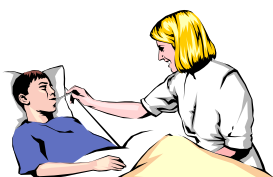


III.1. Il punto di vista termodinamico

- ⌘ Definizione di temperatura
- ⌘ La nascita della chimica e la equazione di stato dei gas perfetti
- ⌘ Le unità di misura della pressione e l'esperienza di Torricelli
- ⌘ Il gas perfetto e il termometro a gas
- ⌘ La dilatazione dei corpi omogenei
- ⌘ Quesiti di fine capitolo
- ⌘ Quesiti dalle Olimpiadi della Fisica
- ⌘ Problemi di fine capitolo



la temperatura è quella grandezza fisica che si misura con i termometri



1.1 Definizione di temperatura

1.1.1 LA TEMPERATURA: UNA GRANDEZZA FISICA PARTICOLARE

Il concetto di *temperatura* si origina dalle sensazioni di caldo e di freddo, ma si tratta di un criterio decisamente soggettivo perché tali sensazioni dipendono dallo stato del nostro corpo e da quello dei corpi circostanti.

Per esempio, se due persone entrano in una stessa stanza, la prima dopo aver fatto un bagno caldo, e la seconda proveniente da un ambiente freddo, proveranno sensazioni diverse; la prima sentirà freddo e la seconda caldo perché la sensazione di freddo o caldo è legata solo indirettamente alla temperatura e riguarda invece i processi di acquisto o perdita di energia da parte del corpo nei confronti dell'ambiente. È dunque necessario stabilire un criterio meno soggettivo per caratterizzare la temperatura e, inoltre, fissare un unico metodo di misura.

A proposito di criteri per la definizione osserviamo che la temperatura è una *grandezza fisica diversa* da molte altre grandezze finora viste. A differenza della massa, *non gode della proprietà di addittività*. Se si prendono due corpi a temperatura diversa e li si pongono a contatto (somma fisica) non si ottiene un corpo di temperatura pari alla somma delle temperature ma il sistema si porta ad una temperatura intermedia tra le due temperature iniziali.

Cos'è dunque la temperatura? Un *fisico operazionista* risponde così: *la temperatura è la grandezza fisica che si misura con i termometri*; sembrerebbe di non aver detto nulla ed invece la affermazione è importante e tutt'altro che vuota di significato.

La cosa interessante è che i termometri sono stati inventati prima di scoprire con precisione cosa si andasse a misurare. Infatti il concetto di temperatura si origina dalla sensazione di caldo e di freddo che richiama i sensi del tatto e dell'odorato, concetti questi scarsamente quantificabili.

Come per molte grandezze fisiche il significato profondo della grandezza in questione può essere compreso solo contestualmente alle leggi nelle quali tale grandezza compare ma, nel caso della temperatura, c'è qualcosa in più: si tratta di una grandezza di tipo macroscopico (cioè di una grandezza che esprime proprietà di un sistema osservabili su larga scala) che nasconde alcune caratteristiche di tipo medio del mondo microscopico: alla fine del tutto la *temperatura* risulta essere la espressione dei movimenti disordinati cui la materia è soggetta su *scala molecolare* e, per la precisione, ci consente di misurare le energie cinetiche medie su scala molecolare.

1.1.2 UN PO' DI STORIA: DAL CALORE UMANO AI PRIMI TERMOMETRI

Nella antichità e nel medioevo i concetti di caldo e di freddo vennero associati alla attrazione e alla repulsione. Il primo progresso in senso moderno nella *storia del concetto di temperatura* si ha nel 17° secolo.

Scriva *Pierre Gassendi* nel Sintagma Philosophicum: “*il freddo produce un effetto specifico e ben familiare ai nostri sensi; e poiché il freddo è antagonista al caldo*”



bisogna che gli atomi corrispondenti siano di natura opposta a quelli che generano il senso di riscaldamento. Il calore tende a dissociare mentre il freddo tende a contrarre. Dunque gli atomi corrispondenti devono avere particolari masse e forme e muovendosi in maniera particolare genereranno ciò che noi chiamiamo calore¹. Si tratta di una argomentazione di tipo riduzionista cioè del tentativo di spiegare l'osservabile con l'inosservabile.

Il concetto di temperatura compare per la prima volta sul versante medico in piena civiltà greca. Galeno utilizza per primo il concetto di calore umano e pensa che i diversi individui possiedano una temperatura propria associata al *temperamento*; le medicine possiedono proprietà di riscaldamento e raffreddamento quantificabili in gradi. È compito del medico mescolare con equilibrio le diverse medicine in modo di realizzare il corretto effetto terapeutico. La stessa parola *temperatura* viene dal latino con significato di *mescolare con equilibrio*. Nella lingua italiana utilizziamo ancora questo significato quando parliamo di *clima temperato* o quando utilizziamo il termine *temperanza*.

Nel 1578 Johannes Haslerus scrive un'opera dedicata al problema della quantificazione del grado di una mistura ed introduce la prima scala a nove livelli di temperatura. Si va dal quarto grado di caldo (temperatura corporea degli abitanti dell'equatore) al quarto grado di freddo (abitanti dei poli). Il grado zero si aveva alle latitudini tra 40 e 60 e ogni grado veniva diviso in tre parti.

Nel corso del XVI e XVII secolo vengono prodotti da Galilei e dalla sua scuola i primi *termoscopi* ⁽¹⁾ realizzati da mastri vetrai che, attraverso tubicini a spirale in vetro, riescono ad ottenere degli strumenti sensibili a variazioni dell'ordine del grado.

Il vero e proprio progresso ad opera della *Accademia del Cimento* si realizza quando:

- si individua la nozione di *punto fisso* cioè di un fenomeno che, dal punto di vista termico, avviene con le stesse caratteristiche indipendentemente da tempo e luogo. In effetti se si prende un qualsiasi termoscopo si osserva che la sua indicazione è sempre la stessa quando lo si immerge in una sostanza che sta cambiando stato o in un liquido in ebollizione.
- ci si pone il problema di *tarare i termoscopi*, cioè di fissare dei valori di temperatura in corrispondenza dei punti fissi e di assegnare un valore di temperatura per le situazioni intermedie.

Durante questa fase ci si interroga sul criterio con cui scegliere i punti fissi, si discute su quale debba essere il fenomeno da associare al cambiamento di temperatura (cambiamento di volume o di pressione), ci si chiede quali siano le sostanze termometriche migliori (aria, acqua, alcool, mercurio, ...).

I primi termometri, nel senso moderno del termine, furono realizzati nel 1714 da un soffiatore di vetro olandese *Gabriel Daniel Fahrenheit*. Si trattava di termometri ad alcool che, nonostante le diversità costruttive, risultavano sorprendentemente in accordo tra loro perché Fahrenheit, in-

¹ Un *termoscopo* è un indicatore di temperatura in grado di operare confronti tra la temperatura di corpi diversi, ma non ancora in grado di trasformare la temperatura in una grandezza fisica misurabile.



Pierre Gassendi (1592-1655)

temperatura viene dal latino *temperare* cioè mescolare con equilibrio; temperamento e temperanza hanno la stessa origine

1578 Haslerus : scala a 9 livelli di temperatura



a sinistra termometro ad alcool della Accademia del Cimento in grado di apprezzare oltre 400 divisioni; a destra termometri clinici a forma di rana da applicare al polso

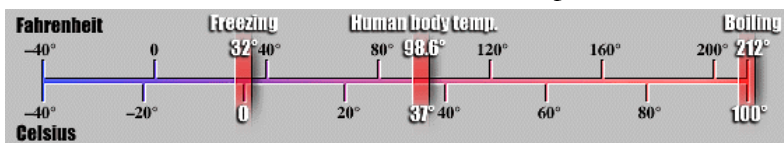


vece di costruirli usando due soli punti fissi, eseguiva anche tarature intermedie utilizzando numerosi altri punti fissi. Per garantire l'accordo delle temperature dei numerosi punti fissi la scala dei suoi termometri non era necessariamente lineare ma, in compenso, termometri diversi davano le stesse indicazioni nello stesso contesto.

Fahrenheit introdusse anche la scala che porta ancor oggi il suo nome e che è utilizzata negli Usa. Egli prese come riferimento per lo zero la temperatura di una miscela di ghiaccio, cloruro di sodio e cloruro di ammonio sostenendo che si trattasse di una temperatura prossima alla minima del freddissimo inverno del 1709.

La scala Fahrenheit ha come riferimenti una miscela di ghiaccio e sali e la temperatura del corpo umano. Ne risulta che $0\text{ }^{\circ}\text{C} = 32\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $100\text{ }^{\circ}\text{C} = 212\text{ }^{\circ}\text{F}$. Poiché la scala è lineare basta una proporzione per fare le conversioni

Il secondo punto fu preso in corrispondenza di una miscela di acqua e ghiaccio e venne posto a 32 ° . La temperatura media del corpo umano venne posta a 96 ° ed infine, quella dell'acqua bollente risultò essere di 212 ° .

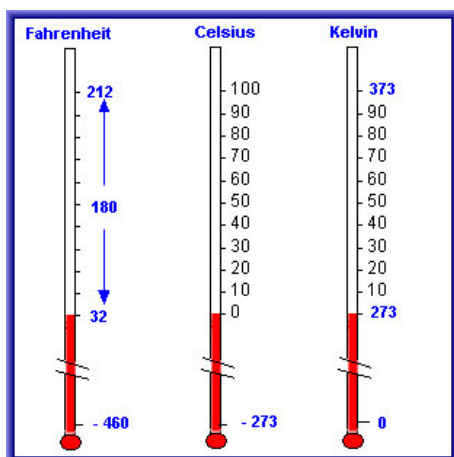


Gli strani numeri scelti da Fahrenheit derivavano dall'uso iniziale di una scala a 3 punti fissi con indicazione di 0, 4 e 12 per i 3 punti

scelti. La scelta del 12 è legata al fatto che si tratta di un numero intero facilmente divisibile. Successivamente venne introdotta una ulteriore suddivisione in 8 parti e si arrivò così alla scala attuale.



La scala che ancor oggi si utilizza in tutto il mondo, la *Celsius*, fu introdotta nel 1742 dall'astronomo svedese Anders Celsius (1701-1744). Egli propone di utilizzare una scala centigrada riferita a due punti fissi: quello che corrisponde alla temperatura della neve in fusione e quello riferito alla temperatura dell'acqua in stato di ebollizione. Tenendo conto della dipendenza del punto di ebollizione dell'acqua dalla pressione, Celsius suggerisce di indicare con 100 la temperatura della neve, e con 0 quella dell'acqua bollente a una pressione atmosferica di 751.16 torr, fornendo altresì una regola per fissare lo zero in corrispondenza di valori differenti della pressione stessa.



Se si scrive la proporzione tra intervalli di temperatura si ha:

$$(t_F - 32) : (212 - 32) = (t_C - 0) : (100 - 0)$$

da cui:

$$\frac{t_F - 32}{180} = \frac{t_C}{100}$$

Determinare la temperatura t_C corrispondente a $0\text{ }^{\circ}\text{F}$

☹

Basta sfruttare la proporzione e si ha:

$$t_C = -\frac{32}{180} 100 = -17.8\text{ }^{\circ}\text{C}$$

☺



Robert Boyle (1627-1691)

1.1.3 LA TEMPERATURA E LA MODIFICAZIONE DI GRANDEZZE OSSERVABILI PER I GAS

Nel corso del XVII e XVIII secolo analizzando il comportamento dei gas vengono scoperte una serie di *relazioni sperimentali* (legge di Boyle, leggi di Gay Lussac, legge di Charles) che connettono la temperatura (misurata con i primitivi termometri a liquido), il volume e la pressione quando una delle tre grandezze rimane costante.

La legge di Boyle afferma che operando a temperatura costante il prodotto pressione per volume di un gas in equilibrio rimane costante.

$$p V = cost$$

Boyle utilizzò un tubo in vetro a U chiuso ad un estremo e che sul lato più lungo misurava un paio di metri mentre sul lato più corto (quello contenente l'aria compressa) misurava tra i 30 e i 40 cm. Aiutato da un assistente eseguì un esperimento in cui l'aria veniva compressa da mercurio versato nel tubo e il dislivello del mercurio sui due lati veniva preso come misura della pressione.

Egli tentò anche di osservare effetti di raffreddamento e riscaldamento, ma mentre i primi (con una pezza bagnata) diedero luogo a piccole variazioni, non poté procedere molto con il riscaldamento che pure dava luogo a degli incrementi di volume, per la paura di una rottura del tubo.

L'esperimento consentì di stabilire con un errore non superiore al 10% che *come l'aria comune, ridotta a metà della sua estensione solita, sviluppò una forza elastica quasi doppia di prima, così, essendo quest'aria compressa, ridotta in metà di questo spazio ristretto, acquistò una forza elastica tanto forte quanto quella che aveva avuto prima e, di conseguenza, quattro volte più forte dell'aria comune.*²

La legge di Charles (1746-1823) è del 1787 e riguarda le variazioni di pressione a volume costante: *la pressione di una data massa di gas riscaldata di 1 °C a volume costante cresce all'incirca di 1/273 della pressione a 0 °C qualsiasi sia il gas e qualsiasi sia la quantità di gas considerato.*

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{1}{273} t p_0$$

Da questa legge discende che l'andamento pressione temperatura è di tipo lineare, ma discende anche che $p = 0$ quando $t = -273$ °C per tutti i tipi di gas e per tutte le quantità di gas considerato.

Dunque il diagramma rappresentativo oltre che informarci dell'andamento lineare della relazione tra p e t ci dice anche che, indipendentemente dalla quantità di gas considerato, dal volume considerato e dal tipo di gas considerato, esiste una *temperatura limite* verso cui convergono le linee rette.

Ciò significa che:

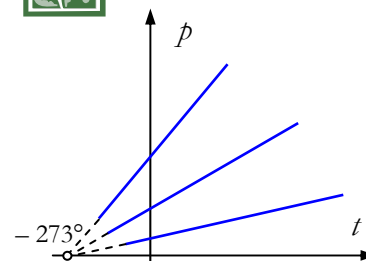
- esiste una qualche *forma di regolarità di comportamento* dei gas che vale la pena di indagare
- dal *punto di vista puramente matematico* esiste una temperatura comune a tutti i gas in corrispondenza della quale, qualsiasi sia la quantità di gas considerato, la pressione o il volume tendono a zero.⁽³⁾

La legge di Gay Lussac (1778-1850) è del 1802 e riguarda l'andamento del volume al variare della temperatura (a pressione costante); la sua formulazione è identica, cambiate le grandezze coinvolte, a quella di Charles.

Concludiamo questo punto osservando che le leggi che abbiamo enunciato vengono formulate nello stesso contesto entro cui evolve e si pre-

² R. Boyle *New experiments phisico-mechanical*, Londra 1661

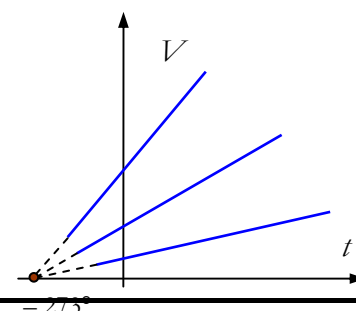
³ Si tratta di una estrapolazione perché i dati sperimentali si riferiscono a temperature ben superiori a quella cui convergono le rette e comunque i gas liquefano ben prima di entrare in quella zona.



Legge di Charles (1746-1823): a volume costante la pressione cambia con la temperatura con andamento lineare



Legge di Gay Lussac (1775-1850): a pressione costante il volume cambia con la temperatura con andamento lineare



cisa il concetto di temperatura. Nello stesso periodo temporale si fa strada nella scienza la ricerca di leggi di tipo quantitativo e la *invenzione* di esperimenti che consentano di interrogare opportunamente la natura.

A proposito di gas si tenga presente che la ipotesi di una loro esistenza come entità distinte dall'aria è dello stesso periodo. La scoperta di *regolarità di comportamento dei gas consente di costruire termometri migliori e ciò consente di precisare ulteriormente il grado di attendibilità delle leggi.*

1.1.4 LA FISICA MOLECOLARE

Nel corso del 700 e dei primi decenni dell'800, nell'ambito della fase iniziale di sviluppo della chimica, vengono scoperte altre leggi che spingono verso la adozione di modelli di costituzione della materia su base atomica e molecolare.

Da questo momento in poi si sviluppano due discipline che parlano degli stessi fenomeni ma che sono però distinte: la *termodinamica* e la *fisica molecolare*.

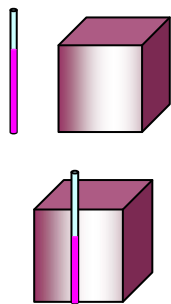


- In **termodinamica** si opera con grandezze di tipo macroscopico (pressione, volume, temperatura, densità, composizione chimica, energia interna, calore, ...) e si studiano sistemi complessi che vengono ricondotti a modelli semplici descrivibili attraverso le grandezze citate. Dallo studio della termodinamica discendono due grandi leggi, del tutto generali, che si occupano della conservazione della energia e dei vincoli posti in natura ai diversi tipi di conversione energetica (li studieremo come *I e II principio della termodinamica*).
- In **fisica molecolare** si analizzano i fenomeni macroscopici e si cerca di dare loro una spiegazione di tipo meccanico basata su proprietà di oggetti microscopici. Nel tentativo di trovare spiegazioni si avanzano ipotesi, si inventano modelli che vengono rigettati, mantenuti o perfezionati, a seconda della loro capacità euristica e della loro capacità di dar conto, con maggiore o minore precisione, dei fatti sperimentali della termodinamica macroscopica.

In questa parte del corso verranno presentati risultati di entrambe e si cercherà, man mano che si accumulano conoscenze di far risaltare la interazione tra esse.

1.1.5 LA DEFINIZIONE MODERNA DI TEMPERATURA NEI SUOI ASPETTI ESSENZIALI

Il processo operativo di *definizione della temperatura* segue i seguenti passi:



- definizione del concetto di *equilibrio termico* cioè di quella condizione per cui un sistema fisico sufficientemente piccolo e posto in connessione con un sistema più ampio tende in un tempo più o meno lungo a stabilizzare alcuni suoi parametri macroscopici (volta a volta diversi a seconda delle caratteristiche dei due sistemi) quali la pressione, la densità, il volume, il colore, la velocità, ... Per esempio quando un tubicino contenente alcool viene messo a contatto con un corpo solido si osserva che la lunghezza della colonna di alcool cambia ma trascorso un certo tempo essa assume una dimensione che non cambia più.

