

## 1F 9/5/2001 cap. 07 Papucci forze fondamentali

1. Completa la seguente tabella relativa alle interazioni fondamentali: giusta 1, errata -0.75, mancante 0

Gravitazionale	non si esercita se tra i due corpi c'è un mezzo interposto	V	F	è sia attrattiva sia repulsiva	V	F
Gravitazionale	non si esercita a grande distanza	V	F	non si esercita a distanze inferiori a $10^{-10}$ m	V	F
Gravitazionale	se le due masse raddoppiano la forza raddoppia	V	F	se le due masse raddoppiano e la distanza raddoppia la forza non cambia	V	F
Elettrica	differisce da quella gravitazionale solo nel fatto di essere più intensa	V	F	è la forza che unisce gli atomi a formare le molecole ma non riguarda la struttura degli atomi	V	F
Elettrica gravitazionale ↔	due cariche di segno contrario e dotate di massa non possono mai essere in equilibrio per effetto delle sole forze elettrica e gravitazionale	V	F	Scrivi qui sotto la costante di gravitazione universale (simbolo = valore e unità)		
Forte	non si esercita su scala atomica	V	F	Si esercita tra protoni ed elettroni	V	F
Forte	si esercita tra quark	V	F	Si esercita tra protoni	V	F
Debole	è la responsabile dei fenomeni radioattivi	V	F	Contribuisce a tenere insieme gli atomi	V	F

2. Sapendo che le masse  $m_1$  e  $m_2$  a distanza  $d$  interagiscono con una forza  $F$  completa gli altri elementi della tabella tenendo conto della legge di gravitazione universale e dei concetti di proporzionalità: giusta 2, errata -1, mancante 0

$m_1$	$m_2$	$d$	$F$	$m_1$	$m_2$	$d$	$F$	$m_1$	$m_2$	$d$	$F$
$2m_1$	$2m_2$		$F$	$m_1/2$	$2m_2$	$2d$		$m_1$	$m_2$	$\sqrt{3} d$	
$\sqrt{2} m_1$	$\sqrt{2} m_2$	$2d$			$m_2$	$2d$	$F$	$2m_1$	$3m_2$	$4d$	

3. Spiega cosa avviene a livello microscopico quando

A	Un conduttore carico negativamente viene impugnato da una persona (2 righe)
B	Un isolante carico negativamente viene avvicinato ad un pezzettino di carta (2 righe)
C	Un conduttore carico positivamente viene posto a contatto con uno neutro (2 righe)

4. Spiega e motiva le cautele da adottare per caricare per strofinio un conduttore metallico (2 o 3 righe)

5. Spiega perché strofinando tra loro due corpi allo stato neutro essi non possono mai caricarsi dello stesso segno (2 righe)

6. Perché un conduttore carico positivamente è in grado di attirare un corpo macroscopico conduttore? Spiegare (3 righe)

7. Calcola la forza che si esercita tra due cariche  $q_1 = 0.235 \mu\text{C}$  e  $q_2 = 47.5 \text{ nC}$  poste ad una distanza  $d = 12.5 \text{ cm}$  nel vuoto. Ricordati di usare le unità del S.I. e indica il conto oltre che il risultato.

8. Si hanno 10 sferette conduttrici identiche e solo la prima è carica positivamente con carica  $q = 2.50 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . La prima tocca la seconda e poi viene allontanata. La seconda tocca la terza e così via. Che carica si trova sulla decima sferetta? Spiegare il ragionamento e il conto effettuato.

## 2F 16/10/02: competenze forze fondamentali, atomi

1. Determinare il rapporto tra la forza gravitazionale tra Terra e Sole e quella tra Terra e Giove (nel punto più vicino alla Terra) senza calcolare separatamente le due forze per consentire la semplificazione di tutte le costanti. Indicare le diverse grandezze con opportuni suffissi come in  $F_{TS}$  e così via. Dati:  $M_G = 1.90 \times 10^{27}$  kg,  $M_S = 1.99 \times 10^{30}$  kg,  $r_{TS} = 1.496 \times 10^{11}$  m = 1 UA,  $r_{SG} = 5.203$  UA. Attenzione: nei conti è possibile semplificare anche  $r_{TS}$ , infatti  $r_{TG} = r_{SG} - r_{TS} = \dots$

$$\frac{F_{TS}}{F_{TG}} = \frac{G M_T M_S}{r_{TS}^2} \frac{r_{TG}^2}{G M_T M_G} = \frac{M_S}{M_G} \left( \frac{r_{TG}}{r_{TS}} \right)^2 = \frac{1.99 \times 10^{30}}{1.90 \times 10^{27}} \left( \frac{r_{SG} - r_{TS}}{r_{TS}} \right)^2 = \frac{1.99 \times 10^{30}}{1.90 \times 10^{27}} \left( \frac{5.203 - 1}{1} \right)^2 = 1.85 \times 10^4$$

**Note di correzione:** osservare le semplificazioni da svolgere a livello simbolico; come era suggerito nel testo era conveniente esprimere le distanze in funzione della UA perché ciò avrebbe consentito di ridurre di molto i conti da svolgere con la calcolatrice; quasi nessuno ha trovato correttamente il risultato finale: ricordo che il calcolo va svolto in una sola passata per non introdurre approssimazioni ad ogni operazione.

2. Determinare la carica elettrica contenuta in 1 dm<sup>3</sup> di Al. Per i simboli consueti si usino Z, e, A,  $\mu$ ,  $\mathcal{N}_A$ ,  $\delta$ , n, N

Per l'alluminio si ha dalla tavola degli elementi che Z = 13, A = 26.98 amu e  $\delta = 2.70$  kg/dm<sup>3</sup> = 2.70 · 10<sup>3</sup> g/dm<sup>3</sup>

Pertanto, se indichiamo con N il numero di atomi avremo:

$$N = n \mathcal{N}_A \quad n = \frac{m_g}{A} \quad m_g = \delta V$$

$$N = n \mathcal{N}_A = \frac{m_g}{A} \mathcal{N}_A = \frac{\delta V}{A} \mathcal{N}_A = \frac{2.70 \cdot 10^3 \cdot 1}{26.98} 6.02 \cdot 10^{23} = 6.02 \cdot 10^{25} \text{ atomi}$$

La carica di un atomo è data dal numero atomico per la carica elementare pertanto:

$$q = Z N e = 13 \cdot 6.02 \cdot 10^{25} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} = 1.25 \cdot 10^8 \text{ C}$$

Da cui si vede che, nella materia, c'è molta elettricità!

**Note di correzione:** solite difficoltà con le equivalenze; la massa (per trovare le moli) va espressa in grammi

3. Sapendo che  $m_p = 1.67262 \cdot 10^{-27}$  kg,  $m_n = 1.67493 \cdot 10^{-27}$  kg,  $m_e = 0.00091 \cdot 10^{-27}$  kg determinare il difetto di massa per l'isotopo 137 del cesio Cs<sub>55</sub> sapendo che la massa atomica di questo isotopo misurata con lo spettrografo di massa risulta A = 136.90678 amu. Si ricordi che 1 amu = 1.66054 · 10<sup>-27</sup> kg (non è la massa del protone ma 1/12 della massa atomica dell'isotopo 12 del carbonio).

In un atomo del nuclide considerato ci sono 55 protoni, 55 elettroni e 137 - 55 = 82 neutroni pertanto la massa dei reagenti m = 55(1.67262 + 0.00091) · 10<sup>-27</sup> + 82 · 1.67493 · 10<sup>-27</sup> = 229.3884 · 10<sup>-27</sup> kg

La massa dell'atomo vale A = 136.90678 amu = 136.90678 · 1.66054 · 10<sup>-27</sup> = 227.3392 · 10<sup>-27</sup> kg

Pertanto il difetto di massa  $\Delta m = -2.0492 \cdot 10^{-27}$  kg pari a circa 1.23 amu.

**Note di correzione:** per trovare la massa dei componenti dell'atomo bisogna tener conto che ci sono Z protoni, Z elettroni e A - Z neutroni; nello scrivere le cifre significative, se ci sono di mezzo delle somme o delle differenze, conviene scrivere i dati con lo stesso esponente in modo di avere immediatamente una visione del grado di incidenza delle diverse cifre.

4. Tre cariche elettriche positive  $q_1 = 1.00$  nC,  $q_2 = 0.50$  nC,  $q_3 = 1.00$  nC formano un triangolo rettangolo con cateti  $r_{12} = 10.0$  cm e  $r_{23} = 4.0$  cm. Determinare a) l'angolo  $\alpha$  formato tra i vettori  $\vec{r}_{12}$  e  $\vec{r}_{13}$  b) I moduli delle forze  $F_{13}$  e  $F_{23}$  esercitate dalle cariche 1 e 2 sulla carica 3 c) Le componenti  $R_x$  e  $R_y$  della forza  $\vec{R} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$  d) il modulo R e l'angolo  $\beta$  formato da  $\vec{R}$  con il vettore  $\vec{r}_{12}$ . Si consiglia di aiutarsi con una ordinata rappresentazione grafica e di far coincidere le direzioni dei vettori posizione con quelle degli assi.

Nella immagine qui a lato è stata tracciata a grandi linee la situazione da analizzare.

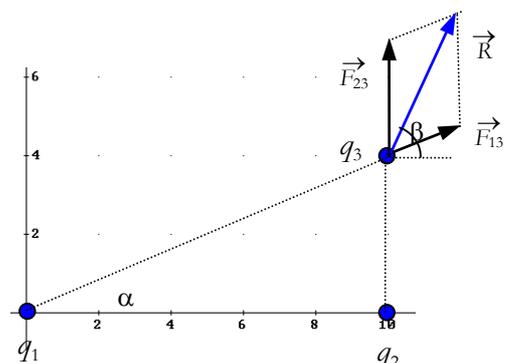
Si osserva subito che  $\tan \alpha = \frac{4}{10} = 0.4$  da cui  $\alpha = 21.801^\circ$

Per trovare  $F_{13}$  tramite la legge di Coulomb è necessario calcolare  $r_{13}$

$$r_{13} = \frac{r_{12}}{\cos \alpha} = 10.77 \text{ cm} = 0.108 \text{ m}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9.00 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 10^{-9}}{0.108^2} = 7.72 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9.00 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 0.5 \cdot 10^{-9}}{0.04^2} = 28.1 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$



$$R_x = F_{13} \cos \alpha = 7.17 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$R_y = F_{13} \sin \alpha + F_{23} = 30.97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$\tan \beta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{30.97}{7.17} = 4.32 \text{ da cui } \beta = \tan^{-1}(4.32) = 77.0^\circ$$

$$R = R_y / \sin \beta = 31.8 \text{ N}$$

**Note di correzione:** segnalo le molte difficoltà riscontrate a) costruzione della figura b) difficoltà a calcolare correttamente  $r_{13}$  (3 cifre significative) e più ancora l'angolo  $\alpha$  (meglio lavorare sempre con le tre funzioni goniometriche e scrivere correttamente sia il calcolo della funzione sia il calcolo della funzione inversa) c) errori nei calcoli del modulo delle forze di interazione a causa del mancato uso delle unità del SI (cm al posto di m nelle distanze) o al mancato elevamento al quadrato o al mancato uso dei Coulomb ( $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$ ) d)

## 2F 09/10/02: conoscenze forze fondamentali e atomi

Il riferimento della valutazione è di 7 domande per ogni capitolo; puntare pertanto a rispondere a 7 + 7 domande e solo successivamente affrontarne altre.

