

## V.10. Le correnti alternate

- ⌘ Le correnti alternate: perché?
- ⌘ I circuiti elementari in corrente alternata
- ⌘ Lo sfasamento tra f.e.m. ed intensità di corrente
- ⌘ Il valore efficace delle grandezze alternate
- ⌘ Il trasformatore
- ⌘ Il campo magnetico rotante: motori sincroni e asincroni
- ⌘ Il sistema trifase



La centrale termoelettrica ENEL di Turbigo



Linea di trasporto a 380 kV



Motore asincrono trifase

### 10.1 Le correnti alternate: perché?

#### 10.1.1 QUALCHE BUONA RAGIONE CHE NE SPIEGA L'UTILIZZO

Le correnti alternate sono correnti elettriche che variano nel tempo con legge sinusoidale; ciò significa che per esse si ha:

$$i = I \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{V.10.1})$$

dove  $i$  rappresenta il valore istantaneo della intensità di corrente,  $I$  rappresenta il suo valore massimo, o ampiezza,  $\omega$  detta *frequenza angolare* è una quantità che moltiplicata per il tempo ci fornisce un angolo e si lega

al periodo e alla frequenza mediante le relazioni  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$ ,  $\varphi$  rappresenta il valore angolare iniziale detto anche *fase iniziale*

Analogamente si definiscono le altre grandezze elettriche alternate: cariche, forze elettromotrici, voltaggi, flussi di campo magnetico ...

Le correnti alternate hanno una loro frequenza tipica che, per esigenze di interconnessione tra le reti di distribuzione della energia, è ormai unificata al valore di 50 Hz (con l'eccezione degli Usa che utilizzano la frequenza di 42 Hz).

Le ragioni per cui si utilizzano grandezze elettriche alternate nella produzione, nel trasporto e nel consumo della energia elettrica sono le seguenti:

- ◆ *produzione*: la generazione di energia elettrica attraverso macchine rotanti in grado di convertire energia cinetica di tipo meccanico è naturale. Il generatore elettrico più semplice (quello rotante) produce, come si è già accennato nel capitolo dedicato alla induzione elettromagnetica, una f.e.m. alternata. La energia viene prodotta attraverso forze elettromotrici di qualche decina di migliaia di volt.
- ◆ *trasporto*: il trasporto di energia elettrica, a parità di condizioni, è molto più conveniente se effettuato a valori di d.d.p. elevata. Esiste una macchina statica, ad alto rendimento, detta trasformatore, in grado di effettuare sia l'innalzamento, sia l'abbassamento della d.d.p. a condizione di operare con segnali variabili nel tempo. Il trasporto viene effettuato a d.d.p. dell'ordine di 380 kV. La distribuzione dell'energia viene effettuata a media tensione (10 kV) e quindi si ha l'abbassamento finale a 220 V (usi domestici) e 380 V (usi industriali).
- ◆ *consumo*: la conversione di energia elettrica in energia meccanica si effettua altrettanto bene sia con segnali costanti, sia con segnali variabili. Esiste però un particolare tipo di motore elettrico (motore asincrono trifase) flessibile, robusto e di basso costo che funziona solo in corrente alternata trifase (si veda più avanti il significato del termine trifase).

#### 10.1.2 UN PO' DI STORIA DELLE CORRENTI ALTERNATE

La prima fase di diffusione della energia elettrica (anni 70 dell'800) fu caratterizzata dall'utilizzo della cosiddetta corrente continua prodotta da

centrali termiche (a carbone) collocate all'interno delle città. La energia elettrica veniva utilizzata per la illuminazione pubblica (arco voltaico) e per il funzionamento delle prime tramvie.

Con il crescere dei consumi fu però necessario ricercare fonti esterne alle città e dunque si pose immediatamente il problema del trasporto della energia elettrica da cui si generò la necessità di operare in corrente alternata invece che in corrente continua.

Le prime centrali italiane (tra le prime al mondo), in corrente alternata con contestuale realizzazione della linea di trasporto verso Milano, sono quelle realizzate lungo l'asse Brivio Trezzo d'Adda a fine 800. Queste centrali sfruttavano il salto di qualche decina di metri che l'Adda compie nella zona di Paderno e sono ancora in esercizio, pur essendo oggi dei monumenti di archeologia industriale. La prima di queste centrali è la *Bertini* di Porto d'Adda. La sua realizzazione è del 1898 con una potenza elettrica di circa 10 MW.

### 10.1.3 LE LEGGI QUANTITATIVE DI FUNZIONAMENTO DELL'ALTERNATORE

Nell'alternatore viene fatto ruotare un campo magnetico in modo di generare un flusso magnetico variabile con legge armonica:

$$\phi = \phi_M \cos \omega t \quad (\text{V.10.2})$$

In base alla legge di Lenz, su ogni spira, del circuito tagliato dal flusso variabile, si induce una f.e.m. variabile:

$$\mathcal{F} = - \frac{\delta \phi}{\delta t}$$

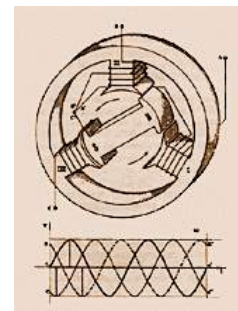
e di qui, derivando, si ha:

$$\mathcal{F} = \omega \phi_M \sin \omega t = \mathcal{F}_M \sin \omega t \quad (\text{V.10.3})$$

Dunque il valore massimo della f.e.m. è proporzionale al valore massimo del flusso e alla frequenza angolare.

Il valore massimo del flusso dipende esclusivamente da 3 fattori: il valore di  $B$  a cui si opera (solitamente dell'ordine del Tesla, ottenuto operando con circuiti immersi nel ferro), il numero  $N$  di spire di cui è costituito l'avvolgimento, la sezione delle spire.

La frequenza angolare, dipende dal numero di giri al secondo compiuti dal rotore, oltre che dal numero di poli della macchina: infatti se la macchina, invece che utilizzare un campo bipolare, utilizza per esempio un campo quadripolare, a parità di giri meccanici, presenterà una frequenza angolare doppia.

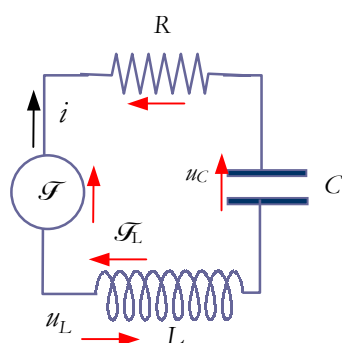


schema strutturale di un alternatore trifase

## 10.2 I circuiti elementari in corrente alternata.

### 10.2.1 IL CIRCUITO $RLC$ : APPLICHIAMO LA LEGGE DI OHM

Supponiamo di aver un circuito alimentato da un generatore in corrente alternata e composto da una resistenza, una induttanza e un condensatore connessi in serie come in figura.