Le grandezze macroscopiche che vanno in equilibrio non sono necessariamente tutti i parametri macroscopici del primo sistema. Soli-

l'equilibrio termico è un concetto con fondamento sperimentale che fa da base alla definizione di temperatura

tamente ci si sofferma su uno in particolare e lo si sceglie come *proprietà termometrica*.

- *principio zero della termodinamica*: l'equilibrio termico gode della proprietà transitiva (si tratta di una legge empirica a carattere universale): se il sistema A è in equilibrio con C e il sistema B è in equilibrio con C anche A e B risultano essere in equilibrio termico tra loro. Il principio zero della termodinamica ha una implicazione assolutamente fondamentale sulla definizione di temperatura di un corpo perché ci consentirà di affermare che due corpi che hanno la stessa temperatura (nel senso di essere in equilibrio con uno stesso termometro) sono anche in equilibrio termico tra loro.
- scelta di una *sostanza e di una proprietà termometrica*: cioè di un corpo e di una sua proprietà che risultino sensibili alla concezione primitiva di temperatura. La sostanza e il fenomeno verranno scelti per costruire il termometro. La scelta ha natura del tutto convenzionale e porta a visioni diverse della temperatura.

Ma come capita spesso in fisica le *definizioni che inizialmente appaiono del tutto arbitrarie vengono poi fortemente vincolate dalla scelta di un criterio di semplicità* per le leggi che ne devono derivare come si vede già dal punto successivo. Supponiamo, per esempio di utilizzare le variazioni di livello di una colonna di alcool in un tubo di vetro con una estremità panciuta come in figura. Le variazioni di livello sono l'effetto delle variazioni di volume del liquido in presenza di variazioni molto più ridotte del recipiente di vetro. In questo momento possediamo un *termoscopio* cioè uno strumento sensibile alle variazioni di temperatura ma non in grado di misurarle. Posso per esempio dire che il corpo A ha una temperatura maggiore del corpo B se la colonna nel caso A è più alta che nel caso B.

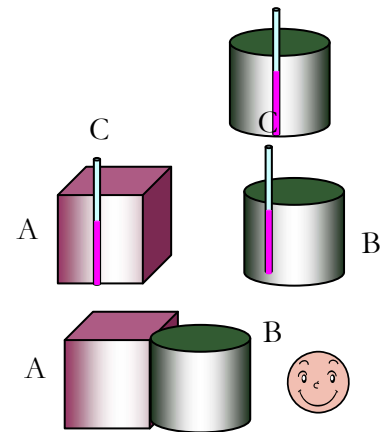
- individuazione di *punti fissi di riferimento* che consentano di costruire e confrontare termometri diversi che risultino in accordo nonostante le diversità costruttive. L'esistenza dei punti fissi è un dato di esperienza e non di definizione. Vediamo di cosa si tratta.

Immergiamo il nostro termoscopio in una soluzione di acqua, ghiaccio e sale da cucina. La colonna si porterà in una determinata posizione. Se ripeto la stessa operazione in un giorno diverso e in una località diversa il risultato non cambia e questa cosa accade per tutti i possibili termoscopi basati su quella proprietà anche se di dimensioni e sostanze termometriche diverse. Abbiamo trovato un *punto fisso* cioè un fenomeno che si ripete identicamente rispetto alla proprietà termometrica.

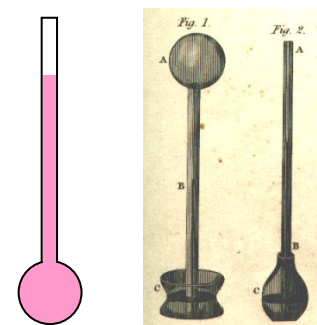
I punti fissi esistono e si realizzano in corrispondenza del passaggio dallo stato solido a quello liquido e della ebollizione di molte sostanze.

- definizione della *scala del termometro*: si scelgono almeno due punti fissi a cui si assegnano due valori arbitrari di temperatura e si decide anche se il fenomeno debba essere lineare o meno rispetto alla definizione di temperatura che si sta per dare.

Per i termometri a liquido si sceglie solitamente una scala lineare e, a quel punto, la temperatura si legge sulla scala in corrispondenza della posizione assunta dal fenomeno termometrico. Anche se la scala non



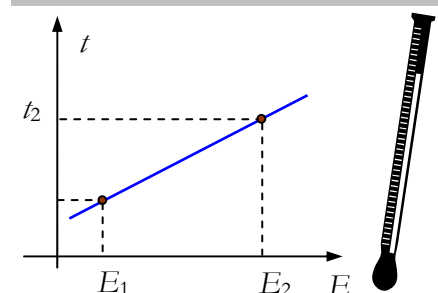
principio zero della termodinamica: l'equilibrio termico gode della proprietà transitiva



sostanza e fenomeno termometrico sono alla base della definizione di termometro: si può per esempio scegliere un liquido e i suoi cambiamenti di volume; a destra un termoscopio galileiano

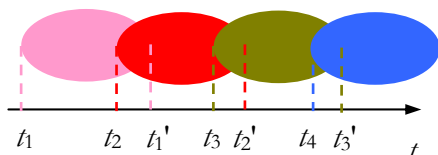


i punti fissi di riferimento devono far riferimento a fenomeni di tipo regolare e facilmente riproducibili in contesti diversi



la scelta della scala definisce la temperatura del termometro

temperatura di un corpo è, per definizione, la temperatura di un termometro in equilibrio con esso



come si allarga la definizione di temperatura in modo di usare uno stesso concetto in ambiti operativi differenti

è materialmente disegnata, in caso di scala lineare, basta scrivere una proporzione per determinare il valore di temperatura.

La nozione di temperatura è comunque sempre riferita ad un intervallo definito, quello nel quale il termometro è in grado di funzionare. Questo aspetto viene spesso sottinteso e può generare equivoci.

- definizione di *temperatura di un sistema* fisico come temperatura di un termometro in equilibrio con il sistema. Questa definizione sfrutta il fatto che due corpi (il termometro e il sistema) posti a contatto vanno in equilibrio termico. La definizione di temperatura fornita vale solo per quel termometro e nell'intervallo di temperatura interno ai punti fissi e nelle immediate vicinanze.
- *estensione della definizione* di temperatura di un termometro ad altri intervalli utilizzando termometri diversi che operino su intervalli diversi, ma che conservino eguaglianza di comportamento nelle zone comuni (quando sono in equilibrio tra loro devono indicare le stesse temperature).
- scoperta di *leggi fisiche* in cui compare la temperatura e che consentano di reinterpretarla (per esempio le leggi che correlano la temperatura alla energia cinetica a livello molecolare). Assegnazione di un significato al concetto di temperatura anche quando non abbia senso parlare di termometri attraverso la *generalizzazione* delle leggi che contengono la temperatura. Si dà un senso a frasi come *temperatura di 100 milioni di gradi* attraverso il concetto di *energia corrispondente alla temperatura di 100 milioni di gradi*.



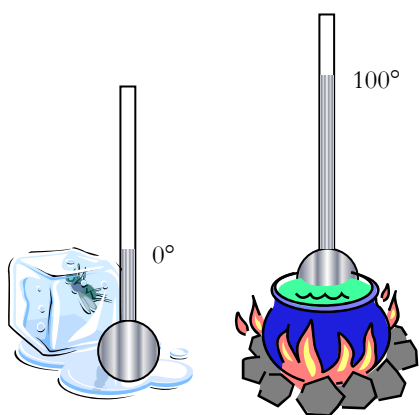
Ci si chiederà da dove si origina questa pedanteria nel sottolineare gli aspetti metodologici legati alla definizione di temperatura. Non si tratta di pedanteria, ma semmai di *esprit de finesse*⁴, di non banalizzazione, di esercizio dello spirito critico. Ha un senso divulgare la conoscenza fisica se si impara ad apprezzarne gli aspetti di libertà, di convenzionalità, di vincolo logico e quelli di fatto.

1.1.6 UN ESEMPIO: LA SCALA CENTIGRADA DEL TERMOMETRO A MERCURIO

Riprenderemo più avanti la definizione delle scale termometriche basata sulla *temperatura assoluta* cioè sul tentativo di dare una definizione di temperatura di tipo generale e non basata sulle caratteristiche dello strumento utilizzato per definirla.

Ci limitiamo per ora a richiamare la definizione classica, ma superata, basata sull'utilizzo del mercurio come sostanza termometrica e sulla scelta dei punti fissi legati alla fusione ed ebollizione dell'acqua (la cosiddetta scala centigrada).

Il *mercurio* è stato introdotto da Fahrenheit in sostituzione dell'alcool rispetto al quale presenta una estensione in temperatura più ampia (temperatura di solidificazione $-38.9\text{ }^{\circ}\text{C}$, temperatura di ebollizione $+356.6\text{ }^{\circ}\text{C}$).



ghiaccio fondente ed acqua bollente rappresentano i più semplici punti fissi utilizzati

⁴ Scriveva Blaise Pascal: «Tutta la nostra dignità consiste dunque nel pensiero. È con questo che dobbiamo nobilitarci e non già con lo spazio e con il tempo che non potremmo riempire. Studiamoci dunque di pensar bene: questo è il principio della morale»

Il *termometro* a mercurio è costituito da un tubo di vetro con un bulbo finale sufficientemente sottile per garantire sia la rapidità nella andata e equilibrio (*prontezza*), sia la minimizzazione dell'inevitabile disturbo sul corpo di cui si deve misurare la temperatura (*capacità termica*). Il mercurio, come tutti i metalli, è un buon conduttore di calore e anche questo fatto contribuisce ad aumentarne la prontezza.

Si osserva sperimentalmente che la lunghezza della colonnina di mercurio cambia al cambiare della sensazione termica e la taratura viene effettuata assegnando valore 0 in corrispondenza del processo di fusione del ghiaccio e valore 100 in corrispondenza del processo di ebollizione dell'acqua alla pressione atmosferica.

Per aumentare la sensibilità dello strumento il tubo di vetro deve avere un calibro piccolo (perché a parità di variazione di volume ciò determina una maggiore variazione di lunghezza) ma questa esigenza si scontra con il fatto che al diminuire della sezione aumenta la curvatura del menisco superficiale e compaiono fenomeni di capillarità che falsano la misura.

Dopo aver fissato i due punti di riferimento si sceglie di dividere l'intervallo in 100 parti di eguale lunghezza e di chiamare *grado Celsius la centesima parte dell'intervallo di temperatura posto tra la condizione di ebollizione dell'acqua e quella di fusione del ghiaccio* ⁽⁵⁾.

La definizione appena data necessita di alcune puntualizzazioni:

- la *esistenza di punti fissi* è un dato sperimentale e non convenzionale: si osserva cioè che un qualsiasi termometro non ancora tarato e basato su una qualsiasi proprietà macroscopica (non necessariamente il cambiamento di volume) si comporta allo stesso modo quando viene posto in equilibrio con un sistema soggetto ad uno dei fenomeni tipici dei punti fissi.
- la *scelta di usare i punti fissi dell'acqua* è del tutto arbitraria e legata a ragioni di comodità
- la scelta di porre i valori a 0 e 100 è del tutto arbitraria, tanto è vero che esistono scale termometriche basate sulla assegnazione di valori diversi agli stessi punti fissi
- la divisione della scala in parti uguali (*linearità della scala*) è del tutto arbitraria e viene giustificata a posteriori con un criterio di semplicità: *se uso una scala lineare nella definizione della temperatura trovo che molte altre sostanze presentano una legge lineare nel dilatarsi al variare della temperatura*. Si tenga presente però che altri fenomeni fisici legati alla variazione di temperatura hanno un andamento non lineare (per esempio la conducibilità elettrica dei semiconduttori e gli effetti di termoelettricità).
- per misurare la temperatura si può utilizzare una *qualsunque proprietà termometrica della materia* (variazione di conducibilità elettrica, volume, pressione, generazione di forze elettromotrici di origine termica, ...) purché il fenomeno sia *rappresentabile da una funzione monotona*. La densità dell'acqua, per esempio, non gode di questa proprietà perché il suo volume dopo la fusione prima decresce e poi ricomincia ad aumentare e ciò farebbe assegnare la stessa temperatura a due stati termici diversi.



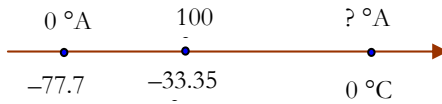
⁵ Si scopre a posteriori che la temperatura di ebollizione dei liquidi dipende dalla pressione esterna.

Il termometro ad alcool può funzionare a temperature più basse (sino a -115°C) ma l'alcool bolle a soli 78.3°C e pertanto verrà utilizzato al posto di quello a mercurio alle basse temperature.

Scale termometriche



Esercizio: Gli abitanti del pianeta A, che ha una atmosfera di ammoniaca e una pressione circa pari alla nostra, adottano per misurare la temperatura le proprietà dell'ammoniaca e fissano a 0°A la temperatura di fusione della ammoniaca e a 100°A la temperatura di ebollizione.



Un giorno esplorano la Terra e scoprono che per i terrestri la temperatura di fusione della ammoniaca $t_{\text{ea}} = -77.7^{\circ}\text{C}$ mentre quella di ebollizione $t_{\text{eb}} = -33.35^{\circ}\text{C}$. Tornano su A portandosi un campione di acqua e svolgono le loro misure sui punti fissi dell'acqua. Quanto vale la temperatura di fusione dell'acqua in $^{\circ}\text{A}$? Aiutarsi con lo schema qui a lato.



Poiché le due scale sono lineari e cambiano solo i punti fissi, basta scrivere e risolvere una proporzione; si ha così

$$(100 - 0) : [-33.35 - (-77.7)] = (x - 0) : [0 - (-77.7)]$$

$$\text{e cioè } 44.35x = 100 \cdot 77.7$$

$$\text{Dunque } x = \frac{100 \cdot 77.7}{44.35} = 175^{\circ}\text{C}.$$



1.2 La nascita della chimica e l'equazione di stato dei gas perfetti

1.2.1 L'ENUNCIATO DELLA LEGGE DEL GAS PERFETTO

In tutti gli studi di chimica e di fisica si incontra una *equazione* che connette in maniera semplice pressione, volume e temperatura (espressa in una opportuna scala, la scala *assoluta* delle temperature) e valida per i cosiddetti *gas perfetti* cioè per i *gas reali sufficientemente rarefatti e a temperature sufficientemente elevate*.⁽⁶⁾

$$p V = n R T \quad (\text{III.1.1})$$

dove n rappresenta il numero di moli del gas considerato, quantità determinabile se sono note la massa di gas e la massa molecolare
 R è detta costante dei gas perfetti e vale 8.31434 ± 0.00035 in unità del S.I.

Si tratta di una *equazione particolarmente semplice* la cui storia si intreccia fortemente con il sorgere della chimica e con l'affermarsi delle teorie atomiche e molecolari. Il presente paragrafo si occuperà del *processo storico che ha portato al suo enunciato* oltre che del suo significato. Sarebbe stato più semplice dedurre sia le leggi particolari sia le ipotesi atomistiche dalla verità della (III.1.1), ma il processo reale della conoscenza è stato esattamente l'opposto.

La (III.1.1) *si ottiene per induzione da una serie di leggi sperimentali* e il processo di induzione, non essendo logicamente necessario, richiede la assunzione di ipotesi, più o meno plausibili che vengono corroborate dalla fecondità del processo di conoscenza che ne deriva.

Per questa ragione invitiamo il lettore a seguire con attenzione questa ricostruzione che ci può dare una immagine corretta del faticoso procedere della conoscenza e che consente di apprezzare meglio il contenuto e la importanza della equazione di stato dei gas perfetti.

1.2.2 LE LEGGI SPERIMENTALI DI CHARLES, BOYLE E GAY LUSSAC

- Il primo passo è dato dalla legge di Boyle che stabilisce la proporzionalità inversa tra pressione e volume quando si operi a temperatura costante:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (\text{III.1.2})$$

- Il secondo passo riguarda la dipendenza della pressione di un gas dalla sua temperatura quando si operi a volume costante e corrisponde alla legge di Charles che abbiamo già citato:

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \approx p_0 (1 + t / 273) \quad (\text{III.1.3})$$

La legge non si limita a fotografare il fatto che la pressione cambi con la temperatura con andamento lineare, ci dice anche che per qualsiasi gas e per qualsiasi quantità di esso la pressione raddoppia quando la temperatura passa da 0°C a circa 273°C (in effetti se si pone $t = 273^\circ \text{C}$ nella equazione si ottiene $p = 2 p_0$).



⁶ Il concetto di *gas perfetto* verrà ripreso più avanti.



- Il terzo passo è dato dalla legge di Gay Lussac che si riferisce alle trasformazioni a pressione costante:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \approx V_0(1 + t/273) \tag{III.1.4}$$

1.2.3 LA TEMPERATURA ASSOLUTA E LA LEGGE $\frac{pV}{T} = \text{COSTANTE}$

Dalle leggi di Charles e di Gay Lussac si può arrivare (quarto passo) alla introduzione del *concetto di temperatura assoluta* come quella scala di temperatura che stabilisce la proporzionalità diretta tra pressione e temperatura o tra volume e temperatura.

Dalla legge di Charles si ha:

$$p = p_0(1 + \frac{t}{273}) = p_0 \frac{273 + t}{273} = p_0 \frac{T}{273}$$



dopo aver posto:

$$T = t + 273 \tag{III.1.5}$$

La quantità $T = t + 273$ è detta *temperatura assoluta* e, per ora, la consideriamo solo come una traslazione rispetto alla temperatura centigrada.