### Capitolo 7

#### 7.1. Ambito di azione e caratteristiche dell'interazione forte

La interazione forte riguarda in prima istanza i quark e in seconda istanza le particelle formate dalla combinazione di quark (adroni e mesoni). E' una interazione di tipo attrattivo con valore tipico pari a  $10^{40}$  volte la interazione gravitazionale (contro il  $10^{38}$  di quella elettromagnetica) e raggio d'azione intorno ai  $10^{-15}$  m. Decresce molto più rapidamente della forza elettrica con la distanza. E' la responsabile della stabilità nucleare. Il mediatore della interazione è una particella detta *gluone*.

#### 7.2. Ambito di azione e caratteristiche dell'interazione debole

La interazione debole è la responsabile della trasmutazione delle particelle le une nelle altre con conservazione della famiglia di appartenenza (i quark si trasformano in altri quark e i leptoni in altri leptoni); è la responsabile dei fenomeni radioattivi, ha una intensità minore di quella elettromagnetica ma pari a  $10^{28}$  rispetto a quella gravitazionale. Decresce molto rapidamente con la distanza ed ha un raggio d'azione tipico di  $10^{-17}$  m. I mediatori sono le particelle W e Z.

#### 7.3. Valore e unità di misura della costante G e della costante k in unità del S.I.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \quad k = 9.00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

#### 7.4. Differenze tra forza gravitazionale ed elettrica

La prima è sempre attrattiva la seconda sia attrattiva sia repulsiva

La prima ha luogo in presenza della massa la seconda della carica elettrica (proprietà diverse possedute da quasi tutte le particelle elementari)

Entrambe decrescono con la stessa legge ma la prima ha una intensità relativa molto minore della seconda; nonostante ciò è la forza gravitazionale a governare l'evoluzione dell'universo perché la forza elettrica si bilancia su grande scala

La forza elettrica cambia a seconda dell'ambito entro cui si esplica

#### 7.5. Perché solo i conduttori possono essere caricati per induzione?

La induzione si realizza quando un corpo carico viene messo nelle vicinanze di un conduttore scarico. Le cariche mobili del conduttore (elettroni) si avvicinano o si allontanano a quelle del corpo carico determinando uno squilibrio nella distribuzione di carica. Se il conduttore viene messo temporaneamente a terra rimane carico permanentemente con cariche di segno opposto. Nell'intero processo è fondamentale la presenza di cariche mobili.

#### 7.6. In cosa consiste il principio di conservazione della carica elettrica?

In un sistema isolato la carica totale del sistema non può mai cambiare qualunque trasformazione avvenga al suo interno.

#### 7.7. Cosa avviene sul piano microscopico quando un conduttore carico positivamente viene messo a contatto con un conduttore neutro?

Una parte degli elettroni liberi di quello neutro si trasferiscono a quello carico determinando la comparsa di una carica positiva su quello neutro e una diminuzione su quello carico. La carica totale non cambia.

#### 7.8. Secondo te quando un conduttore carico viene messo a contatto con uno neutro quali sono i parametri che influenzano il modo con cui la carica si distribuisce tra i due?

Solo la forma e le dimensioni dei due conduttori.

### Capitolo 8

#### 8.1. Perché il primo modello atomico era di tipo statico e non di tipo planetario? (2 ragioni)

Non era stata mai osservata la particella elementare con carica positiva (il protone), cioè non si sapeva come fosse fatto lo ione idrogeno e se esso partecipasse alla formazione di tutti gli elementi. Si conoscevano ed erano stati *misurati* (carica e massa) gli elettroni dei quali si sapeva che erano presenti con proprietà identiche nella materia.

In base alla teoria dominante sull'elettromagnetismo una carica in moto accelerato avrebbe dovuto emettere onde elettromagnetiche; pertanto gli elettroni in orbita intorno ad un eventuale nucleo avrebbero dovuto cadere molto rapidamente a spirale sul nucleo per effetto della perdita di energia connessa alla emissione.

#### 8.2. L'esperienza di Rutherford con le particelle $\alpha$ demolisce il modello atomico a panettone. Perché?

Secondo il modello a panettone né gli elettroni (massa piccola) né la pasta positiva avrebbero dovuto deviare le particelle  $\alpha$  (massicce ed energetiche). Quando si osserva che in 1 caso tra 10 e 20 mila le particelle alfa vengono deviate a grandi angoli si deve ammettere un urto con qualcosa di altrettanto massiccio e che occupa poco spazio. Nasce così l'idea di atomo nucleare.

#### 8.3. Scrivi con due cifre significative $m_p$ , $q_p$ , $m_e$

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

#### 8.4. Quali sono le caratteristiche fisiche che corrispondono ai 4 numeri quantici?

Tutti i numeri quantici sono quantizzati cioè possono assumere solo valori discreti (non continui). Il primo numero quantico corrisponde alla energia di legame tra elettrone e nucleo; il secondo è il momento angolare (legato alla forma dell'orbitale); il terzo è il momento magnetico che è legato al momento angolare e ci dice come un orbitale si orienta in presenza di un campo magnetico; il quarto riguarda una proprietà di orientazione spaziale dell'elettrone detta spin.

8.5. Quanti elettroni e perché possono corrispondere al caso in cui il primo numero quantico vale 3

Se  $l = 1, m = 0, m_l = 0, s = \pm\frac{1}{2}$  2 elettroni

Se  $l = 2, m = 0, m_l = 0, s = \pm\frac{1}{2}$  2 elettroni

$l = 1, m_l = -1, 0, +1, s = \pm\frac{1}{2}$  6 elettroni

Se  $l = 3, m = 0, m_l = 0, s = \pm\frac{1}{2}$  2 elettroni

$l = 1, m_l = -1, 0, +1, s = \pm\frac{1}{2}$  6 elettroni

$l = 2, m_l = -2, -1, 0, 1, 2, s = \pm\frac{1}{2}$  10 elettroni

In totale se si riempie il II strato si hanno a disposizione sino a 28 elettroni

8.6. Cos'è e quanto vale l'unità di massa atomica amu?

L'unità di massa atomica amu è per definizione 1/12 della massa di un atomo dell'isotopo 12 del C. Pertanto poiché una mole di

$C_{12}$  ha massa 12 g e in una mole ci sono  $N_A$  atomi si ha:  $1 \text{ amu} = \frac{1}{12} \frac{12}{N_A} \text{ g} = \frac{10^{-3}}{N_A} \text{ kg} = 1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

8.7. Cos'è un isotopo?

Il numero atomico determina le proprietà chimiche di un elemento. Ma, fissato Z si possono avere nuclei con un diverso numero di neutroni a cui corrispondono diversi numeri di massa; tali nuclidi sono detti isotopi; detto altrimenti due isotopi (stesso posto nella tabella di Mendeleev) di uno stesso elemento sono due nuclei con lo stesso numero di protoni ed un diverso numero di neutroni.

8.8. Cos'è il difetto di massa?

E' la differenza tra la somma delle masse di tutti i neutroni, protoni ed elettroni che costituiscono un isotopo è la massa dell'isotopo stesso. I due valori sono diversi perché quando si costituisce un atomo si libera della energia (energia di legame) e tale energia corrisponde ad un decremento di massa secondo la relazione di Einstein  $\Delta E = \Delta m c^2$ . Spesso nei calcoli si omette in entrambi i lati il conteggio degli elettroni perché, dato che le loro energie di legame sono piccole rispetto a quelle nucleari il loro contributo al difetto di massa è sostanzialmente trascurabile.

8.9. La densità dei solidi è circa 1000 volte più alta di quella dei gas. Cosa puoi concludere relativamente alle distanze interatomiche o intermolecolari?

Poiché, a parità di massa, la densità è inversamente proporzionale al volume e questo è proporzionale al cubo delle dimensioni lineari, se ipotizzo che nei solidi gli atomi siano sostanzialmente a contatto posso concludere che nei gas la distanza interatomica

è  $\sqrt[3]{1000} = 10$  volte la dimensione atomica.

8.10. Che differenza c'è tra legame covalente e legame ionico?

Il legame covalente è caratterizzato da una compartecipazione di elettroni provenienti da atomi diversi che, venendo condivisi da più atomi creano livelli elettronici completi (8 elettroni) e ciò, in base a considerazioni quantistiche determina la formazione di legami stabili. Nel legame ionico si ha invece un vero e proprio trasferimento di elettroni dagli elementi con pochi elettroni sull'orbita esterna verso quelli che ne hanno molti. Si vengono così a creare due ioni carichi di segno opposto che creano un legame di tipo elettrico.

## 5 G 13/11/99 Elettrostatica

- 1.] Descrivere in termini di campo, di potenziale e di distribuzione di carica la situazione di equilibrio di un conduttore carico (individuare i nessi reciproci e descrivere il processo che dallo squilibrio porta alla configurazione di equilibrio). Non più di 30 righe
- 2.] Spiegare perché una carica positiva  $q$  dotata di velocità  $v$  che taglia ad angolo acuto una linea di forza piega la sua traiettoria verso la linea di forza e incrementa la sua energia cinetica (5-10 righe)
- 3.] Il vetro ha costante dielettrica relativa  $\epsilon_r = 6$  e una rigidità dielettrica  $E_{\max} = 200 \text{ kV/cm}$ . Determinare: a) la d.d.p. massima  $\Delta V_{\max}$  applicabile ad un condensatore piano con  $d=10^{-1} \text{ mm}$  b) la capacità del condensatore nel caso in cui sia  $S = 3 \text{ m}^2$  c) la massima quantità di energia che vi si può immagazzinare d) spiegare macroscopicamente e microscopicamente cosa accade quando il campo supera la rigidità dielettrica
- 4.] Spiegare perché quando si avvicina un conduttore scarico ad un conduttore carico il potenziale di questo aumenta.

