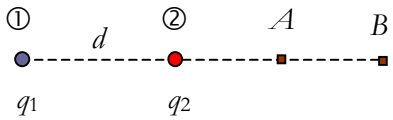
$$\mathcal{E}_K = U = k\frac{e^2}{r} = \frac{8.99\times10^{9}\times(1.602\times10^{-19})^2}{1.00\times10^{-14}} = 2.31\times10^{-14}\ \text{J}$$

Posto che $\mathscr{E}_K = \frac{3}{2} k_B T$ si ha $T = \frac{2\,\mathscr{E}_K}{3k_B} = \frac{2\times 2.31\times10^{-14}}{3\times1.380658\times10^{-23}} = 1.11\times10^{9}$ K (un bel caldino).

☺

Calcolo del lavoro necessario ad uno spostamento attraverso il potenziale ed il principio di sovrapposizione.

Sono date due cariche q_1 = 0.450·10^{-6} C e q_2 = –0.250·10^{-6} C poste alla distanza d = 25.4 cm. Una carica q = 0.850·10^{-6} C deve essere trasferita dal punto A al punto B. Determinare la differenza di potenziale $V_B - V_A$ ed utilizzarla per calcolare il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico sapendo che A e B sono allineati con le due cariche e che distano dalla carica q_2 rispettivamente di r_A = 11.2 cm e di r_B = 26.9 cm.



Se si lascia cadere l'ipotesi dell'allineamento quali altri dati occorrono per risolvere il problema?

☹

$$V_A = V_{A1} + V_{A2} = k\frac{q_1}{d + r_A} + k\frac{q_2}{r_A} =$$

$$= 8.99\cdot10^{9}\left(\frac{0.450\cdot10^{-6}}{0.254 + 0.112} + \frac{-0.250\cdot10^{-6}}{0.112}\right) = -9.02\cdot10^{3}\ \text{V}$$

$$V_B = V_{B1} + V_{B2} = k\frac{q_1}{d + r_B} + k\frac{q_2}{r_B} =$$

$$= 8.99\cdot10^{9}\left(\frac{0.450\cdot10^{-6}}{0.254 + 0.269} + \frac{-0.250\cdot10^{-6}}{0.269}\right) = -0.62\cdot10^{3}\ \text{V}$$

$$V_B - V_A = 8.40\cdot10^{3}\ \text{V}$$

$$\mathscr{L}_{A\to B} = U_A - U_B = q(V_A - V_B) = 0.850\cdot10^{-6}\cdot(-8.40\cdot10^{3}) = -\,7.14\cdot10^{-3}\text{J}$$

Se le cariche non sono allineate ad AB il calcolo non richiede differenze sostanziali è però necessario conoscere le distanze di A e di B dalle due cariche ed il risultato è del tutto indipendente da problemi di natura direzionale visto che si opera completamente con l'uso di grandezze scalari.

Si osservi ancora che non ha nessuna importanza il tipo di traiettoria seguita nel corso dello spostamento visto che si opera con forze conservative.

☺

Calcolo del potenziale di arresto

Un elettrone dotato di una velocità v = 3.25·10^{6} parte da un punto di potenziale V_0 = 750 V e viene rallentato dall'azione di un campo elettrico. Determinare il potenziale V nel punto in cui l'elettrone si arresta. Cosa accade all'elettrone dopo che si è arrestato?

☹

A valori di velocità dell'ordine di 1/100 della velocità della luce l'elettrone può essere considerato non relativistico e pertanto la sua energia cinetica è data dalle relazione classica:

$$\mathscr{E}_k = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 = \tfrac{1}{2}\, 9.11\cdot10^{-31}\cdot(3.25\cdot10^{6})^2 = 4.81\cdot10^{-18}\text{J}$$

Per arrestare l'elettrone le forze del campo elettrico devono compiere un lavoro pari alla variazione di energia cinetica = $-\mathscr{E}_k$

Sarà pertanto $\mathscr{L} = -\mathscr{E}_k = -4.81\cdot10^{-18}$J

D'altra parte $\mathscr{L} = -\Delta U = -(-e)(V - V_0)$ e pertanto:

$$V = \frac{\mathscr{L}}{e} + V_0 = \frac{-4.81\cdot10^{-18}}{1.602\cdot10^{-19}} + 750 = 720 \text{ V}$$

Dopo che l'elettrone si è arrestato esso si dirigerà spontaneamente verso i punti a potenziale più elevato seguendo nel primo tratto la direzione del campo elettrico in quel punto e verso contrario.

☺

2.2 Campo elettrico e potenziale

2.2.1 LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI: LA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL POTENZIALE

Il potenziale è uno scalare definito in ogni punto dello spazio pertanto la sua rappresentazione grafica è molto più semplice di quella del campo (basta dare un numero in ogni punto).

Le superfici lungo le quali il potenziale ha uno stesso valore sono, come vedremo tra breve, particolarmente importanti per la determinazione del campo elettrico, esse vengono chiamate *superfici equipotenziali*.

superficie equipotenziale: una regione lungo la quale le forze elettriche non compiono lavoro

Quando ci si muove lungo una superficie equipotenziale il lavoro compiuto è sempre nullo per qualsiasi spostamento (si ricordi che la differenza di potenziale è pari al lavoro diviso la carica trasportata), ma ciò può avvenire solo se la forza è perpendicolare allo spostamento e pertanto: *in ogni punto di una superficie equipotenziale il campo elettrico (linea di forza) è perpendicolare alla superficie.*

Nel caso della carica puntiforme, visto che $V = k\frac{Q}{r}$ si ha:

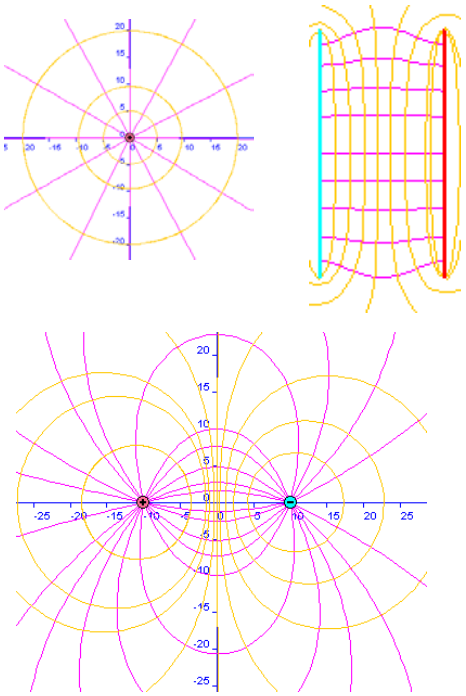
$$V = \text{cost} \Leftrightarrow r = \text{cost}$$

e dunque le superfici equipotenziali sono delle sfere.

Nel caso in cui il campo elettrico sia uniforme e costante (linee di forza costituite da rette parallele ed egualmente addensate) le superfici equipotenziali sono dei piani perpendicolari alle linee di forza.

Nel caso di generiche distribuzioni di carica la situazione sarà più complessa da descrivere ma comunque caratterizzata dalla perpendicolarità già citata.

Per rappresentare il campo uniforme sono state disegnate due linee piane parallele che indicano due piastre metalliche cariche. Come si vede il campo è uniforme al centro ma le linee di forza e anche le superfici equipotenziali tendono a curvarsi sui bordi. Ne vedremo la ragione più avanti.



campo e superfici equipotenziali per carica puntiforme, dipolo e piastre parallele. Si osservi la perpendicolarità punto a punto tra la superficie equipotenziale e la linea di forza

2.2.2 LA CORRISPONDENZA BIUNIVOCA TRA CAMPO E POTENZIALE

Il potenziale è stato definito attraverso l'energia potenziale e questa a sua volta richiede l'uso del campo per essere determinata. Lo si è visto nella deduzione della (V.2.4) $V_P = \sum E_t \, \delta l$.

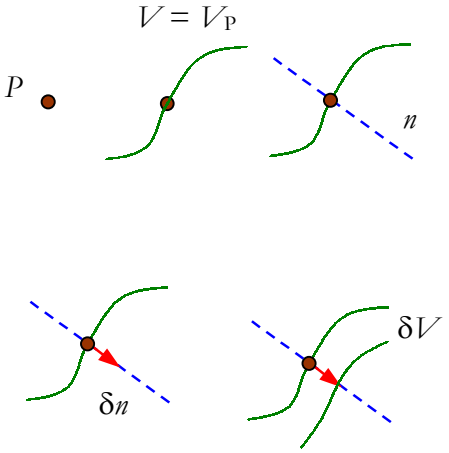
Dunque, se è noto nello spazio il campo elettrico si può sempre determinare direttamente, attraverso un calcolo, il potenziale in ogni punto.

La cosa interessante è che vale anche il viceversa: *se è noto il potenziale nell'intorno di un punto si può sempre determinare il campo elettrico in quel punto.*

Il risultato è di notevolissimo interesse perché il campo è una grandezza vettoriale, scomodo da maneggiare e da comporre, mentre il potenziale è una grandezza scalare, più semplice da misurare, comodo da maneggiare e da comporre.

La dimostrazione di quanto affermato è di tipo diretto e costruttivo; si fa cioè vedere come calcolare il campo dalla conoscenza del potenziale.

Consideriamo un generico punto P dello spazio e supponiamo noto il potenziale nel punto considerato e nelle sue vicinanze.