Dunque, quando si opera a volume costante $p \propto T$ o anche:

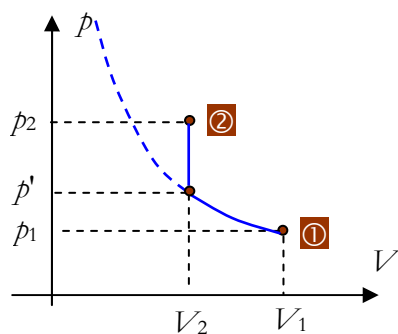
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Con ragionamenti del tutto analoghi si stabilisce anche che:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Il quinto passo consente di affermare che in una generica trasformazione di un gas le quantità p , V , T cambiano ma rimane costante il rapporto tra il prodotto pressione volume e la temperatura assoluta, cioè:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$



dalle leggi di Boyle e di Charles deriva la costanza della quantità $\frac{pV}{T}$



$$\frac{pV}{T} = \text{costante} \tag{III.1.6}$$

Ci occuperemo ora del significato della costante appena determinata.

1.2.4 IL CONCETTO DI MOLECOLA

Il sesto passo è legato alla scoperta in chimica di due leggi fondamentali: la legge sulla *costanza nella composizione* delle sostanze e quella delle *proporzioni definite*.

La *legge sulla costanza delle quantità ponderali* che partecipano ad una reazione afferma che se gli elementi A e B reagiscono per formare il composto C il rapporto m_A / m_B è costante.

La *legge delle proporzioni definite* sostiene che se gli elementi A e B reagiscono tra loro per formare più di un composto i rapporti m_A / m_B corrispondono a rapporti di numeri semplici. Per esempio 7 g di azoto si possono unire con l'ossigeno a formare diversi ossidi solo secondo i seguenti quantitativi: 4 g, 8 g, 12 g, 16 g, 20 g. I rapporti in peso dell'ossigeno stanno tra loro come i numeri 1, 2, 3, 4, 5.

Dalton (1808) per dare conto di tutto ciò ipotizza che *le sostanze elementari di cui sono composti i diversi corpi siano formate da una specie determinata di particelle tutte rigorosamente identiche che attraversano senza lasciarsi suddividere le diverse trasformazioni fisiche o chimiche*.

Siamo arrivati agli atomi e al concetto di molecola come aggregato di atomi. Risulta chiaro a questo punto che se si conoscesse la composizione atomica delle molecole si conoscerebbero anche i pesi relativi degli atomi.

Infatti sapere che 8g di ossigeno si combinano con 1 g di idrogeno per formare 9 g di acqua non ci dà il peso relativo dell'ossigeno rispetto all'idrogeno (che oggi sappiamo essere di 16) finché non sappiamo che la molecola di acqua è composta da 2 atomi di idrogeno e 1 di ossigeno. Nel corso dell'800 fin quasi alla fine di questo secolo i chimici preferirono, per non introdurre ipotesi *inverificabili* (gli atomi), lavorare con il concetto empirico di *equivalente* (nel nostro caso l'equivalente dell'ossigeno rispetto all'idrogeno è il numero 8).

1.2.5 IL CONCETTO DI MOLE

Il settimo passo è dato dalla *ipotesi di Avogadro* (1811). Si tratta di una ipotesi induttiva che presuppone una *fede atomistica* e che fu accolta con scetticismo dai chimici. Il suo rifiuto da parte del mondo scientifico ufficiale ritardò di almeno una quarantina d'anni lo sviluppo della chimica.

Volumi uguali di gas differenti nelle stesse condizioni di pressione e temperatura contengono lo stesso numero di molecole. Avogadro derivò questa affermazione nel tentativo di spiegare la legge avanzata da *Gay Lussac* nell'anno precedente secondo cui oltre che le masse anche *i volumi di gas che appaiono o scompaiono in una reazione sono tra essi in rapporti semplici quando vengono riportati alla stessa temperatura e pressione*.

Per esempio quando l'idrogeno e l'ossigeno si combinano per formare l'acqua i volumi delle tre sostanze stanno tra loro come 2 : 1 : 2. Conclude Avogadro: dal primo rapporto emerge che nella molecola d'acqua entra un numero di atomi di idrogeno doppio rispetto all'ossigeno. Il fatto poi che il volume di idrogeno e di vapore acqueo siano uguali (cioè sia identico il numero di molecole) ci dice ulteriormente che la molecola di idrogeno debba essere biatomica.

Se si accetta l'*ipotesi di Avogadro* diventa possibile, finalmente, costruire una tavola dei pesi atomici che supera il concetto di equivalente.

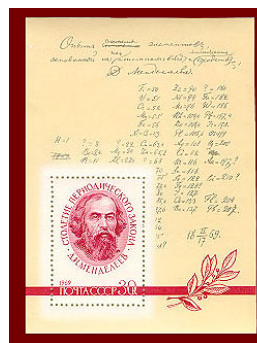
legge dei *rapporti costanti e semplici* nel corso delle reazioni chimiche: un forte indizio atomistico



Dalton

le molecole di Dalton possono spiegare il concetto sperimentale di equivalente chimico: la immagine qui sotto mostra i simboli e gli equivalenti di Dalton

ELEMENTS			
	Wt.		Wt.
○ Hydrogen	1	⊙ Copper	56
⊖ Azote	5	⊖ Lead	90
⊙ Carbon	6	⊙ Silver	190
○ Oxygen	7	⊙ Gold	190
⊙ Phosphorus	9	⊙ Platina	190
⊕ Sulfur	13	⊙ Mercury	167



Avogadro e Mendeleev padri dell'atomismo



Joseph Priestley: preparazione dell'ossigeno, scoperta di NH₃, SO₂, CO, NO, H₂S



$$n_m = \frac{10^3 \times m}{\mu} \quad \text{(III.1.7)}$$

1.2.6 IL NUMERO DI MOLI E L'EQUAZIONE DI STATO

A questo punto è possibile compiere l'ultimo passo quello che consente di scoprire da cosa dipenda il rapporto costante $\frac{pV}{T}$ quando si cambia quantità o tipo di gas.

Da considerazioni sperimentali è possibile affermare che:

- preso un certo tipo di gas, a parità di volume e temperatura la pressione è proporzionale alla massa;
- considerati masse uguali di gas diversi, a parità di volume e temperatura, la pressione è inversamente proporzionale al peso molecolare.

Poiché pressione, volume e temperatura non dipendono da altre grandezze si scrive $\frac{pV}{T} \propto \frac{m}{\mu}$ e tenendo conto della definizione di mole:



$$\frac{pV}{T} = n_m R$$

dove R risulta essere una costante universale con lo stesso valore per qualsiasi tipo di gas. Il suo valore può essere determinato per via sperimentale ed è direttamente correlato al valore di 22.414 litri che una mole di gas perfetto occupa in condizioni standard.

La equazione (III.1.1) $pV = n R T$ è in accordo anche con una legge scoperta da Dalton nel 1809 secondo cui *la pressione esercitata da una miscela di gas è pari alla somma delle pressioni parziali che i diversi componenti eserciterebbero da soli alla stessa temperatura nello stesso volume.*

In effetti considerando, per esempio, due gas ① e ② costituiti da n_1 e n_2 moli che alla temperatura T e al volume V presentano le pressioni p_1 e p_2 si ha:

$$p_1 = n_1 \frac{R T}{V} \quad p_2 = n_2 \frac{R T}{V}$$

e sommando i due membri:

$$p_1 + p_2 = n_1 \frac{R T}{V} + n_2 \frac{R T}{V} = (n_1 + n_2) \frac{R T}{V} = n \frac{R T}{V} = p$$

La legge di Dalton delle pressioni parziali ci dice che in una miscela di gas essi si comportano in maniera indipendente l'uno dall'altro

La composizione di una miscela di gas: dalla percentuale in volume a quella in peso

Esercizio: L'aria secca è formata da una miscela di gas secondo le seguenti percentuali in volume: 78.09% di azoto (N_2), 20.95% di ossigeno (O_2), 0.93% di argon (Ar), 0.03% di anidride carbonica (CO_2) e da percentuali trascurabili di altri elementi.

Determinare le percentuali in peso essendo noti i corrispondenti pesi molecolari μ .



In base alla ipotesi di Avogadro in identiche condizioni di pressione e di temperatura i volumi sono proporzionali al numero di molecole (e al numero di moli). Indicheremo con y_i le frazioni in volume che compongono la miscela.

Le percentuali in peso (o in masse) sono proporzionali ai pesi molecolari e al numero di molecole. Pertanto è possibile arrivare ad una relazione che connette le percentuali in peso alle percentuali in volume. Indicheremo con x_i le frazioni in peso.

$$x_i = \frac{m_i}{m} = \frac{n_i \mu_i}{\sum n_j \mu_j}$$

Ma, come si è detto, $n_i \propto V_i$ e pertanto:

$$x_i = \frac{n_i \mu_i}{\sum n_j \mu_j} = \frac{V_i \mu_i}{\sum V_j \mu_j} = \frac{\frac{V_i}{V} \mu_i}{\sum \frac{V_j}{V} \mu_j} = \frac{y_i \mu_i}{\sum y_j \mu_j}$$

Dunque le frazioni in peso si ottengono attraverso la media ponderata (rispetto ai pesi molecolari) delle corrispondenti frazioni in volume.

I pesi molecolari dei gas citati, tenendo conto delle caratteristiche delle molecole, sono i seguenti:

$$\mu(N_2) = 2 \times 14 = 28 \quad \mu(O_2) = 2 \times 16 = 32 \quad \mu(Ar) = 1 \times 39.9 = 39.9$$

$$\mu(CO_2) = 12 + 2 \times 16 = 44$$

$$\sum y_j \mu_j = 0.7809 \times 28 + 0.2095 \times 32 + 0.0093 \times 39.9 + 0.0003 \times 44 = 28.95$$

Ne risulta che:

$$x_1 = x(N_2) = \frac{y_1 \mu_1}{\sum y_j \mu_j} = \frac{0.7809 \times 28}{28.95} = 0.7552$$

Analogamente si trova:

$$x(O_2) = 0.2315 \quad x(Ar) = 0.0128 \quad x(CO_2) = 0.0005$$



Determinazione del peso molecolare medio di una miscela di gas

Esercizio: Data una miscela di gas di cui sono note la composizione chimica e le frazioni in peso determinare il peso molecolare corrispondente. Determinare, in particolare, il peso molecolare medio dell'aria secca.

Infine, attraverso la relazione determinata nell'esercizio precedente, determinare il peso molecolare se sono note le frazioni in volume.



Il peso molecolare medio può essere determinato tenendo conto della equazione del gas perfetto applicata alla miscela di gas e del legame tra numero di moli e peso molecolare. Secondo l'equazione del gas perfetto:

$$p V = \frac{10^3 \times m}{\mu} R T$$

Una relazione analoga vale per i singoli componenti della miscela ciascuno dei quali esercita una pressione parziale p_i la cui somma è la pressione p della miscela (legge di Dalton delle pressioni parziali):

$$p_i V = \frac{10^3 \times m_i}{\mu_i} R T$$

Eseguendo la somma delle pressioni parziali si ottiene:

$$\frac{10^3 \times m}{\mu} R T = p V = \sum p_i V = 10^3 R T \sum \frac{m_i}{\mu_i}$$

da qui, semplificando, si ottiene: $\frac{m}{\mu} = \sum \frac{m_i}{\mu_i}$

se indichiamo con x_i le frazioni in peso si ha, alla fine: $\frac{1}{\mu} = \sum \frac{x_i}{\mu_i}$

$$\mu = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{\mu_i}}$$

La relazione appena trovata ci consente di determinare il peso molecolare medio dell'aria secca:

$$\mu = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{\mu_i}} = \frac{1}{\frac{0.7552}{28} + \frac{0.2315}{32} + \frac{0.0128}{39.9} + \frac{0.0005}{44}} = 28.95 \text{ g/mole}$$

Il peso molecolare medio può essere determinato anche in funzione delle percentuali in volume se si sfrutta la relazione che le lega alle percentuali in peso:

$$x_i = \frac{y_i \mu_i}{\sum y_j \mu_j} \quad \mu = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{\mu_i}} = \frac{1}{\sum \frac{y_i}{\sum y_j \mu_j}}$$
 e dunque:

$$\mu = \frac{\sum y_j \mu_j}{\sum y_j}$$

☺

Applicazione della legge dei gas perfetti

Esercizio: Una bombola del volume $V = 26.0 \text{ dm}^3$ contiene biossido di carbonio CO_2 alla pressione $p = 20.0 \text{ atm}$ e alla temperatura $t = 80.0 \text{ }^\circ\text{C}$. Determinare a) il numero di moli n b) la massa in grammi di CO_2 c) la densità del gas nelle condizioni date in g/dm^3 .

☹



Dalla equazione dei gas perfetti $pV = n R T$ si ha

$$n = \frac{p V}{R T} = \frac{20.0 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 26.0 \cdot 10^{-3}}{8.314 \cdot (80.0 + 273.15)} = 17.9 \text{ moli}$$

$$\mu_{\text{CO}_2} = 12 + 16 \cdot 2 = 44 \text{ amu.}$$

Per trovare m in grammi basta usare n e μ ; si ha $m_g = n \mu = 17.9 \cdot 44 = 788 \text{ g}$

$$\delta = \frac{m}{V} = \frac{788}{26.0} = 30.3 \text{ g/dm}^3$$



Gonfiare palloncini da una bombola di Elio: Olimpiadi II livello 2003

Esercizio: Una bombola di volume 0.10 m^3 contiene gas elio alla pressione di $1'500 \text{ kPa}$. Quanti palloncini di diametro pari a 25 cm possono essere riempiti, se la pressione dell'elio nei palloncini raggiunge il valore di 102 kPa e la temperatura finale è uguale a quella iniziale?



Il riempimento dei palloncini consiste nel trasferimento di gas dalla bombola agli stessi; il procedimento cessa quando la pressione nella bombola scende al livello di quella nei palloncini. La temperatura finale è uguale a quella iniziale e la quantità di gas presente inizialmente nella bombola (con volume V_0) alla fine si trova distribuita nei palloncini e – in piccola parte – nella bombola stessa (con volume complessivo V'). Perciò l'equazione di stato permette di scrivere:



$$p_0 V_0 = p' V' \quad \text{①}$$

Il volume V' occupato dal gas al termine della trasformazione è uguale alla somma del volume della bombola (dove rimane del residuo di gas) e del volume di n palloncini ognuno pari a $\frac{4}{3} \pi r^3$:

$$V' = V_0 + n \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{②}$$

Da queste due equazioni è possibile risalire al numero n di palloncini che possono essere riempiti:

$$\frac{p_0 V_0}{p'} = V_0 + n \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ da cui:}$$

$$n = \frac{3 V_0 (p_0 - p')}{4 \pi r^3 p'} = \frac{3 \cdot 0.10 (1'500 - 102)}{4 \pi \cdot 0.125^3} \approx 167$$



Applicazione della legge dei gas perfetti: Olimpiadi II livello 1999

Esercizio: Un esperimento prevede di utilizzare elio contenuto in un recipiente di volume pari a 40 dm^3 . All'inizio il gas ha una temperatura di 18° C e una pressione di $6.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, mentre alla fine dell'esperimento la pressione nel recipiente è diminuita del 30% e la temperatura vale 20° C . Quanto gas è stato utilizzato?



$$\text{All'inizio si ha } n = \frac{p V}{R T} = \frac{6.0 \cdot 10^6 \cdot 4.00 \cdot 10^{-2}}{8.314 \cdot (273 + 18)} = 99 \text{ moli}$$

$$\text{Alla fine } n' = \frac{p' V'}{R T'} = \frac{0.7 \cdot 6.0 \cdot 10^6 \cdot 4.00 \cdot 10^{-2}}{8.314 \cdot (273 + 20)} = 69 \text{ moli}$$

pertanto sono state usate 30 moli di elio.



1.3 Le unità di misura della pressione e l'esperienza di Torricelli

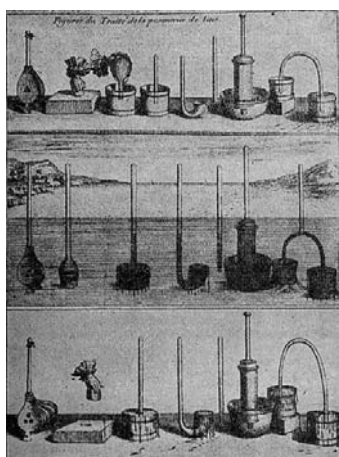
1.3.1 IL PASCAL E IL BAR

L'unità di misura della pressione nel S.I. è il *Pascal* (Pa) che corrisponde alla pressione di una forza di 1 N che si esercita perpendicolarmente ad una superficie di 1 m²:

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

Nelle applicazioni si usano spesso il *bar* che corrisponde a 10⁵ Pa

La assegnazione al nome di *Blaise Pascal* (filosofo e matematico francese, 1623–1662) della unità di misura della pressione è legata alle sue ricerche *sul peso della massa d'aria* e a quelle *sull'equilibrio dei liquidi*. I lavori di Pascal si rifanno a quelli di Torricelli che, a loro volta, si rifanno ad esperimenti di Galilei i cui risultati sono riportati nelle *Due nuove scienze*. Il periodo di tutte queste ricerche è quello tra il 1640 e il 1660 e i lavori corrispondenti consentiranno di comprendere il funzionamento delle pompe, di quantificare alcuni dati relativi alla pressione atmosferica, di demolire la teoria aristotelica sul *horror vacui* e di produrre interessanti e precisi risultati sul peso di una massa d'aria.



Le apparecchiature utilizzate da Pascal

1.3.2 LA PRESSIONE DI UNA COLONNA DI FLUIDO E L'ESPERIENZA DI TORRICELLI

La pressione di un liquido e di un gas possono essere agevolmente confrontate con quella esercitata da una colonna di liquido di lunghezza determinabile. Questo è il metodo normalmente utilizzato per misurare la pressione atmosferica con il barometro a mercurio o per misurare il grado di vuoto di una pompa a vuoto con un manometro.

La prima esperienza di determinazione quantitativa della *pressione atmosferica* esercitata dal peso della massa d'aria che ci sovrasta fu realizzata da Torricelli (1608-1647), della scuola galileiana, nello stesso periodo in cui si faceva strada una nozione più precisa di temperatura.

