

## I.2 L'inerzia

- ⌘ Storia del principio di inerzia
- ⌘ I sistemi di riferimento inerziali
- ⌘ Il principio di relatività
- ⌘ Le trasformazioni di Galileo
- ⌘ La legge di *composizione classica* delle velocità
- ⌘ Esempi di composizione dei moti



Aristotele cerca una spiegazione razionale dei fenomeni ma lo fa su base finalistica. Nella scienza moderna non si parte dal perché ma dal come



### 2.1 Storia del principio di inerzia

#### 2.1.1 L'INTERAZIONE TRA CORPI NE MODIFICA IL MOTO

Lo *scopo principale della meccanica* è lo *studio del moto* dei corpi rispetto ad un dato sistema di riferimento e *delle cause* che determinano la natura del moto. È necessario determinare sotto quali condizioni il corpo compie una traiettoria rettilinea o curvilinea, con moto uniforme o non uniforme, accelerando o decelerando.

L'analisi attenta della esperienza ci ha insegnato che *sono le interazioni tra corpi a cambiare la natura del loro moto* <sup>(1)</sup>. Per esempio, quando un corpo in caduta libera raggiunge la terra, esso o si ferma (e il suo moto cessa) o rimbalza verso l'alto con la stessa velocità cambiata di segno. Se invece consideriamo un corpo in quiete rispetto alla terra sappiamo che esso non inizierà mai a muoversi da solo. Il moto inizia solo se interviene l'interazione con qualche altro corpo (un urto, una spinta, ...).

#### 2.1.2 IL PUNTO DI VISTA ARISTOTELICO

La prima esposizione sistematica di una *fisica* si ha in *Aristotele* (384-322 a.c.); questi, partendo dal punto di vista sostanzialmente corretto che la interazione tra corpi ne cambia la velocità, giunse alla falsa conclusione che il moto dei corpi fosse il risultato della interazione con altri corpi.

Una delle ragioni da cui si originava questa falsa credenza risiedeva nel fatto che si pensava alla *terra come assolutamente fissa al centro dell'universo*. Di conseguenza si pensava che un corpo in *quiete* rispetto alla terra si trovasse nel suo *stato naturale* e si concepiva il *movimento come uno stato temporaneo, forzato*, dovuto alla azione di forze esterne.

Questa impostazione incontrava qualche difficoltà nel tentativo di spiegare il movimento di una pietra dopo il suo lancio, o quello di una freccia in volo. Infatti non c'erano corpi che spingessero con continuità la freccia o la pietra durante il volo. Così, per spiegare questi comportamenti, si avanzarono diverse ipotesi con lo scopo di *salvare il principio che il moto richiedesse una azione forzata*. <sup>(2)</sup>

Il cambiamento nel passaggio dal punto di vista aristotelico a quello galileiano è molto drastico sul tema delle cause: la fisica di *Aristotele* è una fisica essenzialmente *teleologica* (o finalistica). Per *Aristotele spiegare significa non tanto descrivere, quanto interpretare*. Ho spiegato qualcosa se sono riuscito a ricondurlo a una sorta di *dover essere*. La scienza consiste nel trovare il *fine delle cose*. Invece la scienza moderna inizia nel momento in cui ci si chiede *in che modo* avvengono le cose e non a *quale scopo*.

<sup>1</sup> In questa fase non approfondiamo il significato della parola *interazione* tra corpi. Ci interessa invece sottolineare l'elemento di rottura della *scienza moderna* con la cultura precedente. La interazione causa il mutamento nello stato di moto e non è causa del moto.

<sup>2</sup> Si veda, per esempio, Sambursky *Il mondo fisico dei Greci* Ed. Feltrinelli. Nel corso di filosofia ci sarà modo di approfondire le tematiche del finalismo aristotelico.

## UNA FASE DI PASSAGGIO

Il passaggio dalla tradizione scientifica medioevale a quella che sarà chiamata *scienza moderna* e che oggi appare a noi fisici come la *fisica classica* avviene attraverso un percorso tortuoso a cui partecipano figure diverse, sia per collocazione temporale (il movimento di rinnovamento si svolge dal XIII secolo al XVIII anche se il secolo centrale è il XVII), sia per il peso dei contributi portati, sia per i rispettivi *retrotterra culturali* (molti degli innovatori lo fanno entro contesti culturali in cui si mischiano elementi di rinnovamento ed ancoraggi all'aristotelismo o al platonismo).

Detto altrimenti, appare *fuorviante*, una ricostruzione di questa fase storica *solo all'insegna delle rotture*. Tali rotture ci furono certamente perché la lotta per l'affermarsi di una concezione culturale più libera e razionale fu aspra e non si trattò di *un pranzo di gala*: il secolo di Galilei e di Newton si apre con il rogo di *Giordano Bruno* in Campo dei Fiori a Roma, un Giordano Bruno che, tra l'altro, si occupò anche del *carattere non assoluto del movimento*.

Ci pare opportuno per illustrare in maniera sintetica la complessità di questo periodo storico, che si avrà modo di analizzare nei corsi di storia della filosofia, riportare un brano di *Paolo Rossi*, storico della scienza e della filosofia, tratto dalla premessa ad una recente opera: <sup>(3)</sup>

Mi limiterò qui a presentare, in forma di elenco, alcune delle buone ragioni che valgono a convalidare la tesi di una discontinuità forte tra la tradizione scientifica medioevale e la scienza moderna e che consentono, di conseguenza, di considerare legittimo l'uso dell'espressione «rivoluzione scientifica».

- 1) La natura di cui parlano i moderni è radicalmente diversa dalla natura di cui parlano i filosofi medioevali. Nella natura dei moderni non si dà (come nella tradizione) una distinzione di *essenza* tra corpi naturali e corpi artificiali.
- 2) La natura dei moderni viene interrogata in condizioni artificiali: l'esperienza della quale parlano gli aristotelici fa appello al mondo della quotidianità per esemplificare o illustrare teorie; le «esperienze» dei moderni sono *esperimenti* artificialmente costruiti al fine di confermare o falsificare teorie.
- 3) Il sapere scientifico dei moderni assomiglia all'esplorazione di un nuovo continente, quello dei medioevali al paziente approfondimento dei problemi sulla base di regole codificate.
- 4) Alla critica dei moderni il sapere degli scolastici apparve non in grado di interrogare la natura, ma solo di interrogare se stesso fornendo *sempre* risposte soddisfacenti. In quel sapere c'è posto per le figure del maestro e del discepolo, ma non per quella dell'inventore.
- 5) Gli scienziati moderni, Galilei in primo luogo, operano con una *disinvoltura* e un *opportunismo metodologico* che sono del tutto sconosciuti alla tradizione medioevale. La pretesa medioevale alla assoluta esattezza fu di ostacolo e non di giovamento alla creazione di una scienza matematica della natura. Galilei inventava sistemi di misurazione sempre più accurati, ma spostava l'attenzione dalla precisione ideale a quella necessaria in relazione agli scopi e raggiungibile con gli strumenti disponibili. Il mito paralizzante della esattezza assoluta fu tra i fattori che impedirono ai pensatori del Trecento di passare dalle astratte *calculations* ad uno studio effettivamente quantitativo dei fenomeni naturali.