Osserviamo in via preliminare che poiché le superfici equipotenziali sono sempre perpendicolari alle linee di forza la direzione del campo è quella della perpendicolare alla superficie equipotenziale passante per il punto considerato. [2]

Per determinare l'intensità e il verso operiamo in questo modo: eseguiamo uno spostamento elementare δn lungo la direzione normale e indichiamo con δV la corrispondente variazione di potenziale (questa quantità è nota perché è noto il potenziale nelle vicinanze di P):

$$\delta \mathscr{L} = F_n\, \delta n = E_n\, \delta q\, \delta n \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta q} = E_n\, \delta n$$

Ma $\delta \mathscr{L} = -\,\delta U$ e pertanto $\dfrac{\delta \mathscr{L}}{\delta q} = -\,\delta V$

Dalle due relazioni si conclude che: $E_n\, \delta n = -\,\delta V$ o anche:

$$E_n = -\frac{\delta V}{\delta n} \qquad \text{(V.2.8)}$$

trovare il campo noto il potenziale

- il campo è perpendicolare alla superficie equipotenziale
- ha il verso dei potenziali decrescenti
- ha modulo $E = \left|\dfrac{\delta V}{\delta n}\right|$

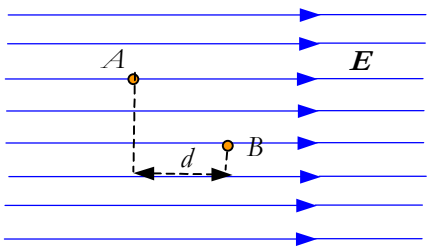
- Il verso del campo è quello che corrisponde ai valori positivi di E_n e ciò avviene per valori negativi di δV cioè spostandosi verso le superfici a potenziale più basso.
- Il modulo di $\boldsymbol{E}$ è semplicemente $|E_n|$ perché come si è già osservato il campo è perpendicolare alla superficie equipotenziale e dunque ha la direzione della normale.

Dunque se è noto il campo si può trovare il potenziale applicando la definizione, ma anche, se è noto il potenziale si può trovare il campo e ciò consente di considerare queste due grandezze come strumenti equivalenti per la descrizione della interazione elettrica.

Ma il potenziale, essendo una scalare ha una descrizione più semplice ed è più semplice da misurare [(3)];si spiega così il largo uso che si fa in elettricità del potenziale e della differenza di potenziale.

La equazione (V.2.8) suggerisce di assumere come unità di misura della intensità del campo elettrico nel S.I. al posto del N/C una unità equivalente il *volt al metro* rappresentato dal simbolo V/m.

Il campo si misura anche in volt al metro



Nel caso di campo uniforme il vettore $\boldsymbol{E}$ è costante in direzione ed intensità pertanto anche la forza che agisce su di una carica collocata in un tale campo è costante e ciò ci consente di utilizzare la relazione (V.2.8) anche per spostamenti finiti qualsiasi, purché calcolati lungo una linea di forza.

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \qquad \text{(V.2.9)}$$

Si osservi che ciò che conta sono gli spostamenti lungo la linea di forza e dunque non la distanza AB o altri percorsi curvilinei ma solo d; inoltre quando ci si muove lungo una linea di forza man mano che ci sposta il potenziale diminuisce.

---

[2] Data una superficie regolare essa ammette sempre un piano tangente in un suo punto e la normale alla superficie è la normale al piano tangente.

[3] Allo scopo si utilizza uno strumento detto *elettrometro*

2.2.3 UN CENNO AL CAMPO COME *GRADIENTE* DEL POTENZIALE

Quando una quantità scalare y varia nello spazio si chiama *gradiente della grandezza y nella direzione n* il rapporto $\frac{\delta y}{\delta n}$.

È normale trattare con gradienti di un campo, gradienti di pressione, gradienti di livello, gradienti di temperatura. Una grandezza presenta un gradiente elevato in una direzione quando cambia molto rapidamente lungo quella direzione.

Per esempio se si guarda una carta geografica su cui sono disegnate le *isobare* (curve di uguale pressione) si avrà un gradiente elevato di pressione dove le isobare sono ravvicinate e, in corrispondenza di quella direzione, ci si aspetterà la presenza di venti intensi.

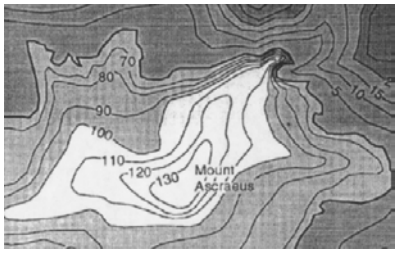
Lo stesso discorso riguarda le curve di livello. Dove sono ravvicinate vuol dire che in quelle zone il dislivello cambia rapidamente.

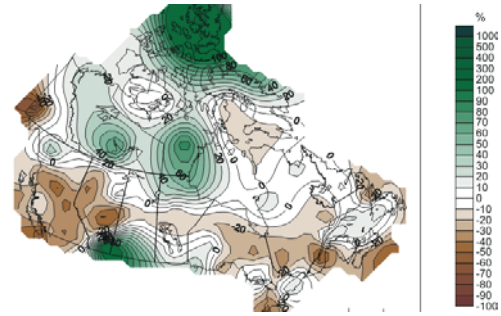
La equazione (V.2.8) ci dice che si può calcolare il campo attraverso il gradiente del potenziale.

Consideriamo per esempio la rappresentazione di campo elettrico qui a fianco. Oltre alle linee di forza sono state tracciate delle superfici equipotenziali a distanze di 30 V l'una dall'altra.

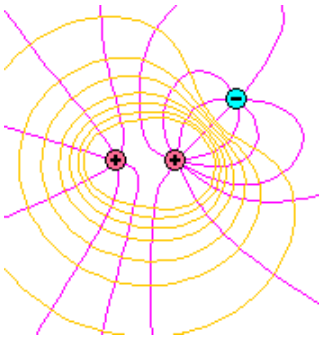
Dalla osservazione della immagine si possono trarre diverse informazioni: man mano che ci si avvicina alle cariche le curve equipotenziali si fanno sempre più ravvicinate; ciò vuol dire che il gradiente del potenziale (il campo) sta aumentando.

Se avessimo continuato a tracciare altre superfici esse si sarebbero molto addensate nella zona prossima alle due cariche positive sino a formare cerchi concentrici intorno a ciascuna di esse.





gradienti con rappresentazione di curve di uguale quota e di uguale temperatura; le zone di addensamento danno rispettivamente le massime variazioni di quota o di temperatura



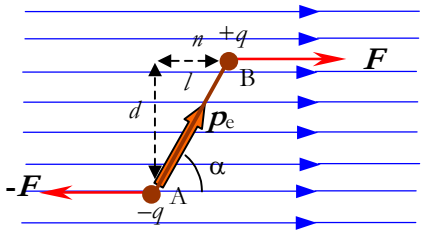
2.3 Interazioni tra dipolo e campo elettrico

2.3.1 UN DIPOLO IMMERSO IN UN CAMPO UNIFORME RUOTA

I calcoli che ci apprestiamo a svolgere hanno la funzione di dare significato alla nozione di momento di dipolo, già introdotta al cap. V.1.

Come vedremo *il momento della coppia di forze (momento torcente) che si esercita su di un dipolo immerso in un campo uniforme è proporzionale al campo e al momento di dipolo*. Ciò significa che due dipoli diversi, ma dotati di uno stesso momento si comportano allo stesso modo.

Le due cariche di cui è costituito il dipolo subiscono due forze antiparallele e pertanto il dipolo risulta soggetto ad una coppia di forze di momento torcente $M = F\,d$.



un **dipolo immerso in un campo uniforme** ruota con momento proporzionale alla componente perpendicolare del momento di dipolo e al campo

Osserviamo poi che il braccio d dipende dalla orientazione del dipolo; infatti $d = l \sin \alpha$ dove α indica l'angolo tra il vettore momento di dipolo e la linea di forza.

Si ha così: $M = F\,d = q\,E\,l \sin\alpha$ e ricordando la definizione di momento di dipolo:

$$M = p_e\,E \sin \alpha \qquad \text{(V.2.10)}$$

Il momento torcente fa ruotare il dipolo finché il momento di dipolo diventa parallelo al vettore campo. In questa posizione si annullano sia la forza risultante sia il momento torcente e il dipolo si troverà pertanto in una posizione di equilibrio stabile.

La energia di un dipolo in quiete immerso in un campo elettrico può essere espressa attraverso la d.d.p. e gli elementi caratteristici del dipolo stesso:

$$U = U_A + U_B = -qV_A + qV_B = q\,(V_B - V_A)$$

per passare al campo basta tener conto della (V.2.8):

$$U = q\,(V_B - V_A) = -q\,E\,n = -q\,E\,l \cos \alpha = -p_e\,E \cos \alpha$$

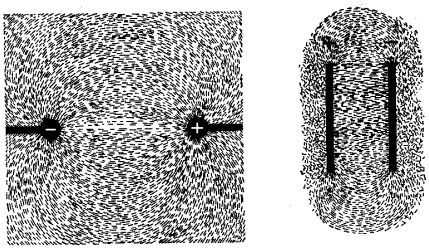
Pertanto l'energia di un dipolo immerso in un campo elettrico è pari a:

$$U = -p_e E \cos \alpha \qquad \text{(V.2.11)}$$

e raggiunge il suo valore minimo (condizione di equilibrio stabile) quando $\cos \alpha = 1$ cioè quando il dipolo si dispone parallelamente al campo.

2.3.2 COME VISUALIZZARE I CAMPI ELETTRICI

La capacità del campo elettrico di orientare i dipoli viene utilizzata per ottenere delle immagini rappresentative dei campi elettrici. Si ritagliano dei modelli di elettrodi da un foglio metallico e li si incolla su di un recipiente di vetro. Quindi si riempie il recipiente con un fluido viscoso con proprietà isolanti (per esempio trementina, glicerina od olio di ricino) e il liquido viene cosparso di piccole particelle isolanti come per esempio frammenti di capello, semolino o semi d'erba.