1 ⇒ 5	2 ⇒ 3	3 ⇒ 0.5+0.5+1+1.5	4 ⇒ 3	Totale /14.5

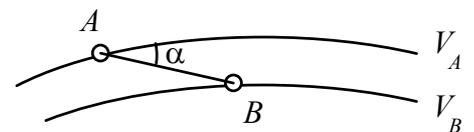
## 5G ottobre 2000

Conoscenze: scegliere la 1 o la 2 e la 3 o la 4 e rispondere

1. Compilare una tabella di 3 righe e 3 colonne con sulle righe i 3 metodi di elettrizzazione e sulle colonne descrizione, meccanismo e materiali coinvolti
2. Illustrare come si possa determinare il campo elettrico quando sia nota la distribuzione del potenziale
3. Spiegare perché le cariche negative si muovono spontaneamente da punti a potenziale più basso a punti a potenziale più alto.
4. Spiegare perché è sbagliata la seguente affermazione: una carica negativa immersa in quiete un campo elettrico non uniforme si muove lungo la linea di forza

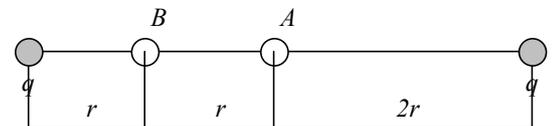
**Competenze: scegliere due questioni e rispondere**

5. In figura sono rappresentate due superfici equipotenziali di un campo elettrico. Si hanno i seguenti dati:  $V_A = 100$  V,  $V_B = 120$  V,  $\overline{AB} = 5$  cm,  $\alpha = 30^\circ$ . Disegnare il vettore  $\mathbf{E}$  nel punto B precisandone il verso e determinarne la intensità



6. Due cariche positive  $q$  e  $2q$  si trovano nei punti  $(0,0)$  e  $(l,0)$  di un sistema di riferimento  $xOy$ . Dopo aver tracciato i campi delle due cariche e averli sovrapposti indicare qualitativamente la direzione e il verso della linea di forza nel punto  $(0,l)$
7. Due cariche  $+q$  e  $-q$  sono poste a distanza  $2a$ . Sulla congiungente le due e a distanza  $10a$  dal punto medio viene collocata una carica  $q'$  che risulta soggetta ad una forza  $\mathbf{F}$ . Se la distanza viene portata a  $20a$  la forza assume un valore  $\mathbf{F}'$ . Calcolare il rapporto  $F/F'$  dopo aver eliminato dal conto tutte le grandezze che non influenzano il risultato. Perché non importa sapere il segno di  $q'$ ?

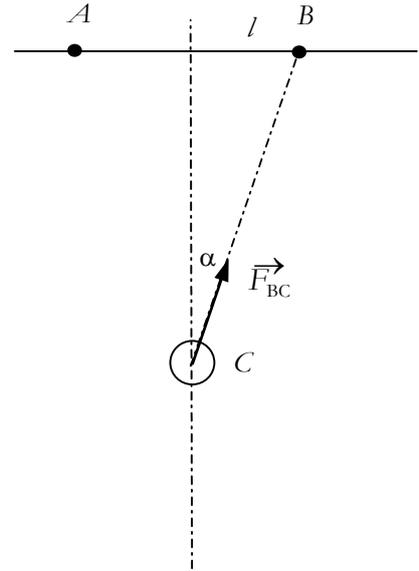
8. Le due cariche  $q$  sono fisse e di segno positivo; producono nello spazio un campo elettrico del quale si vuol sapere quanto segue: 1) Il punto A è di equilibrio stabile o instabile e perché? 2) Il potenziale  $V_A$  vale? 3) Il rapporto  $V_A / V_B$  vale? 4) Il rapporto  $E_A/E_B$  vale?



9. Due nuclei di deuterio ( $q = 1$  e  $m = 2$  in unità atomiche) portati alla distanza  $r = 2 \cdot 10^{-15}$  m potrebbero innescare una reazione di fusione nucleare, ma per farlo dovrebbero possedere una energia cinetica in grado di vincere il corrispondente valore di energia potenziale. Trovare tale valore di energia cinetica  $e$ , tenendo conto della costante di Boltzmann, ricavare la temperatura equivalente a tale energia.
10. Due cariche puntiformi di massa  $m$  e carica  $q$  sono appese a due fili isolanti di lunghezza  $l$  e di massa trascurabile con un estremo in comune e formano un angolo  $\alpha$ . Determinare  $\alpha$  in funzione dei parametri dati.

**2F 30/11/2002: forza elettrica e condensatori competenze**

1. Due cariche puntiformi e positive A e B di carica  $Q = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{C}$  sono collocate come nella figura qui a lato. Una terza carica negativa C con  $q = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{C}$  si trova su una sfera di piombo di raggio  $r$  disposta sull'asse del segmento AB in modo che l'angolo  $\alpha$  formato dall'asse e dalla congiungente CB valga  $20.0^\circ$ . Tenendo presente che  $AB = 2l = 2.5 \text{ m}$ ,  $\delta_{\text{pb}} = 11.3 \text{ kg/dm}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  rispondere alle seguenti domande:



- a) Quanto vale il modulo  $F$  della forza di interazione tra AC e BC
- b) Perché le due forze  $\vec{F}_{AC}$  e  $\vec{F}_{BC}$  producono una risultante  $\vec{R}$  diretta lungo l'asse di AB?
- c) Quanto vale l'intensità  $R$  della risultante?
- d) Se la carica C è in equilibrio quanto deve essere il raggio della sfera di piombo?

2. In un condensatore piano di superficie  $S$  e distanza  $d$  la energia di carica vale  $\mathcal{E} = \frac{1}{2} Q \Delta V$ . Inoltre  $\mathcal{E} = 2.55 \text{ J}$ ,  $S = 4.5 \text{ m}^2$ ,  $d = 0.10 \text{ mm}$  e il dielettrico è costituito da cartone ( $\epsilon_r = 5$ , rigidità dielettrica  $E_{\text{max}} = 200 \text{ kV/cm}$ ).

- a) Tenendo presenti le relazioni che riguardano la capacità del condensatore e il legame tra campo e d.d.p dimostrare che  $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 S d$
- b) Visto che  $S d$  è il volume del dielettrico compreso tra le armature la quantità  $\frac{\mathcal{E}}{S d}$  cosa rappresenta?
- c) Quanto vale la capacità  $C$ ?
- d) Quanto vale la d.d.p.  $\Delta V$ ?
- e) Quanto vale il campo elettrico  $E$ ?
- f) Quanto vale la densità di energia nel dielettrico?
- g) Con il valore di  $\Delta V$  trovato a quale spessore  $d'$  si sarebbe perforato il dielettrico?

**equilibrio elettrostatico**

1a,2	1b,1	1c,1	1d,2	

**condensatori**

2a,2	2b,0.5	2c,1	2d,1	2e,1	2f,1	2g,1	

## 2F 22/03/02: Condensatori cap. 22 Papucci competenze

Raccomando di attenersi ai simboli forniti. E' consentito l'uso del libro e del quaderno degli appunti.

1. Un condensatore piano collegato ad una d.d.p.  $\Delta V = 40.0 \text{ V}$  accumula una carica  $q = 1.50 \mu\text{C}$ . a) Determinare la capacità  $C$  b) Sapendo che l'isolante è teflon ( $\epsilon_r = 2.20$ ) dello spessore  $d = 0.250 \text{ mm}$  determinare la superficie  $\sigma$  delle armature c) Sapendo che il campo elettrico massimo  $E_M$  che il teflon è in grado di sopportare è pari a  $200 \text{ kV/cm}$  quanto vale la d.d.p. massima  $\Delta V_M$  cui il condensatore può funzionare senza bruciare?

$$a) C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{1.50 \cdot 10^{-6}}{40.0} = 3.75 \cdot 10^{-8} \text{ F}$$

$$b) C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{\sigma}{d} \text{ pertanto } \sigma = \frac{C d}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{3.75 \cdot 10^{-8} \cdot 0.250 \cdot 10^{-3}}{2.20 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} = 0.482 \text{ m}^2$$

- c)  $\Delta V_M = E_M \cdot d = 200 \cdot 10^3 \cdot 0.250 \cdot 10^{-1} = 5'000 \text{ V}$  il valore può essere indicato anche così perché si tratta di un valore di larga massima su cui non si possono pretendere considerazioni di precisione.

2. Un condensatore carico accumula una carica  $q_0 = 2.64 \cdot 10^{-2} \text{ C}$  con una energia di carica  $\mathcal{E}_0 = 0.158 \text{ J}$ . a) determinare la d.d.p.  $\Delta V_0$  e la capacità  $C$ . b) Il condensatore viene fatto scaricare attraverso una resistenza  $R = 1136 \Omega$ . Determinare la costante di tempo  $\tau$  del circuito c) Quanto vale la d.d.p. ai capi del condensatore al tempo  $t = 4.00 \text{ s}$ ? d) Perché senza ricalcolare l'energia si può affermare che, essendosi ridotta la d.d.p. al 20% del valore iniziale l'energia si è ridotta a circa il 4%?

$$a) \mathcal{E}_0 = \frac{1}{2} q_0 \Delta V_0 \text{ pertanto } \Delta V_0 = \frac{2\mathcal{E}_0}{q_0} = 12.0 \text{ V e inoltre } C = \frac{q_0}{\Delta V_0} = \frac{2.64 \cdot 10^{-2}}{12.0} = 2.20 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

$$b) \tau = RC = 1136 \cdot 2.20 \cdot 10^{-3} = 2.50 \text{ s}$$

- c) La legge di decremento della carica e anche della d.d.p. di potenziale che è ad essa proporzionale è data da:  $\frac{\Delta V}{\Delta V_0} = e^{-t/\tau} = e^{-$

$$4.00/2.50 = 0.202 \text{ e dunque } \Delta V = 0.202 \cdot 12.0 = 2.42 \text{ V}$$

- d) Poiché l'energia è proporzionale al prodotto della carica per la d.d.p. e poiché ciascuna di queste grandezze si riduce allo 0.202 del valore iniziale si ha che l'energia si riduce allo  $0.202^2 = 0.041$  del valore iniziale.

## 5E 24/10/01 Forze elettriche e potenziale

Conoscenze: rispondere a 7 domande (la 10 vale per 3) indicando nella prima riga della tabella i numeri prescelti (1 ora)

1. La elettricità positiva dovuta allo strofinio è stata storicamente associata al vetro e quella negativa all'ambra. Ma non è detto che il vetro strofinato si carichi positivamente. Come mai? (2 o 3 righe)

Le sostanze sono collocate in una scala che indica la maggiore o minore tendenza a perdere elettroni per strofinio con un'altra sostanza. Se il vetro viene strofinato con una sostanza collocata al di sopra (esempio amianto) diviene negativo (e l'amianto positivo)

2. La bilancia di torsione di Coulomb non funziona per un tipo di interazione elettrica tra cariche puntiformi; per quale e come mai? (2 righe)

Non funziona per cariche di segno contrario (forza attrattiva) che tendono a toccarsi falsando la misura; inoltre con cariche di segno contrario non si può usare il dimezzamento di carica per contatto.

3. Dato un campo elettrico descritto da linee di forza da quale informazione si può risalire alla intensità del campo? (1 riga)

Dalla densità di linee di forza che tagliano una superficie ad esse perpendicolare.

4. Data una distribuzione di cariche che genera un campo elettrico nello spazio, il campo in un punto come è definito, da cosa dipende e da cosa non dipende? (3 righe)

E' definito come rapporto tra la forza elettrica che agisce su una carica esploratrice e la carica stessa. Il campo dipende dal valore e dalla posizione delle cariche generatrici rispetto al punto. Non dipende dalla carica esploratrice perché ciascuna delle forze di interazione tra le singole cariche generatrici e la carica esploratrice è proporzionale alla carica.

5. Perché si studiano i dipoli e da cosa dipende la interazione tra essi? (2 righe)

Perché sono un buon modello del comportamento di atomi e molecole sottoposti all'azione dei campi elettrici; la forza di interazione è proporzionale al prodotto dei momenti di dipolo e inversamente proporzionale alla distanza alla quarta potenza.