Il circuito  $RLC$  in c.a.: la f.e.m. del generatore è pari alla somma delle cadute di tensione; si osservino i versi convenzionali indicati

Nel circuito risultano attivi contemporaneamente tre campi:

- il campo prodotto dal generatore, che si esplica attraverso la sua f.e.m.  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_M \sin \omega t$
- il campo prodotto dalla induzione elettromagnetica che si esplica attraverso la f.e.m. indotta  $\mathcal{G}_L = -L \frac{\delta i}{\delta t}$
- il campo elettrostatico presente tra le armature del condensatore evidenziabile attraverso la corrispondente d.d.p.

Se applichiamo alla maglia la legge di Kirchhoff avremo che la somma delle f.e.m. uguaglia la somma delle cadute di tensione:

$$\mathcal{G} + \mathcal{G}_L = u_R + u_C$$

o anche, equivalentemente,

$$\mathcal{G} = u_R + u_C - \mathcal{G}_L = u_R + u_C + u_L \tag{V.10.4}$$

dove:

$$u_R = R i$$

rappresenta la caduta di tensione ai capi della resistenza

$$u_L = -\mathcal{G}_L = L \frac{\delta i}{\delta t}$$

rappresenta la caduta di tensione ai capi della induttanza

$$u_C = \frac{q}{C}$$

rappresenta la caduta di tensione attraverso la capacità.

I tre voltaggi  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$  sono tutti legati alla corrente e hanno tutti un andamento sinusoidale, ma le tre sinusoidi non hanno né la stessa intensità, né tanto meno la stessa fase perché si ottengono l'una dall'altra attraverso operazioni matematiche di derivazione e derivando le funzioni sinusoidali si ottengono sempre sinusoidi sfasate. <sup>1</sup>

Se si tiene presente quanto visto nel capitolo dedicato alle armoniche le tre grandezze variabili con legge sinusoidale potranno essere rappresentate da vettori di intensità e sfasamento opportuni. I moduli e gli sfasamenti saranno determinati tra breve, inoltre la loro somma vettoriale dovrà dare un nuovo vettore che risulterà sfasato (rispetto alla corrente) di un angolo  $\varphi$  che impareremo a determinare e che dovrà corrispondere alla f.e.m. del generatore.

<sup>1</sup> Si ricordi che  $(\sin x)' = \cos x$  e  $(\cos x)' = -\sin x$

10.2.2 CASO PARTICOLARE: IL CIRCUITO PURAMENTE RESISTIVO

Il caso più semplice da esaminare è quello del circuito puramente resistivo nel quale  $u_C = u_L = 0$ .

Dalla (V.10.4) si ha:

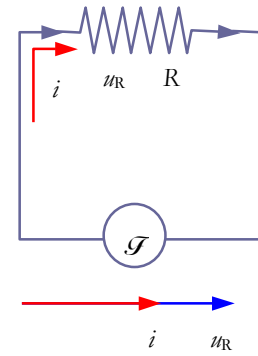
$$\mathcal{F} = R i \tag{V.10.5}$$

Dunque  $i$  e  $\mathcal{F}$  sono direttamente proporzionali e variano con la stessa legge formando due armoniche in fase tra loro e di ampiezza diversa:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_M \sin \omega t \quad i = i_M \sin \omega t \tag{V.10.6}$$

$$\mathcal{F}_M = R i_M \tag{V.10.6}$$

Nella rappresentazione vettoriale la intensità di corrente ed il voltaggio resistivo saranno rappresentate da due vettori con la stessa direzione e verso ma di ampiezza diversa correlate dalla legge di Ohm. La cosa non deve stupire perché proprio trattando della legge di Ohm si era osservato che la proporzionalità tra intensità di corrente e d.d.p. valeva istante per istante.



Nel circuito puramente resistivo la d.d.p. e la corrente sono proporzionali e in fase tra loro

10.2.3 CASO PARTICOLARE: IL CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO

La situazione muta radicalmente nel caso del circuito puramente induttivo in cui si abbia una corrente sinusoidale.

In quel caso l'equazione alla maglia diventa:

$$\mathcal{F} + \mathcal{F}_L = 0 \text{ o anche } \mathcal{F} = -\mathcal{F}_L = L \frac{\delta i}{\delta t}$$

Pertanto se

$$i = i_M \sin \omega t$$

si ottiene il valore della f.e.m. derivando:

$$\mathcal{F} = L \frac{\delta i}{\delta t} = L \omega i_M \cos \omega t$$

I valori massimi sono legati dalla relazione:

$$\mathcal{F}_M = \omega L i_M \tag{V.10.7}$$

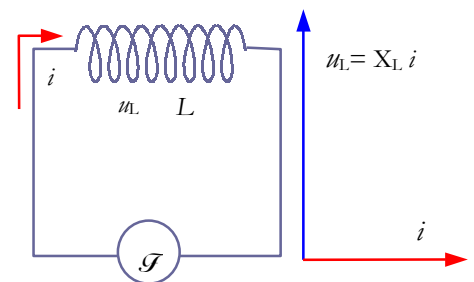
e la quantità

$$X_L = \omega L \tag{V.10.8}$$

che ha le dimensioni di una resistenza (moltiplicata per una corrente produce una f.e.m.) è detta *reattanza induttiva*.

Per quanto riguarda gli sfasamenti poiché la funzione coseno è in anticipo di un quarto di periodo sulla funzione seno si conclude che *la corrente nel circuito induttivo è in ritardo di un quarto di periodo sulla tensione e inoltre il valore massimo della tensione si ottiene moltiplicando la reattanza induttiva per la corrente*.

La corrente che circola in un circuito induttivo dipende pertanto da una nuova grandezza che prende il posto della resistenza; essa cresce al crescere della induttanza, ma anche al crescere della frequenza, perché in tal caso aumenta la f.e.m. indotta che si oppone a quella del generatore.



Nel circuito puramente induttivo la corrente è in ritardo di T/4 sulla tensione e la costante di proporzionalità detta *reattanza induttiva* vale  $X_L = \omega L$

Il termine *reattanza* richiama etimologicamente sia la resistenza, cui si richiama come grandezza che determina il valore di corrente, sia il concetto di forza elettromotrice indotta di reazione.

### 10.2.4 CASO PARTICOLARE: IL CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

Nel caso di circuito puramente capacitivo si ha una situazione analoga che consente di affermare che *la corrente risulta in anticipo di un quarto di periodo*.