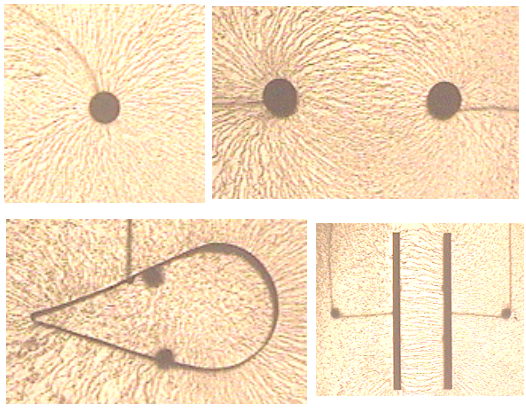


spettri di dipolo e di campo uniforme ottenuti per orientazione di semi vegetali in bagno d'olio

A questo punto si applica tra gli elettrodi una differenza di potenziale elevata, dell'ordine di qualche decina di migliaia di volt. Sotto l'effetto del campo elettrico le particelle si polarizzano diventando dei minuscoli dipoli che si dispongono nella direzione delle linee di forza.

Invece di utilizzare una apparecchiatura a bagno d'olio si può anche operare in aria utilizzando delle fibrille vegetali molto leggere.

Dall'immagine, tratta da una fotografia si può osservare che il campo non è uniforme nelle vicinanze di due cariche puntiformi, mentre lo è tra due piastre parallele (salvo una distorsione in corrispondenza delle estremità).



spettri generati tramite orientazione di fibrille vegetali in aria: carica puntiforme, dipolo, conduttore a punta con il caratteristico addensamento, campo uniforme

2.3.3 Un dipolo viene attirato verso le zone di campo più intenso

Fin da bambini abbiamo osservato la capacità che hanno numerosi materiali plastici, dopo essere stati strofinati, di attirare piccoli oggetti quali frammenti di carta, capelli, … Tutto ciò ha a che fare con il dipolo. Come vedremo un dipolo immerso in un campo elettrico non uniforme viene attirato verso le zone di massima intensità.

Nel caso in cui sia collocato entro un campo non uniforme il dipolo è soggetto, oltre al momento torcente che lo orienta nella direzione della linea di forza, all'azione di una forza risultante non nulla.

Infatti le due cariche sono collocate in punti diversi cui corrispondono valori diversi del campo elettrico. Sul dipolo agisce dunque una forza risultante $\boldsymbol{F}$:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = qE_1 - qE_2 = ql\,\frac{E_1 - E_2}{l}$$

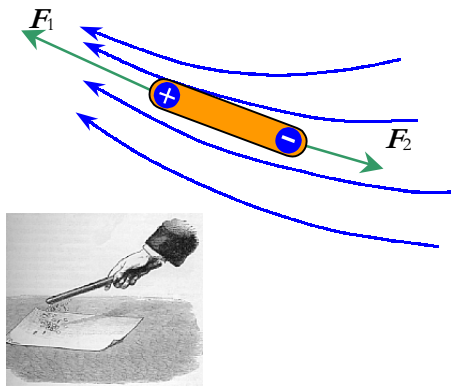
Ma $ql = p_e$ è il momento elettrico di dipolo, mentre $\dfrac{E_1 - E_2}{l} = \dfrac{\delta E}{\delta l}$ è il gradiente del campo elettrico, cioè la variazione del campo elettrico per unità di lunghezza. Pertanto:

$$F_x = p_e \frac{\delta E}{\delta l} \qquad \text{(V.2.12)}$$

La componente della forza risultante è positiva quando lo è δE cioè quando il campo aumenta di intensità. Questa forza tende a spingere il dipolo verso le zone di campo più intenso.

È per questa ragione che un corpo carico risulta in grado di attirare piccoli oggetti come pezzettini di carta, granelli di polvere etc.

Per effetto del campo elettrico questi oggetti acquistano un momento di dipolo (polarizzazione per deformazione) e quindi vengono spinti verso le regioni di campo elettrico più intenso e cioè presso il corpo carico.



un **dipolo** immerso in un **campo elettrico variabile** viene **risucchiato nel senso del gradiente** per questa ragione un corpo elettrizzato è in grado di attirare piccoli oggetti che vengono prima polarizzati per deformazione e poi risucchiati

2.4 Il teorema di Gauss

2.4.1 L'ENUNCIATO E IL SUO SIGNIFICATO

Il teorema di Gauss afferma che:

il flusso del vettore campo elettrico attraverso una qualsiasi superficie chiusa σ *è sempre pari alla somma delle cariche elettriche interne alla superficie diviso la costante dielettrica.*

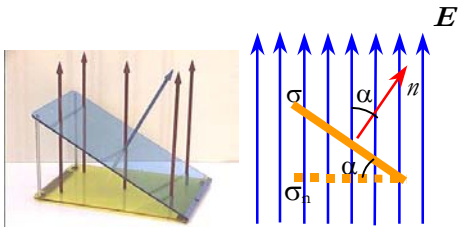
Per essere compreso nella forma appena enunciata il teorema richiede la definizione di una nuova grandezza tipica dei campi vettoriali *il flusso attraverso una superficie* che poi utilizzeremo anche con riferimento al magnetismo.

Il flusso è una grandezza che, dopo aver rappresentato il campo attraverso le linee di forza, fa un bilancio tra le linee entranti e quelle uscenti dalla superficie. Così se pensiamo ad una superficie immersa in un campo e non contenente cariche, ci aspetteremo che le linee entranti siano quante quelle uscenti, mentre se la superficie contiene delle cariche positive, le linee uscenti dalla superficie saranno di più di quelle entranti.

L'idea è tutta qui: ma il motivo per cui si enuncia e dimostra questo teorema è che per studiare sistemi di cariche complessi, ma caratterizzati da una qualche forma di simmetria nella distribuzione di cariche, la determinazione del campo risulta abbastanza semplice (strati piani, sfere, cilindri, …).

Il teorema di Gauss è un corollario della legge di Coulomb e in particolare deriva da due suoi elementi: la simmetria centrale nella direzione della forza e la dipendenza del suo modulo dall'inverso del quadrato della distanza. Dunque potremo parlare di un teorema di Gauss anche per la gravitazione vista la somiglianza tra forza elettrica e forza gravitazionale.

2.4.2 IL FLUSSO DEL VETTORE E : DEFINIZIONE



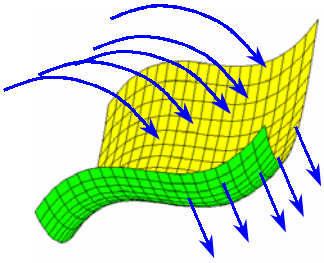
nella definizione del flusso conta solo la **superficie in direzione ortogonale** alle linee di forza

Consideriamo un campo uniforme $\boldsymbol{E}$ e osserviamo in via preliminare che il numero di linee di forza che tagliano una data superficie piana dipende oltre che dalla dimensione della superficie anche dalla sua orientazione.

In effetti attraverso σ e attraverso la sua proiezione $\sigma_n = \sigma \cos\alpha$ in direzione perpendicolare al campo passa lo stesso numero di linee di forza.

Detto ciò si chiama flusso del vettore $\boldsymbol{E}$ attraverso la superficie σ la quantità:

$$\Phi_\sigma(\boldsymbol{E}) = E\,\sigma\cos\alpha \qquad \text{(V.2.13)}$$



Se la superficie è curva o se il campo non è più uniforme la definizione viene generalizzata utilizzando tante superfici infinitesime che si possano considerare piane e con campo uniforme su di esse ed eseguendo poi la somma di tutti i flussi elementari:

$$\delta\Phi_\sigma(\boldsymbol{E}) = E\,\delta\sigma\cos\alpha \qquad \Phi_\sigma(\boldsymbol{E}) = \sum\delta\Phi_{\delta\sigma}(\boldsymbol{E}) \qquad \text{(V.2.14)}$$

L'unità di misura del flusso corrisponde ad un campo per una superficie e poiché [E] = V/m si ha:

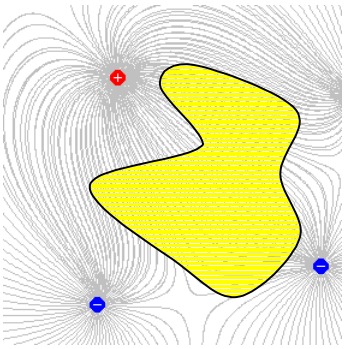
$[\Phi(E)] = V\cdot m$

2.4.3 Il flusso attraverso una superficie chiusa non contenente cariche

Per utilizzare il teorema di Gauss con superfici chiuse è necessario precisare il segno dei flussi elementari. Si conviene di orientare la direzione *n* sempre verso l'esterno della superficie in modo che i flussi di due superfici contrapposte siano uguali ed opposti. In questo modo si tiene conto della scelta di partenza che consisteva nel fare un bilancio tra ciò che entra e ciò che esce dalla superficie.

Se la superficie è chiusa e non contiene cariche al suo interno tutte le linee di forza che entrano nella superficie dovranno anche uscire (le linee di forza nascono sulle cariche e muoiono sulle cariche o all'infinito)

Resta pertanto stabilito sul piano intuitivo che *il flusso del campo elettrostatico attraverso una superficie chiusa non contenente cariche è sempre nullo qualunque sia la forma della superficie.* La giustificazione rigorosa di questo affermazione verrà data nei prossimi punti.

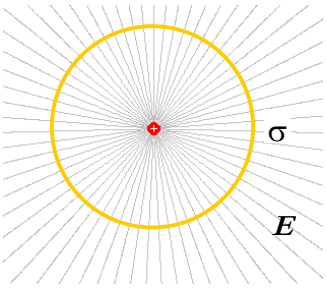


le linee di forza entrano ed escono da una superficie chiusa e pertanto $\Phi = 0$ se non ci sono cariche all'interno

2.4.4 Il flusso di una carica puntiforme attraverso una superficie chiusa che la contiene

Nel caso in cui la superficie sia una sfera centrata sulla carica i flussi elementari sono tutti uguali perché il campo è sempre ortogonale alla superficie ed ha in ogni punto la stessa intensità. Pertanto:

$$\Phi(\boldsymbol{E}) = E\,\sigma = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon} \qquad \text{(V.2.15)}$$



attraverso una superficie sferica centrata intorno ad una carica si ha: $\Phi(E) = \frac{q}{\varepsilon}$

Cosa accade se la superficie non è sferica o non è centrata nell'origine?