## 2.1.3 LO SCONTRO AVVIENE SULLA ANALISI DEL MOVIMENTO

Alla fine del XVI secolo due problemi riproposero la necessità di approfondire la *descrizione e la spiegazione del movimento*:



Giordano Bruno: il XVII secolo si apre con il suo rogo a Roma; su questo stesso sito è presente la recensione al film di Giuliano Montaldo interpretato splendidamente da Gian Maria Volontè

COSMOLOGY MARCHES ON



<sup>3</sup> Paolo Rossi, *La nascita della scienza moderna in Europa*, ed. Laterza 1997

- una *questione di ordine pratico* legata allo sviluppo della artiglieria rese necessario lo studio delle leggi del moto delle palle da cannone. Le teorie aristoteliche basate sulla analisi del moto come successione di moti violenti e moti naturali prevedevano per i corpi in moto traiettorie composte da tratti orizzontali seguiti da tratti verticali e ciò andava contro l'evidenza oltre che impedire una analisi scientifica delle traiettorie;
- in connessione con la teoria eliocentrica sul sistema solare proposta da *Nicolaus Copernicus* (1473-1543), divenne sempre più chiaro che la Terra non era al centro dell'universo, ma era un normale pianeta, come gli altri, in rotazione intorno al Sole. La conclusione inevitabile fu che i pianeti (e, analogamente, tutti gli altri corpi) si mantenevano in moto da sé, perché era assolutamente impensabile che la Terra e gli altri pianeti fossero stati spinti da qualcosa per milioni di anni. Era però necessario spiegare come mai non ci accorgiamo della rivoluzione della Terra e perché, quando saltiamo verso l'alto, dopo aver lasciato la superficie della terra, ricadiamo ancora nello stesso punto.



N. Copernicus pur rimanendo entro un modello a sfere propone il primo modello cosmologico di tipo eliocentrico

La prima soluzione corretta, ma incompleta, a questi problemi fu data da *Galileo Galilei* (1564-1642) all'inizio del 17° secolo. Passarono altri 50 anni prima che *Sir Isaac Newton* (1643-1727) formulasse chiaramente le tre leggi basilari della dinamica che divennero il fondamento della meccanica classica.

Per risolvere correttamente il problema del *movimento* era necessario liberarsi completamente da tutte le idee su una azione esterna e riformularlo come segue: *cosa accade ad un corpo quando cessa la sua interazione con altri corpi?* In proposito *Galilei* ha proposto un *esperimento mentale*. È ben noto che non possiamo liberare completamente un corpo dalla forza di gravità e dalle forze di attrito nel corso di un esperimento reale condotto sulla terra. Possiamo però chiederci cosa accadrà se incominciamo, in via immaginaria, a diminuire quelle forze.

*Galilei* si occupa della questione sia nel *Dialogo sopra i massimi sistemi* l'opera di battaglia culturale per la quale verrà condannato come eretico, sia nel *Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze*, l'opera scritta dopo la condanna e nella quale egli si occupa della esposizione sistematica dei risultati di fisica di una intera vita.

Il ragionamento, esposto in italiano nella prima e come teorema in latino nella seconda, è sostanzialmente identico nei due casi. Come si muove una palla *perfettissimamente rotonda* su di un piano *esquisitamente pulito*? Poiché se il moto fosse in discesa sarebbe accelerato e se fosse in salita sarebbe ritardato si conclude che *se la superficie non fusse nè acclive né declive ... esso sarebbe perpetuo*.

L'ipotesi di *Galilei* non si riferisce al moto rettilineo uniforme; il suo moto per inerzia sarà semmai un moto circolare uniforme visto che avviene intorno alla terra. In effetti nei suoi studi non esiste una teoria fisica di tipo dinamico in cui entri in gioco il ruolo della forza esiste semmai la descrizione di un comportamento in assenza di forze.

La assimilazione di quiete e moto uniforme (che riprenderemo nei prossimi paragrafi dedicati al principio di relatività galileiano) e lo studio del carattere unitario dei movimenti di salita e discesa dei corpi spingevano verso una *unificazione concettuale del mondo terrestre e di quello celeste*; fu questo l'elemento che non poteva essere accettato dalla Chiesa Cattolica che



Galileo Galilei interroga la natura attraverso gli esperimenti cioè attraverso un uso guidato della esperienza



rappresentava il baluardo della *ortodossia culturale* dell'epoca. Per farci una idea della durezza dello scontro vale la pena di riportare il testo della abiura cui fu costretto *Galilei* all'atto della condanna nel 1632:

Io Galileo, fig.lo del q. Vinc.o Galileo di Fiorenza, dell'età mia d'anni 70, costituito personalmente in giudizio, e inginocchiato avanti di voi Emin.mi e Rev.mi Cardinali, in tutta la Repubblica Cristiana contro l'eretica pravità generali Inquisitori; avendo davanti gl'occhi miei li sacrosanti Vangeli, quali tocco con le proprie mani, giuro che sempre ho creduto, credo adesso, e con l'aiuto di Dio crederò per l'avvenire, tutto quello che tiene, predica e insegna la S.a Cattolica e Apostolica Chiesa. Ma perché da questo S. Off.o, per aver io, dopo d'essermi stato con precetto dall'istesso giuridicamente intimato che omninamente dovessi lasciar la falsa opinione che il sole sia centro del mondo e che non si muova e che la terra non sia centro del mondo e che si muova, e che non potessi tenere, difendere ne insegnare in qualsivoglia modo, ne in voce ne in scritto, la detta falsa dottrina, e dopo d'essermi notificato che detta dottrina è contraria alla Sacra Scrittura, scritto e dato alle stampe un libro nel quale tratto l'istessa dottrina già dannata e apporto ragioni con molta efficacia a favor di essa, senza apportar alcuna soluzione, sono stato giudicato veementemente sospetto d'eresia, cioè d'aver tenuto e creduto che il sole sia centro del mondo e immobile e che la terra non sia centro e che si muova; Pertanto volendo io levar dalla mente delle Eminenze V.re e d'ogni fedel Cristiano questa veemente sospizione, giustamente di me conceputa, con cuor sincero e fede non finta abiuro, maledico e detesto li sudetti errori e eresie, e generalmente ogni e qualunque altro errore, eresia e setta contraria alla S.ta Chiesa; e giuro che per l'avvenire non dirò mai più ne asserirò, in voce o in scritto, cose tali per le quali si possa aver di me simil sospizione; ma se conoscerò alcun eretico o che sia sospetto d'eresia lo denzierò a questo S. Offizio, o vero all'Inquisitore o Ordinario del luogo, dove mi trovarò...