Infatti se  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_M \sin \omega t$  poiché  $\mathcal{F} = u_C = \frac{q}{C}$  si ha che  $q = \mathcal{F} C$  e basta derivare per ottenere la corrente  $i$

$$i = C \omega \mathcal{F}_M \cos \omega t$$

Dunque la corrente risulta in anticipo di un quarto di periodo sulla tensione e tra i valori massimi vale la relazione:

$$\mathcal{F}_M = \frac{1}{\omega C} i_M \tag{V.10.9}$$

La costante di proporzionalità è solitamente indicata con  $X_C$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{V.10.10}$$

essa ha le dimensioni di una resistenza (moltiplicata per una corrente produce una f.e.m.) ed è detta *reattanza capacitiva*.

La corrente che circola in un circuito capacitivo dipende pertanto da una nuova grandezza che prende il posto della resistenza; essa decresce al crescere della capacità, ma anche al crescere della frequenza, perché in tal caso aumentano i processi di carica e scarica del condensatore che consentono il passaggio della corrente.

Dunque il condensatore e la induttanza, in presenza di correnti variabili, hanno un comportamento opposto:

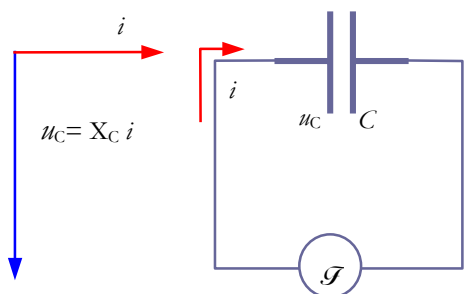
- la induttanza ostacola le variazioni di corrente mentre la capacità le agevola
- il voltaggio induttivo è in anticipo di  $\frac{1}{4}$  di periodo sulla corrente mentre il voltaggio capacitivo è in ritardo della stessa quantità e i due voltaggi, nel caso di presenza contemporanea sono in opposizione tra loro.

### 10.2.5 ANALISI DI UN CIRCUITO INDUTTIVO

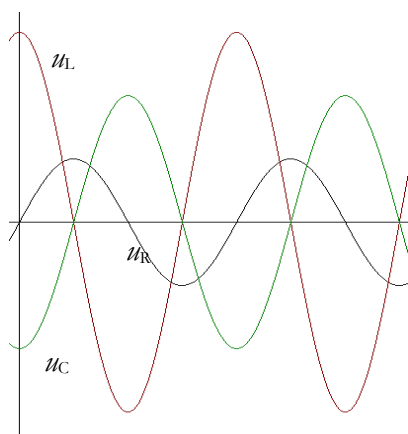
Determinare la resistenza e la reattanza induttiva di un circuito costituito da un solenoide di rame realizzato avvolgendo 1000 spire di filo del diametro di 1 mm intorno ad un cilindro del diametro di 4cm e della lunghezza di 10 cm. La frequenza di funzionamento è di 50 Hz. Senza eseguire dei calcoli ulteriori discutere cosa accade se nell'avvolgimento viene inserito un nucleo di ferro



Per determinare la resistenza ci occorrono la lunghezza e la sezione del filo. Osserviamo intanto che 1000 spire accostate occupano una lunghezza di 1m e pertanto, se il solenoide è lungo 10 cm, esso sarà composto da 10 strati di filo.



Nel circuito puramente capacitivo la corrente è in anticipo di  $T/4$  sulla tensione e la costante di proporzionalità, detta **reattanza capacitiva**, vale  $X_C = \frac{1}{\omega C}$



L'andamento nel tempo e lo sfasamento delle tre cadute di tensione  $u_R$ ,  $u_L$  e  $u_C$



Per determinare la lunghezza del filo utilizzato per realizzare il primo strato dobbiamo comporre due spostamenti., uno spostamento longitudinale di 10 cm ed uno spostamento ad esso ortogonale (quello dell'avvolgimento) di 100 spire per la lunghezza di una spira. Così facendo si ottiene, se indichiamo con  $l_1$  la lunghezza del primo strato:

$$l_1 = \sqrt{10^2 + (100 \times \pi \times 4)^2} \approx 100 \times \pi \times 4 \approx 1257 \text{ cm}$$

Come si osserva il contributo longitudinale è del tutto trascurabile e pertanto lo ignoreremo nei calcoli successivi.

Non può essere invece ignorato il fatto che, strato per strato, aumenta il diametro dell'avvolgimento; per esempio per  $l_{10}$  (il diametro diventa di 6 cm) e si ha:

$$l_{10} = 100 \times \pi \times 6 \approx 1885 \text{ cm}$$

Poiché abbiamo ignorato il contributo longitudinale la lunghezza di ogni strato cresce linearmente di una stessa quantità pari a  $\Delta l = 100 \times \pi \times 0.2$  cm e pertanto possiamo calcolare la lunghezza del filo dell'intero avvolgimento:

$$l = l_1 + (l_1 + \Delta l) + (l_1 + 2\Delta l) + \dots + (l_1 + 9\Delta l) = 10l_1 + 38 \times \Delta l \approx 14'960 \text{ cm} \approx 150 \text{ m.}$$

La sezione del filo  $\sigma = \pi r^2 / 4 \approx 0.785 \text{ mm}^2$  e assumendo un valore di resistività del rame a temperatura ambiente  $\rho = 0.017 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$  si ottiene una resistenza:  $R = \rho \frac{l}{\sigma} \approx 2.55 \text{ } \Omega$

Per calcolare la induttanza del solenoide ricordiamo che essa vale:

$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l'}$  dove si sono indicati con  $N$  il numero di spire, con  $S$  la sezione del solenoide e con  $l'$  la sua lunghezza. Pertanto, ipotizzando un raggio medio del solenoide di 2.5 cm (si passa da un diametro di 4 ad un diametro di 6):

$$L = \frac{12.56 \times 10^{-7} \times 10^6 \times \pi \times (0.025)^2}{0.1} \approx 0.296 \text{ H}$$

A questo valore di induttanza corrisponde una reattanza induttiva:

$$X_L = \omega L = 2 \pi \nu L = 2 \times \pi \times 50 \times 0.296 \approx 93 \text{ } \Omega$$

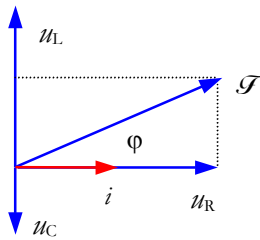
Come si vede dal confronto tra la resistenza e la reattanza il funzionamento del circuito è largamente condizionato dalla presenza della reattanza induttiva che risulta all'incirca 40 volte più grande della resistenza. Già questo fatto ci consente di affermare che in corrente alternata l'avvolgimento viene percorso da una corrente 40 volte più piccola di quanto non gli accada in corrente continua con gli stessi valori di d.d.p.

Se poi, nel circuito si inserisce un nucleo di ferro, ciò equivale a moltiplicare per  $10^3$  il valore di permeabilità e ciò, determinando un incremento di 1000 volte della reattanza, fa sì che nel circuito passi una corrente assolutamente trascurabile.



