I.4. La accelerazione

4.1 Accelerazione media ed istantanea

4.1.1 LA ACCELERAZIONE CI DICE COME CAMBIA LA VELOCITÀ

Se consideriamo un generico movimento potrà accadere che la velocità (intesa in senso vettoriale) cambi nel tempo oppure che resti costante.

Per esempio, *se la traiettoria non è rettilinea la velocità cambia continuamente di direzione*; basta pertanto la presenza di una curvatura per produrre variazione di velocità. Per converso, anche un movimento rettilineo può dar luogo a variazioni di velocità dovute alla variazione del modulo di essa. È ciò che avviene quando si frena o accelera andando in automobile su di una strada rettilinea.

Si definisce *vettore accelerazione media relativa ad un dato intervallo di tempo* la grandezza fisica pari al rapporto tra la variazione di velocità ed il corrispondente intervallo di tempo.

Se indichiamo con $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ le velocità istantanee relative ai tempi t_1 e t_2 scriveremo, per definizione:

$$<\vec{a}> = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \qquad \text{(I.4.1)}$$

La definizione implica che anche la accelerazione media sia un vettore. Ma, a differenza del caso della velocità, non abbiamo alcuna informazione di tipo semplice sulle sue caratteristiche e in particolare sulla sua direzione.

La *accelerazione istantanea* è definita come una grandezza fisica uguale al limite della accelerazione media per un intervallo di tempo infinitesimo. Così:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{\delta v}}{\delta t} \qquad \text{(I.4.2)}$$

4.1.2 UNITÀ DI MISURA E DIMENSIONI DELLA ACCELERAZIONE

Poiché la *accelerazione* è una grandezza fisica definita indirettamente, le sue dimensioni si trovano rifacendosi alla definizione attraverso la velocità:

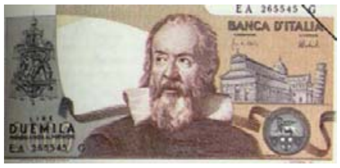
$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \mathrm{L} \times \mathrm{T}^{-1} \times \mathrm{T}^{-1} = \mathrm{L} \times \mathrm{T}^{-2}$$

Poiché l'unità del SI per la velocità è il m/s, l'unità di accelerazione, nello stesso sistema, risulta il metro al secondo quadrato (m/s^2).

A volte, quando si misurano le velocità in km/h, si usa per le accelerazioni una strana unità di misura il chilometro all'ora, al secondo (km/h/s) che ci dice di quanti chilometri all'ora cambia la velocità ad ogni secondo. Questo tipo di unità è, per esempio, utilizzata nel campo automobilistico e motociclistico. Poiché 1 km/h = 3.6 m/s ne consegue che 1 km/h/s = 3.6 m/s^2.

4.1.3 PERCHÉ È IMPORTANTE LA ACCELERAZIONE ?

La scoperta della centralità del concetto di accelerazione in fisica è dovuta alla *intuizione di Galileo* che, dopo aver compreso il concetto di naturalità del moto rettilineo uniforme, *associa alle forze il compito di cambiare la velocità* e introduce pertanto una grandezza fisica legata alla variazione di velocità.



Ci si ferma alla accelerazione per descrivere il moto perché essa ci dice tutto ciò che serve per darne una descrizione completa

Con lo stesso sistema usato per definire la accelerazione dalla velocità (la *accelerazione* è la velocità con cui cambia la velocità), *si potrebbe definire una nuova grandezza che ci descriva la velocità con cui cambia la accelerazione* e così via all'infinito. Invece non esistono altre grandezze del genere: la ragione di ciò sta nel fatto che *non servono altri concetti* per descrivere il moto e per associarlo alle cause che lo determinano.

Ricordiamo che uno degli scopi primari della scienza è quello di dare una descrizione semplice delle leggi di natura. Per descrivere il movimento non serve altro; per questa ragione non esiste la grandezza fisica *cambiazione* definita come tasso di variazione della accelerazione.

4.2 Il moto rettilineo vario

4.2.1 LA ACCELERAZIONE DEL MOTO RETTILINEO

Quando un punto materiale si muove in linea retta, il moto può essere descritto attraverso grandezze scalari e si realizza pertanto il modo più semplice in cui può determinarsi una accelerazione: quello dovuto a variazioni nella *rapidità* del moto.

Se un punto materiale si muove in linea retta i vettori velocità e *accelerazione* sono diretti lungo quella retta e di conseguenza, nel moto rettilineo può cambiare solo la componente della velocità lungo quella retta e tale componente è sempre pari a ± modulo.