Io Galileo Galilei sodetto ho abiurato, giurato, promesso e mi sono obligato come sopra; e in fede del vero, di mia propria mano ho sottoscritta la presente cedola di mia abiurazione e recitatata di parola in parola, in Roma, nel convento della Minerva, questo dì 22 giugno 1633.

Le eresie di cui si parla erano i contenuti del *Dialogo sopra i massimi sistemi*. Dopo la condanna *Galilei* non poté più pubblicare nulla in Italia e la sua opera più importante dal punto di vista strettamente fisico, *I dialoghi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze*, uscì a Leida in Olanda nel 1638 ufficialmente all'insaputa di *Galilei*.

Negli stessi anni *Renè Descartes* (Cartesio 1596-1650) aveva preparato la sua opera di difesa ed adesione al copernicanesimo (*Il Mondo ovvero trattato della luce e l'uomo*). Nel 1634 scrive all'amico *abate Mersenne*<sup>4</sup>) e gli comunica la decisione di soprassedere alla pubblicazione vista la condanna di *Galileo* per aver sostenuto *il movimento della terra*. *Devo confessare che se quell'affermazione è falsa, sono anche falsi tutti i fondamenti della mia filosofia, perché quella affermazione si dimostra con evidenza per loro mezzo. E quell'affermazione è così saldamente legata a tutte le parti del mio sistema, che non sarebbe possibile eliminarla senza rendere tutto il resto grandemente manchevole.*

#### 2.1.4 DA GALILEI A NEWTON

*Il Mondo* uscirà (ma solo parzialmente), 15 anni dopo la morte di *Cartesio*. Nei primi capitoli si esaminano le regole del movimento e la prima di esse, che sarà ripresa anche nei *principi della filosofia*, cui si ispirerà *Newton* afferma:

ciascuna parte di materia resta nello stesso stato finché l'urto con altre non la costringa a cambiarlo. Vale a dire se è un po' grossa non diventerà mai più piccola finché le altre non la divideranno; e se è tonda o squadrata, non cambierà forma senza che le altre ve la costrin-



l'abiura imposta a Galilei risulta particolarmente odiosa se viene letta con gli occhi della modernità



<sup>4</sup> Marin Mersenne (1588-1648) può essere considerato l'equivalente di Scientific American o di Internet del 1600. In una epoca di difficoltà nelle comunicazioni i diversi scienziati europei intrattenevano una fitta corrispondenza con lui che finiva per svolgere il ruolo di centrale di smistamento delle novità in campo scientifico e filosofico.

gano; se è ferma in qualche posto, non se ne muoverà finché le altre non la scaccino; e una volta che ha cominciato a muoversi, continuerà sempre con la stessa forza finché le altre la fermino o la rallentino. <sup>(5)</sup>

Le idee di *Cartesio* sul moto saranno riprese nei *Principi della filosofia* del 1644. In essi si trovano le prime formulazioni esaustive del *Principio di inerzia*. Dopo aver sostenuto che *Dio è la causa prima del movimento e che ne conserva sempre una eguale quantità nell'Universo*, Cartesio prosegue così:



Renè Descartes: il movimento si conserva

Noi possiamo pervenire alla conoscenza di certe regole che io chiamo le leggi della natura... la prima è che ogni cosa in particolare continua ad essere nello stesso stato per quanto può e che mai lo cambia se non per l'incontro delle altre. Così noi vediamo tutti i giorni che... se essa è in riposo, non comincia a muoversi da se stessa. Ma quando ha cominciato una volta a muoversi da sé, non abbiamo nemmeno nessuna ragione di pensare che debba mai cessare di muoversi con la stessa forza, durante il tempo che non incontra nulla che ritardi o arresti il suo movimento. Così che se un corpo ha incominciato una volta a muoversi, dobbiamo concludere che continua in appresso a muoversi, e che mai si ferma da se stesso. Ma poiché abitiamo una terra, la costituzione della quale è tale, che tutti i movimenti che si fanno vicino a noi cessano in poco tempo e sovente per ragioni che sono nascoste ai nostri sensi, noi abbiamo giudicato fin dal principio della nostra vita che i movimenti che cessano così, per ragioni che ci sono sconosciute, si fermano da loro stessi... e che tendano al riposo perché ci sembra che ne abbiamo fatto l'esperienza in molte occasioni...

La seconda legge che io noto nella natura è che ogni parte della materia, nel suo particolare, non tende mai a continuare a muoversi secondo linee curve, ma secondo linee rette. <sup>(6)</sup>

Le idee di Galilei e soprattutto quelle di Descartes portarono *Newton* a formulare la *legge di inerzia*:

*se un corpo dato non interagisce con gli altri corpi che lo circondano, la sua velocità non cambia né in intensità, né in direzione, e il corpo continua a muoversi uniformemente in linea retta.*

Questa legge è anche nota come *prima legge di Newton per il moto* e la sua formulazione riportata nei *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* del 1686 è la seguente:

*ciascun corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.* <sup>(7)</sup>



### 2.1.5 MOTO INERZIALE E LINEA RETTA

Il moto inerziale avviene lungo la linea più breve che unisce due punti ed essa, nello spazio vuoto, è rappresentata dalla linea retta. L'idea che la linea retta corrisponda alla linea più breve tra due punti si è rivelata particolarmente feconda. Quando, approfondendo lo studio delle caratteristiche geometriche dello spazio fisico, si scopre che lo spazio riempito di materia è uno spazio curvo, si mantiene l'idea della retta come linea più breve tra due punti. Tale linea corrisponde alla traiettoria dei raggi di luce, ma non è più la *retta* dello spazio euclideo cui siamo abituati.

<sup>5</sup> René Descartes, *Il mondo* Edizioni Theoria, 1983, pag 54.

<sup>6</sup> René Descartes, *I principi della filosofia*, Opere di Cartesio vol. 2 Laterza

<sup>7</sup> *Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

## 2.2 I sistemi di riferimento inerziali

### 2.2.1 L'ENUNCIATO MODERNO DEL PRINCIPIO DI INERZIA

L'enunciato del *principio di inerzia* del paragrafo precedente è certamente incompleto. Si parlava di movimento di corpi, ma non si specificava rispetto a quale riferimento i corpi fossero in moto. D'altra parte noi sappiamo già che ha senso parlare di traiettoria e di velocità solo precisando il sistema di riferimento perché una traiettoria può essere rettilinea in un sistema e curvilinea in un altro.