6. Una carica  $q$  viene mossa in un campo elettrico da A a B e poi a C. Sono noti i potenziali  $V_A$  e  $V_C$ . Di quanto cambia la energia cinetica della carica? Perché non serve conoscere  $V_B$ ? (1 riga simbolica + 1 riga)

$$\Delta \mathcal{E}_k + \Delta U = 0 \Leftrightarrow \Delta \mathcal{E}_k + q \Delta V = 0 \Leftrightarrow \Delta \mathcal{E}_k = -q \Delta V$$

Non serve conoscere  $V_B$  perché la forza elettrica è conservativa e il lavoro dipende solo dagli estremi.

7. Dato un campo elettrico noto nello spazio come si calcola il potenziale  $V_P$  nel punto P? (1 riga simbolica)

$$V_P = \frac{U_P}{q} = \frac{P \rightarrow \infty}{q} = \frac{P \rightarrow \infty}{q} = \frac{P \rightarrow \infty}{q} = \frac{\sum F_i \delta l}{q} = \frac{\sum \delta \mathcal{L}}{q} = \frac{\sum \mathcal{L}}{q}$$

8. Illustrare i vantaggi nell'uso del potenziale invece del campo elettrico in elettrostatica (2 righe)

Il potenziale è uno scalare (1 numero) mentre il campo è un vettore (3 numeri), si misura più facilmente e noto il potenziale si può sempre determinare il campo.

9. Un dipolo immerso in un campo elettrico variabile da punto a punto cosa fa? (2 righe)

Orienta il suo momento di dipolo nella direzione e verso del campo; inoltre se il campo è variabile viene risucchiato verso le zone di maggiore intensità del campo.

10. Un conduttore scarico viene toccato in un suo punto da un conduttore carico negativamente che viene poi bruscamente allontanato:

a) cosa succede al conduttore scarico mentre quello carico si avvicina? (1 riga)

Subisce un processo temporaneo di induzione con cariche positive affacciate verso il conduttore in arrivo

b) cosa succede nel momento del contatto? (2 righe)

Una porzione di elettroni passano al corpo scarico che si carica negativamente in modo permanente

c) come si svolge il processo di andata all'equilibrio (1 riga)

Gli elettroni in eccesso si muovono liberamente nel conduttore respingendosi verso tutta la superficie esterna

d) come si presenta la situazione di equilibrio? (2 o 3 righe)

Le cariche non equilibrate sono all'esterno; il campo all'interno è nullo; il campo all'esterno è ortogonale alla superficie (che è equipotenziale) e vale  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$  dove  $\sigma$  è la densità superficiale di carica; le cariche sono maggiormente addensate nei punti a

maggior curvatura

11. Cos'è la rigidità dielettrica (1 riga)

Il valore massimo di campo oltre il quale un dielettrico che sta subendo la polarizzazione per deformazione si perfora diventando conduttore.

Competenze: svolgere 2 dei 3 seguenti problemi (1 ora)

- a) Due masse puntiformi  $m$  a distanza  $r$  si attirano gravitazionalmente e si respingono elettricamente grazie alla repulsione delle due cariche  $q$  che si trovano su ogni massa. Dimostrare che si ha equilibrio se  $m = \sqrt{\frac{k}{G}} q$ . Nel caso le cariche siano due protoni quanto devono valere le masse  $m$ ?

In equilibrio si ha  $G \frac{m^2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2}$  e da qui si ottiene  $m = \sqrt{\frac{k}{G}} q$

Se le cariche sono protoni con carica  $e = 1.602 \times 10^{-19}$  C si ha:  $m = \sqrt{\frac{k}{G}} q = \sqrt{\frac{9.00 \times 10^9}{6.67 \times 10^{-11}}} \times 1.602 \times 10^{-19} = 1.86 \times 10^{-9}$  kg.

- b) Da una sfera di rame di raggio  $r = 1.00$  cm vengono asportati 1 elettrone ogni milione di atomi. Sono noti il numero di Avogadro  $\mathcal{N} = 6.02 \times 10^{23}$  atomi/grammoatomo, il peso atomico del rame  $\mu_{\text{Cu}} = 63.546$  g/mole e la densità del rame  $\delta_{\text{Cu}} = 8.96$  kg/dm<sup>3</sup>. Si vuole sapere: a) quanti atomi di rame  $N_{\text{Cu}}$  ci sono nella sfera b) la carica della sfera  $q$  dopo l'estrazione degli elettroni c) il valore del campo elettrico  $E$  a 1.00 m dalla sfera d) il potenziale  $V$  della sfera

Per trovare  $N_{\text{Cu}}$  bisogna trovare il numero di moli  $n$  e ciò richiede di trovare la massa in grammi che si trova tramite il volume.

$$\text{Dunque } V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4 \times \pi \times (10^{-2})^3}{3} = 4.189 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 4.189 \times 10^{-3} \text{ dm}^3$$

$$m = \delta V = 4.189 \times 10^{-3} \times 8.96 = 3.753 \times 10^{-2} \text{ kg} = 3.753 \times 10 \text{ g}$$

$$\text{Il numero di moli } n = \frac{m_{\text{grammi}}}{\mu_{\text{Cu}}} = \frac{3.753 \times 10}{63.546} = 5.906 \times 10^{-1} \text{ moli}$$

$$\text{Infine } N_{\text{Cu}} = \mathcal{N} \times n = 6.02 \times 10^{23} \times 5.906 \times 10^{-1} = 3.56 \times 10^{23} \text{ atomi}$$

$$\text{Se viene estratto un elettrone ogni } 10^6 \text{ atomi alla fine } q = N_{\text{Cu}} \times 10^{-6} \times e = 3.56 \times 10^{23} \times 10^{-6} \times 1.6 \times 10^{-19} = 5.70 \times 10^{-2} \text{ C}$$

$$\text{La sfera per simmetria è assimilabile ad una carica puntiforme e pertanto } E = \frac{kq}{r^2} = \frac{9.00 \times 10^9 \times 5.70 \times 10^{-2}}{1.00^2} = 5.13 \times 10^8 \text{ N/C}$$

$$\text{Il potenziale } V = \frac{kq}{r} = 5.13 \times 10^8 \text{ V. Una bella cifra!}$$

- c) Due protoni devono essere portati dall'infinito sino alla distanza  $r = 1.00 \times 10^{-14}$  m. Calcolare la energia cinetica necessaria per vincere la repulsione elettrostatica. Ricordando che la temperatura è un indice della energia cinetica media secondo la relazione  $\mathcal{E}_k = \frac{3}{2} K_B T$  e che la costante di Boltzmann vale

$1.380658 \times 10^{-23}$  J/K calcolare la temperatura equivalente necessaria al gas di protoni (plasma).

La energia cinetica si deve convertire integralmente in energia potenziale, perciò:

$$\mathcal{E}_k = U = k \frac{e^2}{r} = \frac{9.00 \times 10^9 \times (1.602 \times 10^{-19})^2}{1.00 \times 10^{-14}} = 2.31 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$\text{Posto che } \mathcal{E}_k = \frac{3}{2} K_B T \text{ si ha } T = \frac{2 \mathcal{E}_k}{3 K_B} = \frac{2 \times 2.31 \times 10^{-14}}{3 \times 1.380658 \times 10^{-23}} = 1.11 \times 10^9 \text{ K (un bel caldino).}$$

## 5E PNI 21/12/01 esperienza di Millikan III prova

### 1. Esperienza di Millikan

1.1 Perché dopo questo esperimento nel mondo della fisica si considera nota la massa dell'elettrone?

Perché nel 1898 J.J. Thomson aveva determinato il rapporto  $q/m$  dei raggi catodici (elettroni). Pertanto, misurato  $q$  si poté determinare il valore di  $m$  che risultò molto minore della massa dello ione idrogeno (determinata negli stessi anni grazie alla misura del numero di Avogadro).

1.2 Quali sono le ragioni per cui si usa come fluido l'olio e lo si riduce a gocce delle dimensioni del  $\mu\text{m}$ ?

L'olio evapora molto lentamente e pertanto nel corso della misura non mutano le caratteristiche della goccia; si usano le dimensioni più piccole osservabili e non influenzabili dagli urti browniani del gas circostante. Ciò consente di avere gocce stabili che raggiungono rapidamente la velocità limite dovuta alla forza viscosa con valori di velocità molto bassi

1.3 Nel corso dell'esperimento quali sono le grandezze fisiche che vengono misurate?

La velocità di caduta della goccia in assenza di campo elettrico e le due velocità di risalita in presenza di campo elettrico prima e dopo la irradiazione con raggi X.

1.4 Dalle grandezze precedenti a cosa si risale? E cosa c'entra tutto ciò con la carica dell'elettrone?

Si trova la variazione di carica indotta dalla ionizzazione delle gocce dovuta alla cattura di uno o più elettroni a loro volta generati dalla ionizzazione del gas indotta dai raggi X.

## Esame di stato conclusivo commissione 5E Liceo Frisi anno 2001/2002

1. Si strofina della seta su un blocco di rame (la seta precede il rame nella tavola di ordinamento dei materiali per elettrotribolazione).

- cosa accade alla seta e al rame dal punto di vista dei processi di carica (16 p)
- cosa accade sul piano microscopico (8p)
- come si distribuisce la carica sul rame e che effetti di campo e potenziale si determinano (32p)

La seta e il rame si caricano in maniera eguale la seta positivamente il rame negativamente

Il rame acquista elettroni dalla seta per contatto

Gli elettroni in eccesso sul rame si distribuiscono sulla superficie esterna in modo di trasformarla in una superficie equipotenziale; il campo all'interno è nullo; quello all'esterno è perpendicolare alla superficie del conduttore.

2. La costante della legge di Coulomb dipende dal mezzo interposto.

- Cosa accade alla forza quando la interazione tra le cariche puntiformi avviene entro un mezzo isolante? (5p)
- Come si spiega quanto accade? (17p)
- Attraverso quale costante si esprime quantitativamente tutto ciò? (42p)

La forza di interazione diminuisce

E' un effetto della polarizzazione per deformazione dell'isolante che equivale ad una schermatura delle due cariche interagenti

Attraverso la costante dielettrica  $\epsilon$ . Si ha  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$  con  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ . La quantità  $\epsilon_r$  detta costante dielettrica relativa è un numero puro

> 1 che equivale al rapporto tra la forza nel vuoto e la forza nel mezzo.

3. Le interazioni elettrostatiche possono essere egualmente descritte attraverso il campo elettrico  $\vec{E}$  o il potenziale  $V$ .

- Cosa si intende dicendo che le due descrizioni sono equivalenti? (16p)
- Perché è più semplice operare con il potenziale? (27p)
- Dato il potenziale come si trova il campo? (46 p)

Noto il campo in tutto lo spazio si trova il potenziale in ogni punto e viceversa.

Il potenziale è uno scalare pertanto è più semplice la somma rispetto al campo che è un vettore. Inoltre il potenziale è anche più semplice da misurare.

Si considera la superficie equipotenziale passante per il punto considerato. Il campo  $\vec{E}$  è diretto come la perpendicolare. Ha il verso dei potenziali decrescenti e la sua intensità è pari a  $\frac{\delta V}{\delta n}$  dove  $\delta V$  è la d.d.p. tra due superfici vicine e poste a distanza  $\delta n$ .