### 10.3 Lo sfasamento tra f.e.m. e intensità di corrente

#### 10.3.1 DALLA RESISTENZA ALLA IMPEDENZA



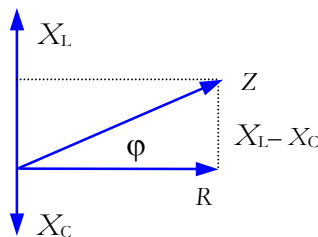
La composizione delle cadute di tensione in un circuito RLC determina la comparsa di uno sfasamento tra la f.e.m. e la corrente

Se riconsideriamo il circuito discusso all'inizio del presente paragrafo avremo dunque una situazione del tipo indicato qui a lato. Per effetto della composizione vettoriale dei voltaggi dovuti ai diversi elementi del circuito la f.e.m. del generatore e la intensità di corrente presentano un angolo di sfasamento tipico  $\varphi$  che viene a dipendere dai diversi valori di  $u_L$ ,  $u_C$  e  $u_R$ .<sup>(2)</sup>

Tale angolo è determinabile osservando che, in virtù della composizione vettoriale, i voltaggi induttivo e capacitivo presentano la stessa direzione (ortogonale alla corrente) e verso opposto (pertanto i loro effetti si sottraggono numericamente) mentre quello resistivo (in fase con la corrente) risulta in quadratura rispetto ai precedenti. Pertanto:

$$\tan \varphi = \frac{u_{LM} - u_{CM}}{u_{RM}} = \frac{X_L i_M - X_C i_M}{R i_M} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (V.10.11)$$

Si osservi che l'angolo  $\varphi$  può essere sia positivo sia negativo a seconda che predominino gli effetti induttivi o quelli capacitivi. Si osservi ancora che la presenza di eventuali effetti induttivi disturbanti può essere bilanciata aggiungendo dei condensatori che ne controbilanciano gli effetti (*rifasamento dei carichi induttivi*). Quando i carichi induttivi e capacitivi si bilanciano la corrente e la f.e.m. risultano in fase.



Impedenza e rappresentazione vettoriale con resistenza e reattanza

Il legame tra i valori massimi di f.e.m. e di corrente si può trovare sempre attraverso il diagramma e la applicazione del teorema di Pitagora. Ciò porta ad introdurre una nuova grandezza, detta *impedenza*, facendo i conti si trova che:

$$\mathcal{E}_M = \sqrt{(u_{LM} - u_{CM})^2 + u_{RM}^2} = \sqrt{((X_L - X_C)^2 + R^2) i_M^2}$$

$$\mathcal{E}_M = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2} i_M$$

Si pone pertanto:

$$\mathcal{E}_M = Z i_M \quad \text{con } Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2} \quad (V.10.12)$$

Risulta così una generalizzazione della legge di Ohm al caso dei circuiti in corrente alternata.

*La corrente massima in un circuito in corrente alternata viene determinata come rapporto tra il valore massimo della forza elettromotrice del generatore e la impedenza. A sua volta la impedenza si determina attraverso una composizione pitagorica delle reattanze e della resistenza.*



#### 10.3.2 LA NUOVA ESPRESSIONE DELLA POTENZA ELETTRICA

<sup>2</sup> In questo paragrafo, se non esplicitamente affermato diversamente, i simboli delle grandezze variabili nel tempo si intendono riferiti ai loro valori massimi.

Nel prossimo paragrafo verrà introdotto il concetto di *valore efficace di una grandezza alternata* e da quel punto in poi ci si riferirà, nelle diverse equazioni al valore efficace. Il valore efficace, come vedremo, è dato dal valore massimo diviso per  $\sqrt{2}$



L'angolo di sfasamento  $\varphi$  tra f.e.m. del generatore e intensità di corrente risulta cruciale anche nel determinare la nuova espressione dei termini energetici e di potenza.

In effetti, la potenza e la energia, che sono date dal prodotto di due grandezze variabili con legge sinusoidale, sono a loro volta variabili con legge sinusoidale, ma il loro valore medio, ciò che conta in termini di effetti e di costi, dipende direttamente dall'angolo di sfasamento  $\varphi$ .

Come è noto la potenza erogata dal generatore in ogni istante si trova moltiplicandone la f.e.m. per la intensità di corrente. Poiché entrambe le grandezze sono variabili anche la potenza elettrica sarà variabile.

$$P = \mathcal{F} i = \mathcal{F}_M \cdot i_M \cdot \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi)$$

Questa espressione può essere trasformata in una somma <sup>(3)</sup> ottenendo:

$$P = \frac{1}{2} \mathcal{F}_M \cdot i_M \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

Ma, poiché la componente contenente il tempo è a sua volta una armonica, il suo valore medio è nullo e dunque il valore medio della potenza vale:

$$\overline{P} = \frac{1}{2} \mathcal{F}_M \cdot i_M \cdot \cos \varphi \tag{V.10.13}$$

Il termine  $\cos \varphi$  che interviene in tutti i calcoli sulla potenza è detto *fattore di potenza* e la sua presenza ci dice, che quando la f.e.m. e la intensità di corrente sono in quadratura, si ha nel circuito un passaggio di corrente senza consumo di energia.

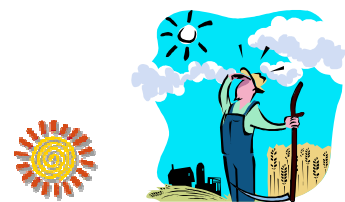
Quando si opera con carichi induttivi (ed è quello che succede con i motori elettrici che hanno sempre un coefficiente di autoinduzione significativo) si possono avere valori di  $\cos \varphi$  bassi. Ciò significa che si richiede all'impianto molta più corrente di quanta se ne consumi in termini energetici.

All'utente questo non importa, ma al fornitore di energia (ENEL) sì, perché le perdite per il trasporto della energia dipendono dal quadrato di  $I$ . L'ENEL si troverebbe a pagare il costo di trasporto per una corrente che non diventa energia e non finisce sulla bolletta del cliente.

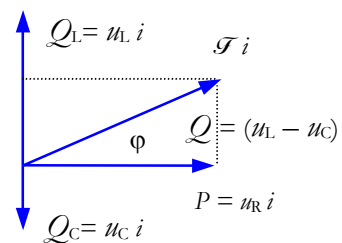
Per questa ragione tutti i possibili carichi induttivi (frigoriferi nelle abitazioni, motori nella industria) sono sempre muniti di un condensatore, imposto dal fornitore di energia, con funzioni di rifasamento. I contratti per il consumo della energia non tollerano mai valori di  $\cos \varphi < 0.8$ .