Pertanto bisogna *modificare l'enunciato* della legge di inerzia, citando in maniera esplicita il sistema di riferimento a cui ci si sta riferendo. La legge di inerzia, in termini moderni, viene riformulata distaccandosi dal riferimento terrestre ed esplicitando una proprietà comune di una intera classe di sistemi di riferimento. Su questa proprietà si fonda tutta la scienza moderna dopo la rivoluzione scientifica del 1600.

La nuova e definitiva formulazione del *principio di inerzia* è la seguente:

*esistono sistemi di riferimento rispetto ai quali tutti i corpi che non interagiscono con altri corpi si muovono in maniera uniforme e in linea retta. I riferimenti di questo tipo sono detti sistemi di riferimento inerziali.* <sup>(8)</sup>



Il principio di inerzia nell'enunciato moderno

### 2.2.2 LA TERRA È UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE?

Cosa si intende dire affermando che *esistono sistemi di riferimento* .... Quali sono questi sistemi di riferimento? Il concetto di sistema di riferimento inerziale è, come tutti i concetti, una *astrazione* e lo si ritrova in natura solo entro un certo grado di approssimazione. Infatti qualunque sistema di riferimento è sempre associato a qualche corpo ben definito e tutti i corpi, in qualche misura, interagiscono tra loro, così è impossibile realizzare sistemi inerziali in senso assoluto.

Possiamo, in realtà, indicare sistemi che *risultano inerziali sino ad un certo grado di approssimazione* in relazione al gruppo di problemi considerato. Naturalmente la scelta sul carattere più o meno inerziale di un sistema di riferimento può essere assunta solo svolgendo esperimenti.

L'esperienza mostra che, in prima approssimazione, i sistemi di riferimento *fissati alla superficie terrestre* sono inerziali e ciò significa che esiste una classe di fenomeni scarsamente influenzati dalla rotazione terrestre. Un tale sistema di riferimento è detto *geocentrico*, cioè solidale con la terra.

La rotazione terrestre non ha conseguenze significative sul funzionamento degli oggetti e dei meccanismi che appartengono alla esperienza sensibile. Inoltre tale rotazione non influenza né il corso delle reazioni termiche, chimiche e nucleari né i fenomeni elettromagnetici nei generatori, trasformatori, motori e nei ricevitori e trasmettitori di onde radio. Neppure risulta influenzata la propagazione delle onde elettromagnetiche, luminose e delle onde sonore. Dunque il *sistema di riferimento geocentrico* può essere considerato inerziale, con un alto grado di approssimazione, nella descrizione di tale classe di fenomeni.

La terra va bene come riferimento per una ampia classe di fenomeni

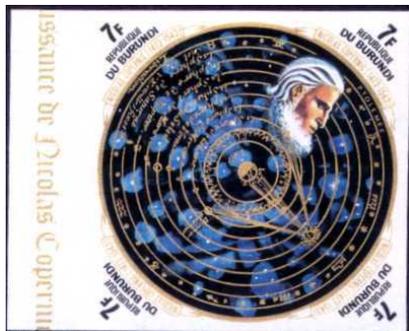


Ernst Mach nella seconda metà dell'800 riflette criticamente sui principi della meccanica e apre la strada alla rivoluzione di Einstein

<sup>8</sup> La formulazione di questo enunciato, nella forma che gli abbiamo dato, non è quella di Newton, ma risente di tutta la discussione fisica e filosofica intorno allo *status conoscitivo delle tre leggi della dinamica* e allo svincolamento della fisica dalla terra. Per una conoscenza approfondita di queste problematiche è consigliabile la lettura di Ernst Mach, *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, ed. Boringhieri.

### 2.2.3 IL SOLE VA MEGLIO DELLA TERRA ? E LE STELLE VANNO MEGLIO DEL SOLE?

Esistono però molti altri fenomeni influenzati dalla rotazione terrestre intorno al proprio asse e da quella intorno al Sole. Poiché tali moti non sono né rettilinei, né uniformi, essi evidenziano fenomeni impossibili all'interno di sistemi di riferimento inerziali.



Claudio Tolomeo: il suo sistema era complicato, ma funzionava bene per la navigazione

Così, se *osserviamo il cielo di notte*, troviamo che l'intero sistema sembra ruotare intorno ad un asse passante per la stella polare e il centro della terra<sup>9</sup>. Se volessimo conservare il sistema di riferimento geocentrico, dovremmo cercare un meccanismo di interazione tra la terra e le altre stelle in grado di spiegare perché le traiettorie siano curvilinee. Osserviamo inoltre che i *planeti*<sup>10</sup> hanno, nel cielo, un moto piuttosto complesso: il pianeta (visto dalla Terra) si muove in una direzione, si ferma improvvisamente e poi si muove nel verso opposto, descrivendo un anello; poi ricomincia a muoversi nella direzione originaria.

Il *sistema tolemaico* spiegava questo fatto con un complicato sistema di moti circolari interconnessi e tutta la cosmologia medioevale costruita sulla *separazione di terra e cielo* e sulla *distinzione tra imperfezione e perfezione* non trovava strano ragionare su leggi diverse e meccanismi diversi per la fisica terrestre e per quella celeste.

Le descrizioni dei movimenti dei pianeti e delle stelle entro il *sistema tolemaico*<sup>11</sup> sono sostanzialmente *corrette sul piano predittivo*, ma risultarono via via insostenibili man mano che il modello copernicano (più semplice e meno bisognoso di meccanismi artificiosi di spiegazione) diventa più credibile in forza dell'affermarsi di un nuovo umanesimo nel quale terra e cielo non sono più separati e bisognosi di strumenti di indagine e di descrizione diversi.

La battaglia condotta da Copernicus, Galilei e *Johannes Kepler* (1571-1630) per ancorare il sistema di riferimento al Sole invece che alla Terra risulterà vincente, oltre che per i risvolti di natura culturale generale, sul piano strettamente fisico. Cambiando sistema di riferimento compaiono una serie di regolarità nei moti dei corpi celesti che consentiranno in poco meno di un secolo di indagare la natura di queste regolarità e di spiegarle entro un unico quadro concettuale.



J. Kepler: le cose viste dal sistema di riferimento del Sole appaiono più semplici

Il nuovo *sistema di riferimento* è detto *eliocentrico* (dal greco *helios* che significa sole). Il sistema eliocentrico è inerziale con un grado di precisione molto superiore a quello geocentrico.

La questione se il sistema eliocentrico *sia superiore* a quello geocentrico e quello delle stelle fisse *sia superiore* a quello eliocentrico ha tormentato l'affermarsi della *cultura moderna*. In termini epistemologici la discussione è oggi affrontata in *maniera più pacata*, essendo finita l'era in cui si chiedeva alla scienza di confermare o smentire le metafisiche (tra cui la religione). Si osserva semplicemente che le cose, viste dal punto di vista del sistema delle stelle fisse, *appaiono più semplici* sia da descrivere sia da spiegare.