Per economia di scrittura, indicheremo la componente di $\vec{v}$ lungo la retta r su cui avviene il moto v_r con v intendendo che essa possa assumere valori sia positivi sia negativi. Scriveremo pertanto:

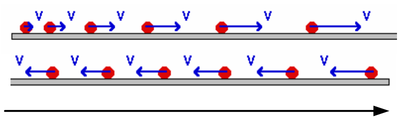
nel moto rettilineo cambia solo il valore (componente lungo la retta) della velocità

$$<a> = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (I.4.3)$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\delta v}{\delta t} \qquad (I.4.4)$$

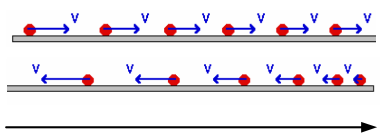
4.2.2 ACCELERAZIONE POSITIVA E NEGATIVA

La *accelerazione media* $<a>$, considerato un intervallo di tempo $\Delta t > 0$ (cioè un intervallo che guarda al futuro), ha lo stesso segno di Δv che a sua volta è una differenza di due numeri relativi e può assumere valori sia positivi sia negativi.



accelerazione positiva: velocità positiva che cresce o velocità negativa che decresce in valore assoluto

- Si ha $\Delta v > 0$ quando la velocità è positiva ed aumenta in valore assoluto oppure quando è negativa e diminuisce in valore assoluto. In entrambi i casi la accelerazione è positiva: nel primo si ha un aumento della rapidità del moto che sta avvenendo nel verso positivo del sistema di riferimento; nel secondo caso il movimento sta avvenendo nel verso opposto a quello del sistema di riferimento ma la rapidità sta diminuendo. In automobile ciò corrisponde o ad una pressione dell'acceleratore con le marce in avanti o a una frenata con la retromarcia innestata.
- Per converso quando $\Delta v < 0$ si ha o una frenata con moto nel verso del sistema di riferimento o un incremento di rapidità nel verso contrario.



accelerazione negativa: velocità positiva che decresce o velocità negativa che cresce in valore assoluto

Nel linguaggio ordinario si tende a chiamare accelerazione quella positiva in cui la rapidità aumenta e *decelerazione* quella negativa in cui la rapidità diminuisce. Questa terminologia presenta due svantaggi:

- si riferisce solo al caso del moto con velocità positive, mentre la velocità è una grandezza con segno
- tratta con due vocaboli diversi uno stesso fenomeno (la variazione di velocità) che corrisponde ad un'unica grandezza fisica.

grandezze fisiche e linguaggio comune
il linguaggio della scienza è più preciso e sofisticato

Per queste ragioni è meglio lasciare alla terminologia del senso comune i due aggettivi accelerato o decelerato e utilizzare il solo termine accelerazione imparando a distinguere quelle positive da quelle negative.

4.2.3 SPUNTI CRITICI

⇒ In un moto rettilineo accelerato può essere istantaneamente $a \neq 0$ e $v = 0$?

Sì, è quanto si verifica quando, per esempio, un corpo viene lasciato cadere sotto l'azione della gravità. Il corpo parte da fermo e incomincia a muoversi per effetto della accelerazione.

⇒ In un moto rettilineo accelerato può essere per un intervallo finito Δt $a \neq 0$ e $v = 0$?

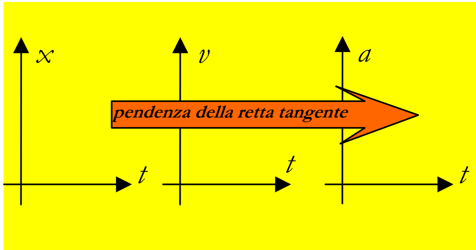
No, perché se $a \neq 0$ la velocità cambia istante per istante e pertanto se inizialmente è zero, dopo un intervallo temporale δt diventa diversa da zero.

⇒ In un moto rettilineo può essere istantaneamente $a > 0$ e $v < 0$?

Sì, questa situazione significa che il corpo si sta muovendo nel verso contrario a quello del sistema di riferimento, mentre la accelerazione punta a farlo muovere nello stesso verso e pertanto tende a mandare la velocità verso lo zero, cioè a farla aumentare.