Era ben noto sperimentalmente che le *pompe aspiranti*, utilizzate per il sollevamento dell'acqua dai pozzi, per quanto ben costruite, non riuscivano a superare dislivelli prossimi o superiori ai 10 metri. La spiegazione data dalla teoria aristotelica e dalla scolastica medioevale per spiegare il funzionamento delle pompe si basava sul cosiddetto *horror vacui*: il pistone sollevandosi tenderebbe a creare il vuoto, ma il vuoto è impossibile e la natura per impedirlo fa sì che l'acqua risalga lungo il tubo.

Queste *spiegazioni di tipo teleologico* oggi ci fanno sorridere eppure l'affermazione del punto di vista torricelliano è stata tutt'altro che indolore. Vediamo dunque come argomenta *Torricelli*:

Molti hanno detto che il vacuo non si dia, altri che si dia ma con repugnanza della Natura; non so già che qualcuno abbia detto che si dia senza fatica e senza resistenza della Natura.

Io discorreva così: se trovassi una causa manifestissima dalla quale derivi quella resistenza, che si sente nel voler fare il vacuo, indarno mi pare si cercherebbe di attribuire al vacuo quella operazione, che deriva apertamente da altra cagione, anzi che facendo certi calcoli facilissimi, io trovo, che la causa da me addotta (cioè il peso dell'aria), dovrebbe per sé sola far maggior contrasto, che ella non fa nel



L'esperimento degli emisferi di Magdeburgo con cui, dopo la scoperta della pompa pneumatica, si evidenziò la capacità della pressione atmosferica di produrre forze molto elevate superiori a quelle di due quadriglie di cavalli



tentarsi il vacuo. Dico ciò, perché qualche Filosofo vedendo di non poter fuggire questa confessione, che la gravità dell'aria cagioni la repugnanza, che si sente nel fare il vacuo, non dicesse di concedere l'operazione del peso aereo ma persistesse nell'asseverare, che anche la Natura concorre a repugnare al vacuo. Noi viviamo sommersi nel fondo d'un pelago d'aria elementare, la quale per esperienze indubitate si sa che pesa, e tanto, che questa grossissima vicino alla superficie terrena, pesa circa la quattrocentesima parte del peso dell'acqua. Gli Autori poi de' Crepuscoli hanno osservato, che l'aria vaporosa, e visibile si alza sopra di noi intorno a cinquanta, ovvero cinquanta quattro miglia ma io non credo tanto, perché mostrerei, che il vacuo dovrebbe far molto maggior resistenza, che non fa se bene vi è per loro il ripiego, che quel peso scritto dal Galileo, s'intenda dell'aria bassissima dove praticano gli uomini e gli animali, ma che sopra le cime degli alti monti, l'aria cominci ad esser purissima, e di molto minor peso che la quattrocentesima parte del peso dell'acqua.



Noi abbiamo fatti molti vasi di vetro come i seguenti segnati A, e B grossi, e di collo lungo due braccia, questi pieni d'argento vivo poi serratagli con un dito la bocca e rivoltati in un vaso dove era l'argento vivo C si vedevano votarsi, e non succeder niente nel vaso che si votava; il collo però AD restava sempre pieno all'altezza d'un braccio, e un quarto, e un dito di più.

Per mostrar che il vaso fusse perfettamente voto, si riempiva la catinella sottoposta d'acqua fino in D, e alzando il vaso a poco, a poco, si vedeva quando la bocca del vaso arrivava all'acqua, descender quell'argento vivo dal collo, e riempirsi con impeto orribile d'acqua fino al segno E affatto. Il discorso si faceva mentre il vaso A E stava voto, e l'argento vivo si sosteneva benché gravissimo nel collo AC, questa forza che regge quell'argento vivo contro la sua naturalezza di ricader giù, si è creduto fino adesso, che sia stata interna nel vaso AE, o di vacuo, o di quella roba sommamente rarefatta; ma io pretendo, che la sia esterna, e che la forza venga di fuori. Su la superficie del liquore, che è nella catinella gravita l'altezza di cinquanta miglia d'aria; però qual meraviglia è se nel vetro CE, dove l'argento vivo non ha inclinazione, neanche repugnanza per non esservi nulla, entri, e vi s'innalzi fin tanto, che si equilibri colla gravità dell'aria esterna, che lo spinge?



L'acqua poi in un vaso simile, ma molto più lungo, salirà quasi fino a diciotto braccia, cioè tanto più dell'argento vivo, quanto l'argento vivo è più grave dell'acqua per equilibrarsi con la medesima cagione, che spinge l'uno e l'altro. Confermava il discorso, l'esperienza fatta nel medesimo tempo col vaso A, e colla canna B ne' quali l'argento vivo si fermava sempre nel medesimo orizzonte AB segno quasi certo, che la virtù non era dentro; perché più forza avrebbe avuto il vaso AE, dove era più roba rarefatta, e attraente, e molto più gagliarda per la rarefazione maggiore che quella del pochissimo spazio B. ⁷

Secondo Torricelli l'acqua viene sollevata dalla spinta esercitata dalla pressione atmosferica. Nelle pompe l'effetto aspirante crea il vuoto e ciò consente di innalzare una colonna di liquido sino a che la pressione di tale colonna eguaglia quella esercitata dalla pressione atmosferica.

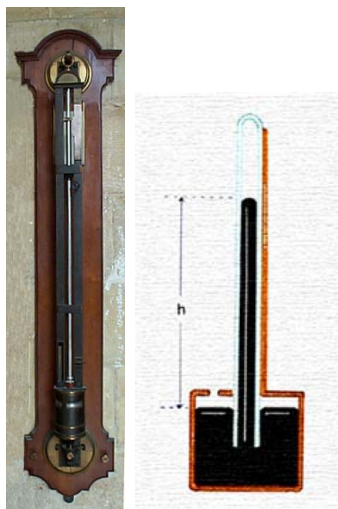
La pressione esercitata da una colonna di liquido verticale si trova dividendone il peso per l'area di base:

$$p = \frac{P}{\sigma} = \frac{m g}{\sigma} = \frac{\rho \sigma h g}{\sigma} = \rho g h \quad (\text{III.1.8})$$

⁷ E. Torricelli, Opere, ed. Utet, lettera a Michelangelo Ricci 11/6/1644

dove: ρ è la densità del liquido | h è l'altezza della colonna | g è l'accelerazione di gravità

Dunque l'altezza della colonna, a parità di pressione, è inversamente proporzionale alla densità del liquido utilizzato. Per ragioni pratiche (dimensioni del tubo) Torricelli utilizzò il liquido di maggiore densità disponibile: il mercurio, che si cavava proprio in Toscana nelle colline metallifere e sul monte Amiata.



modello ottocentesco di barometro torricelliano e schema di funzionamento

Per misurare la pressione atmosferica viene riempito un tubo di vetro di circa un metro e il tubo (chiuso ad una estremità) viene rovesciato e immerso in una vaschetta contenente mercurio. La colonna di mercurio inizia ad abbassarsi mentre nella parte superiore si crea il vuoto ⁽⁸⁾ e il processo si interrompe quando la pressione esercitata dalla colonna risulta uguale a quella atmosferica che tenderebbe a far risalire la colonna.

1.3.3 ALTRE UNITÀ PRATICHE DI MISURA DELLA PRESSIONE

Nella pratica è spesso conveniente specificare la pressione dando direttamente la lunghezza della colonna di liquido. Le unità corrispondenti sono:

- *millimetro di mercurio* (mm di Hg o torr)
 - 1 mm di Hg = $10^{-3} \text{ m} \times 13'595 \text{ kg/m}^3 \times 9.80665 \text{ m/s}^2 = 133.322 \text{ Pa}$
- *atmosfera standard*
 - 1 atm = 760 mm di Hg = $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$
 - le differenze tra l'atmosfera standard e il bar sono dell'ordine del 3%.
- *metro di colonna d'acqua*
 - 1 m di H₂O = $1 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 9.81 \times 10^3 \text{ Pa} \approx 0.1 \text{ atm}$



Il Torr sulla Luna

Esercizio: Quanto vale 1 torr sulla Luna?



Il Torr corrisponde alla pressione esercitata da una colonna di 1 mm di mercurio e tale pressione in base alla (III.1.8) dipende dalla accelerazione di gravità che sulla Luna vale 1.62 m/s². Pertanto:

$$p = \rho g h = 13'595 \text{ kg/m}^3 \times 1.62 \text{ m/s}^2 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 22.0 \text{ Pa}$$



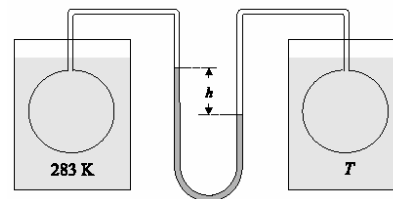
Un modello di termometro a gas: Olimpiadi Il livello 2003



Esercizio: Nella figura è rappresentato un sistema costituito da due bulbi di volume uguale, che hanno capacità termica e coefficiente di dilatazione trascurabili; i bulbi contengono la stessa quantità dello stesso gas per-

⁸ Per la precisione nella parte superiore si crea una atmosfera di vapori di mercurio. Ma poiché il mercurio presenta una bassa *tensione di vapore* (cioè evapora poco) si può affermare che nella parte superiore ci sia il vuoto e che la pressione atmosferica sia sostanzialmente identica a quella esercitata dalla colonnina. Torricelli trovò un valore di circa 760 mm. La pressione atmosferica, come si scoprì subito dopo le esperienze di Torricelli, dipende dalle condizioni climatiche, maggiore o minore presenza di vapore acqueo, e soprattutto dalla quota. Poco dopo le esperienze di Torricelli, Pascal portò in quota la apparecchiatura barometrica per verificare la prevedibile diminuzione di pressione.

fetto. Il tubo che connette i due bulbi contiene del mercurio e ha un volume trascurabile rispetto a quello dei due bulbi. Il bulbo di sinistra è immerso in un recipiente contenente acqua a 283 K. Se quello di destra è immerso in un recipiente di acqua in ebollizione, il dislivello del mercurio è $h_0 = 100$ mm; ponendolo invece in un recipiente d'acqua alla temperatura T , il dislivello del mercurio diventa $h = 40$ mm. Calcolare la temperatura T dell'acqua.



☹

Nelle condizioni indicate dal problema il sistema costituito dai due recipienti subisce una trasformazione isocora e pertanto la variazione di pressione nel bulbo di destra è proporzionale alla variazione di temperatura.

D'altra parte la differenza di pressione tra i due bulbi $\Delta p = \rho g h$ dove con ρ si indica la densità del mercurio.

Se indichiamo con p_s la pressione a sinistra e con p_d quella a destra avremo che:

$$p_{d0} - p_s = \rho g h_0 \quad p_d - p_s = \rho g h$$

Passando al rapporto delle due equazioni si ha:

$$\frac{\frac{p_{d0}}{p_s} - 1}{\frac{p_d}{p_s} - 1} = \frac{h_0}{h}$$

Poiché nei due bulbi è contenuta la stessa quantità di gas si ha che

$$\frac{p_{d0}}{p_s} = \frac{T_{d0}}{T_s} = \frac{273 + 100}{283} = 1.32 \text{ mentre } \frac{p_d}{p_s} = \frac{T_d}{T_s}$$

Possiamo calcolare $\frac{p_d}{p_s}$ dalla prima equazione ottenendo:

$$1.32 - 1 = \frac{100}{40} \left(\frac{p_d}{p_s} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{p_d}{p_s} = 0.32 \cdot 0.40 + 1 = 1.13$$

$$\text{Dunque } \frac{T_d}{T_s} = 1.13 \text{ e } T_d = 1.13 \cdot 283 = 320 \text{ K}$$

☺

Come cambiano le bolle d'aria di un sub? Olimpiadi Il livello 2001

Esercizio: Marina esplora il fondo di un lago con una attrezzatura subacquea. Quando espira salgono alla superficie delle bolle di gas. La pressione varia con la profondità e di conseguenza cambiano le dimensioni delle bolle. nel grafico a destra è rappresentato l'andamento della pressione del gas nelle bolle in funzione della profondità. Qual è il volume al pelo della superficie dell'acqua di una bolla che, alla profondità di 40 m ha un volume di 10 cm³ supponendo che la temperatura sia la stessa alle diverse profondità?

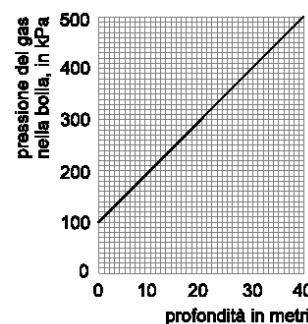
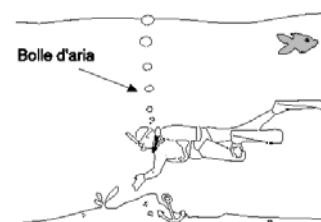
☹

Nella ipotesi di temperatura costante la trasformazione risulta isoterma e pertanto la pressione e il volume sono inversamente proporzionali.

D'altra parte i valori di pressione sono determinabili dal diagramma:

$$p_0 = 100 \text{ kPa mentre } p_{40} = 500 \text{ kPa}$$

sarà dunque:



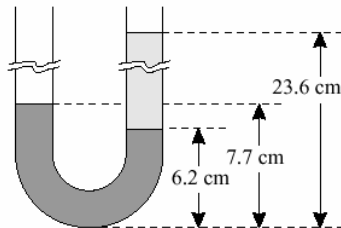
$$V_0 = V_{40} \frac{p_{40}}{p_0} = 10 \frac{500}{100} = 50 \text{ cm}^3$$



Un densimetro a mercurio: Olimpiadi II livello 1996



Esercizio: Un tubo ad U posto verticalmente viene riempito parzialmente di mercurio. In uno dei due bracci viene versato un liquido di cui si vuole determinare la densità. La superficie libera del mercurio è a 7.7 cm dal fondo, quella del mercurio a 23.6 cm dal fondo, quella tra i due liquidi si trova a 6.2 cm dal fondo del tubo. La densità del mercurio è di 13.5 kg/m³. Qual è la densità del liquido?



Le pressioni esercitate dalle due colonne di liquido si devono fare equilibrio in corrispondenza della superficie di separazione; sarà pertanto:

$$\rho_{\text{Hg}} g \Delta h_{\text{Hg}} = \rho_{?} g h_{?}$$

dunque:

$$\rho_{?} = \frac{\rho_{\text{Hg}} \Delta h_{\text{Hg}}}{h_{?}} = \frac{13.5 \cdot (7.7 - 6.2)}{23.6 - 6.2} = 1.16 \text{ kg/dm}^3$$



1.4 Il gas perfetto e il termometro a gas

1.4.1 IL GAS PERFETTO COME GAS REALE CHE SODDISFA LA LEGGE DI BOYLE

La legge di Boyle è largamente confermata dall'esperienza. Si è visto sperimentalmente che a pressioni non superiori a qualche decina di atmosfere e a temperature sufficientemente alte (dell'ordine della temperatura ambiente o a temperature superiori), la legge funziona abbastanza bene, con uno scarto tra previsione teorica e dato sperimentale tra l'1 e il 3%. Invece a pressioni dell'ordine di qualche centinaio di atmosfere lo scarto diventa rilevante e significativo.

Nel primo caso si possono trascurare le piccole differenze tra previsione teorica e dato sperimentale e introdurre il concetto di gas ideale, o gas perfetto, come quel gas per il quale vale la relazione $pV = \text{costante}$.

Si chiama *gas ideale* o *gas perfetto* un gas per il quale, nelle trasformazioni isoterme, la pressione risulta inversamente proporzionale al volume, a parità di massa. Ovviamente, il concetto di gas perfetto, così come quello di punto materiale o carica puntiforme, è una idealizzazione del reale. Tale idealizzazione si rivela particolarmente fruttuosa perché porta a risultati semplici senza perdite di accuratezza nelle soluzioni finali.

1.4.2 UN PRIMO MODELLO PER IL GAS PERFETTO

Dal confronto tra la densità di una sostanza allo stato liquido e della stessa sostanza allo stato aeriforme è possibile dedurre qualche informazione sulla struttura microscopica di un gas.

Alla pressione di 1 atmosfera e alla temperatura di 100°C, la densità dell'acqua è di 958.4 kg/m³ e quella del vapore di 0.598 kg/m³, cioè circa 1/1600 della precedente.

Ma la densità è il prodotto tra la massa della molecola e la concentrazione molecolare:

$$\rho = m_0 n$$

e, di conseguenza, in un dato volume le molecole d'acqua sono 1600 volte quelle presenti nello stesso volume di vapore. Poiché il volume è proporzionale al cubo delle dimensioni lineari, la distanza tra le molecole di vapore è pari a $\sqrt[3]{1600} \approx 12$ volte quella tra le molecole d'acqua nelle stesse condizioni di pressione e temperatura.

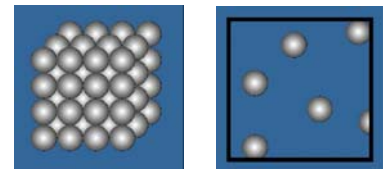
Per le altre sostanze si arriva a risultati sostanzialmente identici: *le distanze tra le molecole dei gas sono una dozzina di volte più grandi di quelle tra le corrispondenti molecole di liquido o solido* (purché le pressioni non siano troppo alte).

Le forze molecolari cambiano molto rapidamente con la distanza: per esempio, le forze di attrazione molecolare vanno come l'inverso della settima potenza della distanza. Pertanto *le forze di interazione intermolecolari nei liquidi e nei solidi sono decine di milioni di volte più grandi di quelle nei gas* e, dunque, queste ultime possono essere trascurate rispetto alle prime.