<sup>9</sup> Ciò vale nell'emisfero boreale, mentre nell'emisfero australe accade la stessa cosa nei riguardi di un'altra stella, *la Croce del Sud*.

<sup>10</sup> L'origine greca del termine sta, non a caso, per *stella errante*.

<sup>11</sup> Claudio Tolomeo (85-165 d.C.)

Come vedremo in questo stesso corso la questione dei sistemi di riferimento costituirà comunque una spina nel fianco della scienza moderna: qualche pensatore piuttosto esigente si chiederà *ma perché i sistemi di riferimento inerziale devono avere uno status speciale nella scienza?*

La risposta definitiva verrà da Einstein: *non c'è una ragione*; la scienza più generale possibile *dovrà bandire dal loro piedistallo* i sistemi di riferimento inerziali e costruire leggi in grado di descrivere unitariamente il mondo senza bisogno di scegliere un particolare punto di vista.



## 2.3 Il principio di relatività

### 2.3.1 I RIFERIMENTI INERZIALI SONO INFINITI



Se esiste un sistema inerziale ne esistono infiniti

*I sistemi di riferimento inerziali sono infiniti. Qualunque sistema di riferimento che si muova in modo uniforme ed in linea retta rispetto ad un dato sistema di riferimento inerziale è, a sua volta, inerziale.*

Consideriamo un corpo in moto inerziale visto da un sistema di riferimento inerziale. La sua velocità non cambia né in direzione né in intensità. In un altro sistema di riferimento che si muova con velocità costante (in direzione ed intensità) rispetto a quello considerato, il nostro corpo avrà una velocità diversa ma ancora costante in direzione ed intensità. Di conseguenza il secondo sistema avrà lo stesso grado di inerzialità del primo. Poiché, dato un sistema inerziale, se ne possono pensare infiniti in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso, ne consegue che, *ammessa l'esistenza di un sistema inerziale, ne esistono infiniti.*

Questo aspetto, che oggi accettiamo in tutta tranquillità, ha richiesto qualche secolo per essere digerito: passi lo spostamento dalla Terra al Sole, passi lo spostamento dal Sole alla Galassia, passi quello dalla Galassia alle Stelle Fisse, *ma alla fine qualcosa di fisso deve rimanere, ci dice il senso comune.* Lo stesso Newton, come vedremo, si interroga a lungo sulla necessità di uno *spazio assoluto* in cui collocare la fisica: una specie di riferimento inerziale, *più inerziale* degli altri.

### 2.3.2 LA FORMULAZIONE GALILEIANA DEL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ



Principio di Relatività Galileiana: i sistemi inerziali sono tutti equivalenti

Quando ci si trova su un corpo in moto uniforme rispetto alla Terra (una nave, un aereo, un treno) è ugualmente facile muoversi in tutte le direzioni quanto sulla terra e se ci si pone in un locale insonorizzato è praticamente impossibile rendersi conto se il locale è fermo o in moto: semplici esperienze di meccanica condotte entro il locale avvengono nel *solito modo* e non consentono a chi si trova all'interno del locale di capire se si trova su un corpo fermo o su uno in moto.

Da queste considerazioni e da una gran massa di altri dati sperimentali segue che: *nessun esperimento meccanico è in grado di privilegiare un sistema particolare di riferimento inerziale rispetto ai molti disponibili.* Ne consegue, ulteriormente, che non ha senso parlare, in senso assoluto, di quiete o di movimento di corpi, ma solo di moto relativo all'interno di qualche sistema di riferimento inerziale.

Questa legge fondamentale della natura è chiamata *principio di relatività galileiana*. Il riferimento a Galilei è storicamente ineccepibile perché proprio lui, in un famoso brano dedicato alla esecuzione di esperimenti nella stiva di una nave, fece osservare per primo la equivalenza dei diversi sistemi di riferimento. Riteniamo opportuno riportare per esteso questo brano tratto dalla seconda giornata del *Dialogo sopra i massimi sistemi* (Firenze, 1632):



Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso

questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazi passerete verso tutte le parti.

Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debban succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando, passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito: le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i loro voli indifferente-mente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale, per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lacrima d'incenso si farà un po' di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugetta trattenersi, e indifferente-mente muoversi non più verso questa che quella parte...

Gli avversari di Galilei si affannavano a tentare di dimostrare che se la Terra fosse stata in rotazione si sarebbero verificati molti fenomeni strani e, in particolare, che i corpi non sarebbero più caduti lungo la verticale.

La replica galileiana consiste nel far vedere che non fa differenza, dal punto di vista dei fenomeni, tra stato di quiete e stato di moto uniforme. Galilei *non dice che la terra ruota*; dice che i fenomeni non sono in grado di dirci se è in quiete o ruota. Questo fatto ha conseguenze di grande rilievo. Il movimento, inteso come moto uniforme, non ha più bisogno di giustificazioni: *il moto uniforme o la quiete sono equivalenti*.

Galilei non ha una teoria delle forze come cause del mutamento dello stato di moto. Ma la strada è aperta per la nascita della fisica nel senso moderno del termine.

### 2.3.3 LA DISTRUZIONE DELLA COSMOLOGIA ARISTOTELICA

La *guerra in grande stile* contro Galilei si scatena dopo la pubblicazione del *Dialogo sopra i massimi sistemi* e la ragione di ciò sta nel fatto che l'argomento riportato in citazione è in grado di demolire dalle fondamenta il sistema di conoscenza che la cultura cristiano occidentale aveva mutuato da Aristotele e adattato alla struttura successiva. Citiamo ancora *Paolo Rossi*:

Nella meccanica degli aristotelici si dà un legame necessario tra il movimento e l'essenza dei corpi. In quella prospettiva, non solo si può stabilire quali corpi sono necessariamente mobili e quali immobili, si può anche spiegare perché non tutte le forme del movimento convengano a tutti i corpi. Nella prospettiva aperta da Galilei quiete e movimento non hanno nulla a che fare con la natura dei corpi, non ci sono più corpi di per sé mobili o immobili, e non si può decidere a priori, di fronte al movimento, quali corpi si muovono e quali sono immobili.

Nella fisica degli aristotelici la localizzazione delle cose non è indifferente né per le cose né per l'universo. Il movimento si configura come *moto* se avviene nello spazio, come *alterazione* se concerne le qualità, come *generatio* e *interitus* se riguarda l'essere. Il moto non è uno *stato* ma un *divenire*, un *processo*... Un corpo in moto non muta solo nella relazione con altri corpi: è esso stesso soggetto ad un mutamento.

Nella fisica galileiana l'idea di moto di un corpo viene separata da quella di un mutamento che affetta lo stesso corpo. È la fine della concezione di movimento che ha bisogno di un



rinserratevi con qualche amico ...; un esempio di divulgazione scientifica di alto livello



motore che lo produca e che lo *conservi in moto* durante il movimento. Quietè e movimento sono entrambi due *stati persistenti* dei corpi.