Non cambia nulla. Consideriamo infatti una superficie generica σ_2 e confrontiamo i flussi elementari su di essa con quelli individuati dalle stesse linee di forza sulla sfera σ_1:

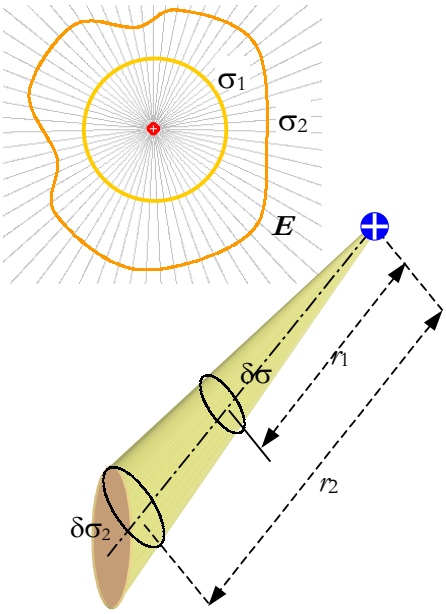
Il campo decresce come l'inverso del quadrato della distanza, la superficie elementare cresce come il quadrato della distanza, inoltre se essa non è perpendicolare alla linea di forza ci pensa il coseno presente nella definizione a sistemare le cose e dunque:

$$\delta\Phi_{\delta\sigma 1}(\boldsymbol{E}) = \delta\Phi_{\delta\sigma 2}(\boldsymbol{E})$$

Il flusso attraverso ogni coppia di superfici elementari è identico e dunque è identico anche il flusso complessivo.

Possiamo concludere che:

$$\Phi_{\sigma 1}(\boldsymbol{E}) = \Phi_{\sigma 2}(\boldsymbol{E}) = \frac{q}{\varepsilon} \qquad \text{(V.2.16)}$$

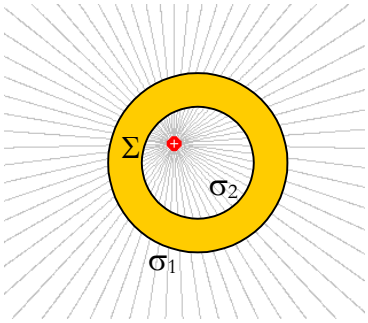


il flusso generato da una carica puntiforme interna ad una superficie chiusa non dipende dalla superficie perché la dipendenza del campo dalla distanza si bilancia con la variazione della superficie elementare

Vale la pena di soffermarsi un attimo su questo risultato. Esso dipende da due fattori:

- la dipendenza del campo dall'inverso del quadrato della distanza che garantisce la diminuzione del campo con lo stesso ritmo con cui cresce la superficie
- il fatto che le linee di forza siano radiali il che consente di mettere in relazione tra loro le superfici individuate dai coni che si dipartono dalla carica.

Sta in questi aspetti l'equivalenza completa tra teorema di Gauss e legge di Coulomb.



le cariche poste all'esterno di una superficie chiusa non danno contributi al flusso perché le linee di forza che danno un contributo in ingresso lo danno anche (opposto) in uscita

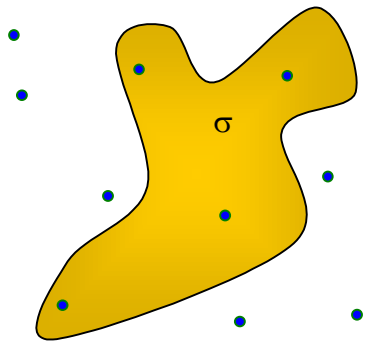
Consideriamo ora la superficie chiusa Σ avente un foro al suo interno in modo che essa non contenga alcuna carica. Una superficie del genere può sempre essere scomposta nella unione di due superfici, una superficie esterna σ_1 e una superficie interna σ_2.

Per quanto appena dimostrato i flussi attraverso le due superfici sono uguali ed opposti (il segno meno deriva dal fatto che la normale della superficie interna punta in verso opposto a quella della superficie esterna). Possiamo pertanto concludere che:

$$\Phi_\Sigma(\boldsymbol{E}) = \Phi_{\sigma 1}(\boldsymbol{E}) + \Phi_{\sigma 2}(\boldsymbol{E}) = \Phi_{\sigma 1}(\boldsymbol{E}) - \Phi_{\sigma 1}(\boldsymbol{E}) = 0 \qquad \text{(V.2.17)}$$

in accordo con quanto avevamo preannunciato sul piano puramente intuitivo.

2.4.5 IL CASO GENERALE



nel caso generale contano solo le cariche all'interno e il flusso totale è la somma dei flussi relativi alle diverse cariche, pertanto:

$$\Phi_\sigma(E) = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon}$$

Supponiamo infine di avere a che fare con una distribuzione di cariche assolutamente generica e consideriamo una superficie σ che ne racchiuda alcune.

Per il principio di sovrapposizione il campo complessivo può essere analizzato come somma dei campi di ogni singola carica; pertanto il flusso complessivo attraverso la superficie sarà la somma dei flussi dovuti ai campi di ogni carica. Ma abbiamo già visto che il flusso è influenzato dalle sole cariche che stanno all'interno della superficie, inoltre il flusso è una grandezza scalare e la sovrapposizione corrisponde alla somma algebrica; pertanto otteniamo il risultato generale:

$$\Phi_\sigma(\boldsymbol{E}) = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon} \qquad \text{(V.2.18)}$$

il flusso del vettore campo elettrico attraverso una qualsiasi superficie chiusa σ è sempre pari alla somma delle cariche elettriche interne alla superficie diviso la costante dielettrica.

2.4.6 USIAMO IL TEOREMA DI GAUSS

Il campo di un filo rettilineo indefinito

Determinare le caratteristiche del campo elettrico prodotto da un filo rettilineo di lunghezza l = 10 m su cui è stata deposta la carica di 10^{-5} C alla distanza d = 1.5 m dal filo.

☹

Alla distanza data il filo può essere considerato indefinito e pertanto, per ragioni di simmetria, il campo deve essere radiale. Se indichiamo con λ la densità di carica per unità di lunghezza $\lambda = \dfrac{\delta q}{\delta l}$ potremo applicare il teorema di Gauss ad un generico cilindro di raggio d e lunghezza l centrato intorno al filo ottenendo:

$$\Phi_\sigma(\boldsymbol{E}) = 2\pi d\, l\, E = \frac{l\lambda}{\varepsilon} \quad \text{e pertanto:}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi d\,\varepsilon} = \frac{q}{2\pi\, l\, d\,\varepsilon} = \frac{10^{-5}}{2\pi\cdot 10\cdot 1.5\cdot 8.854\cdot 10^{-12}} = 1.20\cdot 10^4 \text{ V/m}$$

☺

2.5 L'equilibrio elettrostatico per i conduttori

2.5.1 COSA ACCADE QUANDO SI CARICA UN CONDUTTORE

I campi elettrici esterni o le cariche depositate su di un *conduttore* ne influenzano sempre lo stato, vediamo come.

Quando si depositano delle cariche su di un conduttore al suo interno si determina una situazione di *squilibrio elettrico*. Le cariche non equilibrate si respingono reciprocamente e, trascorso un tempo sufficientemente piccolo, finiscono per disporsi sulla superficie esterna del conduttore in modo di determinare una *situazione di equilibrio*.

Giunte alla superficie del conduttore le cariche incontrano la barriera di potenziale tipica del corpo (il contorno) e non possono allontanarsi ulteriormente. D'altra parte se non si raggiungesse una configurazione di equilibrio, cioè se le cariche potessero continuare a muoversi indefinitamente lungo la superficie, si avrebbe una violazione del teorema di conservazione della energia perché le cariche in moto cederebbero una quota della loro energia al conduttore e questi aumenterebbe la sua energia interna senza apporti energetici di alcun tipo.

Le cariche mobili, sia che il corpo venga caricato positivamente o negativamente, sono sempre e solo gli elettroni (carichi negativamente); anche quando si carica positivamente un conduttore (cioè gli si toglie elettroni) gli elettroni liberi si riassestano in modo che alla fine si riscontra la presenza di una carica positiva non equilibrata e diffusa sulla superficie esterna.

come si passa dallo squilibrio all'equilibrio

- Dopo il raggiungimento dell'equilibrio, il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo, perché se così non fosse si avrebbero delle linee di forza che connettono punti alla superficie passando per l'interno e le cariche mobili, sempre presenti all'interno del conduttore si muoverebbero per effetto di tali linee. In effetti durante la fase di raggiungimento dell'equilibrio una tale campo esiste ed è quello che fa ridistribuire le cariche.

le cariche si dispongono sulla superficie esterna e producono l'annullamento del campo all'interno

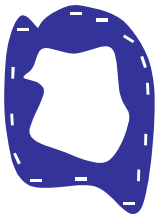
- Le cariche superficiali determinano un campo solo verso l'esterno perpendicolare alla superficie del conduttore (tale campo è uscente per cariche positive ed entrante per cariche negative).

  Se il campo non fosse perpendicolare (cioè se la superficie non fosse equipotenziale) le cariche libere non equilibrate si metterebbero in moto lungo la superficie e il conduttore, di nuovo, non sarebbe in equilibrio. Potremmo dire, più correttamente, che quando un conduttore viene caricato, le cariche si mettono in moto disponendosi in modo di creare un campo perpendicolare alla superficie.

il campo è ⊥ alla superficie che è equipotenziale

- Se il conduttore è cavo, le cariche non equilibrate si distribuiscono solo sulla parte esterna della superficie, come si può verificare utilizzando una sferetta metallica di prova e un elettroscopio.

sulla superficie interna non rimangono cariche non equilibrate



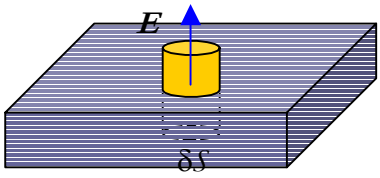
2.5.2 IL VALORE DEL CAMPO SUPERFICIALE

Il campo in vicinanza della superficie ha una intensità:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \text{(V.2.19)}$$

dove $\sigma = \dfrac{\delta q}{\delta S}$ è la densità superficiale di carica

La (V.2.19) è una diretta conseguenza del teorema di Gauss ed è nota come *teorema di Coulomb*.