La legge di Boyle vale per i gas nei quali le forze di interazione intermolecolari non siano rilevanti. Questi argomenti saranno ripresi studiando il *modello cinetico molecolare di gas perfetto*.

dal punto di vista operativo si definisce gas perfetto un gas che soddisfi per definizione la legge di Boyle

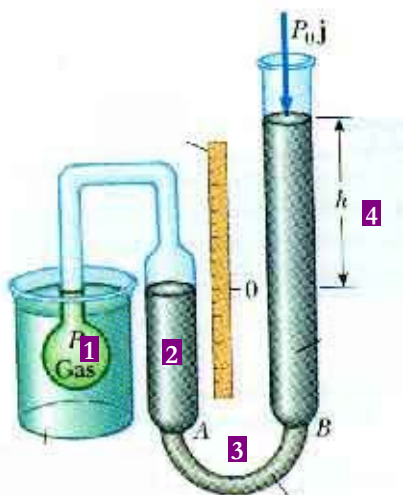
dal punto di vista teorico si definisce gas perfetto un gas per il quale siano del tutto trascurabili le interazioni tra le molecole



ragionando sulla densità si può concludere che le distanze intermolecolari in un gas sono di un ordine di grandezza superiori a quelle in un liquido o in un solido

1.4.3 IL TERMOMETRO A GAS A VOLUME COSTANTE

Il *termometro a gas a volume costante* è lo strumento con cui si misura la temperatura assoluta. Esso è costituito da un bulbo (1) riempito di gas (solitamente idrogeno), che è connesso attraverso un terminale di espansione (2) e un tubo di gomma (3) ad un manometro a mercurio (4).



Il termometro a volume costante usato come strumento di taratura dei termometri ordinari

Il bulbo viene mantenuto in contatto con il corpo di cui si vuol misurare la temperatura assoluta, mentre alzando e abbassando il manometro è possibile, attraverso la camera di espansione, mantenere fisso il livello del mercurio e dunque mantenere l'idrogeno a volume costante (0 della scala graduata).

La temperatura di due corpi viene confrontata in questo modo: prima si mette il termometro a contatto con il primo corpo, in modo che si porti in equilibrio termodinamico, e quindi con il secondo, misurando ogni volta l'altezza della colonnina di mercurio. Allora, in base all'equazione di stato dei gas perfetti (trasformazione del gas a volume costante) possiamo scrivere:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

Basta allora assumere una temperatura di riferimento T_0 cui corrisponderà una altezza h_0 per poter misurare qualsiasi temperatura e ciò si fa utilizzando le *celle a punto triplo*⁹:

$$T = T_0 \frac{h}{h_0}$$

Ovviamente, nella pratica quotidiana la temperatura non viene misurata mediante termometri a gas a volume costante. Si usano al loro posto, termometri ad alcool o a mercurio, termometri a resistenza e a termocoppia. Ma tutti questi strumenti vengono tarati attraverso un *termometro a gas* che serve, in tal modo, come strumento standard.

Il fatto di scegliere l'idrogeno come gas non è casuale; si è infatti osservato sperimentalmente che le letture effettuate con un termometro ad idrogeno sono molto più accurate di quelle eseguite utilizzando altri tipi di gas e risultano prossime a quelle che dovrebbe fornire un ipotetico termometro a gas perfetto (l'argomento sarà ripreso in uno dei prossimi capitoli).

1.4.4 IL GRADO CELSIUS E IL KELVIN

L'unità di misura della temperatura correntemente usata a livello pratico è il *grado Celsius* ($^{\circ}\text{C}$) definito come un centesimo dell'intervallo di temperatura compreso tra il punto di fusione del ghiaccio e quello di ebollizione dell'acqua distillata alla pressione standard $p_0 = 101'325 \text{ Pa}$.

Nel 1948 la IX conferenza internazionale sui pesi e misure ha ufficialmente stabilito di dare al termine *centigrado*, precedentemente usato per le temperature, il significato di centesima parte del grado inteso come centesima parte dell'angolo retto (si tratta della unità angolare presente sulle calcolatrici scientifiche ed indicata con grad).

1 kelvin = $\frac{1}{273.16}$ della temperatura del punto triplo dell'acqua

⁹ Il *punto triplo* è la condizione di pressione e temperatura in cui coesistono in equilibrio la fase solida, quella liquida e quella gassosa. Per ogni sostanza ciò si verifica in maniera univoca e si tratta pertanto di un ottimo punto fisso.

L'unità di misura assoluta della temperatura è il *kelvin* (K) ⁽¹⁰⁾ che è stato scelto riferendosi ad una particolare condizione di equilibrio in cui possono trovarsi quasi tutte le sostanze, il cosiddetto *punto triplo*. Si tratta della condizione in corrispondenza della quale si ha la coesistenza in equilibrio della fase solida, liquida ed aeriforme.

Poiché tale condizione si realizza sempre e solo ad un ben preciso valore di pressione e temperatura si è scelto il punto triplo dell'acqua come parametro di riferimento scegliendo di assegnare a questa condizione il valore di 273.16 K.

L'origine di questo strano numero (273.16) va intesa bene. Prima di scegliere come riferimento il punto triplo dell'acqua era già stata fissata la scala assoluta delle temperature a partire dalla scala Celsius. Precisamente era stato determinato con sufficiente precisione il valore di temperatura cui convergono le diverse rette dei diagrammi relativi alle leggi di Charles e di Gay Lussac trovando un valore di ≈ 273.15 °C.

Sempre in Celsius la temperatura del punto triplo dell'acqua risultava di 0.01 e pertanto, spostando lo zero in corrispondenza del punto di convergenza e scegliendo di utilizzare per il Kelvin e il °C la stessa estensione se ne deduce che il punto triplo dell'acqua debba risultare pari a 273.16 K.

Le celle a punto triplo hanno una variabilità molto bassa conservando per periodi dell'ordine del mese la stessa temperatura entro variazioni di 0.0001 °C.

1.4.5 LA SCALA PRATICA INTERNAZIONALE

La scala della temperatura assoluta non è correntemente usata nelle applicazioni di natura pratica e, al suo posto si usa la *scala pratica internazionale*, meglio conosciuta come *scala Celsius*. In questa scala il punto di ebollizione dell'acqua viene posto a 100 °C e il punto di fusione del ghiaccio a 0 °C.

Per garantire una buona riproducibilità sono stati fissati nel 1968 11 *punti fissi* i cui valori sono stati fissati per convenzione (nel rispetto delle migliori misure effettuate con termometri a gas).

Tali valori sono riportati in tabella e, se non diversamente specificato, si riferiscono alla pressione atmosferica standard.

All'interno degli intervalli compresi tra i punti fissi le normative internazionali stabiliscono poi delle formule di interpolazione da utilizzare con i migliori termometri convenzionali funzionanti negli intervalli suddetti.

- Da 14 K a 900 K si usa come termometro una resistenza elettrica di platino.
- Da 900 K a 1340 K si usa una termocoppia a platino e rodio.
- Al di sopra di tale temperatura la lettura si fa analizzando lo spettro della radiazione emessa.

Si tenga presente per le applicazioni che poiché t e T differiscono per una costante additiva gli intervalli di temperatura nelle due scale sono sempre identici e cioè: $\Delta t = \Delta T$.

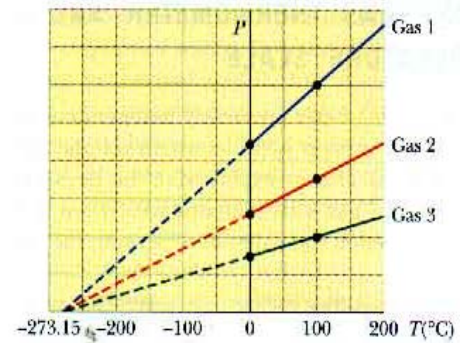
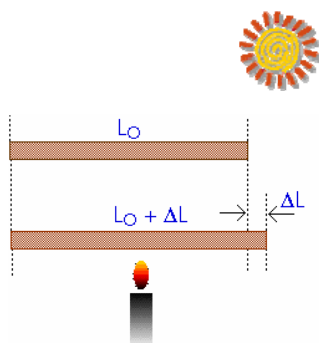
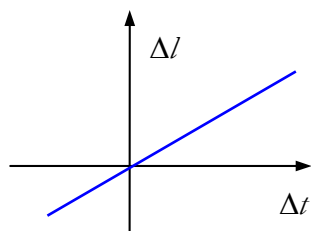


Tabella III.1.1		
Sostanza	K	°C
(1) Oro (solido/liquido)	1'337.58	1'064.43
(2) Argento (solido/liquido)	1'235.08	961.93
(3) Zinco (solido/liquido)	692.73	419.58
(4) Stagno (solido/liquido)	505.118 1	231.968 1
(5) Acqua (ebollizione)	373.15	100.0
(6) Acqua (punto triplo)*	273.16	0.01
(7) Ossigeno (ebollizione)	90.188	-182.962
(8) Ossigeno (punto triplo)*	54.361	-218.789
(9) Neon (ebollizione)	27.102	-246.048
(10) Idrogeno (ebollizione)	20.28	-252.87
(11) Idrogeno (ebollizione alla pressione di 0.329 della atmosfera standard)	17.042	-256.108
(12) Idrogeno (punto triplo)	13.81	-259.34

¹⁰ kelvin e non grado kelvin come ogni tanto si dice impropriamente.

1.5 La dilatazione dei corpi omogenei

1.5.1 LA DILATAZIONE LINEARE E QUELLA CUBICA



Dopo che si è definita la temperatura è possibile indagare il modo con cui le diverse sostanze modificano le loro dimensioni al variare della temperatura.

Si determina a questo punto una *legge empirica* che riguarda il modo in cui un oggetto unidimensionale di lunghezza l_0 alla temperatura t_0 cambia la sua lunghezza di Δl per variazioni di temperatura Δt . La legge è di tipo lineare e il coefficiente angolare cambia al cambiare della sostanza:

$$\Delta l = \lambda l_0 \Delta t \tag{III.1.9}$$

La costante λ è detta *coefficiente lineare di dilatazione*, ha le dimensioni dell'inverso di una temperatura e assume valori compresi tra 10^{-3} e 10^{-7} e la legge espressa ha valore puramente empirico; essa vale entro intervalli limitati di temperatura e solo entro essi λ è costante. Se non fosse stato così non avremmo avuto tutti i problemi descritti nella definizione univoca della temperatura.

La (III.1.9) può essere scritta in una forma equivalente come:

$$l = l_0 + \lambda l_0 \Delta t = l_0(1 + \lambda \Delta t)$$

Dalla *legge di dilatazione lineare* si ricava quella relativa alla *legge di dilatazione cubica*. Se infatti si opera su 3 dimensioni e si ipotizza che la dilatazione avvenga con la stessa legge lungo le 3 dimensioni si ha:

$$V = l_x l_y l_z = l_{x0} l_{y0} l_{z0} (1 + \lambda \Delta t)^3 = V_0 [1 + 3\lambda \Delta t + 3(\lambda \Delta t)^2 + (\lambda \Delta t)^3]$$

Ma poiché come abbiamo visto λ è una quantità piccola si possono trascurare le potenze di grado superiore alla prima ottenendo:

$$V = V_0 [1 + \beta \Delta t] \approx V_0 [1 + 3\lambda \Delta t] \tag{III.1.10}$$

Dunque il *coefficiente di dilatazione cubica* (indicato con β anche in tabella) è il triplo di quello lineare e, analogamente, quello di dilatazione superficiale è il doppio.

1.5.2 VALORI SPERIMENTALI DEI COEFFICIENTI DI DILATAZIONE

Se diamo un'occhiata ai valori dei coefficienti di dilatazione dei solidi possiamo osservare che:

- Il ferro, a differenza degli altri metalli ha un coefficiente abbastanza vicino a quello del calcestruzzo e questo ci spiega come mai venga utilizzato senza problemi nella realizzazione del cemento armato.
- Il legno si dilata molto di più ortogonalmente alle fibre che non nella loro direzione
- Il ghiaccio ha un coefficiente molto più elevato del vetro e questo ci spiega la ragione per cui non bisogna mettere liquidi nel freezer in contenitori in vetro. Il valore elevato ci spiega anche come mai il gelo sia un grande nemico delle strutture con intercapedini e interstizi.

Solidi	λ [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]	Liquidi, gas a 20°	β [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
Alluminio	23×10^{-6}	Acido solforico	0.56×10^{-3}
Argento	19×10^{-6}	Acqua	0.21×10^{-3}

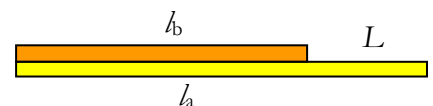
Tabella III.1.2 – coefficienti di dilatazione termica dei materiali			
Solidi	λ [°C ⁻¹]	Liquidi, gas a 20°	β [°C ⁻¹]
Calcestruzzo	$(10 \div 14) \times 10^{-6}$	Alcool etilico	1.1×10^{-3}
Caucciù	$(150 \div 200) \times 10^{-6}$	Benzolo	1.21×10^{-3}
Ferro	$(11 \div 12) \times 10^{-6}$	Mercurio	0.18×10^{-3}
Ghiaccio (0°C)	37×10^{-6}	Petrolio	$(0.9 \div 1) \times 10^{-3}$
Granito	8×10^{-6}	Gas perfetto	3.66×10^{-3}
Legno (\perp alle fibre)	$(30 \div 70) \times 10^{-6}$	Aria	3.67×10^{-3}
Legno (\parallel alle fibre)	$(3 \div 10) \times 10^{-6}$	Ossigeno	3.67×10^{-3}
Ottone	19×10^{-6}	Azoto	3.67×10^{-3}
Piombo	29×10^{-6}	Idrogeno	3.66×10^{-3}
Rame	16.7×10^{-6}	Elio	3.66×10^{-3}
Tungsteno	5.0×10^{-6}	Anidride carbonica	3.74×10^{-3}
Vetro comune	8.5×10^{-6}	Metano	3.68×10^{-3}
Vetro pyrex	3.2×10^{-6}	Ammoniaca	3.77×10^{-3}

Per quanto riguarda i gas si tenga presente che non ha molto significato parlarne visto che i gas non hanno un volume proprio. Si tratta però di vedere come, ad una data pressione, si espandono e questo è stabilito nelle leggi di Charles nelle quali il coefficiente è $1/273.15 = 3.66 \times 10^{-3}$. I valori gabelati servono ad indicare il maggiore o minore distacco del gas reale da quello del gas perfetto.

Lunghezza indipendente dalla temperatura

Esercizio: Uno dei metodi usati dai fisici per ottenere delle unità di lunghezza indipendenti dalla temperatura consiste nel sovrapporre 2 aste rigide di lunghezza a 0° C pari a l_a e l_b fatte con due materiali di coefficiente di dilatazione diversi λ_a e λ_b . Dimostrare che se si sceglie $\frac{l_b}{l_a} =$

$\frac{\lambda_a}{\lambda_b}$ allora la quantità $l_a - l_b$ non dipende dalla temperatura e può essere usata come unità di lunghezza.



Se applichiamo la legge della dilatazione lineare ai due corpi avremo che:

$$l_a = l_a + \lambda_a l_a \Delta t \quad l_b = l_b + \lambda_b l_b \Delta t$$

e facendo la differenza:

$$l_a - l_b = l_a - l_b + \Delta t (\lambda_a l_a - \lambda_b l_b)$$

La quantità $l_a - l_b$ non dipende dalla temperatura se il coefficiente di Δt si annulla e cioè se:

$$\lambda_a l_a - \lambda_b l_b = 0 \Leftrightarrow \frac{l_b}{l_a} = \frac{\lambda_a}{\lambda_b}$$



Come cambia la densità di un solido

Esercizio: Stabilire come cambia la densità di un solido di coefficiente di dilatazione lineare λ al cambiare della temperatura.



$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0[1 + 3\lambda\Delta t]} = \frac{\rho_0}{1 + 3\lambda\Delta t}$$



Coefficiente di dilatazione di una sbarra formata da materiali diversi posti in serie

Esercizio: Una sbarra è composta da due sbarre di lunghezza l_1 e l_2 e coefficienti di dilatazione λ_1 e λ_2 . Determinare il coefficiente di dilatazione della sbarra



$$l_1 = l_{01} + \lambda_1 l_{01} \Delta t \quad l_2 = l_{02} + \lambda_2 l_{02} \Delta t$$

Posto $l = l_1 + l_2$ il coefficiente di dilatazione si ottiene dalla relazione:

$$l = l_0 + l_0 \lambda \Delta t$$

$$\text{e pertanto } \lambda = \frac{l - l_0}{l_0 \Delta t} = \frac{\lambda_1 l_{01} \Delta t + \lambda_2 l_{02} \Delta t}{l_0 \Delta t} = \frac{\lambda_1 l_{01} + \lambda_2 l_{02}}{l_0}$$

Il coefficiente di dilatazione è la media ponderata dei coefficienti.



Sbarra eterogenea di coefficiente preassegnato



Esercizio: Si vuole realizzare una sbarra della lunghezza di 1 m il cui coefficiente di dilatazione valga $20 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ utilizzando rame e alluminio. Determinare la lunghezza del pezzo di rame



Osserviamo in via preliminare che il rame e l'alluminio hanno coefficienti di dilatazione rispettivamente minore e maggiore di quanto richiesto il che rende possibile l'esistenza di una soluzione.

Indicata con x la lunghezza richiesta si ha:

$$\lambda = \frac{\lambda_{\text{CU}} x + \lambda_{\text{AL}} (l - x)}{l}$$

Sostituendo i dati:

$$20 \times 10^{-6} = \frac{16.7 \times 10^{-6} x + 23 \times 10^{-6} (1.00 - x)}{1.00}$$

$$(23 \times 10^{-6} - 16.7 \times 10^{-6}) x = 23 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-6}$$

$$x = 0.48 \text{ m}$$



Si espande il mercurio ma si espande anche la scala



Esercizio: Una colonna di mercurio presenta alla temperatura di riferimento t_0 una lunghezza l_0 misurata su di una scala in ottone. Determinare la nuova lunghezza l ad una temperatura t tenendo conto della espansione del mercurio di coefficiente di dilatazione α , ma anche della dilatazione della scala con coefficiente di dilatazione β .



Se indichiamo con u la dimensione di una tacca della scala di ottone alla temperatura t_0 dovremo tener conto del fatto che essa cambia a u' per effetto della variazione di temperatura.

Sarà dunque:

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta t) u$$

Ma anche:

$$u' = u(1 + \beta \Delta t)$$

Pertanto se vogliamo esprimere l tenendo conto del cambiamento di dimensione delle divisioni della scala sarà:

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta t) \quad u = l = l_0 (1 + \alpha \Delta t) \frac{u'}{1 + \beta \Delta t} \approx l_0 (1 + \alpha \Delta t)(1 - \beta \Delta t)$$

$$u' = l_0 [1 + (\alpha - \beta) \Delta t - \alpha\beta \Delta t^2] \quad u' \approx l_0 [1 + (\alpha - \beta) \Delta t] u'$$

La dilatazione della scala determina un corrispondente decremento del coefficiente di dilatazione della sostanza.