4.3 Il legame tra posizione, velocità e accelerazione nel moto rettilineo

4.3.1 IL SIGNIFICATO GEOMETRICO DELLA ACCELERAZIONE



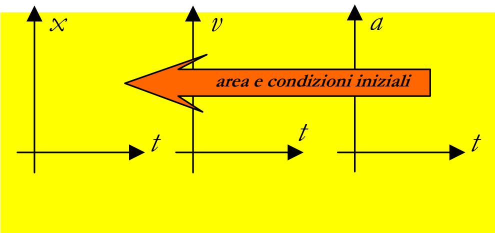
Abbiamo già visto nel capitolo I.1 che, misurando la pendenza del diagramma posizione tempo, si determina il diagramma velocità tempo. Visto che la accelerazione rappresenta la rapidità con cui cambia la velocità, possiamo affermare la stessa cosa per la *accelerazione*: *il diagramma accelerazione tempo, può essere determinato misurando la pendenza della retta tangente sul diagramma velocità tempo.*

Abbiamo dunque un metodo generale che ci consente, nota la legge oraria di determinare il diagramma velocità tempo, e noto il diagramma velocità tempo di determinare quello accelerazione tempo.

4.3.2 SI PUÒ TROVARE LA VELOCITÀ NOTA LA ACCELERAZIONE ?

Per quanto riguarda il passaggio *dalla accelerazione alla velocità* vanno svolte le stesse considerazioni già fatte per il passaggio dalla velocità allo spostamento.

Se siamo in grado di calcolare l'area sottesa dal diagramma tra due istanti qualsiasi resta automaticamente determinata la variazione di velocità tra gli stessi istanti.



In particolare, se si assume come istante iniziale t_1 il tempo $t = 0$ e come istante finale t_2 il generico istante t si avrà che:

$$v = v_0 + \sigma \qquad \text{(I.4.9)}$$

Per calcolare la velocità ad un istante qualsiasi basta aggiungere alla velocità iniziale il valore dell'area del diagramma accelerazione tempo.

Con considerazioni assolutamente identiche relative al diagramma velocità tempo si può concludere che:

$$x = x_0 + \sigma \qquad \text{(I.4.10)}$$

Dunque: *se siamo in grado di calcolare l'area sottesa dal diagramma velocità tempo tra due istanti qualsiasi resta automaticamente determinato lo spazio percorso.*

Per calcolare la posizione ad un istante qualsiasi basta aggiungere alla posizione iniziale il valore dell'area del diagramma velocità tempo.

Si osservi che la situazione descritta a inizio paragrafo non è esattamente simmetrica a quella attuale. Mentre si può sempre eseguire il processo da sinistra a destra, quello da destra a sinistra richiede la conoscenza delle condizioni iniziali del moto.

Ovvero: se conosco il diagramma velocità tempo riesco a determinare lo spazio percorso, ma per sapere dove sono devo anche conoscere da dove sono partito. Analogamente si ragione per il diagramma accelerazione tempo in relazione al ruolo della velocità iniziale.

Il risultato che abbiamo appena determinato, e cioè la possibilità di risalire al diagramma orario di un moto rettilineo, quando sia nota la legge che fornisce l'andamento nel tempo della accelerazione, è alla base di tutta la meccanica. Come vedremo, dalla conoscenza delle forze che agiscono su un sistema fisico è possibile risalire facilmente alle accelerazioni e di qui, salvo un po' di conti necessari al calcolo dell'area, il gioco è fatto: ovvero si può prevedere completamente il moto.

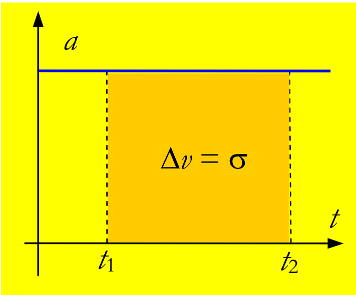
L'unica questione aperta riguarda la determinazione delle *condizioni iniziali del moto*. Si tratta di una questione di natura empirica (bisogna fare una misurazione di posizione ed una misurazione di velocità).

4.4 Il moto rettilineo uniformemente accelerato

4.4.1 UNA *FISSAZIONE* DEI FISICI: IL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Quando si maneggia un libro di fisica, dopo qualche pagina, si arriva irrimediabilmente allo studio del *moto uniformemente accelerato*. Le ragioni del suo studio sono due:

- è il più semplice dei moti non uniformi
- è il più comune dei moti di natura perché, come vedremo, si presenta quando agiscono forze costanti



Il moto di una particella è detto *uniformemente accelerato* se la accelerazione del moto è costante, cioè se:

a = *costante* (I.4.11)

Dato che la accelerazione è costante, il diagramma accelerazione tempo è costituito da una generica retta orizzontale come in Figura.