Così come i voltaggi generano un triangolo rettangolo, altrettanto fanno le potenze. Si genera una *potenza reale* dipendente da  $\cos \varphi$  e misurata in watt ed una *potenza reattiva* dipendente da  $\sin \varphi$  che, volutamente si esprime in *VAR* (volt ampere reattivi) per significare che non corrisponde ad una energia consumata.

La potenza reale e la potenza reattiva si compongono dando luogo ai *voltampere* che corrispondono alla cosiddetta *potenza apparente*.



Il coseno dell'angolo di sfasamento è detto **fattore di potenza** perché entra in modo determinante nella espressione della potenza in corrente alternata



Potenza (W), potenza reattiva (VAR) e potenza apparente (VA) si compongono con legge vettoriale

<sup>3</sup> Dalle formule di somma e sottrazione si ottiene  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$



## 10.4 Il valore efficace delle grandezze alternate

### 10.4.1 CONFRONTIAMO LA POTENZA MEDIA CON LA POTENZA IN CORRENTE CONTINUA

Riprendiamo in esame la relazione  $\overline{P} = \frac{1}{2} \mathcal{F}_M \cdot i_M \cdot \cos \varphi$  e confrontiamola con quella che si avrebbe in un equivalente circuito in corrente continua:  $\overline{P} = \mathcal{F} \cdot i$ .

A parte il ruolo di  $\cos \varphi$  già discusso e che supporremo ora uguale a 1 (assenza di fenomeni induttivi o capacitivi) rimane da interpretare il fattore  $\frac{1}{2}$ .

Cosa intendiamo quando diciamo che il voltaggio degli impianti domestici è di 220 V? Il valore dato non è il valore massimo della grandezza considerata, come ci si aspetterebbe a prima vista, e non è nemmeno il valore medio (che è zero) ma il cosiddetto *valore efficace che corrisponde al valore massimo diviso per  $\sqrt{2}$* .

Tutto si origina dal fattore  $\frac{1}{2}$  della espressione della potenza che riscriveremo così:

$$\overline{P} = \frac{\mathcal{F}_M}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_M}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi$$

Se confrontiamo la espressione così scritta con la espressione della potenza in corrente continua avremo:

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}_M}{\sqrt{2}} \quad i = \frac{i_M}{\sqrt{2}} \tag{V.10.14}$$

potremo pertanto dare la seguente definizione: *si chiama valore efficace di una grandezza alternata quel valore che, posseduto da una corrispondente grandezza costante, determinerebbe gli stessi effetti energetici tale valore si trova dividendo il valore massimo per radice di due.*

Il valore efficace sarà indicato con una lettera maiuscola, il valore massimo sarà accompagnato dal pedice M mentre i valori variabili nel tempo saranno rappresentati mediante lettere minuscole.

La distinzione tra valore massimo e valore efficace non è oziosa perché alcuni fenomeni, per esempio i rischi da fulminazione, dipendono dal valore massimo e non da quello efficace.

Dopo aver introdotto i valori efficaci la formula della potenza elettrica media si scrive:

$$\overline{P} = \mathcal{F} \cdot i \cdot \cos \varphi \tag{V.10.15}$$

Osserviamo per concludere che, per la potenza attiva e reattiva, quando sono note le resistenze e le reattanze (a meno del fattore moltiplicativo  $\frac{1}{2}$  che viene eliminato dalla introduzione del *valore efficace*) valgono le solite relazioni di proporzionalità con la tensione e la intensità di corrente.

$$\begin{aligned} P &= R I^2 = u_R I = u_R^2 / R \\ Q_L &= X_L I^2 = u_L I = u_L^2 / X_L \\ Q_C &= X_C I^2 = u_C I = u_C^2 / X_C \end{aligned}$$

Il **valore efficace** di una grandezza alternata rappresenta il valore costante che darebbe lo stesso apporto energetico e si ottiene dividendo il valore massimo per  $\sqrt{2}$



Come si è già detto nella nota del paragrafo precedente, da qui in poi le grandezze alternate saranno sempre indicate tramite il loro valore efficace che, tra l'altro, è anche quello indicato dagli strumenti di misura.

Si scriva la formula della potenza istantanea per un circuito puramente resistivo e la si esprima solo in funzione della corrente. Attraverso le formule di bisezione si abbassi di grado la espressione trovata. Quindi si calcoli il valore medio della potenza. Si arriverà nuovamente, per una via leggermente diversa, al concetto di valore efficace.

#### 10.4.2 ESEMPIO: CADUTA DI TENSIONE LUNGO UNA LINEA DI TRASPORTO

Una linea di trasporto della energia elettrica alimenta un carico con una tensione di alimentazione  $u = 220 \text{ V}$  e una potenza  $P = 20 \text{ kW}$  con fattore di potenza 0.8. La linea di trasporto è lunga 1000 metri. Stabilire il diametro dei cavi di rame affinché la caduta di tensione lungo la linea non superi il 5% del valore a monte.



Data la potenza e la tensione possiamo determinare la intensità di corrente corrispondente al carico massimo:

$$I = \frac{P}{u \cos \varphi} = \frac{10^4}{220 \times 0.800} \approx 56.8 \text{ A}$$

La linea può essere considerata come una resistenza  $R_l$  in serie al carico la quale determina una caduta di tensione pari a  $R_l I$  pari al 5% del valore a monte.

Tale valore a monte  $u'$  è pari a  $u + R_l I$ . Avremo pertanto che  $R_l I = 0.05 (u + R_l I)$ . Da ciò si ricava, risolvendo l'equazione, che:

$$0.95 R_l I = 0.05 u \text{ e infine:}$$

$$R_l I = \frac{0.05}{0.95} 220 = 11.6 \text{ V}$$

A questo valore di caduta di tensione corrisponde una resistenza  $R_l = \frac{11.6}{I} \approx 0.204 \Omega$

La lunghezza dei fili è pari al doppio della lunghezza della linea e pertanto:

$$\sigma = \frac{\rho l}{R_l} = \frac{0.017 \times 2'000}{0.204} \approx 167 \text{ mm}^2$$

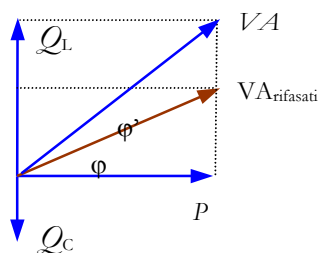
A tale valore di sezione corrisponde un raggio  $r$  pari a  $\sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \approx 7.3 \text{ mm}$



#### 10.4.3 ESEMPIO: RIFASAMENTO DI UN CARICO INDUTTIVO

Una azienda con una potenza installata  $P = 150 \text{ kW}$  presenta un fattore di potenza  $\cos \varphi' = 0.7$ . L'ENEL le impone di attuare un rifasamento sino a  $\cos \varphi = 0.9$ . Sapendo che la d.d.p. di alimentazione è di 380 V ad una frequenza di 50 Hz si chiede di determinare la capacità dei condensatori necessari ad attuare il rifasamento.