1.6 Quesiti di fine capitolo

- Ricerca di *vero*: Definizione di temperatura. a) La temperatura di un termometro ha significato per qualsiasi intervallo di temperature b) Lo zero della scala Celsius e Fahrenheit coincidono mentre cambia la estensione del grado c) La scala Fahrenheit è stata fissata assumendo lo zero in vicinanza della temperatura corporea dell'uomo d) $32^{\circ}\text{C} = 0^{\circ}\text{F}$.¹¹
- Scrivere la relazione di proporzionalità che consente di passare dalla temperatura Celsius t_{C} a quella Fahrenheit t_{F} e viceversa.¹²
- Nella scala Fahrenheit a cosa corrispondono lo 0°C e 100°C ? Come mai sono stati scelti dei valori così strani?¹³
- Il gas neon bolle a pressione atmosferica alla temperatura $T = 27.10\text{ K}$. Trovare le corrispondenti temperature t_{C} e t_{F} in gradi centigradi e Fahrenheit.¹⁴
- In una decina di righe condensare i contributi dei principali protagonisti della fase che porta ad individuare la temperatura come grandezza fisica.¹⁵
- Dopo l'utilizzo dei termometri a liquido si passa alla fase che porterà a definire la temperatura assoluta attraverso lo studio dei gas. Riassumere le tre leggi di Boyle, Charles e Gay Lussac e sintetizzarle nell'unica legge che le condensa.
- A cosa serve il principio zero della termodinamica con riferimento alla definizione di temperatura?¹⁶
- Criticare la seguente definizione: un punto fisso è un punto la cui temperatura rimane fissa.
- Spiegare in 3 o 4 righe cosa sono e a cosa servono i punti fissi nella definizione della temperatura.¹⁷
- Per misurare la temperatura si usano i termometri. Per definire le temperature di riferimento sui termometri si usano i punti fissi. Come facciamo a sapere che in corrispondenza dei punti fissi la

¹¹ a) Falso: bisogna che il termometro sia in grado di operare. b) Falso lo 0 F corrisponde alla fusione di una miscela di ghiaccio e sale c) Vero d) Falso $32\text{ F} = 0^{\circ}\text{C}$

¹² $(t_{\text{F}} - 32):180 = t_{\text{C}}:100$

¹³ $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$ e $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$; questi due numeri strani derivano dal fatto che lo 0°F risulta pari ad una temperatura inferiore allo 0°C e che corrisponde ad un inverno freddo di una città del nord europa simulabile con una miscela di ghiaccio e sale mentre 100°F corrispondono, grosso modo, alla temperatura media del corpo umano.

¹⁴ $t_{\text{C}} = T - 273.15 = -246.05^{\circ}\text{C}$. Tenendo conto della definizione della scala Fahrenheit si ha $\frac{t_{\text{F}} - 32}{t_{\text{C}}} = \frac{180}{100}$ da cui si ottiene $t_{\text{F}} = \frac{9}{5} t_{\text{C}} + 32 = -410.89^{\circ}\text{F}$. Evitare di imparare a memoria le formule. A memoria si imparano solo le costanti universali sperimentali

¹⁵ Citare i contributi di Gassendi, della scuola galileiana, di Fahrenheit e di Celsius.

¹⁶ A garantire la possibilità di costruire termometri anche costruttivamente diversi avendo la garanzia che segnino la stessa temperatura anche al di fuori dei punti fissi.

¹⁷ I punti fissi sono fenomeni (per esempio i cambiamenti di stato di aggregazione) caratterizzati da invarianza di temperatura nel tempo e nello spazio come si può constatare utilizzando termoscopi diversi. Servono a tarare i termometri.

- temperatura è sempre la stessa, visto che non abbiamo ancora costruito i termometri?¹⁸
11. Cosa si intende con proprietà termometrica?¹⁹
 12. Cosa si intende per temperatura di un corpo?²⁰
 13. Il principio zero della termodinamica afferma che: *presi tre corpi A, B e C la proprietà di essere in equilibrio termico gode della proprietà transitiva*. Si chiama temperatura di un corpo la temperatura di un termometro in equilibrio con esso. Cosa ci garantisce il principio zero rispetto al fatto che due corpi abbiano la stessa temperatura?²¹
 14. Se non valesse il principio zero della termodinamica quale difficoltà si avrebbe nella definizione di temperatura?²²
 15. Si consideri una serie di termoscopi a liquido e un fenomeno cosiddetto *punto fisso*. Spiegare in cosa consista, dal punto di vista sperimentale *essere un punto fisso*. Ovviamente non si può riferirsi alla misura di temperatura visto che i punti fissi servono a definirla.
 16. Equilibrio termico, principio zero della termodinamica, sostanza e proprietà termometrica, punti fissi, costruzione dei termometri, definizione di temperatura di un corpo; sono alcuni dei nodi attraverso cui si passa nella definizione di temperatura. Scegline tre e descrivili.
 17. Qual è il vantaggio ad utilizzare una scala lineare nel fissare la temperatura dei termometri a liquido?²³
 18. Perché la scala Fahrenheit presenta dei valori così bizzarri rispetto alla scala Celsius?²⁴
 19. Aspetti arbitrari e vincoli nella definizione di temperatura.²⁵
 20. Da cosa è nata l'idea di una scala assoluta di temperature?²⁶

¹⁸ Si usano come provvisori indicatori di temperatura i termoscopi (che poi tarati diverranno termometri) e si osserva che in corrispondenza dei punti fissi (cambiamenti di stato) termoscopi identici danno una indicazione costante nel tempo e nello spazio mentre termoscopi diversi danno comunque sempre la stessa indicazione nel tempo. Si assegna allora, per definizione, una temperatura di riferimento ad ogni punto fisso.

¹⁹ Una qualsiasi proprietà del corpo (volume, pressione corrente elettrica, ...) che risulti sensibile al suo stato termico, cioè la proprietà che useremo per realizzare il termometro.

²⁰ La temperatura di un termometro in equilibrio con esso.

²¹ Il fatto che se i due corpi sono in equilibrio con uno stesso termometro che indica la medesima temperatura sono anche in equilibrio termico tra di loro.

²² Due termometri che segnano la stessa temperatura a contatto con un corpo potrebbero non essere in equilibrio. Cadrebbe la definizione di temperatura.

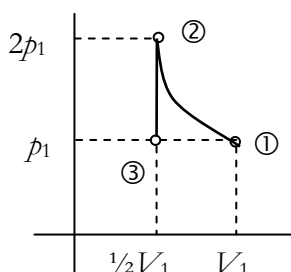
²³ La successiva deduzione di leggi semplici per quanto riguarda la dilatazione dei corpi.

²⁴ Nel rispondere fare riferimento ai suoi punti fissi.

²⁵ Si veda il paragrafo nel testo. Un dato obbligato nello scegliere la proprietà termometrica è, per esempio, il fatto che si tratti di una proprietà corrispondente ad una funzione monotona.

²⁶ Secondo le leggi di Charles e di Gay Lussac le trasformazioni dei gas a pressione e a volume costante sono rette che convergono ad una medesima temperatura che corrisponderebbe rispettivamente all'annullamento della pressione o del volume. A questo limite teorico e irraggiungibile si è dato il nome di zero assoluto e misurando le temperature rispetto ad esso le leggi acquistano la forma molto semplice $pV \propto T$

21. Enunciare la *legge delle proporzioni definite* e spiegare come essa venga spiegata dalla teoria atomica.
22. Correggere il seguente enunciato della legge delle proporzioni multiple individuando l'errore al suo interno: *se due elementi si combinano tra loro per formare composti diversi i rapporti in peso con cui il secondo composto si combina con una definita massa del primo sono espressi da numeri interi.*
27
23. Per la chimica prima dell'avvento della teoria atomistica di tipo fisico cosa sono i pesi atomici? Cosa diventano dopo e come avviene la loro determinazione? 28
24. Cosa dice la legge di Dalton delle pressioni parziali?
25. Cosa dice l'ipotesi di Avogadro? 29
26. Il grado Celsius e il Kelvin.
27. Perché se il punto di incontro delle rette delle leggi di Charles e di Gay Lussac è a -273.15 si dice poi che la temperatura del punto triplo dell'acqua è di 273.16 K? 30
28. Far vedere come si possa stabilire che in una qualsiasi trasformazione di un gas perfetto si ha $\frac{pV}{T} = \text{costante}$
29. Secondo l'equazione dei gas perfetti $\frac{pV}{nT} = R$. Cosa rappresentano i diversi simboli? 31
30. Se conosco la massa m di un gas e la sua composizione molecolare (per esempio $\text{CH}_4 = \text{metano}$) come faccio a trovare il numero di moli n ? Descrivere come si fa. 32
31. Sul diagramma pressione volume di un gas perfetto, ad ogni punto corrisponde un solo valore di temperatura e tale valore può essere interpretato geometricamente. Come? 33
32. Una mole di gas si trova nello stato indicato dal punto ① e viene dapprima compresso a temperatura costante finché il volume si dimezza (punto ②). A questo punto viene raffreddato a volume costante finché la pressione ritorna a p_1 (punto ③). Disegna sul dia-



27 Si fa riferimento a rapporti tra numeri interi

28 Spiegare come si passa dagli equivalenti in peso ai pesi atomici (citare tre leggi)

29 Si veda la trattazione nel testo

30 La temperatura Celsius del punto triplo non era 0 ma 0.01 °C

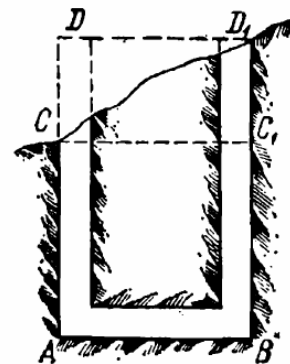
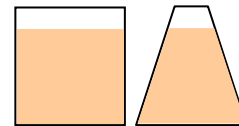
31 p è pressione in Pascal; V il volume in m^3 ; n il numero di moli (massa in grammi fratto peso molecolare); T è la temperatura assoluta in Kelvin e R una costante universale detta costante dei gas perfetti pari a $8.3145 \text{ J}/(\text{mole}\cdot\text{K})$.

32 $n = m/\mu$ dove m è la massa in grammi mentre μ è il peso molecolare in amu che si ottiene sommando il numero di atomi di ogni tipo per il rispettivo peso atomico.

33 In un gas perfetto si ha $T = pV / (nR)$ e dunque la temperatura è proporzionale all'area del rettangolo individuato dalle due coordinate del punto. Un punto è *tanto più caldo* maggiore è l'area del rettangolo che individua sugli assi.

gramma i punti ② e ③ e le due trasformazioni. Indica sul foglio come faresti a trovare T_1 , p_2 e T_3 .³⁴

33. In che senso la legge sui rapporti costanti costituisce un valido indizio a favore dell'atomismo?
34. Come si può procedere per determinare il peso molecolare medio di una miscela di gas?
35. Le unità di misura della pressione
36. Dopo aver riletto il brano di Torricelli citato nel testo, riassumi gli argomenti di Torricelli contro la tesi dell'*horror vacui*.
37. Due recipienti della forma indicata qui a lato contengono un liquido a temperatura t e sono riempiti sino al medesimo livello. La temperatura dell'acqua viene abbassata e il livello nei due recipienti scende per effetto della diminuzione di volume del liquido. Spiegare perché la pressione sul fondo non cambia nel caso del recipiente cilindrico mentre diminuisce in quello a forma di tronco di cono.³⁵
38. La figura qui a lato rappresenta lo schema di una miniera con imboccature a due diverse altezze (quote dei punti C e D). Supponiamo che la temperatura all'interno della miniera si grosso modo costante (superiore a quella esterna in inverno e inferiore in estate). Prestando attenzione alle due colonne d'aria CD e C_1D_1 spiegare come mai in estate si determina una circolazione d'aria oraria e in inverno se ne crei una antioraria.³⁶
39. Come è fatto e come funziona il termometro a gas a volume costante.
40. Un blocco di piombo a forma di parallelepipedo ha come spigoli alla temperatura di 0°C $a = 2.55\text{ cm}$, $b = 3.29\text{ cm}$ e $c = 1.68\text{ cm}$. a) Trovare il volume V b) Determinare il volume alla temperatura $t = 140^\circ\text{C}$ sapendo che il coefficiente di dilatazione lineare è $\alpha = 29 \cdot 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.³⁷
41. Un filo di rame presenta alla temperatura $t_1 = 28^\circ\text{C}$ la lunghezza $l_1 = 126.4\text{ cm}$ mentre alla temperatura t_2 la sua lunghezza è $l_2 = 126.7\text{ cm}$. Quanto vale t_2 sapendo che $\lambda = 1.7 \cdot 10^{-5}\text{K}$? Si ricordi che la legge di dilatazione è lineare e dunque $\Delta l = \lambda / \Delta t$ qualunque sia la temperatura iniziale.³⁸



³⁴ Da ① a ② viene percorso un ramo di iperbole sino a $p_2 = 2p_1$ e $V_2 = \frac{1}{2} V_1$ mentre da ② a ③ $V_3 = V_2$ mentre la temperatura, proporzionale alla pressione dimezza con essa

³⁵ Per effetto della diminuzione di temperatura il livello nel cilindro si abbassa ma tale abbassamento è compensato dal corrispondente incremento di densità e pertanto la pressione sul fondo non cambia. Nel caso del recipiente a forma di tronco di cono la variazione di volume determina un abbassamento maggiore di quello che si avrebbe nel caso di forma cilindrica, invece la densità cambia nello stesso modo. Come conseguenza la pressione sul fondo diminuisce.

³⁶ Ragionare sul fatto che le diverse temperature determinano delle differenze di densità e conseguenti differenze di pressione.

³⁷ $V = abc = 2.55 \cdot 3.29 \cdot 1.68 = 14.1\text{ cm}^3$; $\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta t = 3 \cdot 29 \cdot 10^{-6} \cdot 14.1 \cdot 140 = 0.17 \approx 0.2\text{ cm}^3$. Pertanto $V = V_0 + \Delta V = 14.3\text{ cm}^3$

³⁸ $l_2 - l_1 = \lambda l_1 (t_2 - t_1)$ pertanto $t_2 - t_1 = \frac{l_2 - l_1}{\lambda l_1} = 140^\circ\text{C}$

42. Il periodo di oscillazione del pendolo è proporzionale alla radice della sua lunghezza l , cioè $T \propto \sqrt{l}$. Il filo ha un coefficiente di dilatazione lineare $\lambda = 6.5 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e, alla temperatura $t_1 = 5.0 \text{ } ^\circ\text{C}$ presenta un periodo $\tau_1 = 1.000 \text{ s}$. Trovare il periodo τ_2 alla temperatura $t_2 = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$.³⁹
43. Perché in un termometro a liquido il bulbo è grande e il tubo è sottile?⁴⁰
44. Perché è bene che il bulbo di un termometro sia di spessore sottile (due motivazioni)?⁴¹
45. Come mai nel costruire i termometri non si tiene conto della dilatazione termica del bulbo di vetro?⁴²
46. Visto che il coefficiente di dilatazione dell'alcool è nettamente maggiore di quello del mercurio, perché i termometri a mercurio vengono preferiti?⁴³
47. Presa una sostanza di cui è nota la formula chimica come si trova il peso molecolare?⁴⁴
48. Come si trova il numero di moli n se sono note la massa in chilogrammi m e il peso molecolare μ ?⁴⁵
49. Come si trova il numero di molecole N noto il numero di moli n ?⁴⁶
50. Perché per costruire i termometri clinici, prima dei divieti legati alla sua pericolosità, si preferiva il mercurio all'alcool anche se quest'ultimo ha un coefficiente di dilatazione molto superiore?⁴⁷

e dunque $t_2 = t_1 + 140 = 168^\circ\text{C}$

³⁹ In base alla proporzionalità fornita possiamo affermare che $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$ ma d'altra parte in base alla legge sulla dilatazione lineare si ha $l = l_0(1 + \lambda t)$ e pertanto: $\frac{\tau_2}{\tau_1} =$

$$\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda t_2)}{l_0(1 + \lambda t_1)}} = \sqrt{\frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}} = 1.00001$$

⁴⁰ Perché una data variazione di temperatura produce una variazione di volume proporzionale al volume del bulbo e questa variazione di volume diventa variazione di lunghezza della colonna in maniera inversamente proporzionale alla sezione del tubo.

⁴¹ Se è sottile aumenta la prontezza (tempo che impiega il termometro per andare all'equilibrio) inoltre diminuisce la capacità termica del termometro con conseguente bassa invasività (la misura non modifica l'oggetto)

⁴² Perché il coefficiente di dilatazione volumico dei liquidi è molto maggiore di quello del vetro

⁴³ Le ragioni sono due: il mercurio presenta un intervallo di utilizzabilità molto più ampio e inoltre ha una bassa tensione di vapore, molto più bassa dell'alcool che come è noto evapora facilmente determinando una pressione nella parte alta del capillare diversa alle diverse temperature.

⁴⁴ Bisogna sommare il prodotto tra il peso atomico di ogni atomo costituente la molecola e il numero di atomi di quel tipo presenti nella molecola. La somma va eseguita per tutti gli atomi presenti.

$$\text{45 } n = 10^3 \frac{m}{\mu}$$

⁴⁶ Come si trova il numero di molecole N noto il numero di moli n ?