#### 2.3.4 LA FORMULAZIONE MODERNA DEL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ

Il brano del Dialogo sui massimi sistemi, riceve nei trattati di fisica una formulazione concisa (*principio di relatività galileiana*) che si esprime così:

- *Le leggi della meccanica sono egualmente valide in tutti i sistemi di riferimento inerziali; o anche, tutti i sistemi di riferimento inerziali sono equivalenti.*



Mentre in Galilei questa legge deriva da una sorta di presa d'atto della impossibilità di rivelare il movimento assoluto, essa con Albert Einstein (1879-1955) diventa una delle leggi fondamentali della natura e deve essere applicabile a qualunque altro fenomeno (termico, elettromagnetico, ottico, ...) e non a solo quelli meccanici. Tale principio di relatività, più generale del precedente, è spesso citato come *principio di relatività di Einstein*:

- *Le leggi della natura sono identiche in tutti i sistemi di riferimento inerziali.*

L'argomento sarà ripreso nel capitolo dedicato alla teoria della relatività.

## 2.4 Le trasformazioni di Galileo

### 2.4.1 COSA CAMBIA AL CAMBIARE DEL RIFERIMENTO?

Il fatto che valga un *principio di relatività* non significa che due osservatori inerziali che guardano gli stessi fatti vedono le stesse cose. Se il passeggero di un treno in moto lascia cadere un oggetto pesante dal finestrino lo vedrà cadere lungo la sua verticale. Chi sta sulle rotaie vede invece un oggetto che cade in avanti con traiettoria parabolica. Il principio di relatività fa una *affermazione più sottile che riguarda la identità di vedute di due osservatori inerziali che eseguono gli stessi esperimenti* non la identità di vedute di due osservatori che osservano un unico esperimento.



Le nostre esperienze comuni ci dicono che quando si cambia il sistema di riferimento non cambia la forma degli oggetti, ma cambiano le loro coordinate spaziali, non cambiano gli angoli ma cambiano le traiettorie dei moti e cambiano le velocità.

Le *leggi del cambiamento sono contenute in trasformazioni di coordinate* (equazioni) che legano le coordinate di un punto in un dato sistema di riferimento alle coordinate dello stesso punto in un altro sistema.

Nota bene: la fisica classica si basa su un principio tacitamente ammesso: quello per cui abbia senso parlare di un fatto che avviene in un certo punto dello spazio ad un dato istante per tutti gli osservatori. Come vedremo questa assunzione viene rifiutata come *falsa* dalla teoria della relatività.

### 2.4.2 LA FORMA DELLE TRASFORMAZIONI

In attesa di occuparci del moto a 3 dimensioni, che richiederà l'introduzione di un nuovo ente matematico (il vettore) consideriamo due sistemi di riferimento che si spostino l'uno rispetto all'altro lungo il solo asse  $x$ . Incontreremo più volte questi sistemi di riferimento e li indicheremo con  $K$  e  $K'$ . I due sistemi, al tempo  $t = 0$  presentano le origini  $O$  e  $O'$  coincidenti mentre  $O'$  si muove rispetto ad  $O$  lungo l'asse  $x$  con velocità  $v$ .

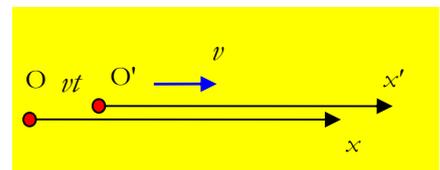
Le coordinate  $y$  e  $z$  di un punto coincidono nei due sistemi di riferimento. Dunque  $z' = z$  e  $y' = y$ . Invece le ascisse differiscono della quantità  $\overline{OO'} = vt$ . Dunque le *trasformazioni di Galileo* hanno la forma: <sup>(12)</sup>

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \tag{II.2.1}$$

Se si invertono algebricamente le equazioni si ottiene:

$$x = x' + vt \quad y = y' \quad z = z' \tag{II.2.2}$$

Le trasformazioni di Galileo sono reciproche: uno qualunque dei due sistemi di riferimento può essere pensato come fisso e le trasformazioni che portano alle coordinate dell'altro sono identiche, a patto di tenere conto della diversità di segno dovuta al segno delle velocità relative. Ciò



le trasformazioni galileiane riguardano le leggi con cui cambiano le coordinate del moto al cambiare del sistema di riferimento per sistemi soggetti a moto traslatorio uniforme

<sup>12</sup> La semplificazione usata consente di eliminare inutili difficoltà matematiche che non apportano contributi alla comprensione del fenomeno. Si tratta della stessa semplificazione, e della stessa simbologia, utilizzata anche da Einstein per divulgare i principi della teoria della relatività ristretta. Sulle questioni relative alla problematica dei sistemi di riferimento e dei rapporti tra *Geometria e Fisica* si consiglia la lettura dei brani antologici di Descartes, Newton, Lobacevskij, Riemann, Helmholtz, Maxwell e Poincaré contenuta in A. Einstein, *Relatività: esposizione divulgativa* ed. Boringhieri.

confirma l'accordo tra le trasformazioni di Galileo e il principio di relatività.

### 2.4.3 SPOSTAMENTO E LUNGHEZZA

Cosa accade quando il punto considerato è in moto? Lo spostamento del punto materiale cambia al cambiare del sistema di riferimento.

Supponiamo che all'istante  $t_1$  il punto abbia coordinata  $x_1$  e che all'istante  $t_2$  esso abbia coordinata  $x_2$ . Allora lo spostamento nel sistema di riferimento  $K$  è:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Lo spostamento nel sistema di riferimento  $K'$  sarà invece, applicando le trasformazioni di Galileo:

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = x_2 - vt_2 - (x_1 - vt_1) = \Delta x - v \Delta t \tag{II.2.3}$$

e, per converso:

$$\Delta x = \Delta x' + v \Delta t \tag{II.2.4}$$

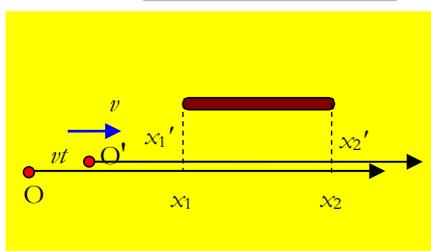
Mentre gli spostamenti dipendono dal sistema di riferimento la *distanza rimane la stessa* nei due sistemi di riferimento (vedi Figura). Infatti *qualunque distanza, o lunghezza, è pari alla differenza delle coordinate del punto finale e iniziale misurate simultaneamente*.