La situazione viene schematizzata qui a lato. La potenza realmente consumata si compone vettorialmente a quella di origine induttiva producendo lo sfasamento  $\varphi'$ .

Dalla conoscenza di  $\cos \varphi'$  e di  $P$  è possibile determinare  $Q_L$ , cioè la potenza reattiva dovuta alla presenza dei carichi induttivi.

Ricordiamo che questa potenza reattiva si determina nella grande industria per effetto del funzionamento dei motori elettrici i quali, per la presenza di campi magnetici, sono caratterizzati (soprattutto quando funzionano a basso regime) da considerevoli fenomeni di tipo autoinduttivo.

Per le ben note proprietà dei triangoli rettangoli si ha:

$$Q_L = P \tan \varphi' = 150 \times \tan (\arccos 0.7) \approx 153 \text{ kVAR}$$

Per ottenere la riduzione dell'angolo di sfasamento la potenza reattiva rifasata si deve pertanto ridurre a:

$$Q_L - Q_C = P \tan \varphi = 150 \times \tan (\arccos 0.9) \approx 73 \text{ kVAR}$$

pertanto i condensatori di rifasamento devono assorbire una potenza reattiva pari a:  $Q_C = 153 - 73 = 80 \text{ kVAR}$

Se, come solitamente si fa, la batteria di condensatori viene applicata in parallelo al carico essa risulta alimentata dalla tensione nominale  $u = 380 \text{ V}$  e pertanto affinché essa assorba una potenza reattiva di  $80 \text{ kVAR}$  la corrispondente reattanza capacitiva deve valere:

$$X_C = \frac{u^2}{Q_C} = \frac{380^2}{80 \times 10^3} \approx 1.8 \Omega$$

Poiché la reattanza capacitiva è legata alla capacità dalla relazione:  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  si ha che:  $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 1.8} \approx 1.8 \times 10^{-3} \text{ F}$



## 10.5 Il trasformatore

### 10.5.1 IL TRASFORMATORE: ELEMENTI COSTITUTIVI

La possibilità di disporre di una macchina statica (di rendimento piuttosto elevato) in grado di alzare od abbassare la d.d.p. a piacere è stata la ragione determinante per l'affermarsi dell'uso delle correnti alternate nell'utilizzo della energia elettrica.

Oggi qualsiasi apparecchiatura elettronica alimentata dall'esterno con un voltaggio di 220 V in c.a. viene alimentata nei suoi circuiti interni da d.d.p. in c.c. di valore diverso. Per esempio in un televisore servono d.d.p. dell'ordine di 10÷30 kV per la alimentazione del tubo a raggi catodici su cui si formano le immagini, mentre la maggioranza dei circuiti elettronici a semiconduttore funziona con d.d.p. di qualche volt.

Per questa ragione il primo dispositivo che si incontra dopo l'interruttore è il circuito di alimentazione formato da un trasformatore abbassatore e da una successiva apparecchiatura di raddrizzamento dei segnali che ci porta in c.c. <sup>(4)</sup>

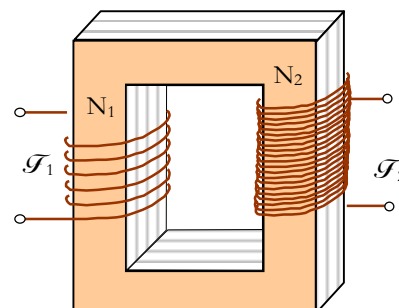
Lo schema costruttivo del trasformatore è quello indicato in figura. ed i suoi elementi principali sono:

- ◇ nucleo di materiale magnetico realizzato con materiali di bassa forza coercitiva (che non consumi cioè un eccesso di energia nel percorrere 50 volte al secondo il ciclo di isteresi). Il nucleo viene laminato ed ogni lamierino viene isolato dal precedente o con uno strato di carta o verniciandolo, perché al suo interno tendono a circolare, sempre per induzione elettromagnetica, delle correnti dovute alle variazioni di flusso nel materiale magnetico. Tali correnti circolano nello stesso piano delle spire dell'avvolgimento e determinerebbero perdite energetiche. La laminatura ostacola la circolazione di queste correnti (dette *correnti parassite* o anche *correnti di Foucault*) e aumenta pertanto il rendimento della macchina.
- ◇ due avvolgimenti avvolti intorno al nucleo in maniera che le spire dell'uno e dell'altro siano attraversate dallo stesso flusso magnetico. Il circuito di alimentazione viene detto *primario* e sarà indicato con indice 1, mentre il circuito da cui si preleva la energia trasformata sarà detto *secondario* e sarà indicato con indice 2.

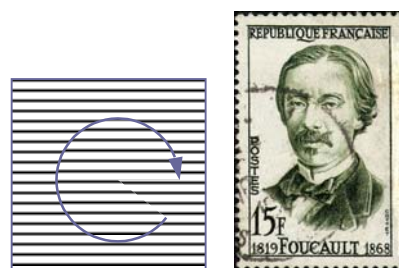
### 10.5.2 IL TRASFORMATORE: PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO A VUOTO

A circuito secondario aperto la situazione è la seguente: il circuito primario si presenta come un carico *quasi perfettamente induttivo* e assorbe una corrente  $i_0$  in ritardo quasi di un quarto di periodo sulla tensione di alimentazione (tale corrente è detta corrente a vuoto). Questa corrente serve a produrre il campo magnetico variabile che induce la f.e.m. uguale e contraria alla tensione di alimentazione. La corrente non è esattamente in quadratura con la tensione perché si ha una piccola perdita di

<sup>4</sup> Il circuito di raddrizzamento è composto di due unità: una prima unità composta da diodi a vuoto o a semiconduttore elimina o ribalta le componenti negative dei segnali; la seconda unità, composta da condensatori, attenua le oscillazioni trasformando un segnale pulsante in un segnale pressoché costante.



schema di un trasformatore



le **correnti parassite** si riducono laminando il **nucleo di materiale magnetico** di tutte le macchine elettriche; la loro eliminazione è stata essenziale per garantire macchine elettriche di rendimento elevato

energia necessaria a far eseguire al ferro i cicli di isteresi con la frequenza di alimentazione (si ha anche una piccola perdita di energia per effetto Joule dovuta alla resistenza del circuito primario).