Ma, in base al significato geometrico della accelerazione si ha: $v_2 - v_1 = \sigma = a\,(t_2 - t_1)$ e quindi:

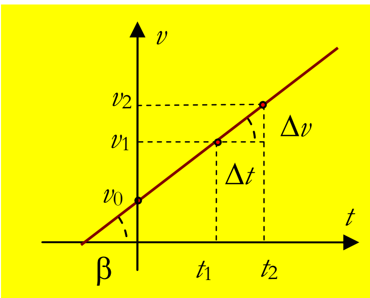
$$v_2 = v_1 + a\,(t_2 - t_1) \qquad \text{(I.4.12)}$$

che, quando viene riferita al tempo $t = 0$ diventa:

$$v = v_0 + a\,t \qquad \text{(I.4.13)}$$

L'*equazione della velocità* (I.4.13) rappresenta una retta; con v_0 si indica la velocità iniziale, infatti per $t = 0$ si ha $v = v_0$. Ricordiamo che questo istante corrisponde all'inizio della osservazione e, in generale, non coincide con l'inizio del moto (che è spesso sconosciuto).

È però possibile che l'inizio del moto e l'inizio dell'esperimento coincidano. Per esempio se facciamo scattare il cronometro quando una pietra incomincia a cadere partendo da ferma si ha $v_0 = 0$ e $v = at$.



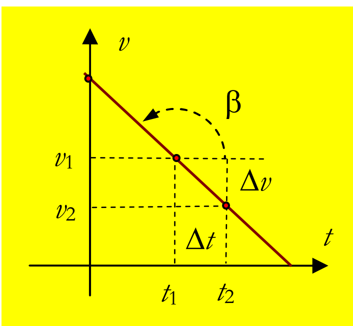
il diagramma velocità tempo è una retta: angolo acuto ⇒ a > 0 mentre angolo ottuso ⇒ a < 0

Poiché la accelerazione media è definita tramite il rapporto $\Delta v / \Delta t$ dalla (I.4.12) segue, come c'era da aspettarsi, che *nel moto uniformemente accelerato la accelerazione media coincide con quella istantanea che è costante.*

Nel seguito il moto uniformemente accelerato verrà indicato con la sigla *m.u.a.*

4.4.2 IL DIAGRAMMA VELOCITÀ TEMPO DEL M.U.A.

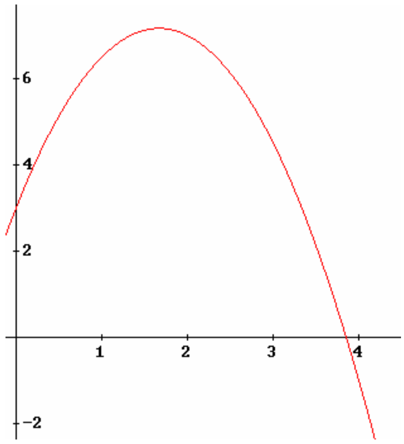
Per disegnare il diagramma della velocità poniamo la velocità sull'asse delle ordinate e il tempo su quello delle ascisse. Per il moto uniformemente accelerato tale diagramma è una linea retta che interseca l'asse delle velocità in un punto con ordinata pari alla velocità iniziale.



La pendenza di questa retta corrisponde, a meno dei fattori di scala, alla tangente trigonometrica dell'angolo di inclinazione ed è pari alla componente della accelerazione.

Se $a > 0$ il diagramma forma un angolo acuto con l'asse delle ascisse, mentre se $a < 0$ l'angolo è ottuso.

4.5 Lo spostamento e la velocità media nel moto uniformemente accelerato



saper tracciare la parabola data l'equazione; saper riconoscere le caratteristiche del moto a partire dal diagramma

4.5.1 Se il diagramma della velocità è una retta la legge oraria è una parabola

Usando il risultato generale secondo cui lo spostamento (differenza delle coordinate spaziali) è pari all'area del diagramma velocità tempo possiamo facilmente calcolare lo spostamento di un punto materiale che si muova di moto uniformemente accelerato.