⁴⁷ Perché l'alcool ha una tensione di vapore molto più alta ed evaporando intensamente ostacola la dilatazione termica

51. A quale fenomeno corrisponde il punto triplo dell'acqua e a quale temperatura T (Kelvin) corrisponde? Il valore di T dipende dal valore di pressione a cui si opera? ⁴⁸

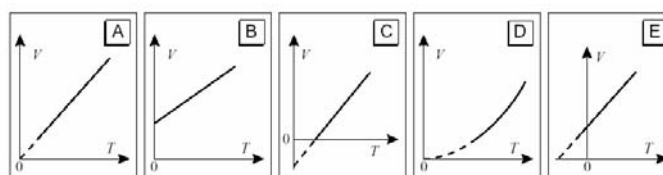
⁴⁸ Il punto triplo è il punto in cui si incontrano le linee di equilibrio tra le diverse fasi (diagrammi pressione temperatura) cioè il punto in cui le tre fasi di cristallo, liquido e vapore coesistono. Ciò avviene per ogni sostanza ad un ben preciso valore di pressione e temperatura. La temperatura del punto triplo dell'acqua è di 273.16 K e la pressione è univocamente determinata e per l'acqua corrisponde a 4.5 mm di Hg.

1.7 Quesiti dalle Olimpiadi della Fisica

1. Se ti capita di versare dell'alcool sul braccio, per esempio per disinfettare una zona di pelle, provi una sensazione di freddo, anche quando l'alcool è alla stessa temperatura del tuo corpo. Questo avviene perché...(Juniores 1996)

- A ...l'alcool è più caldo dell'ambiente circostante.
- B ...l'alcool è un buon conduttore del calore.
- C ...l'alcool condensa rapidamente sul braccio.
- D ...l'alcool congela rapidamente a contatto con il braccio.
- E** ...l'alcool evapora rapidamente dal braccio.

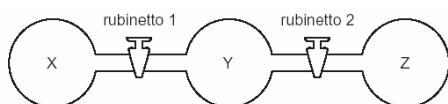
2. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio il volume V di una certa massa di un gas perfetto a pressione costante, in funzione della sua temperatura assoluta T? (I livello 2000)



- A** B C D E

3. Un dado di ottone è bloccato su un bullone di duralluminio. I coefficienti di dilatazione termica lineare λ_o dell'ottone e λ_d del duralluminio valgono rispettivamente $\lambda_o = 1.90 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ e $\lambda_d = 2.26 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Cosa si deve fare per sbloccarli più facilmente? ... (I livello 2001)

- A ... Ingrassare B ... Riscaldare
- C** ... Raffreddare D ... Prendere a martellate
- E ... Non c'è nulla da fare



4. I contenitori X, Y e Z, identici tra loro, sono collegati dai rubinetti 1 e 2. Inizialmente Y contiene aria a una pressione sei volte maggiore di quella atmosferica normale (100 kPa) e a temperatura ambiente. Nei contenitori X e Z è stato fatto il vuoto. Si apre il rubinetto 1 e, dopo un po', anche il rubinetto 2. Quale è la pressione nel contenitore Y dopo l'apertura del primo e dopo l'apertura del secondo rubinetto, quando la temperatura dell'aria nel contenitore è tornata quella dell'ambiente circostante? ... (Juniores 1995)⁴⁹

	Rubinetto 1 aperto (pressione in kPa)	Rubinetti 1 e 2 aperti (pressione in kPa)
A	600	300
B	600	200
C	300	200
D	300	150
E	300	100

⁴⁹ Ne primo caso il volume raddoppia e nel secondo triplica senza che ci sia variazione di temperatura; la pressione è inversamente proporzionale al volume.

5. Una bottiglia ben chiusa contiene un gas a temperatura ambiente. Se la bottiglia viene immersa in acqua calda: ... (Juniores 1995)⁵⁰

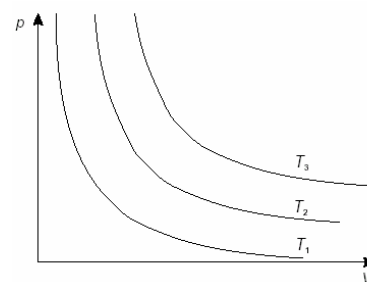
- A ...sia la densità che la pressione del gas aumentano.
- B ...sia la densità che la pressione del gas rimangono costanti.
- C ...sia la densità che la pressione del gas diminuiscono.
- D** ...la densità del gas non varia ma la sua pressione aumenta.
- E ...la densità del gas aumenta ma la sua pressione rimane costante.

6. In tabella sono riportate alcune proprietà di tre sostanze, contrassegnate con le lettere P, Q e R. Una di esse è un solido, una un liquido ed una un gas. ... (Juniores 1996)

	P	Q	R
Può scorrere facilmente?	sì	no	sì
Può venir facilmente compressa?	no	no	sì
Valore della densità in g/cm ³	1.1	2.7	0.001

Quale delle seguenti alternative è quella corretta?

- | | P | Q | R |
|--------------|---------|---------|---------|
| A ... | solido | liquido | gas |
| B ... | solido | gas | liquido |
| C ... | liquido | solido | gas |
| D ... | liquido | gas | solido |
| E ... | gas | solido | liquido |
7. Le tre iperboli 1, 2 e 3 in figura rappresentano l'andamento della pressione al variare del volume di una data massa di gas perfetto in trasformazioni isoterme a temperature diverse. Potresti indicare quale iperbole corrisponde alla trasformazione che avviene a temperatura più alta? ... (Juniores 1997)
- A ... La temperatura più alta è T₁
 - B ... La temperatura più alta è T₂.
 - C** ... La temperatura più alta è T₃.
 - D ... Non si può dire perché la temperatura varia al variare del volume del gas.
 - E ... Non si può dire perché non ci sono dati sufficienti per determinarlo.
8. Il volume di un cilindro contenente un gas perfetto si raddoppia senza che vari la temperatura e la quantità di gas contenuto. Tra i cambiamenti indicati qui sotto, quali sono quelli che avvengono nel gas? ... (Juniores 1999)
- A ...La densità raddoppia e la pressione raddoppia
 - B ...La pressione si dimezza e la densità raddoppia
 - C ...La pressione raddoppia e la densità si dimezza



⁵⁰ La densità non cambia perché non cambiano massa e volume (si trascura la piccola dilatazione della bottiglia). A volume costante la pressione è proporzionale alla temperatura e dunque essa aumenta.

D ...Tanto la pressione quanto la densità si dimezzano

9. Quale delle seguenti terne di valori indica con migliore approssimazione la distanza fra le molecole nel ghiaccio, nell'acqua e nel

	Distanza delle molecole nel ghiaccio in unità di lunghezza arbitraria u	Distanza delle molecole nell'acqua in unità di lunghezza arbitraria u	Distanza delle molecole nel vapore acqueo in unità di lunghezza arbitraria u
A	1	1	10
B	1	3	1
C	1	3	3
D	1	10	10

vapore acqueo? ... (Juniors 1999)

A B C D

10. Una bottiglia contiene aria a 27°C alla pressione atmosferica. La bottiglia viene poi tappata e scaldata. Il tappo salta via quando la pressione è 2.5 volte quella atmosferica. A quale temperatura è stata scaldata l'aria dentro la bottiglia? ... (Juniors 2000)

A ... 67.5°C **B** ... 750K C ... 1050K
D ... 236°C

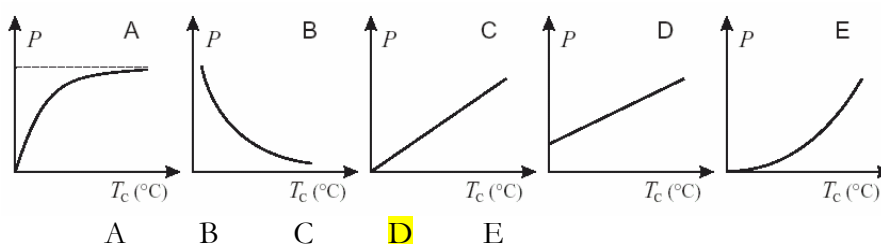
11. Un palloncino elastico viene riempito con del gas ed ermeticamente sigillato. Come cambiano la massa, il volume e la densità del gas contenuto nel palloncino se viene raffreddato? ... (Juniors 2002)

	Massa	Volume	Densità
A ...	Diminuisce	Rimane lo stesso	Aumenta
B ...	Aumenta	Rimane lo stesso	Diminuisce
C ...	Rimane la stessa	Diminuisce	Aumenta
D ...	Rimane la stessa	Aumenta	Diminuisce

12. L'aria nei pneumatici di un'automobile esercita una pressione di $2.4 \times 10^5\text{Pa}$ a 20°C . Si assuma che la pressione atmosferica sia sempre di $1.0 \times 10^5\text{Pa}$ e che il volume dell'aria nei pneumatici rimanga lo stesso. Qual è la pressione nei pneumatici se la temperatura scende a 0°C ? ... (I livello 1996)

A ... $3.4 \times 10^5\text{Pa}$ B ... $2.4 \times 10^5\text{Pa}$ C ... $1.0 \times 10^5\text{Pa}$
D ... $2.2 \times 10^5\text{Pa}$ E ... $3.1 \times 10^5\text{Pa}$

13. Un recipiente a tenuta contiene del gas rarefatto che si comporta con buona approssimazione come un gas perfetto; la pressione del gas viene misurata a diverse temperature e i dati sono riportati in un grafico, in funzione della temperatura. Quale dei seguenti grafici si troverà? ... (I livello 1998)



14. Una bombola d'aria di un palombaro ha una capacità di 0.06m^3 . Un volume di 4.0m^3 d'aria alla densità di 1.44kg/m^3 viene compressa

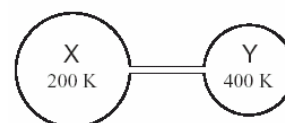
nella bombola. Qual è la densità dell'aria nella bombola? ... (I livello 1999)

- A ...0.02 kg/m³ B ...0.17 kg/m³ C ...5.76 kg/m³
 D ...6.00 kg/m³ **E ...96.0 kg/m³**

15. Una pentola a pressione ha la valvola di sicurezza regolata per aprirsi quando all'interno la pressione raggiunge il valore di 140 kPa. Dopo essere stata chiusa in condizioni di pressione atmosferica normale, alla temperatura di 22°C, la pentola viene dimenticata vuota sul fornello acceso. Si indichi, fra i valori seguenti, quello che si avvicina di più alla temperatura alla quale si aprirà la valvola. ... (I livello 2002)

- A 30°C B 100°C **C 135°C** D 180°C
 E 225°C

16. Il disegno rappresenta due recipienti di vetro collegati insieme. Il volume del recipiente X è doppio rispetto a quello del recipiente Y. Il sistema è riempito con un gas perfetto e mantenuto in uno stato stazionario con i recipienti rispettivamente a 200K e 400K. Nel recipiente X ci sono n moli di gas. Quante moli di gas ci sono nel recipiente Y? ... (I livello 2002) ⁵¹

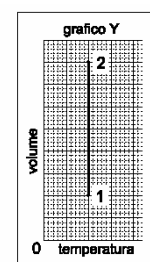
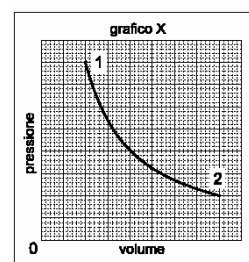


- A ... 1/4 n** B ... 1/2 n C ... n D ... 2 n
 E ... 4 n

17. Il manometro di una bombola di ossigeno che ha la capacità di 0.1m³ indica 1.0·10⁷ Pa. La densità dell'ossigeno alla pressione atmosferica (1.0·10⁵ Pa) e alla temperatura della bombola è 1.4 kg/m³. La densità dell'ossigeno nella bombola è allora ... (I livello 2003)

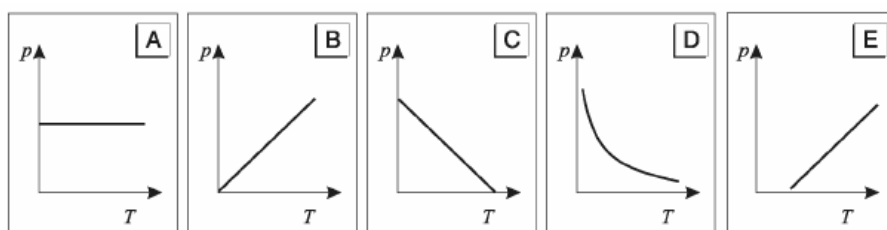
- A ... 0.14 kg/m³ B ... 1.4 kg/m³ C ... 14 kg/m³
D ... 140 kg/m³ E ... 1'400 kg/m³

18. I grafici indicati con X e Y mostrano, in diversi piani cartesiani, l'andamento di pressione, volume e temperatura di una massa costante di gas durante una trasformazione che parte dallo stato iniziale contrassegnato con (1) ed arriva ad uno stato finale contrassegnato con (2). Quale delle seguenti affermazioni è corretta? 1 – Il gas si espande secondo la legge di Boyle. 2 – Il gas viene compresso a temperatura costante. 3 – La pressione diminuisce a temperatura costante. ... (I livello 2003)



- A ... Solo la 1 B ... Solo la 3
 C ... Solo la 1 e la 2 **D ... Solo la 1 e la 3**
 E ... Solo la 2 e la 3

19. Quale dei grafici sottostanti rappresenta meglio la relazione tra la pressione e la temperatura assoluta di un gas perfetto contenuto in



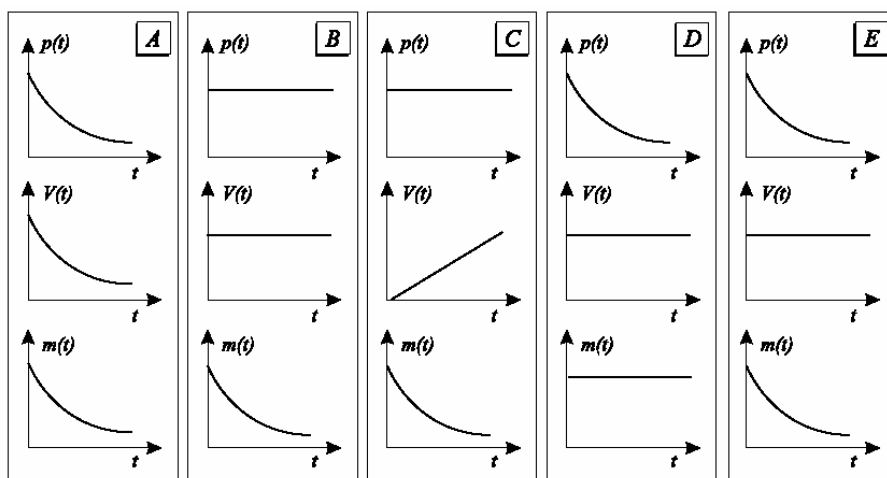
un recipiente a pareti rigide ed a tenuta ermetica?... (I livello 2006)

A **B** C D E

20. Un pallone di 6 m^3 di volume contiene una certa massa di gas alla temperatura di 300 K e alla pressione di $2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Il gas, che può essere trattato come gas perfetto, viene riscaldato sino a 600 K mentre la pressione viene ridotta alla metà. Il volume finale del pallone è: ... (I livello 2008) ⁵²

A ... 1.5 m^3 B ... 3.0 m^3 C ... 6.0 m^3
 D ... 12.0 m^3 **E** ... 24.0 m^3

21. Un contenitore rigido di metallo contiene inizialmente del gas compresso. Il gas viene lentamente fatto uscire dal contenitore. La temperatura del gas rimane costante. Quale dei seguenti gruppi di grafici indica come possono cambiare nel tempo la pressione, il vo-



lume, e la massa del gas nel contenitore? ... (I livello 2008)

A B C D **E**

22. Si è misurata l'altezza della colonna di mercurio di un barometro. Per ricavare da questo dato il valore della pressione atmosferica in N/m^2 (Pa) serve conoscere anche: 1) la sezione del tubo 2) la densità del mercurio 3) l'accelerazione di gravità. Quale delle precedenti affermazioni sono corrette... (I livello 2009)

A ... tutte e tre B ... solo la 1 e la 2
C ... solo la 2 e la 3 D ... solo la 1 E ... solo la 3

23. Una bombola d'aria utilizzata da un sommozzatore è riempita ad una pressione di 20 MPa , alla temperatura di 20°C . La valvola di sicurezza della bombola è tarata in modo da aprirsi quando la pressione raggiunge i 24.5 MPa . La bombola, piena, viene lasciata al sole. La valvola entrerebbe in funzione se la bombola raggiungesse una temperatura di ... (I livello 2011)

A ... 62°C **B** ... 86°C C ... 104°C D ... 125°C
 E ... 137°C

24. In una stanza di dimensioni $8\text{m} \times 6\text{m} \times 4\text{m}$, è contenuta aria alla pressione di $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ e alla temperatura di 18°C . Si tenga presente che nell'aria, in prima approssimazione, l'80% delle mole-

⁵¹ Poiché $pV = nRT$ e la pressione è la stessa ne segue che $n \propto V/T$

⁵² $V = nRT/p$ e pertanto se T raddoppia e p dimezza deve quadruplicare il volume

cole è d'azoto e il 20% d'ossigeno. Le masse molari dell'azoto e dell'ossigeno valgono rispettivamente $\mu_N = 28 \text{ g/mol}$ e $\mu_O = 32 \text{ g/mol}$. Si tratti l'aria come un gas perfetto. Determinare le masse d'azoto e d'ossigeno contenute nella stanza. (I livello 2013)⁵³

A ... $m_N = 1.8 \text{ kg}$; $m_O = 0.5 \text{ kg}$

B ... $m_N = 12 \text{ kg}$; $m_O = 3.6 \text{ kg}$

C ... $m_N = 60 \text{ kg}$; $m_O = 18 \text{ kg}$

D ... $m_N = 113 \text{ kg}$; $m_O = 33 \text{ kg}$

E ... $m_N = 180 \text{ kg}$; $m_O = 52 \text{ kg}$

25. Un recipiente con le pareti rigide contiene una certa quantità di un gas perfetto a 20°C . Se la temperatura del gas viene portata a 70°C di quanto è variata percentualmente la sua pressione? (I livello 2014)

A ... 0.71% B ... 2.5% C ... 15% **D** ... 17%

E ... 250%

⁵³ Si calcola dapprima il numero di moli d'aria $n = pV/(RT) = 8.04 \cdot 10^3$. Quindi si possono calcolare le moli di ossigeno e azoto essendo noti i valori percentuali e da essi le masse attraverso le masse molecolari

1.8 Problemi di fine capitolo

Per risolvere i problemi proposti tieni presenti le seguenti leggi principali:

per affrontare i problemi tieni presente che



- legame tra scala Celsius e Fahrenheit $\frac{t_F - 32}{180} = \frac{t_C}{100}$
- legame tra scala Celsius e scala assoluta $t_C = T - 273.15$
- equazione del gas perfetto $pV = nRT$
- legge di Dalton delle pressioni parziali
- legame tra mole e massa $n = \frac{10^3 m}{\mu}$
- pressione esercitata da una colonna di fluido di densità δ e altezza h (legge di Stevin) $\delta g h$
- le leggi di dilatazione lineare dei solidi e dei liquidi $\Delta l = \lambda l_0 \Delta t$ (le dilatazioni superficiali e volumiche si possono ricavare da quella lineare)

1. Gas perfetti diversi – ricerca dell'equilibrio

Esercizio: Un tubo di vetro di lunghezza d chiuso agli estremi è disposto orizzontalmente e separato da una goccia di mercurio che fa da pistone. Le due parti contengono due masse uguali di gas diversi di peso molecolare μ_1 e μ_2 . Determinare la posizione x della goccia. Generalizzare il problema al caso in cui sia $m_1 / m_2 = \alpha$.⁵⁴

⊗

2. Numero di cicli di una pompa che aspira un gas

Esercizio: Una pompa è in grado di aspirare ad ogni ciclo un volume ΔV da un recipiente di volume V contenente del gas a pressione iniziale p . Determinare quanti cicli bisogna compiere per portare la pressione da p a p' nella ipotesi semplificativa che la trasformazione sia isoterma.