Per dimostrarlo consideriamo un cilindro elementare di base δS collocato perpendicolarmente alla superficie del conduttore parte all'interno e parte all'esterno.

Il campo all'esterno, in vicinanza della superficie, sarà ortogonale con modulo E mentre all'interno sarà nullo, per quanto detto al punto precedente. Il flusso attraverso il cilindro è pari a $E\ \delta S$ perché lungo la parte interna non c'è campo, lungo la superficie laterale il flusso è 0 perché la linea di forza è parallela alla superficie e rimane pertanto solo il contributo della faccia superiore che vale appunto $E\ \delta S$.

Per il teorema di Gauss si ha (indicata con δq la carica superficiale in corrispondenza del cilindretto):

$E\ \delta S = \dfrac{\delta q}{\varepsilon}$ e da qui si ottiene: $E = \dfrac{\delta q}{\delta S\ \varepsilon} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}$ cioè la (V.2.19).

2.5.3 COME SI DISTRIBUISCE LA CARICA IN SUPERFICIE?

Dunque il campo elettrico, in vicinanza della superficie, è proporzionale alla densità di carica e ciò ci dice (incidentalmente) che se si aumenta la carica sul conduttore aumenta proporzionalmente il campo, ma non ci informa sul come si distribuiscono le cariche in superficie.

Attraverso un ragionamento per simmetria ci si può rendere conto del fatto che lungo una superficie sferica la distribuzione sia uniforme, ma cosa accade negli altri casi?

la distribuzione delle cariche si accentua sulle zone a elevata curvatura; in figura si vede un conduttore sagomato che, dopo essere stato caricato, evidenzia diversa densità di carica, come si può osservare con delle sonde da elettroscopio

Il campo elettrico alla superficie (e conseguentemente la densità di carica) non sono uniformi, ma dipendono fortemente dalla forma del conduttore. Precisamente sono tanto più elevati quanto minore è il raggio di curvatura (maggiore la curvatura) della superficie.

Questo fatto determina dei campi elettrici molto intensi in tutte le zone spigolose e può determinare la scarica spontanea di corpi carichi per la ionizzazione dell'aria che tale campo è in grado di indurre, come si vedrà dopo aver trattato della polarizzazione degli isolanti.

Per questa ragione le apparecchiature elettrostatiche hanno sempre superfici metalliche arrotondate e si cerca sempre di eliminare gli spigoli vivi, a meno che si vada alla ricerca della produzione di campi molto intensi.

Daremo una giustificazione di questo comportamento dopo aver trattato della capacità dei conduttori.

2.5.4 COSA ACCADE ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE CAVO?

Da osservazioni di natura sperimentale si può ricavare il seguente asserto scoperto da Franklin e poi perfezionato da Faraday (gabbia di Faraday): *considerato un corpo conduttore carico cavo e di forma qualsiasi al cui interno non siano presenti cariche elettriche non equilibrate il campo elettrico nella zona cava è sempre nullo qualunque sia la forma del conduttore e qualsiasi cosa accada all'esterno di esso* (compresa la presenza di cariche o di campi elettrici molto intensi).

Questa proprietà è ampiamente utilizzata per creare uno schermo di separazione tra interno ed esterno in applicazioni nelle quali i fenomeni elettrici che avvengono all'esterno di una regione di spazio non debbano influenzare ciò che avviene all'interno (gabbia di Faraday). Per esempio nella trasmissione di informazioni via cavo i cavi vengono schermati attraverso una *calza di rame* che previene l'influenza delle onde elettromagnetiche presenti nell'ambiente.

gabbia di Faraday

una persona racchiusa entro una gabbia metallica assiste indenne a scariche della potenza di un fulmine; l'interno e l'esterno della gabbia sono assolutamente indipendenti

Se si applica il teorema di Gauss a una qualsiasi superficie interna si ha che il flusso è nullo per qualsiasi superficie e pertanto deve essere nullo anche il campo all'interno qualunque cosa accada all'esterno.

2.5.5 APPLICAZIONI LEGATE ALL'EQUILIBRIO DEI CONDUTTORI

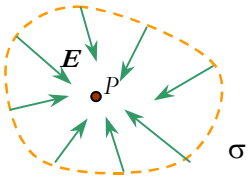
Difficoltà di equilibrio nel campo elettrostatico

Usando il teorema di Gauss dimostrare che in un campo elettrostatico non possono esistere punti di equilibrio stabile che non coincidano con delle cariche elettriche.

☺

Affinché un punto P dello spazio possa essere di equilibrio stabile devono verificarsi due condizioni:

- il campo nel punto considerato deve essere nullo
- considerato un qualsiasi spostamento dalla posizione di equilibrio esso deve essere accompagnato dalla comparsa di una forza antagonista allo spostamento stesso.



Se consideriamo una superficie elementare che circonda il punto (nel caso di carica esploratrice positiva) si dovrà verificare allora una situazione del tipo indicato in figura e pertanto attraverso la superficie σ si dovrà avere un flusso negativo.

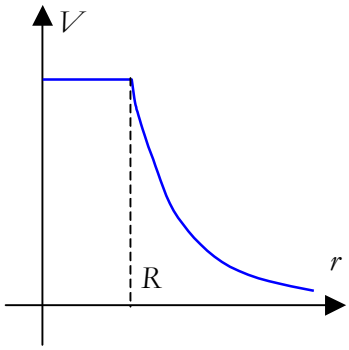
Ma allora in base al teorema di Gauss il punto P dovrà coincidere con una carica negativa e dunque: *una carica positiva può stare in equilibrio stabile solo se è sovrapposta ad una carica negativa e viceversa.*

Campo e potenziale di una sfera conduttrice carica

Applicando il teorema di Gauss trovare campo e potenziale per una sfera conduttrice di raggio *R*.

☹

Per ragioni di simmetria il campo elettrico all'esterno della sfera deve essere di tipo radiale mentre all'interno, per quanto visto deve essere nullo (sia che si tratti di un guscio sferico, sia che si tratti di una sfera piena). Se ora applichiamo il teorema di Gauss considerando una superficie sferica di raggio $r > R$ avremo che: $E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon}$



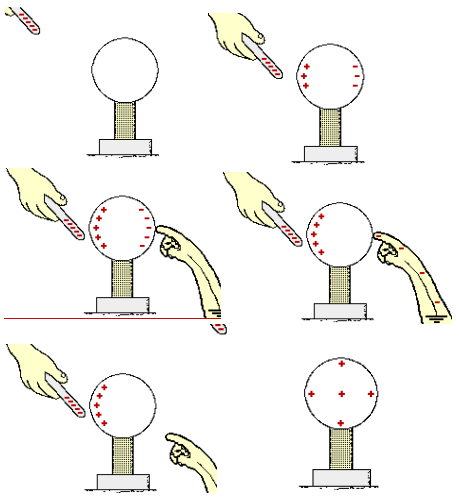
Da qui si ottiene $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$

Dunque il campo della sfera è identico a quello della carica puntiforme.

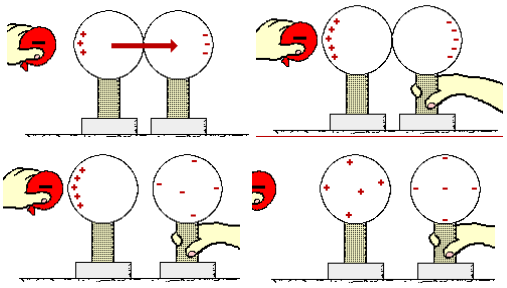
Lo stesso accade per il potenziale e si ha pertanto: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$

☺

2.6 Conduttori ed isolanti immersi in un campo elettrico

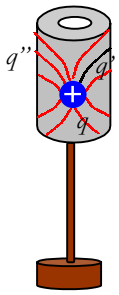


induzione elettrostatica: avvicinando un corpo carico ad un conduttore scarico si può ottenere una elettrizzazione temporanea che diventa definitiva se uno dei due lati viene posto a terra



la induzione può essere resa permanente anche separando il conduttore indotto in due pezzi

l'induzione completa: è una tecnica di trasferimento di elettricità senza contatto che consente di misurare la carica di un corpo senza doverlo scaricare. Si basa sull'utilizzo di un conduttore cavo su cui vanno a finire tutte le linee di forza generate dalla carica del corpo



2.6.1 La elettrizzazione per induzione

Quando un conduttore viene immerso in un campo elettrico le cariche mobili sempre presenti al suo interno (*elettroni*) si muovono in verso contrario al campo determinando una situazione di dislocazione asimmetrica e temporanea della carica detta *elettrizzazione per induzione*.

La stessa cosa avviene avvicinando ad un conduttore scarico un corpo carico, perché ciò equivale alla applicazione di un campo elettrico.

La elettrizzazione per induzione cessa al cessare del campo, a meno che, durante la fase di elettrizzazione il conduttore non venga separato in due metà. In quel caso le cariche risultano dislocate permanentemente e si crea così una coppia di corpi carichi di segno contrario a partire da un unico corpo. Ciò consente di produrre indefinitamente carica elettrica e su questo principio (associato allo strofinio) si sono basate le diverse macchine generatrici elettrostatiche.

Un metodo equivalente consiste, invece di separare il corpo, nel toccarne una estremità. In questo modo l'estremo che viene toccato si scarica e l'altro estremo rimane carico permanentemente (si veda nel prossimo paragrafo il funzionamento dell'elettroforo di Volta).