Il voltaggio  $u_1$  è uguale ed opposto alla f.e.m. indotta sul primario. Si ha cioè:

$$u_1 = -\mathcal{F}_1 = N_1 \frac{\delta\phi}{\delta t}$$

Sul circuito secondario si presenta una f.e.m.  $\mathcal{F}_2$  dovuta alla induzione elettromagnetica e pari a:

$$\mathcal{F}_2 = -N_2 \frac{\delta\phi}{\delta t}$$

Il rapporto delle due f.e.m. è pari al rapporto nel numero di spire (su ogni spira si induce la stessa f.e.m.) ed è detto *rapporto di trasformazione*:

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{V.10.16})$$

Se  $\frac{N_1}{N_2} > 1$  il trasformatore è detto *abbassatore* e in caso contrario *elevatore*.

### 10.5.3 IL TRASFORMATORE: FUNZIONAMENTO SOTTO CARICO

Quando si attacca un carico al circuito secondario la f.e.m.  $\mathcal{F}_2$  determina un passaggio di corrente variabile. Tale passaggio di corrente che circola in una induttanza, per la legge di Lenz, tenderebbe ad opporsi alle variazioni di flusso che le generano.

Ecco allora che nel circuito primario viene richiamata una corrente  $I_1$  maggiore di  $i_0$  e distruttiva dell'effetto antivariazione di flusso della corrente  $I_2$ .

Dal punto di vista energetico la situazione, in base al teorema di conservazione dell'energia, si presenta così:

$$P_1 = P_2 + P_{\text{cu}} + P_{\text{fe}}$$

dove  $P_1$  è la potenza assorbita dal circuito primario;  $P_2$  è la potenza ceduta dal circuito secondario;  $P_{\text{cu}}$  rappresenta le perdite di potenza nel rame dovute all'effetto di riscaldamento dei circuiti primario e secondario  $R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$ ;  $P_{\text{fe}}$  rappresenta le perdite di energia nel ferro dovute al ciclo di isteresi e alle correnti indotte nel nucleo per induzione (correnti parassite).

Si osservi che poiché le perdite sono abbastanza basse rispetto alle potenze in gioco con buona approssimazione si ha:

$$P_1 \approx P_2 \quad \Leftrightarrow \quad u_1 I_1 \cos \varphi \approx u_2 I_2 \cos \varphi \quad \text{e pertanto:}$$

$$\frac{u_1}{u_2} \approx \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{I_2}{I_1}$$

Si consiglia, per esercizio, di rappresentare in forma vettoriale le diverse grandezze coinvolte disegnando nell'ordine:  $u_1$ ,  $i_0$ ,  $\mathcal{F}_1$ ,  $\mathcal{F}_2$ ,  $I_2$ , la corrente di richiamo  $I_1$

## 10.6 Campo magnetico rotante: motori sincroni e asincroni

### 10.6.1 LA PRODUZIONE DI UN CAMPO MAGNETICO ROTANTE DALLA COMPOSIZIONE DI CAMPI STATICI VARIABILI NEL TEMPO

Consideriamo due avvolgimenti (bobine) disposte spazialmente a  $90^\circ$  l'una rispetto all'altra e supponiamo che in ciascuna di esse vengano fatte circolare due correnti alternate sfasate di un quarto di periodo (l'una che vada come il seno e l'altra come il coseno).

Abbiamo già visto nel capitolo dedicato alle armoniche che le componenti di un vettore rotante con frequenza angolare  $\omega$  variano esattamente come le proiezioni del vettore cioè come il seno ed il coseno. Vale anche il viceversa e cioè: *se si sovrappongono due vettori disposti spazialmente a  $90^\circ$  e variabili nel tempo con legge sinusoidale e con fase di un quarto di periodo tra l'uno e l'altro si ottiene un vettore rotante di moto circolare uniforme.*

Dunque i campi magnetici delle due bobine, sovrapponendosi, producono un campo costante che ruota nello spazio con velocità angolare  $\omega$ . *Dalla sovrapposizione di due campi fissi nello spazio, ma variabili nel tempo, abbiamo prodotto un campo rotante nello spazio e di intensità costante.*

Su questo sconcertante risultato si basa il funzionamento di tutti i motori a corrente alternata, da quelli degli elettrodomestici presenti in ogni abitazione, a quelli della grande industria.

Per produrre le due correnti in quadratura è sufficiente collegare in serie ad una delle due bobine un condensatore ed esso determinerà lo sfasamento necessario.

### 10.6.2 IL MOTORE SINCRONO: UN ALTERNATORE ALLA ROVESCIA

Una volta che si disponga di un campo magnetico rotante basta *agganciare* meccanicamente ad esso una parte rotante e si ottiene un motore. Ma cosa significa agganciare? L'aggancio si può eseguire in due modi che corrispondono a due diverse tipologie di motore:

Si può costruire un rotore contenente un magnete o un elettromagnete e fare in modo che il campo magnetico del rotore si blocchi magneticamente a quello rotante dello statore (nord con sud e sud con nord). Su questo principio si basa il cosiddetto *motore sincrono* che si chiama così per indicare che il rotore gira con la stessa velocità angolare del campo rotante. Questo motore ha una velocità rigorosamente costante ed ha come difetto il fatto di dover essere avviato prima di poter far partire il campo rotante. Costruttivamente un alternatore e un motore sincrono sono assolutamente identici.

Quando le centrali idroelettriche vengono utilizzate di notte per ripompare l'acqua dal basso verso l'alto a spese della energia elettrica inutilizzata, ma comunque prodotta dalle centrali termiche, non si fa altro che alimentare l'alternatore, trasformato così in motore sincrono, e usarlo per far girare una pompa che rimanda l'acqua dal bacino di accumulo posto a valle della centrale, nel bacino posto a monte della condotta.

Si procede in questo modo: si fa girare la turbina finché l'alternatore gira alla velocità giusta dopo aver innestato all'albero rotore anche la pompa;

componendo due campi magnetici sfasati di  $T/4$  e disposti spazialmente a  $90^\circ$  si ottiene un **campo magnetico rotante** nello spazio con la stessa frequenza



Una raccolta di motori elettrici monofasi e trifasi in c.a. e di un motore a c.c. applicato ad un hard disk. Il funzionamento dei motori a c.a. si basa sulla possibilità di produrre **campi magnetici rotanti** sfruttando due correnti in quadratura



quando l'albero gira a 3000 giri al minuto ci si collega alla linea esterna e si chiude il flusso dell'acqua dal bacino a monte: l'alternatore diventa un motore obbligato a ruotare sincronicamente. A questo punto si fa affluire alla pompa l'acqua del bacino inferiore e la pompa comincia ad innalzarla mentre il motore sincrono assorbe energia elettrica dalla rete.

### 10.6.3 IL MOTORE ASINCRONO

Il *motore asincrono* presenta un aggancio al campo rotante di tipo dinamico. Il suo rotore è fatto di tante bobine in corto circuito (come si è già detto al termine del capitolo sulla induzione). Quando il campo rotante taglia le bobine in esse si inducono delle correnti che generano un campo magnetico. Tale campo magnetico si oppone alla causa che l'ha generato (il moto relativo tra campo rotante e bobina) e pertanto il rotore entra in rotazione per impedire la variazione di flusso.