4. Con riferimento all'esperimento di Millikan per la determinazione dell'esistenza e della misura della carica elementare:

- A cosa serve la sorgente a raggi X? (21p)
- Perché è sbagliato affermare che si fa una misura diretta della carica dell'elettrone? (27p)
- Perché si usano goccioline d'olio con dimensioni prossime al  $\mu\text{m}$ ? (39p)

A far variare per effetto dei processi di ionizzazione la carica che si trova sulle goccioline nel modo più elementare possibile.

Perché la determinazione è indiretta attraverso misure di potenziali di arresto e perché comunque si va alla ricerca del MCD delle variazioni elementari di carica che avvengono.

Si usa l'olio perché ha un basso tasso di evaporazione e ciò è essenziale perché una stessa goccia viene osservata per alcuni minuti; la dimensione così bassa è dovuta alla necessità di avere velocità di caduta libera molto basse.

### 3F PNI 07/05/03 Forze elettriche e potenziale

Conoscenze: rispondere a 10 domande indicando nella prima riga della tabella di correzione i numeri prescelti. Le risposte tipiche hanno estensione dalle 2 alle 4 righe.

1. Nella tavola di elettrotribolazione si seguono nell'ordine i seguenti elementi: amianto, vetro, mica, lana, seta, carta, poliuretano, silicone. a) cosa significa tale ordine? b) perché non ha senso affermare che la lana strofinata si carica positivamente?

a) è un ordinamento che indica la proprietà reciproca di un elemento a cedere per contatto elettroni a favore di un altro. Gli elementi che vengono prima hanno cedono elettroni a quelli dopo. I primi si caricano positivamente e i secondi negativamente. Il grado di elettrizzazione dipende dalla distanza reciproca nella tavola.

b) perché la lana si carica positivamente se viene strofinata con il poliuretano e negativamente se viene strofinata con il vetro.

**Nota di correzione:** bisogna precisare che la proprietà è di tipo relazionale

2. Perché per scaricare un elettroscopio basta toccarlo con le mani?

Perché così facendo la carica che si trova su di esso si trasferisce al corpo umano e alla terra ( che sono dei conduttori) e su di esso ne rimane una quantità del tutto trascurabile. Infatti la capacità del corpo e della terra sono molto maggiori di quella dell'elettroscopio.

**Nota di correzione:** citare la differenza di capacità che spiega come mai nonostante la carica totale permanga quella sull'elettroscopio divenga trascurabile.

3. Coulomb risolse il problema di ottenere cariche di valore noto necessarie a verificare la proporzionalità tra carica e forza con un elegante ragionamento per simmetria: quale?

Metteva a contatto le sue sfere conduttrici di prova con corpi identici e scarichi. Ciò, ipotizzando una conservazione della carica, permetteva di ottenere dei dimezzamenti progressivi della carica originaria.

4. Correggere la seguente proposizione: *dato un campo elettrico descritto da linee di forza per avere una misura relativa del campo basta contare il numero di linee di forza che tagliano una piccola superficie disposta nel punto considerato.* Se la superficie non è piccola cosa si misura?

a) bisogna che la superficie sia disposta perpendicolarmente alle linee di forza

b) se la superficie non è piccola invece di misurare il valore in quel punto si misura un valore medio nel volume circostante

**Nota di correzione:** nessuno ha citato il mancato riferimento alla perpendicolarità; misura relativa vuol solo dire che i valori che trovo sono significativi l'uno rispetto all'altro; come sempre in fisica quando si usano quantità infinitesime si trovano valori locali (nel tempo o nello spazio) mentre se si usano valori finiti si trovano i corrispondenti valori medi.

5. Data una distribuzione di cariche puntiformi che genera un campo elettrico nello spazio, il vettore campo elettrico in un punto a) come è definito, b) da cosa dipende c) e da cosa non dipende?

a) E' definito come rapporto tra la forza elettrica che agisce su una carica esploratrice e la carica stessa.

b) Il campo dipende dal valore e dalla posizione delle cariche generatrici rispetto al punto.

c) Non dipende dalla carica esploratrice perché ciascuna delle forze di interazione tra le singole cariche generatrici e la carica esploratrice è proporzionale alla carica.

**Nota di correzione:** domanda molto semplice che ha messo in crisi molte persone; non era richiesto il significato; era richiesto precisare il ruolo della carica esploratrice che non era tra i dati

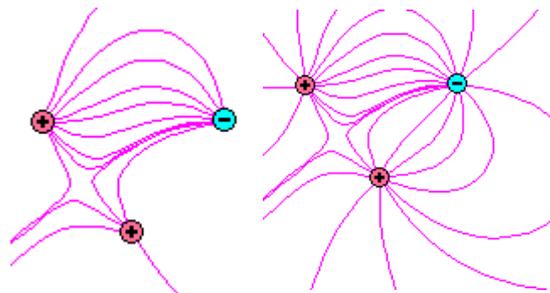
6. Perché la seguente distribuzione di linee di forza non è compatibile con la realtà. Completarla nelle zone periferiche in modo di renderla compatibile.

Mancano le linee che si dipartono dalle due cariche positive e vanno verso l'infinito e mancano quelle della struttura dipolare in basso a destra. Si veda la figura completata a destra

7. Una carica  $q$  viene mossa dalle sole forze elettriche in un campo elettrico molto intenso da A a B e poi viene riportata in A. Di quanto cambia la energia cinetica della carica se sono noti i potenziali  $V_A$  e  $V_B$ ? E di quanto cambierebbe se il campo non fosse molto intenso.

Si tratta di un distrattore: la energia cinetica non cambia perché il campo elettrico è conservativo e dunque il lavoro lungo una traiettoria chiusa è sempre nullo.

8. Supponiamo che sia noto il campo elettrico lungo una linea di forza che va da un punto P verso l'infinito. Perché questa informazione è sufficiente a determinare il potenziale lungo tutti i punti che si trovano sulla linea di forza?





### 3F PNI 9/5/2003 elettrostatica competenze

Svolgere o gli esercizi 1 e 2 o l'esercizio 3

1. Nel tungsteno  $W_{74}^{184}$  occorre un fotone (particella di luce) di lunghezza d'onda  $\lambda \leq 17.83$  pm per strappare per urto un elettrone appartenente agli strati più interni. Tenendo presente che l'energia di un fotone  $\mathcal{E} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  con  $h$  costante di Planck ( $6.626 \cdot 10^{-34}$  Js) e  $c$  velocità della luce nel vuoto determinare

la distanza dal nucleo degli elettroni appartenenti allo strato più interno dell'atomo.

Suggerimento: il fotone deve fornire l'energia necessaria a strappare l'elettrone al legame dovuto alla forza elettrica.

L'energia potenziale del legame è negativa (forza attrattiva) e può essere determinata considerando il fotone di energia minima:

$$U = -\mathcal{E}_{\min} = -\frac{hc}{\lambda} = -\frac{6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 2.998 \cdot 10^8}{17.83 \cdot 10^{-12}} = -1.114 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

L'energia potenziale dovuta alla forza elettrica tra un nucleo di carica  $Ze$  e un elettrone di carica  $-e$  posti a distanza  $r$  vale:

$$U = -k \frac{Ze^2}{r} \text{ pertanto il valore di } r \text{ richiesto è:}$$

$$r = \frac{kZe^2}{-U} = \frac{8.988 \cdot 10^9 \cdot 74 \cdot (1.602 \cdot 10^{-19})^2}{1.114 \cdot 10^{-14}} = 1.53 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Il valore trovato è 1/30 del raggio dell'atomo di idrogeno e ci fa comprendere come la presenza di un nucleo formato da  $Z$  protoni determini una interazione forte che rende gli elettroni più vicini al nucleo.

**Nota di correzione:** 1 pm =  $10^{-12}$  m; quei pochi che hanno affrontato il punto b hanno eguagliato la forza alla energia dimostrando che (in modo assolutamente generalizzato) non avete capito nulla della energia potenziale e delle curve della energia potenziale; il legame tra forza ed energia potenziale è lo stesso che esiste tra potenziale e campo.

2. Le tre cariche  $q_1 = -3.50 \cdot 10^{-6}$  C,  $q_2 = +3.50 \cdot 10^{-6}$  C,  $q_3 = 1.42 \cdot 10^{-6}$  C sono disposte ai vertici A, B, C di un triangolo equilatero di lato  $r = 1.25$  m.

- a) Determinare il potenziale (riferimento all'infinito) nei punti G e P così definiti: G è il baricentro del triangolo mentre P è il simmetrico di A rispetto a B.  
 b) Determinare la variazione di energia cinetica  $\Delta\mathcal{E}_k$  di una particella  $\alpha$  che va da G a P sotto l'azione delle forze del campo elettrico.

- a) Per determinare il potenziale utilizzeremo il principio di sovrapposizione sommando i potenziali delle tre cariche per calcolare i quali basta calcolare le distanze tra la carica e il punto considerato.

Ricordiamo che l'altezza del triangolo equilatero di lato  $r$  è  $\frac{\sqrt{3}}{2} r$  e che il baricentro divide la mediana in parti l'una doppia dell'altra.

$$d = r_{GA} = r_{GB} = r_{GC} = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} r = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

$$r_{CP} = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ} = \sqrt{2r^2 + r^2} = \sqrt{3} r$$

**Nota di correzione:** si calcolano prioritariamente i dati che serviranno per il calcolo finale. Ricordo che  $d$  è il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo equilatero calcolabile in altri n modi diversi.

Poiché le cariche sono tutte espresse in  $\mu\text{C}$  manterremo il fattore  $10^{-6}$  in evidenza:

$$V_{GA} = k \frac{q_1}{d} \text{ etc e pertanto } V_G = \frac{k \cdot 10^{-6}}{d} (q_1 + q_2 + q_3) = \frac{8.988 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}}{1.25} (-3.50 + 3.50 + 1.42) = 1.77 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$\text{analogamente } V_P = \frac{k \cdot 10^{-6}}{r} \left( \frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{1} + \frac{q_3}{\sqrt{3}} \right) = \frac{8.988 \cdot 10^3}{1.25} \left( \frac{-3.50}{2} + \frac{3.50}{1} + \frac{1.42}{\sqrt{3}} \right) = 1.85 \cdot 10^4 \text{ V}$$

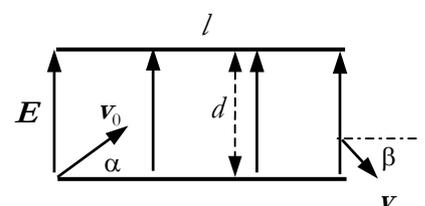
**Nota di correzione:** quando si usa il principio di sovrapposizione non vanno calcolati separatamente tutti i contributi se non si vuole perdere un sacco di tempo e comunque il risultato deve essere giusto

- b) Una particella  $\alpha$  (nucleo di elio) ha carica  $2e$  e pertanto (applicando la conservazione dell'energia) sarà:

$$\Delta\mathcal{E}_k = 2e(V_G - V_P) = 2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot (1.77 - 3.03) \cdot 10^4 = -4.04 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

**Nota di correzione:** il calcolo  $V_G - V_P$  deve essere visibile

3. Un campo elettrico verticale e orientato verso l'alto  $\mathbf{E}$  è generato da due piastre metalliche orizzontali di lunghezza  $l$  e poste tra loro a distanza  $d$ . Un elettrone dotato di velocità  $v_0$  entra dal vertice inferiore sinistro formando un angolo  $\alpha > 0$  con la piastra inferiore.