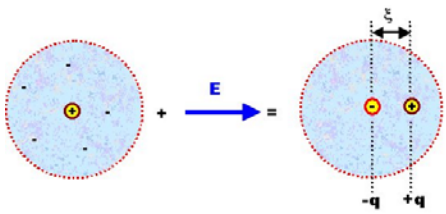
Un caso particolare di induzione è la cosiddetta *induzione completa*. Se si colloca una carica q all'interno della cavità di un conduttore, sulla superficie interna si induce una carica q' uguale ed opposta e all'esterno una carica q'' uguale.

Se il conduttore cavo è collegato ad un elettroscopio ciò consente di misurare la carica del primo corpo senza metterlo a contatto con l'elettroscopio.

Se invece si vuole trasferire completamente la carica si procede così: la carica q viene portata a contatto con la superficie interna; q e q' si neutralizzano e sul conduttore rimane la carica q''. Questo metodo è usato, in molte macchine elettrostatiche per trasferire cariche elettriche da un corpo ad un altro.

Si osservi, per finire questo breve elenco di proprietà dei conduttori che, per effetto del fenomeno della induzione, la presenza nelle vicinanze di un conduttore carico di uno o più conduttori scarichi modifica il campo circostante e pertanto modifica anche il potenziale del conduttore carico. Questa proprietà verrà ripresa in occasione della definizione del concetto di capacità.

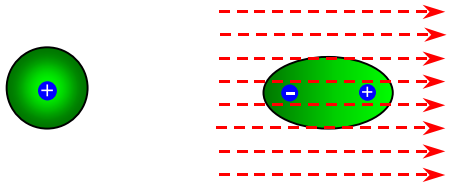
2.6.2 La polarizzazione degli isolanti e la rigidità dielettrica



I campi elettrici influenzano anche lo stato interno degli isolanti. Un campo macroscopico applicato ad un isolante determina a livello microscopico una deformazione delle nubi elettroniche con la creazione di un dipolo a livello atomico o molecolare (si polarizzano anche gli atomi dei conduttori, ma in essi è molto più rilevante il fenomeno della conduzione).

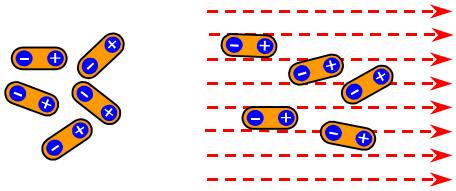
Si presentano due fenomeni diversi a seconda che le molecole del dielettrico possiedano o meno un proprio momento di dipolo.

Se la simmetria della molecola è di tipo centrale la molecola non presenta un proprio momento di dipolo ma il campo elettrico applicato deforma le nubi elettroniche determinando la comparsa di un momento di dipolo come si vede in figura. Si parla in questo caso di *polarizzazione per deformazione*.



polarizzazione per deformazione: la molecola, sottoposta all'azione di un campo elettrico si deforma ed acquista una struttura dipolare

Se la molecola presenta già un proprio momento di dipolo allora i diversi dipoli (disposti secondo simmetrie tipiche del reticolo cristallino in un solido, ed orientati a caso in un liquido e in un gas) tenderanno ad orientarsi nel verso del campo avendo come antagonista tipico la temperatura. Si parla in questo caso di *polarizzazione per orientamento*.



polarizzazione per orientamento: molecole polari, sotto l'azione di un campo elettrico, orientano i loro assi lungo le linee di forza

In entrambi i casi il campo elettrico microscopico che si crea determina un indebolimento del campo esterno perché ha un andamento antiparallelo.

Quando il campo elettrico applicato risulta prevalente rispetto ai campi di legame interni ad atomi e/o molecole, può avvenire la rottura di tali legami (*scarica disruptiva*) con danneggiamento del materiale che *brucia* trasformandosi temporaneamente in un conduttore.

La capacità di un isolante nel resistere a campi elettrici esterni viene descritta attraverso un valore limite di campo elettrico E_{max} denominato *rigidità dielettrica* dell'isolante.

rigidità dielettrica: il valore massimo di campo microscopico cui può resistere un isolante

Valori tipici di rigidità dielettriche sono riportati nella tabella qui a lato. I valori indicati vanno assunti come valori di larga massima perché la distribuzione del campo elettrico nella materia non è mai uniforme e la rigidità dielettrica viene a dipendere dalla forma degli elettrodi, dallo spessore (diminuisce al crescere dello spessore di dielettrico), dal tempo di applicazione del campo, dalla temperatura (diminuisce al suo crescere), dalla frequenza di variazione del campo (diminuisce al suo crescere).

Tabella V.2.1 Materiale	rigidità dielettrica kV/mm	costante dielettrica relativa
aria secca	2.4	1.00058
acqua distillata	5 ÷ 10	81
carta secca	10 ÷ 16	1.6 ÷ 5
olio minerale	10 ÷ 16	2 ÷ 2.5
olio clorurato	30 ÷ 35	5
Mica	40 ÷ 120	5
Paraffina	15 ÷ 30	2.5
Porcellana	15 ÷ 20	4.5 ÷ 6
vetro pirex	15 ÷ 100	5
vetro verde	15 ÷ 100	3 ÷ 4

Come si è detto il fenomeno della polarizzazione degli isolanti determina una diminuzione del campo e quindi una diminuzione delle forze di interazione elettrostatica misurabili a livello macroscopico.

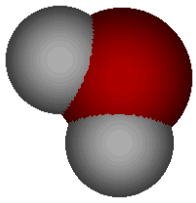
La polarizzazione del dielettrico equivale alla creazione di un numero molto elevato di dipoli i quali a loro volta producono un campo microscopico che scherma quello originario. La trattazione quantitativa di questo fenomeno, che non sarà svolta qui, ma che consente di ottenere previsioni dei valori della costante dielettrica, descrive la attenuazione del campo come incremento della costante dielettrica.

Solitamente si indica con ε la costante dielettrica del materiale e con ε_r il suo valore relativo al vuoto, precisamente si pone:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \qquad \text{(V.2.20)}$$

dove ε_r è un numero puro.

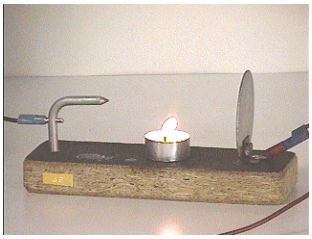
Dalla tabella (V.2.1) si può osservare che l'acqua presenta una valore di ε_r molto elevato. La ragione di ciò è da ricercare nel fatto che l'acqua presenta una molecola fortemente polare e risente dunque in maniera molto accentuata della polarizzazione per orientamento.



la molecola d'acqua con i due atomi di idrogeno spazialmente dislocati rispetto a quello di ossigeno

È proprio il carattere polare dell'acqua a consentire la dissociazione elettrolitica: le sue molecole dipolari circondano le molecole di altre sostanze e ne rompono i legami.

2.6.3 IL POTERE DISPERDENTE DELLE PUNTE



nei laboratori di fisica di tutto il mondo si trovano semplici esperienze come questa in grado di visualizzare il potere disperdente delle punte; in questo caso si osserva la formazione di un vento di origine elettrica

Un particolare fenomeno in cui si associano le proprietà dei conduttori e degli isolanti è dato dal potere disperdente delle punte. Un conduttore immerso in un dielettrico non può essere mai caricato con qualsiasi valore di carica perché al crescere di q aumenta σ e al crescere di σ aumenta E che assume valori particolarmente elevati in corrispondenza delle superfici spigolose.

Quando E supera la rigidità dielettrica il conduttore inizia a scaricarsi attraverso fenomeni di ionizzazione del dielettrico.

Si potrebbe pensare che il limite citato possa essere superato solo in presenza della materia, ma non è così. Il conduttore scarica anche nel vuoto verso i corpi circostanti o gli isolanti che lo sorreggono e, se è carico negativamente, inizia ad emettere elettroni che vengono strappati dalla sua superficie dal campo creato dalla carica deposta su di esso.

Per questa ragione non è possibile costruire acceleratori di particelle attraverso la creazione di campi elettrici intensi a piacere.

2.6.4 APPLICAZIONI DI FINE PARAGRAFO

La rigidità dielettrica

Su una sferetta di rame di raggio incognito r viene deposta la carica $q = 10^{-7}$ C e il tutto viene immerso in bagno d'olio (rigidità dielettrica E_{max} = 15 kV/mm, costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 2$). Determinare il valore di r in corrispondenza del quale si ha la scarica.

☹

Il campo elettrico massimo si ha in vicinanza della superficie e vale

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon} = \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon_r \varepsilon_0}$$

D'altra parte si ha la perforazione del dielettrico quando $E = E_{max}$ e pertanto:

$$r = \sqrt{\frac{q}{4\pi\, E_{max}\, \varepsilon_r \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{10^{-7}}{4\pi \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}} = 5.5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

☺

Polarizzazione dei dielettrici e forza di Archimede

Due sferette uguali di raggio R e densità δ sono cariche con cariche uguali appese a dei fili di massa trascurabile; quando vengono immerse in un liquido isolante di costante dielettrica relativa $\varepsilon' = \varepsilon_r\, \varepsilon_0$ e densità δ' cambiano sia la forza elettrica sia la forza peso (per effetto della spinta di Archimede).

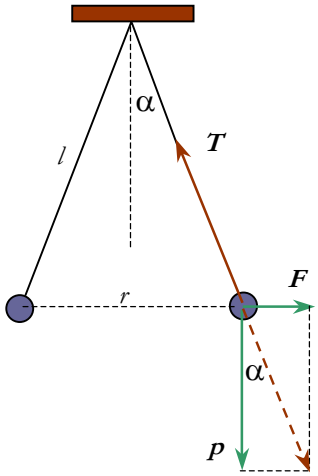
Discutere in quali condizioni i due effetti si bilanciano e cioè non cambia l'angolo sotto cui si realizza l'equilibrio tra forze di origine elettrica e forze di origine gravitazionale.