Poiché  $t_2 = t_1$  dalla (II.2.4) avremo che:

$$l = \Delta x = \Delta x' = l' \tag{II.2.5}$$

Questo risultato è del tutto ovvio, al punto da non risultare chiaro come mai debba essere dimostrato. La ragione di ciò risulterà chiara più avanti quando, trattando della teoria della relatività ristretta, scopriremo che la distanza tra due punti, per effetto della relatività della nozione di simultaneità, cambia al cambiare del sistema di riferimento.

lo spostamento è relativo



la distanza è assoluta

## 2.5 La legge di composizione classica delle velocità

Supponiamo che una particella viaggi di moto uniforme lungo l'asse delle ascisse con velocità  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ .

Vogliamo trovare la sua velocità  $u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$  in un altro sistema di riferimento inerziale. A questo scopo possiamo utilizzare l'equazione (II.2.3) e dividere entrambi i membri per  $\Delta t'$  ottenendo:

$$u' = u - v \quad (\text{II.2.6})$$

e, corrispondentemente:

$$u = u' + v \quad (\text{II.2.7})$$

Questa è la *legge classica di addizione delle velocità* per il caso del moto in una dimensione.

La legge di addizione classica delle velocità *funziona bene* per velocità molto inferiori alla velocità della luce. Così, se la velocità del vagone ferroviario è di 80 km/h e un passeggero cammina nello stesso verso a 6 km/h, la sua velocità rispetto a terra risulta di 86 km/h. Se un fiume scorre con una velocità di 2 m/s e un battello ha una velocità di 8 m/s rispetto alla corrente, la sua velocità rispetto alle rive sarà di 6 m/s quando il battello va controcorrente e di 10 m/s quando si muove nel verso della corrente.

Le considerazioni di natura logica che stanno alla base delle trasformazioni di Galileo sono auto evidenti e le loro conseguenze, come l'invarianza delle distanze al cambiare del sistema di riferimento o la legge di addizione classica delle velocità, si accordano perfettamente con l'esperienza per quei valori di velocità con cui gli scienziati successivi all'età di Galileo e Newton operarono per tre secoli. Pian piano si fece strada l'idea che queste trasformazioni fossero valide per ogni fenomeno fisico. Solamente a cavallo dell'ultimo secolo si scoprì che l'applicazione delle idee della meccanica newtoniana a fenomeni associati alla propagazione della luce portava a delle contraddizioni.

Vedremo nel capitolo dedicato alla cinematica relativistica a cosa portarono tali contraddizioni e come esse furono eliminate attraverso la teoria della relatività.

L'insistenza posta fin dall'inizio di questo testo sulla questione dei sistemi di riferimento e sulla modalità di passaggio da un sistema all'altro, deriva da una riflessione sulla natura della conoscenza scientifica che si è posta alla scienza dopo l'affermazione della teoria della relatività.

Al centro di questa teoria si pone, infatti, la questione dei sistemi di riferimento e con essi l'idea *rivoluzionaria* che la scienza persegua lo scopo di ricercare *leggi invarianti* al mutare del sistema di riferimento, cioè leggi il più possibile *intersoggettive*.

Mentre in Galileo la scoperta del principio di relatività, per quanto centrale nella battaglia per la affermazione di una nuova scienza, rappresenta una specie di dato di fatto, in Einstein l'esistenza di leggi che soddisfino il principio di invarianza al mutare del sistema di riferimento viene posto come elemento fondante.

I principi di relatività sono l'esatto contrario del relativismo conoscitivo





Si tratta di un *programma di ricerca* esattamente contrario a quel *relativismo conoscitivo* che, in molti testi scolastici di *genere letterario* (probabilmente copiati l'uno dall'altro, senza una verifica diretta delle fonti), viene spacciato come risultato della teoria della relatività.

Negli anni a cavallo tra 800 e 900 cambiano molti punti di vista su cosa significhi conoscere e su cosa si debba intendere per *determinismo scientifico*, ma quello che si realizza è un approfondimento sia sul piano scientifico, sia su quello epistemologico e non la sconfitta di quel principio di razionalità secondo cui *il mondo è conoscibile, ma la ricerca non ha fine*.

## 2.6 Esempi di composizione dei moti

### 2.6.1 QUANDO NEI PROBLEMI DI FISICA SEMBRA CHE MANCHI UN DATO

*Esercizio:* Una barca a motore nel compiere un dato percorso lungo un fiume controcorrente impiega un tempo doppio di quello che le occorre a scendere lungo la corrente. Determinare il rapporto tra la velocità della barca rispetto alla corrente e la velocità della corrente.



Non conosciamo il percorso, non conosciamo i tempi di percorrenza (ma solo il loro rapporto). A prima vista il problema sembra sottodeterminato. Ma così non è e, come vedremo, questo problema si presta bene a cogliere l'importanza della soluzione simbolica dei problemi di fisica, con sostituzione dei dati solo alla fine.

Il problema non ci informa inoltre di una ipotesi aggiuntiva, che va dichiarata dal solutore: si ipotizza che il motore lavori sempre alla stessa potenza e che pertanto sia costante la velocità della barca rispetto all'acqua, sia durante la fase di salita che durante quella di discesa.

Indichiamo con  $d$  la distanza tra il punto di partenza e quello di arrivo, con  $v_s$  e  $v_d$  le velocità della barca rispetto alle rive durante la fase di salita e di discesa, con  $u$  la velocità della corrente e con  $v$  la velocità della barca rispetto all'acqua.

Tra le grandezze citate esistono i seguenti legami:

$$\text{salita: } v_s = v - u \quad t_s = \frac{d}{v_s} = \frac{d}{v - u}$$

$$\text{discesa: } v_d = v + u \quad t_d = \frac{d}{v_d} = \frac{d}{v + u}$$

Se facciamo il rapporto tra le equazioni trovate avremo che  $\frac{t_s}{t_d} = \frac{v + u}{v - u}$  e dunque il problema non dipende dalla distanza  $d$ .

Poiché il problema ci chiede di trovare la quantità  $x = \frac{v}{u}$  in funzione del

rapporto  $\alpha = \frac{t_s}{t_d}$  dividiamo per  $u$  il numeratore e denominatore della frazione e avremo che:

$$\alpha = \frac{x + 1}{x - 1} \Leftrightarrow \alpha(x - 1) = x + 1 \Leftrightarrow x(\alpha - 1) = 1 + \alpha \Leftrightarrow x = \frac{1 + \alpha}{\alpha - 1}$$

Con i dati del problema  $\alpha = 2$  e si ottiene  $x = 3$  cioè se il rapporto dei tempi di percorrenza è 2 vuol dire che la velocità della barca in acqua ferma (che è la velocità della barca rispetto all'acqua) è tripla della velocità della corrente.