L'elettrone esce dalla zona in cui è presente il campo elettrico formando un angolo  $\beta < 0$  con velocità  $v$ . Collocare un sistema di riferimento  $xOy$  con origine nel punto iniziale e rispondere alle seguenti questioni:

- a) che tipo di moto compie l'elettrone e che traiettoria segue?
- b) quanto vale il tempo  $t$  impiegato dall'elettrone ad attraversare il campo elettrico?
- c) quanto vale la componente  $a_y$  della accelerazione?
- d) scrivere le due equazioni che legano le componenti della velocità nel punto iniziale e finale tenendo presente il principio di Galilei sulla composizione dei movimenti
- e) utilizzare le due equazioni per determinare il modulo della velocità iniziale  $v_0 = f(\alpha, \beta, E, l, m, e)$

dimostrando che si ha: 
$$v_0 = \sqrt{\frac{e E l}{m \cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \beta)}}$$

- f) senza bisogno di svolgere i conti si può affermare che la traiettoria sia una parabola del tipo  $y = mx^2 + nx$  con  $m < 0$  e  $n > 0$  dove le costanti  $m$  e  $n$  dipendono dai dati forniti. Scrivere in forma simbolica e senza sviluppare i conti i due vincoli cui devono soddisfare  $l$  e  $d$  perché l'elettrone possa emergere come previsto senza urtare né la piastra superiore né quella inferiore.

- a) L'elettrone si muove sotto l'azione della forza elettrica orientata verso il basso (la forza peso è del tutto trascurabile data la bassa massa dell'elettrone) e pertanto si muoverà di moto uniforme lungo l'asse  $x$  e di moto uniformemente accelerato lungo l'asse  $y$  come un qualsiasi corpo soggetto all'azione del peso con una traiettoria corrispondente ad un arco di parabola con la concavità verso il basso.

- b) Poiché lungo l'asse  $x$  si ha un moto uniforme sarà  $t = \frac{l}{v_{0x}} = \frac{l}{v_0 \cos \alpha}$

- c)  $a_y = \frac{F_y}{m} = -\frac{e E}{m}$  (la forza sulle cariche negative ha verso contrario al campo).

- d) lungo l'asse  $x$  la velocità è costante e pertanto  $v_0 \cos \alpha = v \cos \beta$   
lungo l'asse  $y$  si ha un m.u.a. con legge  $v_y = v_{0y} + a_y t$  che con i simboli dati diventa (attenzione che i segni sono già impliciti nell'uso del calcolo vettoriale)

$$v \sin \beta = v_0 \sin \alpha - \frac{e E}{m} \frac{l}{v_0 \cos \alpha}$$

- e) Le due relazioni ci consentono di eliminare la variabile  $v$  che è ignota e scrivere una unica equazione nella sola variabile  $v_0$  (ovviamente dalla prima equazione potremo poi trovare anche  $v$  che non è richiesto).

$$v = v_0 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \text{ e sostituendo: } v_0 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \sin \beta = v_0 \sin \alpha - \frac{e E}{m} \frac{l}{v_0 \cos \alpha} \Leftrightarrow v_0 \tan \beta = v_0 \tan \alpha - \frac{e E}{m} \frac{l}{v_0 \cos^2 \alpha} \Leftrightarrow$$

$$v_0 (\tan \alpha - \tan \beta) = \frac{e E}{m} \frac{l}{v_0 \cos^2 \alpha} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{e E l}{m (\tan \alpha - \tan \beta) \cos^2 \alpha}}$$

- f) Affinché l'elettrone non colpisca la piastra inferiore, indicata con  $x_2$  la seconda intersezione della parabola con l'asse  $x$  deve essere  $x_2 \geq l$

Affinché l'elettrone non urti la piastra superiore dovrà essere l'ordinata del vertice  $\leq d$  (il vertice ha ascissa  $\frac{1}{2} x_2$ )

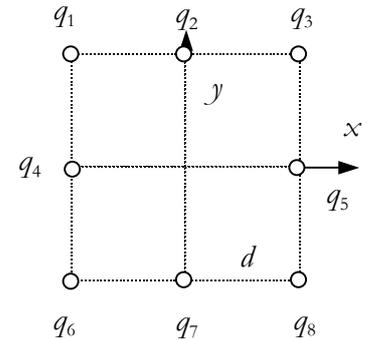
**Nota di correzione:** affrontato da quasi nessuno e con molte stupidaggini da parte di chi ci si è cimentato abbandonando in genere l'impresa. Almeno capire che è la composizione di un moto uniforme e di un moto uniformemente accelerato...

1	energia fotone 1.5	distanza 1.5		
2	potenziale in G e P 2 +2	variazione energia cinetica 2		
3	analisi moto 2	tempo di volo 1		
	componente accelerazione 1	relazioni tra componenti velocità 3		
	velocità iniziale 2	condizioni al contorno 1		

### 4F PNI 4 ottobre 2004: riepilogo elettrostatica (rielaborazione Halliday)

Svolgere 2 dei 6 problemi proposti scegliendo liberamente quali affrontare.

1. Alcune cariche sono disposte ai vertici di una griglia a maglie quadrate di passo  $d$  come indicato nella figura qui a lato. Sapendo che  $q_1 = +3q$ ,  $q_2 = +q$ ,  $q_3 = -5q$ ,  $q_4 = +q$ ,  $q_5 = -2q$ ,  $q_6 = +5q$ ,  $q_7 = +q$ ,  $q_8 = +3q$  determinare le componenti  $E_x$  ed  $E_y$  nella origine del sistema di riferimento e, attraverso esse, determinare il modulo e l'angolo del vettore campo elettrico.



Per ragioni di simmetria e intensità le coppie di cariche ( $q_1 ; q_8$ ), ( $q_2 ; q_7$ ) creano campi vettoriali opposti e uguali e pertanto non contribuiscono al campo risultante

$$E_{4x} = E_4 = k \frac{q}{d^2} \text{ ed } E_{4y} = 0$$

$$E_{5x} = 2E_4 \text{ ed } E_{5y} = 0$$

$$E_{6x} = E_{6y} = E_{3x} = E_{3y} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_6 = \frac{1}{\sqrt{2}} k \frac{5q}{2d^2} = \frac{5\sqrt{2}}{4} k \frac{q}{d^2}$$

$$\text{Dunque: } E_x = E_4 + 2E_4 + 2 \frac{5\sqrt{2}}{4} E_4 = 6.536 E_4$$

$$E_y = 2 \frac{5\sqrt{2}}{4} E_4 = 3.536 E_4$$

$$\theta = \arctan \frac{E_y}{E_x} = 28.4^\circ \quad E = \frac{E_y}{\sin \theta} = 7.431 E_4$$

**Note di correzione:** imparare ad essere formalmente corretti sia sul piano della terminologia, sia su quello formale. Come si vede la soluzione è molto compatta se si lavora bene e ciò è richiesto al 4° anno di calcolo vettoriale. Non era detto ma bisognava capirlo da soli che conveniva esprimere tutto in funzione del campo di una sola carica (ovviamente quella  $q$ )

2. Una goccia d'acqua sferica di diametro  $d = 1.20 \mu\text{m}$  viene mantenuta in equilibrio in aria calma da un campo elettrico di origine atmosferica  $E = 462 \text{ N/C}$  orientato verso il basso. a) Qual è il peso della goccia? b) Quanti elettroni in eccesso possiede?

Se il campo è orientato verso il basso, per vincere la forza peso, la goccia dovrà essere carica negativamente.

$$F_p = mg = \delta Vg = \delta \frac{4}{3} \pi (d/2)^3 g = 1.00 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi (0.60 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 9.806 = 8.87 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

$$\text{In equilibrio si avrà } F_p = F_e \text{ e pertanto: } q = \frac{F_p}{E} = 1.92 \cdot 10^{-17} \text{ C}$$

Infine tenendo conto della carica dell'elettrone:

$$N = \frac{q}{e} = 120 \text{ elettroni}$$

**Nota di correzione:** mai più di 3 cifre significative in un conto del genere;  $d$  non è il raggio,  $\delta$  va espresso nelle unità corrette

3. Due grandi piatti di rame paralleli sono posti alla distanza  $d = 5.0 \text{ cm}$  e, una volta caricati, determinano tra essi un campo elettrico uniforme  $E$ . Allo stesso istante dalla piastra positiva viene emesso in quiete un protone di massa  $m_p$  mentre da quella negativa esce una particella  $\tau$  (un elettrone pesante di massa  $m_\tau = 1.90 m_p$ ). Le due particelle vengono accelerate dal campo elettrico. Indicate con  $x_p$  la distanza percorsa dal protone e con  $x_\tau$  quella percorsa dalla  $\tau$ , si vuole sapere il valore di  $x_p$  quando le due particelle si incrociano.

Per rispondere conviene ragionare sul tipo di moto e determinare il rapporto delle due accelerazioni.

Le due particelle hanno la stessa carica e pertanto sono soggette a due forze uguali in modulo e accelerazioni inversamente proporzionali alle rispettive masse.

$$\frac{a_p}{a_\tau} = \frac{m_\tau}{m_p} = 1.90$$

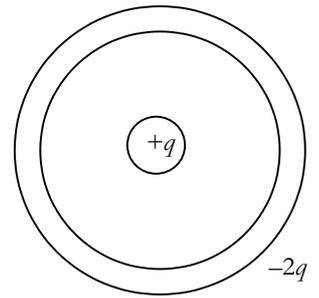
Le due particelle si muovono di moto uniformemente accelerato con legge  $x = \frac{1}{2} a t^2$  e pertanto quando si incontrano si ha:

$$\frac{x_p}{x_\tau} = \frac{a_\tau}{a_p} = 1.90$$

$$\text{D'altra parte } x_p + x_\tau = d \text{ e pertanto } x_p(1 + 1/1.90) = d \text{ e infine } x_p = \frac{d}{1 + 1/1.90} = 3.28 \text{ cm}$$

**Nota di correzione:** sono rimasto spiacevolmente stupito perché l'esercizio fa parte delle cose davvero banali che tendo a dare per scontate (forze costanti, moto uniformemente accelerato).

4. In figura vengono rappresentate le sezioni di due conduttori di lunghezza  $L \gg$  dei raggi. Sul conduttore più interno si trova una carica  $+q$  e su quello esterno  $-2q$ .
- a) Come si dispone la carica sul conduttore esterno b) Disegnare le linee di forza (compreso il segno) c) Indicata con  $r$  la distanza dal centro scrivere quanto vale il campo all'esterno e all'interno.



La carica sul conduttore più esterno si ripartisce a metà tra la superficie interna e quella esterna (fenomeno della induzione completa da parte di  $q$ ). Le linee di forza sono radiali con andamento verso l'esterno nella parte interna e verso l'interno nella parte esterna.

Il campo si trova sia all'interno sia all'esterno con il teorema di Gauss. In entrambi i casi si ottiene:

$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon}$  e dunque  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2}$  cioè lo stesso valore prodotto da una carica puntiforme (ma si ha una inversione di versi tra esterno e interno).