Il motore asincrono funziona sfruttando la induzione elettromagnetica del campo rotante prodotto dallo statore sul rotore. Il rotore si mette a girare per effetto della legge di Lenz cercando di seguire la rotazione del campo dello statore

La velocità angolare del rotore è sempre un po' più bassa di quella del campo rotante perché, senza moto relativo non si avrebbero le correnti indotte. Per questa ragione tale motore è detto *asincrono*. Il suo grande vantaggio consiste nel fatto che si avvia da solo e nel non aver bisogno di contatti striscianti per alimentare il rotore.

La velocità del motore asincrono è variabile e dipende dalla coppia resistente applicata all'albero motore. A vuoto il motore ruota quasi alla velocità del campo rotante e, al crescere della coppia resistente, la sua velocità angolare decresce progressivamente perché una minore velocità di rotazione equivale ad una maggiore velocità relativa rispetto al campo rotante e dunque ad un campo magnetico indotto più elevato e tale da sopperire alla richiesta che viene dalla coppia resistente.

## 10.7 Il sistema trifase

### 10.7.1 TRE FILI INVECE DI SEI FILI

Un trattazione anche sintetica delle correnti alternate non può omettere un breve cenno alle caratteristiche dei sistemi trifasi perché tutta la energia elettrica generata nelle centrali viene prodotta secondo questa modalità.

I sistemi trifasi sono sistemi caratterizzati, a partire dall'alternatore, da tre f.e.m. indotte identiche ma sfasate di un terzo di periodo. Si ottiene questo risultato disponendo nello statore, invece di una sola bobina, tre bobine spaziate tra loro di  $120^\circ$ . Inoltre, uno degli estremi dei tre avvolgimenti viene collegato in comune e dall'alternatore escono tre cavi che trasportano tre f.e.m. sfasate di  $120^\circ$  l'una rispetto all'altra.

Il valore di tali f.e.m. viene misurato rispetto al punto comune, che viene detto *centro stella* (dalla forma a stella assunta dai 3 vettori rotanti). La ragione di questo collegamento sta nel fatto che se si sommano tre vettori uguali e sfasati di  $120^\circ$  la somma vettoriale dà zero. Ciò significa che invece di usare 6 fili ( $3 \times 2$ ) per trasportare l'energia, se ne possono usare solo 3 (i 3 fili di andata). Infatti se si uniscono tra loro i fili di ritorno si ottiene una corrente nulla e dunque il filo di ritorno non serve.

Quanto detto vale nella ipotesi che i tre fili trasportino delle correnti uguali, cioè che i carichi sulle tre linee siano bilanciati; ma anche quando ciò non accade, basta comunque un solo cavo che trasporterà una corrente piccola, pari alla somma vettoriale delle tre correnti di andata (vedi diagramma in figura).

### 10.7.2 LE UTENZE DOMESTICHE: TRE SISTEMI MONOFASI

In un sistema trifase oltre che le tre f.e.m. riferite al centro stella si possono utilizzare anche le d.d.p. tra due singoli fili: per esempio

$$V_{12} = \mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2$$

Per una proprietà ben nota dei triangoli equilateri si osserva che è sempre:

$$V = \sqrt{3} \mathcal{F} \tag{V.10.17}$$

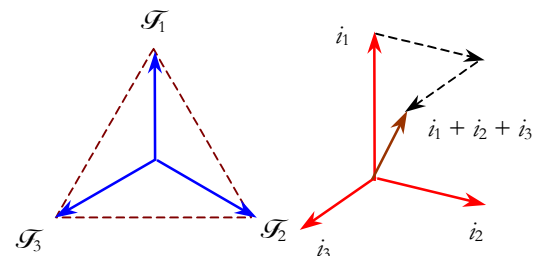
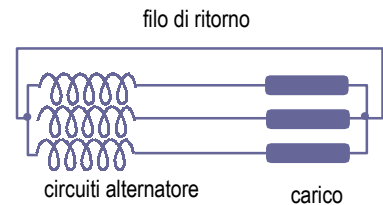
$$380 = \sqrt{3} 220$$

È questa la ragione per cui la d.d.p. utilizzata a livello industriale è di 380 V e quella per gli usi domestici è di 220 V.

L'energia viene prodotta, trasportata e distribuita con il sistema trifase; l'industria, che utilizza motori elettrici potenti, la utilizza in questa forma.

Per gli usi domestici si usa, invece, il sistema monofase; in questo caso, si fornisce al cliente (o meglio ad una porzione di via) una sola delle tre fasi e come secondo filo si utilizza un cavo che va al centro stella del sistema trifase. Quest'ultimo solitamente viene collegato a terra presso la stazione di distribuzione. A tale filo viene dato il nome di filo neutro.

Gli squilibri nei carichi derivano dal fatto di distribuire le tre fasi separatamente ai diversi clienti. Infatti se le tre correnti non risultano più identiche può accadere che la somma non faccia più zero.



**La somma delle correnti di un sistema trifase è molto bassa e ciò consente di risparmiare i fili di trasporto**

## 10.7.3 IL CAMPO ROTANTE TRIFASE

La seconda ragione di forza del sistema trifase sta nel fatto che, sommando i campi magnetici di tre bobine disposte a  $120^\circ$  ed alimentate in trifase, si genera un campo magnetico rotante senza bisogno di dover utilizzare alcun altro dispositivo.



Galileo Ferraris l'inventore del motore asincrono ad induzione nel 1885

Ciò consente la realizzazione di motori molto robusti e di basso costo. Infatti la produzione del campo magnetico rotante non necessita di alcun dispositivo speciale. Basta costruire uno statore con bobine immerse nel ferro e disposte a  $120$  gradi l'una rispetto all'altra.

Il rotore, come si è già detto nel capitolo dedicato alla induzione elettromagnetica, non ha nemmeno bisogno per la sua realizzazione di fili e tanto meno necessita di contatti striscianti (come capita invece nei piccoli motori monofase degli elettrodomestici).

Il motore asincrono trifase si avvia facilmente da fermo, è robusto, presenta un rotore pressoché indistruttibile e ciò consente di farlo operare in *ambienti sporchi*, è *poco* costoso e, infine, dispone di una coppia in grado di adattarsi ai diversi regimi di funzionamento (funziona altrettanto bene sia con carichi che con carichi intensi).

Per questa ragione il motore asincrono trifase, messo a punto alla fine dell'ottocento è ancora utilizzato in tutto il mondo a qualsiasi latitudine e non ha subito, nel corso di un secolo di applicazione su larga scala, modifiche costruttive di tipo sostanziale.