Poiché la velocità ha come diagramma una linea retta, l'area richiesta è quella di un trapezio, pari al prodotto della semisomma delle basi per l'altezza (Fig. pagina precedente). Ne segue che per $t_1 = 0$ e per $t_2 = t$ lo spostamento può essere calcolato come:

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2}\, t \qquad \text{(I.4.14)}$$

Sostituendo al posto di v il valore $v = v_0 + a\,t$ si ottiene la *legge oraria.*:

$$x = x_0 + v_0\, t + \frac{a\, t^2}{2} \qquad \text{(I.4.15)}$$

Dunque, *la coordinata di una particella che si muove di moto uniformemente accelerato è una funzione quadratica del tempo* e l'equazione (I.4.15) è la relazione richiesta. Il *diagramma è quello di una parabola* (si veda il cap. 0 per richiamare le caratteristiche di questa curva).

L'immagine stroboscopica già vista al cap. I.1 rappresenta un moto uniformemente accelerato.

Determinarne le principali caratteristiche (tabella e diagramma velocità tempo; tabella accelerazione tempo). Scegliere un δt di 0.1 s.

Determinare infine la velocità media relativa ad intervalli diversi ed osservare che non presenta alcuna forma di regolarità.

Nella figura qui a lato si è rappresentato un *m.u.a.* per il quale $x_0 = 3$ m, $v_0 = 5$ m/s e $a = -3$ m/s²

Si consiglia di esercitarsi, data una equazione, a tracciare gli elementi essenziali della parabola da essa rappresentata discutendo, in particolare, i diversi casi di segno nelle tre costanti x_0, v_0 e a che contribuiscono a definire l'equazione e cercando di rendersi conto di come il loro valore influenzi la forma della curva.

4.5.2 La velocità media è la media aritmetica delle velocità

Usando la definizione (I.3.13) si può dimostrare agevolmente che, nel caso di moto uniformemente accelerato, la *velocità media è pari alla media aritmetica tra velocità iniziale e finale*:

$$<v> = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad \text{(I.4.16)}$$

nel m.u.a. la velocità media è data dalla media aritmetica

Per dimostrarlo partiamo dalla definizione di velocità media:

$$<v> = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Ma la quantità $x_2 - x_1$ è data dall'area sottesa dal diagramma velocità tempo; pertanto:

$x_2 - x_1 = \dfrac{v_2 + v_1}{2}\,(t_2 - t_1)$ e dunque, dividendo per $(t_2 - t_1)$ si ottiene il risultato richiesto.

La stessa dimostrazione si può ottenere per via analitica dalla (I.4.15) con calcoli più laboriosi.

Il risultato trovato vale solo per il moto uniformemente accelerato e non in generale e questa proprietà deriva dal fatto che solo nel moto uniformemente accelerato preso un qualsiasi istante intermedio la velocità aumenta in un dato intervallo Δt esattamente di quanto diminuisce in $-\Delta t$.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

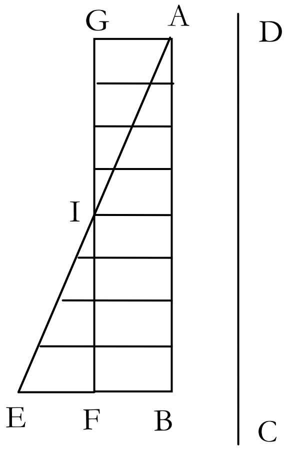
4.5.3 Galilei e il m.u.a.

Lo studio del m.u.a., la individuazione delle sue caratteristiche, la elaborazione delle grandezze fisiche necessarie a descriverlo, la invenzione di apparati sperimentali in grado con i mezzi approssimativi della prima metà del 600 di verificare i legami tra le grandezze coinvolte (posizione e tempo), la comprensione del fatto che la caduta dei gravi corrisponde sempre a m.u.a., tutto ciò è dovuto al lavoro di *Galilei.*

Tra i suoi risultati rientra anche la scoperta che nel m.u.a. la velocità media è pari alla media aritmetica delle velocità istantanee. Riportiamo per esteso l'enunciato e la figura che lo accompagna per dare allo studente una prima immagine di come si presenti la produzione scientifica nel corso dei secoli: [1]

THEOREMA I PROPOSITIO I

Tempus in quo aliquos spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.