5. Una sfera di rame di raggio  $r = 1.0$  cm è ricoperta da un sottile strato di nichel radioattivo che decade emettendo elettroni. Metà di questi elettroni entrano nella sfera depositando ciascuno una energia  $\mathcal{E} = 100$  keV mentre l'altra metà sfugge all'esterno. Il nichel decade ad un ritmo (attività)  $\mathcal{A} = 3.70 \cdot 10^8$  dis/s (disintegrazioni al secondo) e per effetto di quanto descritto la sfera si carica progressivamente di carica positiva. a) Quanto tempo impiegherà la sfera a raggiungere il potenziale di 1000V? Sapendo che la sua capacità termica è di 14.5 J/K, quanto tempo impiegherà, per effetto dell'energia rilasciata dagli elettroni ad aumentare la sua temperatura di 5°C?

Durante la disintegrazione dei neutroni si trasformano in protoni ed elettroni e pertanto sulla sfera si accumula carica positiva (visto che ogni 2 elettroni uno se ne va).

Una sfera carica di raggio  $r$  e carica  $Q$  si porta ad un potenziale  $V = k \frac{Q}{r}$  e dunque  $Q = \frac{Vr}{k} = \frac{10^3 \cdot 10^{-2}}{9.00 \cdot 10^9} = 1.11 \cdot 10^{-9}$  C

Il numero di elettroni sfuggiti è  $N = \frac{Q}{e} = 6.94 \cdot 10^9$

Il numero di disintegrazioni necessarie è doppio perché solo un elettrone ogni due si ferma nella sfera  $N_d = 2N = 1.39 \cdot 10^{10}$  dis

Tenendo conto della attività  $\mathcal{A} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta N}{\mathcal{A}} = 37.5$  s. Il ragionamento fatto per trovare  $\Delta t$  ipotizza che la attività sia costante

nel periodo considerato e ciò è ammissibile se  $T_{1/2} \gg \Delta t$

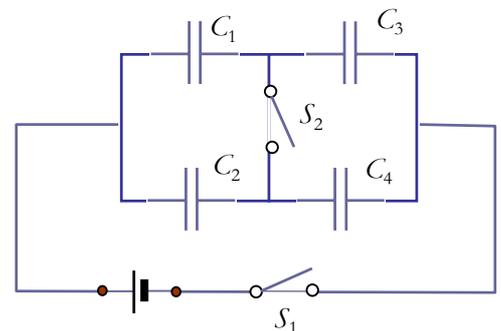
Si ha (indicando la variazione di temperatura con  $\Delta\tau$  e la capacità termica con  $\mathcal{C}$ )

$\Delta\tau \mathcal{C} = N \mathcal{E} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}$  e dunque  $N = \frac{5 \cdot 14.5}{1.6 \cdot 10^{-14}} = 4.53 \cdot 10^{15}$  elettroni

$N_d = 9.05 \cdot 10^{15}$  disintegrazioni mentre  $\Delta t = \frac{\Delta N}{\mathcal{A}} = 1.22 \cdot 10^7$  s  $\approx$  140 giorni

Il valore ottenuto è poco credibile visto che si tratta di un processo di riscaldamento progressivo di soli 5 °C e dunque si può concludere che il riscaldamento è trascurabile.

6. Una batteria di condensatori di capacità  $C_1 = 1\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3\mu\text{F}$ ,  $C_4 = 4\mu\text{F}$  è collegata ad un generatore di fem = 12 V tramite due interruttori  $S_1$  e  $S_2$ . a) Si chiude  $S_1$ . Dopo aver individuato le caratteristiche della connessione si trovi la carica  $Q_1$ . b) Si chiude anche l'interruttore  $S_2$ . Dopo aver individuato le caratteristiche della connessione si trovi la carica  $Q_1$



All'inizio si ha il parallelo della serie  $C_{13}$  con  $C_{24}$ .

$C_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} = 0.75 \mu\text{F}$  e analogamente  $C_{24} = 1.33 \mu\text{F}$

La carica  $Q_{13} = C_{13} \Delta V = 0.75 \cdot 12 = 9.0 \mu\text{C}$

Ma poiché  $C_1$  e  $C_3$  sono in serie questo è anche il valore di  $Q_1$

Quando si chiude il secondo interruttore si ha la connessione in serie del parallelo di  $C_1$  e  $C_2$  con  $C_3$  e  $C_4$

$C_{12} = 1 + 2 = 3 \mu\text{F}$ ,  $C_{34} = 3 + 4 = 7 \mu\text{F}$  mentre  $C_{eq} = \frac{21}{10} = 2.1 \mu\text{F}$

Dunque  $Q_{eq} = C_{eq} \Delta V = 25.2 \mu\text{C}$

Il valore trovato è pari a  $Q_{12}$  (per via del collegamento in serie) possiamo così calcolare  $\Delta V_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = 8.4$  V

Infine  $Q_1 = \Delta V_{12} C_1 = 8.4 \mu\text{C}$

**Nota di correzione:** tra coloro che hanno svolto correttamente si è scelta una modalità di calcolo alternativa basata sulla proporzionalità diretta tra carica e capacità nel collegamento in parallelo.

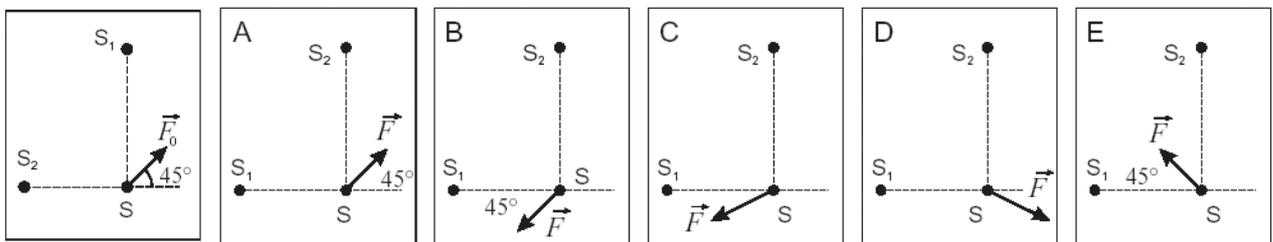
13 febbraio 2007 4F PNI elettrostatica

Test a risposta multipla

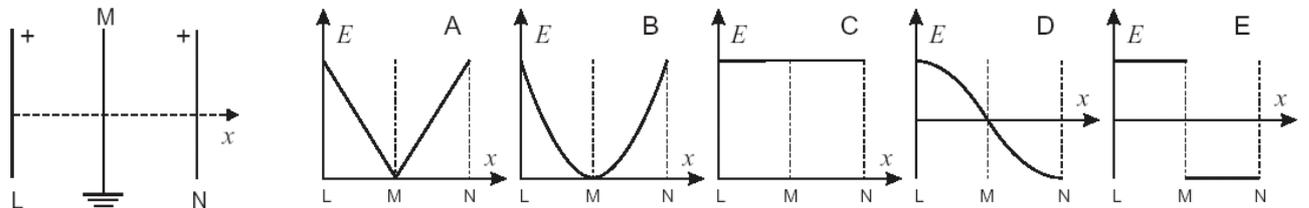
1. Una differenza di potenziale di 6V viene applicata ad un condensatore da 20 pF ad armature piane e parallele. Il condensatore viene poi isolato ed una lastra di perspex, avente costante dielettrica relativa 4 viene inserita tra le armature del condensatore riempiendo tutto lo spazio. Quali affermazioni descrivono correttamente la situazione. 1) La carica elettrica immagazzinata rimane la stessa. 2) L'energia immagazzinata aumenta da 360μJ a 1440μJ. 3) La differenza di potenziale tra le armature del condensatore è ancora 6V. ...

- A ...Tutte e tre                      B ...Solo la 1 e la 2                      C ...Solo la 2 e la 3  
 D ...Solo la 1                      E ...Solo la 3

2. Tre piccole sfere cariche S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> ed S sono disposte come in figura, ai vertici di un triangolo rettangolo. La distanza tra S<sub>1</sub> ed S è maggiore della distanza tra S<sub>2</sub> ed S. In queste condizioni sulla sfera S agisce la forza  $\vec{F}_0$  indicata. Se le posizioni delle sfere S<sub>1</sub> ed S<sub>2</sub> vengono scambiate, in quale dei seguenti diagrammi è mostrata correttamente la forza complessiva  $\vec{F}$  agente sulla sfera S rimasta fissa?



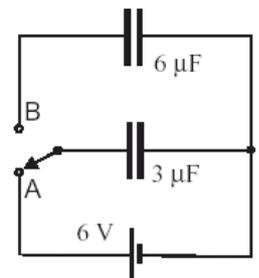
3. La figura mostra tre sottili lastre metalliche L, M ed N, di grande superficie, parallele tra loro; la lastra centrale M è posta alla stessa distanza dalle altre due ed è collegata a terra mentre su L ed N sono distribuite delle cariche positive uguali fra loro. Quale dei grafici seguenti può rappresentare la componente x del campo elettrico in funzione della posizione, lungo lo stesso asse x?



4. Se i diagrammi della figura precedente rappresentano l'andamento del potenziale qual è quello giusto?

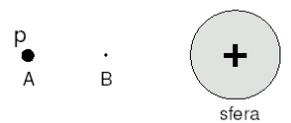
5. Nel circuito mostrato, un condensatore di capacità 3 μF è caricato da una batteria di f.e.m. pari a 6V quando il commutatore è collegato al punto A. Il commutatore viene ora collegato al punto B. Qual è la nuova differenza di potenziale tra le armature dei condensatori?

- A ... 1 V                      B ... 2 V                      C ... non è determinabile  
 D ... 2√3 V                      E ... 6 V



6. La figura mostra un protone (p) posto nel punto A vicino a una sfera isolante uniformemente carica con carica positiva. Se per spostare il protone dal punto A al punto B è necessario fare un lavoro di 6.4·10<sup>-19</sup> J, allora la differenza di potenziale tra A e B è: ...

- A... 4.0V                      B... 6.4·10<sup>-19</sup>V                      C... -4.0V                      D... 6.4V  
 E...non è determinabile perché durante il movimento del protone cambia la



distribuzione sulla sfera

7. In figura sono rappresentate le linee di forza di una coppia di cariche e vengono fatte con riferimento ad esse le tre seguenti affermazioni

- I: La carica di destra è positiva

II Le due cariche hanno verso contrario

III La carica di destra è in valore assoluto più grande di quella di sinistra

A... Tutte e tre    B... Solo la II    C... Solo la II e la III    D: Solo la III    E... Solo la I e la II

8. In un gas di particelle ionizzate di carica  $q$  e massa  $m$  si vuole fare in modo che nei processi d'urto le particelle si portino a distanza  $r$  sfruttando l'energia cinetica connessa al moto disordinato ( $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k_B T$ ). Quale di queste relazioni è corretta?