Supporre che sia $\Delta V/V = 10^{-2}$ e $p'/p = 10^{-3}$. Suggerimento: il processo avviene in progressione geometrica. E' richiesta la soluzione di una equazione esponenziale con uso dei logaritmi.⁵⁵

⁵⁴ Indichiamo con x la lunghezza occupata dal primo gas e con $d - x$ quella del secondo. Se il sistema è in equilibrio le due pressioni sono uguali e dunque si ha poiché $V_1 \propto x$ e anche $V_1 \propto n_1 \propto 1/\mu_1$ si potrà scrivere $x : \frac{1}{\mu_1} = (d - x) : \frac{1}{\mu_2}$

$$\text{Da cui si ottiene: } x = \frac{d \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

Se invece le masse sono diverse e si pone $m_1 = \alpha m_2$ si possono ripetere gli stessi ragionamenti con $n_1 = \frac{\alpha m_2}{\mu_1}$ e $n_2 = \frac{m_2}{\mu_2}$. La quantità m_2 si semplifica nella proporzione e,

$$\text{alla fine, si ottiene: } x = \frac{\alpha d \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

⁵⁵ In base alla legge di Boyle al primo ciclo si ha $pV = p_1 (V + \Delta V)$, al secondo $p_1 V = p_2 (V + \Delta V)$ e così via sino a $p_{n-1} V = p' (V + \Delta V)$

Mettendo insieme le diverse equazioni si ottiene

$$p = p_1 (1 + \Delta V/V) = p_2 (1 + \Delta V/V)^2 = \dots = p' (1 + \Delta V/V)^n$$

$$p/p' = (1 + \Delta V/V)^n$$

⊗

3. Pompa aspirante: noto $\Delta p/p$ trovare $\Delta V/V$

Esercizio: Una pompa è in grado di produrre una pressione finale pari a 1/10 di quella iniziale dopo 100 cicli. Quanto vale il rapporto $\Delta V/V$.⁵⁶

⊗

4. Gas perfetti diversi con successiva diffusione e ricerca del cdm

Esercizio: Un tubo di lunghezza d e di massa trascurabile è diviso in due parti uguali da una valvola comandabile dall'esterno. Nel setto di sinistra si trova un gas a pressione p_1 e massa molare μ_1 e in quello di destra un gas a pressione p_2 e massa molare μ_2 . Determinare il rapporto $\alpha = m_2/m_1$ e quindi utilizzare il risultato per trovare la posizione x del centro di massa riferita all'estremo sinistro del tubo. Se la valvola viene aperta i due gas autodiffondono l'uno nell'altro e, al raggiungimento dell'equilibrio, il centro di massa del sistema si troverà nel punto medio del tubo ma, poiché non hanno agito forze esterne ciò comporterà, uno spostamento del tubo per garantire la quiete del centro di massa. Trovare di quanto si sposta il tubo. Caso numerico: primo gas ossigeno, secondo gas neon; $p_2/p_1 = 3$.⁵⁷

⊗

5. Dilatazione del filo di un pendolo

Esercizio: Il periodo di un pendolo è proporzionale a \sqrt{b} dove b rappresenta la dimensione lineare tipica. Indicato con $T_0 = 2.20$ s il periodo alla temperatura di riferimento t_0 determinare il periodo T quando $\Delta t = 20^\circ$ C ipotizzando un coefficiente di dilatazione $\lambda = 13 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Si tenga presente che per α razionale e x piccolo (da poter trascurare rispetto a x le sue potenze) vale la identità approssimata:

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

⊗

In base ai dati si ha che $T = T_0 \sqrt{\frac{b}{b_0}}$

Inoltre per la legge della dilatazione lineare $\frac{b}{b_0} = 1 + \lambda \Delta t$ e dunque:

$$T = T_0 \sqrt{1 + \lambda \Delta t} \approx T_0 (1 + \frac{1}{2} \lambda \Delta t)$$

Da qui: $n = \frac{\log(p/p')}{\log(1 + \Delta V/V)} = 3/\log(1.01) \approx 694$ cicli

⁵⁶ Con considerazioni analoghe a quelle del problema precedente si ha: $\Delta V/V = \sqrt[100]{10} - 1 \approx 0.023$

⁵⁷ In base alla equazione dei gas perfetti $m \propto n \mu \propto \frac{pV}{T} \mu$ e tenendo conto della uguaglianza di volume e di temperatura $\alpha = \frac{m_2}{m_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\mu_2}{\mu_1} = 3 \frac{20}{32} = 1.875$

Il centro di massa si trova in $x = \frac{m_1 \frac{1}{2} d + m_2 \frac{3}{4} d}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} d \frac{1 + 3/2 \alpha}{1 + \alpha} = 0.663 d$

Al termine della diffusione il centro di massa si trova a $d/2$ e pertanto l'estremo sinistro si dovrà spostare di verso sinistra di $0.163 d$

E con i valori numerici forniti si ottiene:

$$T = T_0 (1 + \frac{1}{2} \lambda \Delta t) = 2.20(1 + \frac{1}{2} 13 \cdot 10^{-6} \cdot 20) = 2.2003s$$

Il valore trovato incide su cifre non significative e dunque si conclude che, per i dati forniti, non c'è rilevanza fisica.

☺

6. Errore di un pendolo dovuto alla dilatazione

Esercizio: Determinare in secondi l'errore assoluto commesso in una giornata da un orologio a pendolo di periodo $T_0 = 1.00$ s per effetto di una variazione di temperatura $\Delta t = 20.0$ °C ipotizzando che il coefficiente di dilatazione lineare sia $\lambda = 2.5 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹. Prima di inserire i valori numerici determinare la relazione generale.

☹

In base a quanto visto nell'esercizio precedente $T = T_0 \sqrt{1 + \lambda \Delta t}$ e dunque l'errore assoluto sul periodo vale:

$$\epsilon_T = T - T_0 = T_0 (\sqrt{1 + \lambda \Delta t} - 1) \approx \frac{1}{2} \lambda \Delta t T_0$$

L'errore su una giornata si ottiene moltiplicando per il numero di secondi di un giorno e si ha dunque:

$$\epsilon_d = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot \frac{1}{2} \lambda \Delta t T_0 = 2.16 \text{ s}$$

☺

7. Termometro a lamina bimetallica

Esercizio: I termometri a lamina bimetallica sfruttano la diversa dilatazione dei metalli per produrre la curvatura di una sbarretta di due metalli disposti uno sopra l'altro e rivettati in modo che i due estremi coincidano permanentemente.

Dalla misura del raggio di curvatura si risale alla temperatura.

Indicate con d lo spessore delle due lamine fatte di materiali con coefficiente di dilatazione λ_1 e λ_2 , con R il raggio di curvatura dovuto alla dilatazione e con Δt la variazione di temperatura rispetto a quella di riferimento in cui la curvatura è nulla, determinare R in funzione di Δt . Suggerimento: tenere conto della legge di dilatazione lineare e delle relazioni geometriche tra b_1 , b_2 e θ .⁵⁸

☹

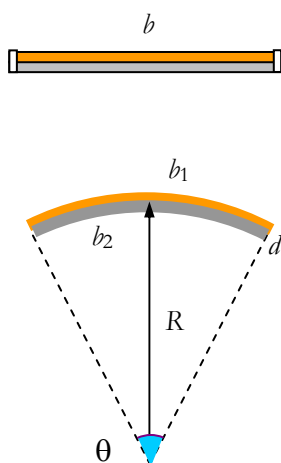
8. Impedire la dilatazione mediante compressione

Esercizio: Come è noto i solidi possiedono proprietà elastiche e pertanto la variazione di lunghezza dovuta alla dilatazione termica può essere ostacolata applicando al solido una opportuna forza di compressione.

Si consideri una sbarra di sezione S fatta di un materiale di coefficiente di dilatazione λ e di modulo di elasticità E .

Dimostrare che per impedire la dilatazione termica la forza da applicare vale $F = E S \lambda \Delta t$.

Spiegare come mai non si ha dipendenza dalla lunghezza. Applicare il risultato trovato al caso di una rotaia d'acciaio con $S = 70$ cm². Per l'acciaio si assuma $\lambda = 12 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹ ed $E = 2.0 \cdot 10^{11}$ N/m²



⁵⁸ Si trova $R = \frac{1}{2} d \frac{1 + \lambda_2 \Delta t}{(\lambda_1 - \lambda_2) \Delta t}$



9. Esperienza di Torricelli con varianti

Esercizio: Un tubo torricelliano di lunghezza h aperto ai due estremi viene immerso verticalmente nel mercurio sino ad una altezza h' . A questo punto il tubo viene tappato con un dito sulla estremità superiore ed estratto dal mercurio. Determinare la altezza h'' della colonnina di mercurio dopo il raggiungimento dell'equilibrio. Ipotizzare che la trasformazione dell'aria racchiusa nella parte superiore avvenga nel rispetto della legge di Boyle.

Svolgere il calcolo ipotizzando che sia $h = 0.60$ m e $h' = 0.50$ m. Come interpretare la soluzione $h'' > h'$?

Per economia di calcolo è conveniente indicare il valore della pressione atmosferica con l'altezza H della corrispondente colonna di mercurio. Suggerimento: il volume della colonna d'aria è proporzionale all'altezza.



La scelta delle variabili è fondamentale per non appesantire il calcolo.

La pressione sarà espressa con altezze equivalenti (il che equivale a semplificare per ρg , mentre il volume sarà espresso dalle altezze (il che equivale a semplificare per la sezione σ del tub). Così facendo, e tenendo conto che la pressione iniziale dell'aria è quella atmosferica e che nella seconda configurazione la pressione interna è controbilanciata dalla pressione atmosferica e dal peso della colonnina di mercurio, si ottiene:

$H(h - h') = (H - h'')(h - h'')$ che corrisponde alla equazione di II grado:

$$h''^2 - h''(H + h) + h'H = 0$$

Il discriminante vale $\Delta = (H + h)^2 - 4Hh'$ ed è positivo per $h' \leq \frac{(H + h)^2}{4H}$

Se inseriamo i dati numerici avremo:

$$h''^2 - 1.36 h'' + 0.38 = 0 \text{ con } \Delta/4 = 0.0824$$

$h'' = 0.68 \pm 0.29$ dunque $h''_1 = 0.39$ m soluzione accettabile e $h''_2 = 0.97$ m soluzione non accettabile in quanto maggiore della pressione atmosferica e della lunghezza originale del tubo.

Riassumendo una parte del mercurio cade a terra e rimane nel tubo la parte necessaria a controbilanciare la nuova pressione.



10. Altra esperienza di Torricelli con varianti

Esercizio: Un tubo torricelliano di altezza h e chiuso nella estremità inferiore contiene nella parte superiore, sino al bordo, un quantità h' di mercurio che imprigiona una certa quantità d'aria. Il tubo viene rovesciato lentamente in modo che l'aria si trovi in alto e il mercurio in basso. Determinare l'altezza h'' della nuova colonna di mercurio.



11. Masse d'aria in movimento

Esercizio: A livello del mare e a 35° C il volume di 1 m^3 d'aria si trova alla pressione di 1 atmosfera ($1.013 \cdot 10^5$ Pa). Supponiamo di portare questa massa d'aria sino alla quota di 5'000 m dove $t = -20.0^\circ$ C e la pressione si porta al 53% del valore iniziale. Che volume occupa ora la massa d'aria iniziale? Se la densità iniziale era 1.2 kg/m^3 a che valore si porta a 5000 m?



Indice analitico

273.16: da dove viene? $273.15 + 0.01$ - 24

bar: unità di pressione - 17

celle a punto triplo: taratura del termometro a gas - 23

coefficiente lineare di dilatazione - 25

concetto di temperatura assoluta - 11

Dalton: introduce le molecole - 12

definizione della temperatura: dal punto di vista operativo - 5; elementi di arbitrarietà - 8

definizione della temperatura i passi: equilibrio termico - 5; estensione della definizione - 7; leggi fisiche; generalizzazione della definizione - 7; principio zero della termodinamica - 6; punti fissi di riferimento - 6; scala del termometro - 6; scelta di una sostanza e di una proprietà termometrica; definizione di temperatura - 6; temperatura di un sistema fisico - 7

distanze tra le molecole - 22

equazione dei gas perfetti: come nasce e cosa dice - 10

equivalente: alternativa all'ipotesi atomica - 12

Esercizio: Altra esperienza di Torricelli con varianti - 44; cambiamenti di densità con la temperatura - 26; coefficiente di dilatazione di una sbarra fatta con materiali diversi - 27; come cambiano le bolle d'aria di un sub - 20; costruzione di una scala termometrica basata sull'ammoniaca - 9; costruzione di una unità di lunghezza indipendente dalla temperatura - 26; Determinazione del peso molecolare medio di una miscela di gas - 14; Dilatazione del filo di un pendolo - 42; Errore di un pendolo per effetto della dilatazione - 43; Esperienza di Torricelli con varianti - 44; Funzionamento di un termometro a lamina bimetallica - 43; Gas perfetti diversi con successiva diffusione e ricerca del cdm - 42; gas perfetti in equilibrio pressorio spingono (contrapposti) un pistone - 41; Impedire la dilatazione mediante compressione - 43; miscele di gas; percentuali in peso e in volume - 14; Movimento di masse d'aria - 44; Noti volume, pressione e temperatura trovare n , m e la densità - 15; Numero di cicli di una pompa che aspira un gas - 41; Pompa aspirante; noto $\Delta p/p$ trovare $\Delta V/V$ - 42; quanti palloncini si possono gonfiare con una bombola di gas? - 16; quanto gas è stato utilizzato? - 16; quanto vale un torr sulla Luna? - 19; sbarra eterogenea di coefficiente di dilatazione preassegnato - 27; si espande la sostanza ma si espande anche la scala - 27; un densimetro a mercurio - 21; un modello di termometro a gas - 19

forze molecolari: dipendenza dalla distanza - 22

gas perfetti: cosa sono? - 10

gas perfetto: definizione operativa - 22

grado Celsius: definizione - 8, 23

horror vacui - 17

ipotesi di Avogadro: costruzione tavola dei pesi atomici - 12; enunciato; verso l'atomismo - 12

Legame tra leggi e definizioni: i gas e la temperatura - 5

Legge delle pressioni parziali: Dalton - 13

legge delle proporzioni definite: enunciato - 12

legge di Boyle: legame tra pressione e volume a temperatura costante - 4

legge di Charles: legame tra pressione e temperatura a volume costante; verso lo zero assoluto - 4

legge di dilatazione cubica - 25

legge di dilatazione lineare - 25

legge di Gay Lussac: legame tra volume e temperatura a pressione costante - 4; rapporti semplici nelle masse e nei volumi - 12

legge sulla costanza delle quantità ponderali: enunciato - 12

mercurio: funziona in un intervallo ampio - 7

mole: definizione - 13

pompe aspiranti: limite dei 10 metri - 17

pressione atmosferica: determinazione di Torricelli - 17

pressione esercitata da una colonna di liquido verticale - 18

Problemi di fine capitolo - 41–44

proprietà termometrica - 6

punto triplo: definizione; punto fisso ottimale - 23

Quesiti dalle Olimpiadi di Fisica - 35–40

Quesiti di fine capitolo - 29–34

R costante universale dei gas perfetti - 13

relazioni sperimentali sui gas: Boyle, Gay Lussac, Charles - 3

scala Celsius: o scala pratica internazionale - 24

scala Fahrenheit: punti fissi ghiaccio e sale, ghiaccio e acqua, temperatura media del corpo umano - 3

spiegazioni di tipo teleologico - 17

storia del concetto di temperatura: Accademia del Cimento; punto fisso; taratura dei termoscopi - 2; Celsius; scala centigrada invertita - 3; Fahrenheit; i primi termometri; molti punti fissi - 2; Galeno; temperamento - 2; Galilei; termoscopi - 2; Gassendi; visione atomistica - 1; Haslerus; scala a nove livelli - 2

Tabelle con i coefficienti di dilatazione per solidi, liquidi e gas - 26

temperatura: la grandezza fisica che si misura con i termometri - 1; mescolare con equilibrio - 2; non è addittiva - 1; scala molecolare - 1

termodinamica e fisica molecolare: due punti di vista diversi - 5

termometro: prontezza, bassa capacità termica, sensibilità, calibro del tubo - 8

termometro a gas: serve a tarare tutti gli altri - 23

termometro a gas a volume costante - 23

Torricelli: argomenta contro l'*horror vacui* e descrive il suo esperimento cruciale - 17

unità di misura assoluta della temperatura: Kelvin - 24

unità di misura della pressione: Pascal - 17

unità pratiche di misura della pressione; mm di mercurio o torr, atmosfera standard, metro d'acqua - 19