### 2.6.2 LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ

*Esercizio* Una barca a motore è in grado di sviluppare una velocità in acqua ferma  $v = 15.0$  m/s. Si vuole conoscere il tempo  $\Delta t$  impiegato a percorrere, sia in salita sia in discesa, una distanza  $d = 1.32 \times 10^4$  m sapendo che la velocità della corrente vale  $u = 5.0$  m/s



Se adottiamo la simbologia del problema precedente avremo che:

$$v_s = v - u = 15.0 - 5.0 = 10.0 \text{ m/s} \quad \Delta t_s = \frac{d}{v_s} = \frac{1.32 \times 10^4}{10.0} = 1.32 \times 10^3 \text{ s}$$

$$v_d = v + u = 15.0 + 5.0 = 20.0 \text{ m/s} \quad \Delta t_d = \frac{d}{v_d} = \frac{1.32 \times 10^4}{20.0} = 0.66 \times 10^3 \text{ s}$$

Dunque il tempo di viaggio  $\Delta t = 1.32 \times 10^3 + 0.66 \times 10^3 = 1.98 \times 10^3 \text{ s}$ .



### 2.6.3 ANCHE QUESTA VOLTA SEMBRA CHE MANCHI UN DATO



*Esercizio* Una barca a motore percorre il tratto di fiume tra A e B controcorrente in un tempo  $\Delta t_{AB} = 1.52 \times 10^4 \text{ s}$ . Dopo essere giunta in B si spendono  $\Delta t = 7.20 \times 10^3 \text{ s}$  per operazioni di manutenzione e, all'inizio di queste, una parte del carburante cade in acqua. Al termine delle operazioni suddette la barca scende da B verso A con il favore della corrente e impiega un tempo  $\Delta t_{BA} = 1.02 \times 10^4 \text{ s}$ . Si vuole sapere il tempo  $\Delta t$  impiegato dalla macchia di carburante per arrivare in A e se arriva prima la barca o la macchia.



Anche questo problema appare, a prima vista, sottodeterminato. Non conosciamo il percorso AB, ma come vedremo questa incognita si elimina dalla equazione risolvente. Inoltre i dati a disposizione consentono interessanti considerazioni sulla proporzionalità diretta ed indiretta. Adotteremo ancora i simboli di velocità dei problemi precedenti. Osserveremo infine che la determinazione di  $\Delta t$  non è immediata e richiede la determinazione preventiva di altri rapporti

Poiché nei moti uniformi la velocità è sempre data dal rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato e, in questo problema, lo spazio percorso, benché ignoto, è fissato, potremo affermare che velocità e tempo sono inversamente proporzionali.



Pertanto:  $\frac{v_s}{v_d} = \frac{\Delta t_{BA}}{\Delta t_{AB}} = \alpha$  dove  $\alpha$  è un numero conosciuto.

Ricordando che  $v_s = v - u$        $v_d = v + u$

$$\text{avremo che: } \alpha = \frac{v_s}{v_d} = \frac{v - u}{v + u} = \frac{1 - \frac{u}{v}}{1 + \frac{u}{v}}$$

pertanto, anche il rapporto  $\frac{u}{v}$  tra la velocità della corrente e la velocità della barca rispetto alla corrente è conosciuto. Per trovarlo basta risolvere

$$\text{re l'equazione } \alpha = \frac{1 - \frac{u}{v}}{1 + \frac{u}{v}} \text{ e ricavare } \frac{u}{v}.$$

Risolvendo tale equazione si trova:  $\frac{u}{v} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$

Per trovare il tempo  $\Delta t$  basta osservare che, per le considerazioni già fatte sulla proporzionalità:

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t_{AB}} = \frac{v_s}{u} = \frac{v-u}{u} = \frac{v}{u} - 1 = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} - 1 = \frac{2\alpha}{1-\alpha} \text{ e pertanto:}$$

$$\Delta t' = \frac{2\alpha}{1-\alpha} \Delta t_{AB}$$

A questo punto il problema è praticamente terminato perché tutti gli elementi richiesti sono stati determinati. Si osservi che senza conoscere AB, o una delle velocità, non si possono determinare gli altri elementi, ma nonostante ciò si possono trovare i tempi.

Sostituendo i valori assegnati si trova:

$$\alpha = \frac{\Delta t_{BA}}{\Delta t_{AB}} = \frac{1.02 \times 10^4}{1.52 \times 10^4} = 0.671$$

$$\frac{u}{v} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = \frac{1-0.671}{1+0.671} = 0.197$$

$$\Delta t' = \frac{2\alpha}{1-\alpha} \Delta t_{AB} = \frac{2 \times 0.671}{1-0.671} 1.52 \times 10^4 = 6.20 \times 10^4 \text{ s}$$

Poiché la barca rimane ferma all'ormeggio per  $\Delta t = 7.20 \times 10^3$  s possiamo concludere che essa arriva comunque prima in A della macchia e, precisamente la anticipa di:  $6.20 \times 10^4 - (7.20 \times 10^3 + 1.02 \times 10^4) = 4.46 \times 10^4$  s.



## 2.7 Indice analitico

- abate Mersenne* - 4
- addizione delle velocità*: legge classica - 14
- Aristotele*: fisica teleologica - 1; quiete come stato naturale - 1
- Cartesio*: Principi della filosofia - 5; Principio di inerzia; citazione - 5
- Descartes*: Renè; Cartesio - 4
- Dialogo sopra i massimi sistemi*: antichi contro moderni - 10
- distanza*: invariante mentre cambiano le coordinate - 13
- Esercizio*: composizione delle velocità - 16; composizione delle velocità, manca un dato? - 16, 17
- Galilei*: Dialogo sopra i massimi sistemi; discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze - 3; esperimento mentale - 3; Galileo; interpreta e spiega l'eliocentrismo - 3; se la superficie non fusse nè acclive nè declive - 3; testo della abiura; abiuro, maledico e detesto li suddetti errori - 4
- Giordano Bruno*: rogo - 2
- il mondo è conoscibile*: la ricerca non ha fine - 15
- Kepler*: Johannes - 7
- leggi invarianti*: obiettivo della scienza - 14
- Mach*: *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico* - 6
- movimento*: riformulazione del problema - 3
- natura del loro moto*: cambia con le interazioni - 1
- Newton*: Isaac; leggi basilari della dinamica - 3; legge di inerzia; enunciati - 5
- principio di inerzia*: formulazione attuale - 6
- principio di relatività di Einstein*: enunciato - 11
- principio di relatività galileiana* - 9; enunciato - 11
- Rinserratevi con qualche amico: citazione - 9
- Rossi*: Paolo; citazione sull'aristotelismo - 10
- sistema di riferimento*: eliocentrico - 7
- sistema di riferimento geocentrico* - 6
- sistema tolemaico* - 7; predittivamente corretto - 7
- sistemi di riferimento*: carattere approssimato della inerzialità - 6
- sistemi di riferimento inerziali*: infiniti - 9
- trasformazioni di Galileo*: equazioni - 12