A...  $r \propto \frac{q^2}{\epsilon k_B T}$     B...  $r \propto \frac{q^2}{\epsilon m v}$     C...  $r \propto \mathcal{E}_k$     D...  $r \propto T$

E...  $r \propto \frac{m v^2}{k_B T}$

9. Una sfera conduttrice carica di raggio  $r$  su cui è deposta una carica  $Q$  genera un campo elettrico nello spazio. La densità volumica di energia di tale campo elettrico  $\delta U / \delta \mathcal{V}$  a distanza  $R$  dal centro della sfera risulta:

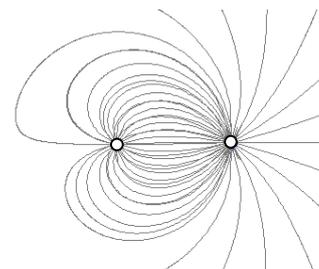
A...  $\propto \frac{1}{\epsilon} \frac{Q^2}{R^4}$     B...  $\propto \frac{1}{\epsilon^2} \frac{Q}{R^2}$     C...  $\propto Q^2 \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right)$     D... non dipende dal mezzo    E...  $\propto \frac{Q^2}{R^2}$

10. Il flusso del campo elettrico  $\vec{E}$  attraverso una superficie sferica di raggio  $R$  risulta pari a  $\Phi < 0$ . Sulla base di ciò possiamo affermare che:

A... Nella sfera non sono contenute cariche elettriche    B... All'esterno della sfera ci sono cariche negative

C... Il fenomeno avviene nel vuoto    D... ci sono cariche negative sia all'esterno che all'interno

E... ci sono cariche negative all'interno



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	E	A	B	C	C	A	A	E
ESATTE			ERRATE			MANCANTI			

13 febbraio 2007 4F PNI elettrostatica

**Conoscenza e comprensione****Consegne:** rispondere in maniera ed essenziale

- 1) Perché in un condensatore piano il campo all'interno è uniforme, perpendicolare alle armature e vale  $\sigma/\epsilon$ ?
- 2) Spiega con un modello a due sfere di raggio  $r_1$  e  $r_2$  come mai la densità di carica è inversamente proporzionale a  $r$ .
- 3) Perché nella energia di carica del condensatore compare il fattore  $1/2$ ?
- 4) Perché nell'esperimento di Millikan si opera con valori di campo elettrico ( $6\text{kV/cm}$ ) piuttosto elevati? Le goccioline d'olio da chi ricevono la carica?
- 5) Quali fattori o necessità influenzano la scelta del diametro delle gocce d'olio nell'esperimento di Millikan?
- 6) Quante velocità si determinano nell'esperimento di Millikan. Perché?
- 7) Dato il potenziale come si trova il campo (direzione, verso, intensità)
- 8) Perché i fisici preferiscono l'uso del potenziale al posto del campo?
- 9) Il teorema di Gauss a cosa serve e da quali proprietà della forza elettrica discende?
- 10) Perché il campo in vicinanza di un conduttore carico in equilibrio è ortogonale alla superficie? Cosa ne consegue?
  - 1) è uniforme perché piastre piane indefinite producono un campo ortogonale (simmetria) e dunque uniforme pari a  $\sigma/(2\epsilon)$  (teorema di Gauss). La ortogonalità si ha (in vicinanza alla superficie) per tutti i conduttori carichi come conseguenza dell'equilibrio. Il campo di due lastre piane ravvicinate si annulla all'esterno e raddoppia all'interno.
  - 2) Si ipotizza che il corpo sia assimilabile a due sfere tra loro connesse tramite un conduttore (che garantisce la equipotenzialità) distanti in modo da non influenzarsi. Si ha allora  $V_1 = Q_1/C_1 = V_2 = Q_2/C_2$ . Ma nella sfera  $C = 4\pi\epsilon r$  mentre  $Q = 4\pi r^2 \sigma$  e dunque  $Q/C = \text{costante} = \sigma r/\epsilon$  ovvero  $\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2$
  - 3) Perché mentre si carica il condensatore la ddp aumenta e l'energia pari all'area sottesa dal diagramma che fornisce  $\Delta V$  al variare di  $q$  (retta per la proporzionalità che definisce la capacità) produce il fattore  $1/2$ .  
 $\mathcal{E} = \sum \delta\mathcal{L} = \sum \Delta v \delta q = \text{area}$
  - 4) Per rendere il moto delle gocce fortemente influenzato anche da piccole variazioni di carica e per velocizzare l'andata all'equilibrio. Le gocce (già caricate per strofinio dal nebulizzatore) si ionizzano positivamente a contatto con gli ioni d'aria formati per l'azione dei raggi X
  - 5) Le gocce devono essere piccole per avere velocità di caduta basse ma non devono essere troppo piccole perché devono essere visibili al microscopio e non devono risentire del moto browniano.
  - 6) Si determinano 3 velocità: quella in assenza di campo elettrico (che consente di trovare  $r$ ), e le due prima e dopo la ionizzazione che consentono noto  $r$  di trovare  $\Delta q$
  - 7) E' ortogonale alla superficie equipotenziale passante per il punto, ha il verso dei potenziali decrescenti, vale  $-\delta V/\delta n$  dove  $\delta n$  va preso nella direzione e verso individuati ( $\delta V = -\delta\mathcal{L}/\delta q = -F_n \delta n / \delta q = -E_n \delta n$ )
  - 8) Perché il potenziale è uno scalare, è facilmente misurabile, consente di risalire completamente al campo (vettore) e viceversa
  - 9) Serve a trovare il campo in presenza di distribuzioni di carica simmetriche che permettano di calcolare facilmente il flusso. Discende dal fatto che la forza coulombiana è di tipo centrale e inversamente proporzionale a  $r^2$
  - 10) Perché altrimenti le cariche mobili si metterebbero in moto sotto l'azione della componente tangenziale del campo e dunque non si avrebbe equilibrio. Ne consegue che la superficie è equipotenziale perché il lavoro elementare è sempre nullo.

**Nota di correzione:** Nei compiti con numero di risposte obbligato, non seguire le consegne equivale quasi automaticamente ad una valutazione negativa. Abituarsi a questo principio per non avere amare sorprese negli esami universitari e, ancora prima, all'esame di stato (terza prova).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**Competenze****Consegne:** sono richiesti almeno due problemi svolti in maniera completa.

1. Un anello di raggio  $R$  è caratterizzato da una carica  $Q$  uniformemente distribuita. Lungo l'asse dell'anello il campo risulta diretto come l'asse stesso. Spiegare come mai. Quindi, dopo aver indicato con  $2\alpha$  l'angolo di apertura del cono sotto cui si vede l'anello da un punto dell'asse dimostrare che il campo elettrico in un generico punto dell'asse vale  $E = k \frac{Q}{R^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha$

Le singole cariche simmetricamente disposte producono un campo in cui le componenti dirette come l'asse si sommano e quelle ortogonali si annullano reciprocamente. Basta ora scrivere la componente lungo l'asse del campo elementare prodotto da  $\delta q$ ; essa vale  $\frac{k \delta q}{d^2} \cos \alpha$  ma  $d = R / \sin \alpha$  e dunque si ha  $\frac{k \delta q}{R^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha$ . Basta ora sommare su tutto

l'anello e poiché sono tutte costanti tranne  $\delta q$  si ottiene  $\frac{k}{R^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha \sum \delta q = \frac{k}{R^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha Q$

2. Due sfere metalliche di raggio  $r_1$  e  $r_2$  distano tra loro di  $R$  e sono connesse ai due poli di un generatore di f.e.m.  $\mathcal{E}$ . Tenendo presente che se si indicano con  $V_1$  e  $V_2$  i due potenziali si ha  $\mathcal{E} = V_1 - V_2$  determinare le cariche sulle due sfere ed utilizzare il risultato trovato per dimostrare che la forza attrattiva tra le due sfere vale  $\frac{\mathcal{E}^2}{k R^2} \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)^2$

Supponiamo che sia  $q_1 > 0$  e  $q_2 < 0$  (le cariche hanno necessariamente segno opposto, inoltre hanno lo stesso valore assoluto visto che il ruolo del generatore è quello di spostare le cariche).

$$V_1 = k \frac{q_1}{r_1} \text{ e } V_2 = -k \frac{q_1}{r_2}$$

$$\mathcal{E} = V_1 - V_2 = k q_1 \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ e dunque } q_1 = \frac{\mathcal{E}}{k} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

$$\text{La forza si ottiene dalla legge di Coulomb } F = k \frac{q_1^2}{R^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{k R^2} \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)^2$$

3. Se ...l'uomo fosse una sfera ... assumendo una massa corporea di circa 70 kg potremmo determinare la sua capacità. Trovarla.

Se l'uomo fosse una sfera il suo volume sarebbe di circa 70 dm<sup>3</sup> (visto che siamo fatti prevalentemente di acqua) e dunque

$$\text{il suo raggio sarebbe } \frac{4}{3} \pi r^3 = 70 \text{ e dunque } r = \sqrt[3]{\frac{210}{4\pi}} = 2.6 \text{ dm}$$

Poiché la capacità di una sfera vale  $4\pi\epsilon r$  si ha  $C = 4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.26 = 29 \text{ pF}$

4. Due condensatori di capacità  $C_1$  e  $C_2$  sono collegati a due generatori di f.e.m.  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$  come in figura. Perché le cariche sui due condensatori sono uguali? Determinare le due differenze di potenziale ai capi dei condensatori dimostrando che si ha:

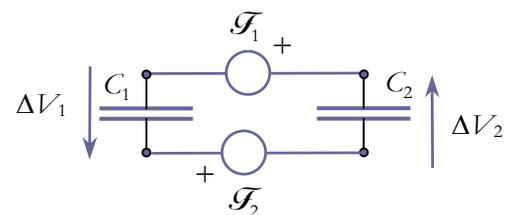
$$\Delta V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \text{ e } \Delta V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)$$

I due condensatori si caricano per l'effetto dei due generatori che si limitano a dislocare diversamente le cariche e se all'inizio erano scarichi la carica su di essi rimane la stessa.

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \text{ mentre } q_1 = q_2 = q$$

$$\text{D'altra parte } \Delta V_1 = \frac{q}{C_1} \text{ e } \Delta V_2 = \frac{q}{C_2} \text{ e dunque } \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = q \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

$$\text{trovato } q \text{ si arriva a } \Delta V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \text{ e analogamente per } \Delta V_2$$



5. Due condensatori di capacità  $C_1$  e  $C_2$  vengono caricati in modo da portarsi a d.d.p.  $\Delta V_1$  e  $\Delta V_2$ . Scrivere la energia elettrostatica  $\mathcal{E}$  del sistema. A questo punto i due condensatori vengono messi in parallelo si scaricano l'uno sull'altro per effetto della diversa d.d.p. e dopo aver raggiunto l'equilibrio si portano in una nuova condizione caratterizzata da energia  $\mathcal{E}'$ . Calcolare  $\mathcal{E}'$  e quindi far vedere che  $\mathcal{E} - \mathcal{E}' > 0$  cioè che il sistema perde energia. Trovare anche il nuovo valore di d.d.p. ai capi.

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (C_1 \Delta V_1^2 + C_2 \Delta V_2^2)$$

Quando i due condensatori vengono messi in parallelo si portano alla stessa  $\Delta V$  nel rispetto della conservazione della carica e dunque  $q = q_1 + q_2 = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$  mentre  $C = C_1 + C_2$