Dopo aver determinato la condizione richiesta si supponga di voler realizzare quanto detto con delle sfere di rame di raggio R = 1.5 cm opportunamente scavate all'interno per raggiungere la densità voluta. Determinare il raggio interno R' della sfera e

la carica da collocare sulle sfere in modo che si determini un angolo α = 30° quando la distanza tra le sfere è pari a r = 25 cm.

In questo caso quanto deve essere lunga la fune di sospensione?

☹



La situazione in aria è caratterizzata da una forza elettrica con modulo

$$F = k\frac{q^2}{r^2}$$

Questa forza si compone con la forza peso

$$p = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \delta g$$

e con la tensione della fune in modo di dare risultante nulla:

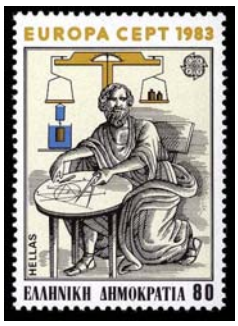
$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{p} + \boldsymbol{T} = 0$$

e pertanto l'angolo formato dal filo è tale che

$$\sin\alpha = \frac{r}{2l} \text{ e } \tan\alpha = \frac{F}{p}$$

Quando si immerge il sistema nel liquido la forza elettrica cambia per effetto sia del cambio di distanza tra le cariche sia per effetto del cambiamento di costante dielettrica.

Se si ipotizza che non debba cambiare la configurazione non cambierà r e la forza elettrica (inversamente proporzionale alla costante dielettrica) assumerà il valore $F' = F\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{F}{\varepsilon_r}$



La forza di Archimede determina una variazione apparente del peso assimilabile ad una variazione di densità, infatti:

$$p' = p - F_A = \frac{4}{3}\pi R^3 \delta g - \frac{4}{3}\pi R^3 \delta' g = \frac{4}{3}\pi R^3 g\,(\delta - \delta')$$

e pertanto:

$$\frac{p'}{p} = \frac{\delta - \delta'}{\delta}$$

In conclusione deve essere:

$$\frac{F}{p} = \tan\alpha = \frac{F'}{p'} = \frac{\frac{F}{\varepsilon_r}}{p\frac{\delta - \delta'}{\delta}} = \frac{F}{p}\cdot\frac{\delta}{\varepsilon_r(\delta - \delta')}$$

Ciò si verifica quando $\frac{\varepsilon_r(\delta - \delta')}{\delta} = 1$

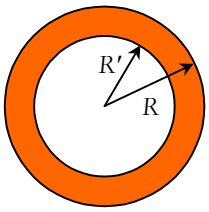
Dunque il problema ammette una soluzione del tutto indipendente dalle caratteristiche geometriche dell'apparato e dal valore delle cariche.

Scelto un determinato liquido (e cioè fissati i valori di δ' e di ε_r) esiste una sola densità delle sferette compatibile con la indifferenza alla immersione nel liquido.

Per esempio se si utilizza dell'olio con densità 0.9 kg/dm^3 e costante dielettrica relativa pari a 2 si ha:

$2(\delta - 0.9) = \delta$ e dunque δ= 1.8 kg/dm^3

La densità del rame è pari a 8.93 kg/dm^3 e per ridurla a 1.8 kg/dm^3 occorre scavare all'interno.



La sfera cava di raggio R = 1.5 cm ha una massa $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \delta = \frac{4}{3}\pi\, 0.15^3 \cdot 8.93 = 0.025$ kg mentre una sfera piena con lo stesso raggio avrebbe massa $\frac{4}{3}\pi R^3 \delta_{cu} = \frac{4}{3}\pi\, 0.15^3 \cdot 8.93 = 0.126$ kg

Si deve dunque scavare una sfera di raggio pari alla massa eccedente e cioè:

$$\frac{4}{3}\pi R'^3 \delta_{cu} = 0.101 \text{ kg da cui } R' = \sqrt[3]{\frac{0.303}{4\pi 8.93}} = 0.14 \text{ dm} = 1.4 \text{ cm}$$

La nostra sfera ha un peso $p = m\,g = 0.126 \cdot 9.806 = 1.24$ N

Dalla condizione data dovrà essere

$F / p = \tan 30°$ e pertanto:

$F = 1.24 \tan 30° = 0.716$ N

Se ora teniamo conto della legge di Coulomb avremo che:

$F = k\frac{q^2}{r^2}$ e dunque:

$$q = \sqrt{\frac{F\,r^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.716 \cdot 0.25^2}{8.99 \cdot 10^9}} = 2.23 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

La lunghezza della fune di sospensione si trova per via geometrica e si ha:

$\sin\alpha = \frac{r}{2\,l}$ e dunque $l = \frac{r}{2 \sin\alpha} = 25$ cm e lo si poteva anche capire dal fatto che deve venire un triangolo equilatero.

☺

2.7 La Terra è un conduttore carico

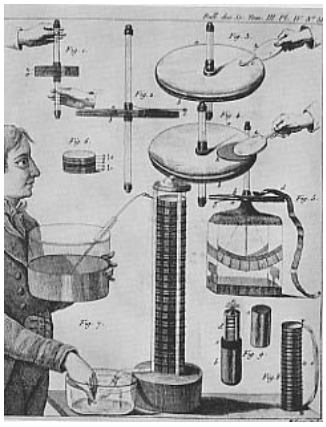
2.7.1 LA TERRA, UN POZZO SENZA FONDO

Nelle esperienze di elettricità si è abituati a considerare la Terra come una specie di pozzo senza fondo in grado di scaricare altrettanto bene sia corpi carichi positivamente, sia corpi carichi negativamente.

In effetti dopo aver caricato un conduttore, sia positivamente, sia negativamente basta collegarlo a terra con un conduttore, o semplicemente toccarlo con le mani per scaricarlo. [4]

Questo comportamento ci dice che la terra si comporta come un grande conduttore il cui potenziale non cambia apprezzabilmente aggiungendo o togliendo quantità definite di cariche (come non cambia il livello degli oceani se gli buttiamo dentro un po' di acqua).

Per questa ragione nelle esperienze di elettrostatica, molto spesso si assume come potenziale di riferimento (zero del potenziale) il potenziale della terra.



Alessandro Volta a Parigi all'inizio dell'800 con un repertorio degli strumenti di sua produzione: condensatore, elettroforo, elettrometro, pila

2.7.2 L'ELETTROFORO DI VOLTA SFRUTTA LA MESSA A TERRA

La prima macchina elettrostatica storicamente importante, l'*elettroforo di Volta*, è stato costruito sfruttando la proprietà citata al punto precedente.

Un piano di resina (oggi di materiale plastico, per esempio plexiglas) viene elettrizzato per strofinio ed essendo un isolante resta carico permanentemente. Si appoggia sul piano un disco metallico dotato di un manico isolante. Il disco si carica per induzione.

A questo punto si tocca con un dito la parte superiore del disco e le cariche negative corrispondenti vanno a terra. Si stacca il dito e si afferra il supporto isolante ottenendo un disco carico positivamente che può essere usato per caricare altri corpi. Il processo può continuare all'infinito senza bisogno di ricaricare la base di plexiglas.

A prima vista si ha l'impressione di avere costruito un generatore di energia elettrica in grado di creare energia dal nulla, ma non è così.

Basta pensare a cosa succede quando il disco metallico viene distaccato da quello di plexiglas per capire perché questa macchina non violi la legge di conservazione dell'energia, non produca cioè energia dal nulla.

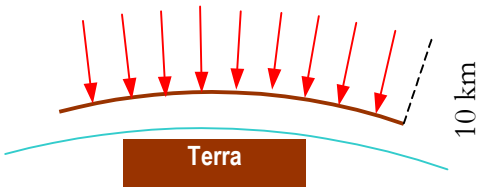
Elettroforo di Volta da laboratorio

Per staccare il piatto dalla base bisogna compiere un lavoro contro le forze attrattive di origine elettrica mentre, dopo che il piatto è stato scaricato e la carica trasferita altrove, non si recupera nessuna energia quando lo si appoggia di nuovo.

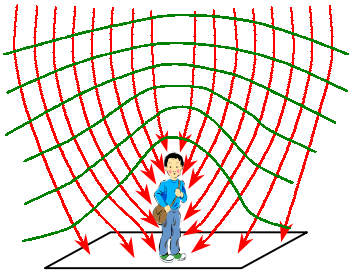
Si tratta della stessa energia che si spende quando si scende dall'automobile in una giornata secca dopo essersi elettrizzati per strofinio contro i sedili dell'auto. Nello staccare i due strati di cariche di segno opposto si compie un lavoro che si presenta poi come elevata d.d.p. tra la persona e l'automobile. Di qui la scarica di una certa intensità che si verifica toccando la maniglia della portiera. Per evitare l'inconveniente, basta scendere dall'auto tenendo una mano sulla carrozzeria.

2.7.3 IL CAMPO ELETTRICO TERRESTRE

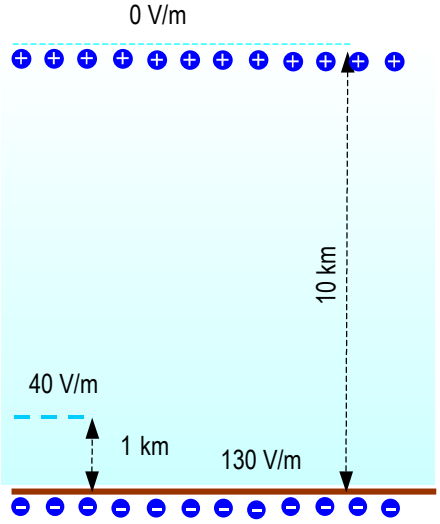
[4] Noi siamo fatti di acqua salata e l'acqua salata è un buon conduttore.



in vicinanza della Terra si riscontra la presenza di un campo elettrico intenso orientato verso la terra stessa



non abbiamo la percezione di questo campo perché siamo dei conduttori deformiamo il campo locale e diventiamo una superficie equipotenziale



non abbiamo la percezione di questo campo perché siamo dei conduttori deformiamo il campo locale e diventiamo una superficie equipotenziale

Attraverso elettrometri di precisione si è potuta osservare la presenza intorno alla terra di un campo elettrico orientato verso la terra (presenza di cariche negative sulla superficie) con una intensità, a livello del terreno di circa 130 V/m.

Come mai, se tra il livello della testa ed i piedi c'è una d.d.p. di oltre 200 V non si prende la scossa? Poiché il corpo umano è un conduttore, la sua presenza modifica le linee del campo in maniera da trasformarlo in una superficie equipotenziale e pertanto non si ha mai la percezione delle d.d.p. tra testa e piedi.

Il campo elettrico che circonda la terra non è uniforme ma decresce con la quota riducendosi a 40 V/m a 1 km di altezza e diventando praticamente trascurabile a 10 km.

Il valore a livello del suolo ci consente di stimare la carica elettrica negativa della Terra. Infatti, se applichiamo il teorema di Coulomb avremo che:

$$\sigma = E\,\varepsilon = 1.30\times10^{2}\times8.85\times10^{-12} = 11.5\times10^{-10}\ \mathrm{C/m^2}$$

Ma la terra è una sfera di superficie $S = 4\pi\,R^2 = 4\pi \times (6.37\times10^{6})^2 \approx 5.1\times10^{14}\ \mathrm{m^2}$

Pertanto, nella ipotesi realistica di una distribuzione uniforme avremo che:

$$Q = \sigma\,S = 11.5\times10^{-10}\times5.1\times10^{14} \approx 5.9\times10^{5}\ \mathrm{C}$$

La rapida diminuzione del campo con la quota ci dice che le linee di forza non provengono dall'infinito o da qualche pianeta ma che deve esistere una distribuzione di cariche positive ad una altezza di una decina di chilometri in grado di equilibrare la carica negativa.

Queste due distribuzioni di carica si mantengono pressoché costanti nel tempo nonostante fenomeni transitori di interazione nella atmosfera e al di fuori di essa e corrispondono ad una d.d.p. di circa 400'000 V.

In condizioni ordinarie si ha una piccola corrente atmosferica che tende ad annullare tale d.d.p. ma lo squilibrio è continuamente mantenuto in condizioni di stazionarietà dai diversi fenomeni di turbolenza atmosferica (temporali e fulmini conseguenti).

Si è detto che la corrente di cariche positive che si dirige continuamente verso la terra (carica negativamente) è piccola. Si tratta di una corrente piccola su *piccola scala*, cioè al livello delle nostre dimensioni. In effetti tale corrente, esaminata sull'intera superficie terrestre corrisponde ad una potenza di circa 700 MW che è la potenza di un impianto nucleare di media grandezza.

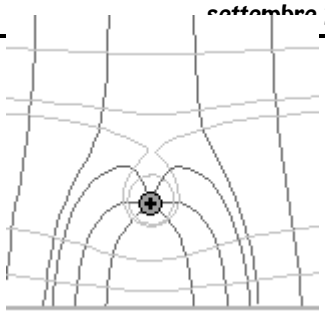
2.7.4 Campi elettrici in prossimità della Terra

Linee di forza di una carica puntiforme presso la superficie terrestre

Come si modifica il campo elettrico in prossimità della Terra per la presenza di una carica puntiforme positiva?

☹

La Terra può essere assimilata ad una piastra piana uniformemente carica con carica negativa. La presenza della carica positiva modifica il campo uniforme entrante verso la Terra perché in prossimità della carica si devono avere linee di forza uscenti con andamento radiale.



L'immagine qui a lato evidenzia le linee di forza in grigio e le superfici equipotenziali in grigio chiaro.

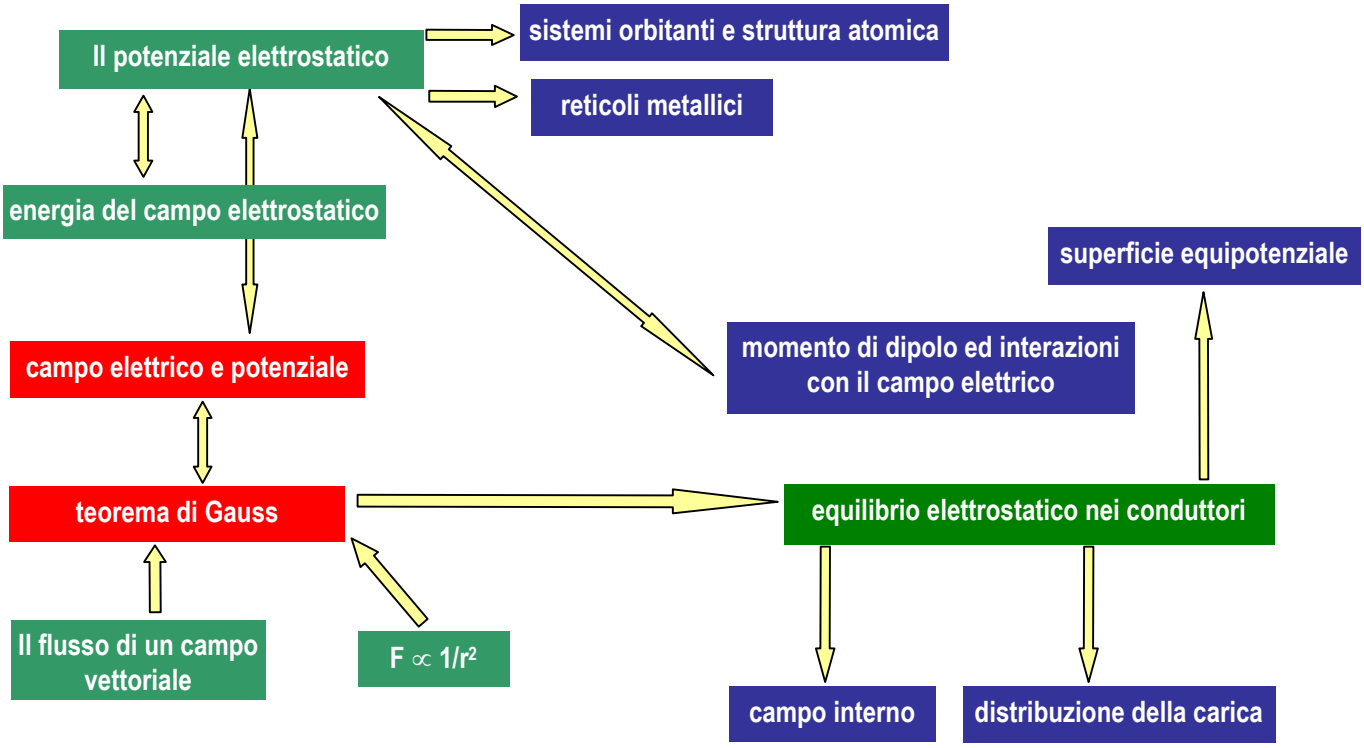
☺

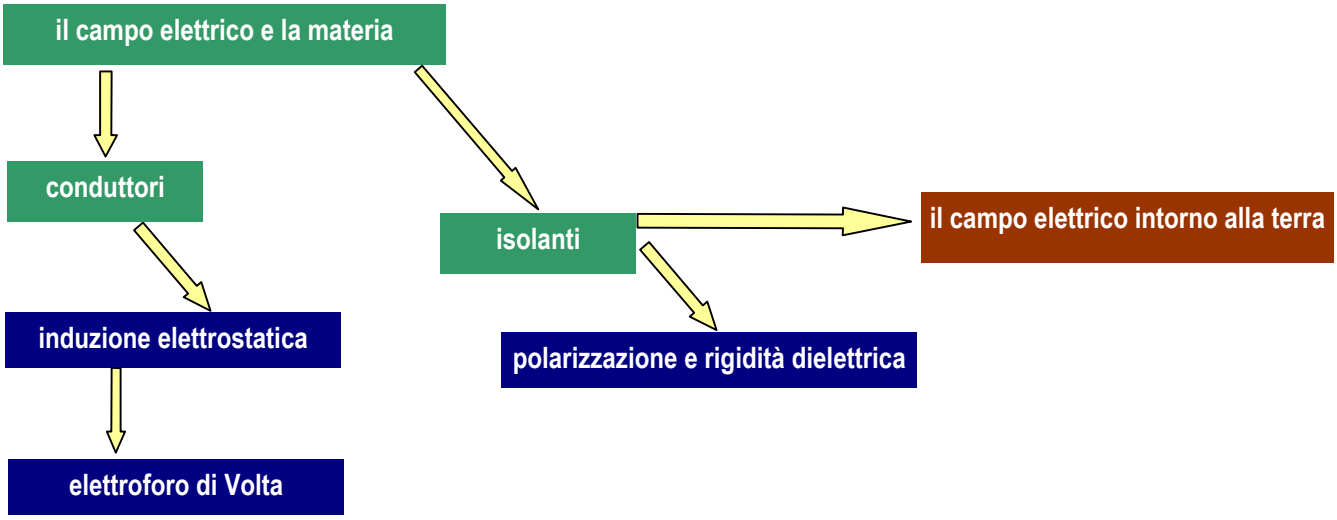
Scaricare un elettroscopio

Come è noto solitamente basta toccare un elettroscopio carico per scaricarlo per effetto della Terra. Accade la stessa cosa se nelle vicinanze si trova un corpo carico?

☹

No; l'elettroscopio si carica per induzione di segno opposto al corpo carico presente.


Il potenziale elettrostatico
sistemi orbitanti e struttura atomica
reticoli metallici
energia del campo elettrostatico
superficie equipotenziale
momento di dipolo ed interazioni con il campo elettrico
campo elettrico e potenziale
teorema di Gauss
equilibrio elettrostatico nei conduttori
Il flusso di un campo vettoriale
F ∝ 1/r²
campo interno
distribuzione della carica


il campo elettrico e la materia
conduttori
isolanti
il campo elettrico intorno alla terra
induzione elettrostatica
polarizzazione e rigidità dielettrica
elettroforo di Volta