Repraesentetur per extensionem AB tempus in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium CD; graduum autem velocitatis adauctae in istantibus temporis AB maximus et ultimus repraesentetur per EB, uteunque super AB constitutam; iunctaque AE, lineae omnes ex singulis punctis lineae AB ipsi BE aequidistanter actae, crescentes velocitatis gradus post instans A repraesentabunt. Divisa deinde BE bifariam in F, ductisque parallelis FG, AG ipsis BA, BF, parallelogrammum AGFB erit constitutum, triangulo AEB aequale, dividens suo latere GF bifariam AE in I: quod si parallelae trianguli AEB usque ad IG extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum aequalem aggregatui comprehensarum in triangulo AEB; quae enim sunt in triangulo IEF, pares sunt cum contentis in triangulo GIA; eae vero quae abentur in trapetio AIFB commune sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis AB respondeant singula et omnia puncta lineae AB, ex quibus actae parallelae in triangulo AEB comprehensae crescentes gradu velocitatis adauctae repraesentant, parallelae vero intra parallelogrammum contentae totidem gradus velocitatis adauctae repraesente; apparet, totidem velocitatis momenta absunta esse in motu acceleratoiuxta crescentes parallelas trianguli AEB, ac in motu aequabili iuxta parallelas parallelogrammi GB: quod enim momentur deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli AGI repraesentata), reficitur a momentis per paral-

---

[1] Dai *discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, 1638. Si tratta dell'opera di sintesi scritta da Galileo dopo la condanna. In particolare l'ultima parte fu dettata a Torricelli da un Galileo ormai cieco.

Le due nuove scienze sono la statica (prima e seconda giornata) e la dinamica. La terza giornata è dedicata al moto uniforme e al moto uniformemente accelerato, la quarta al moto dei proiettili, la quinta alla teoria delle proporzioni in Euclide, la sesta è dedicata a quelle che oggi chiameremmo forze impulsive.

La terza giornata, da cui abbiamo tratto il brano presenta una struttura in cui si susseguono i teoremi e le definizioni, esposte in latino, seguuite dalla discussione consueta tra Salviati, Sagredo e Simplicio.

lelas trianguli IEF repraesentatis. Patet igitur, aequalia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur,alterum vero motu aequabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus: quod erat intentum.

modello di piano inclinato con cui Galilei studiava il moto uniformemente accelerato

4.6 Esempi ed esercizi sul moto rettilineo vario

4.6.1 VELOCITÀ MEDIA NEL CASO DI SPAZI PERCORSI IDENTICI

Esercizio: Dati due moti uniformi con velocità v_1 e v_2 durante i quali si percorre lo stesso spazio $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$, quanto vale la velocità media?

☹

La velocità media, per definizione è data dal rapporto tra lo spazio percorso ed il tempo impiegato, pertanto, nel nostro caso:

$$<v> = \frac{2\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

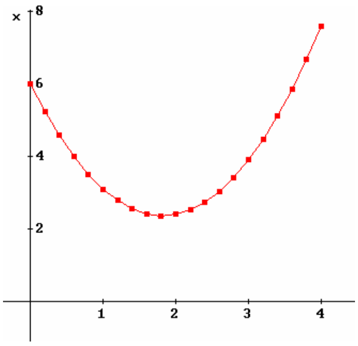
Ma poiché $\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v_1}$ e $\Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v_2}$ si ottiene che:

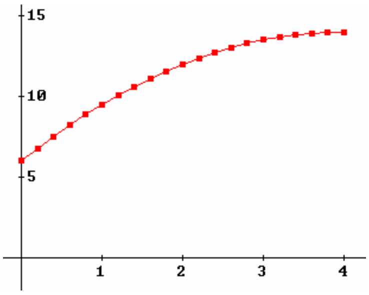
$$<v> = \frac{2\Delta x}{\frac{\Delta x}{v_1} + \frac{\Delta x}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$ e questa espressione può anche essere scritta in una forma di più agevole lettura così:

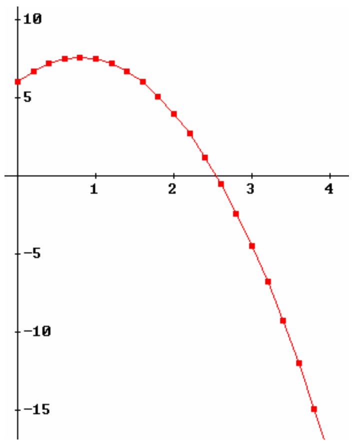
$$\frac{1}{<v>} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) \qquad \text{(I.4.17)}$$

Nel fare la media bisogna, in questo caso, eseguire la media aritmetica degli inversi e poi invertire il risultato.

☺







4.6.2 ANALISI DEL DIAGRAMMA ORARIO

Esercizio: Analizzare a cosa corrispondono i moti uniformemente accelerati rappresentati in figura e cercare di misurare sul diagramma qualche elemento relativo al moto.

☹

Tutti i moti partono da $x_0 = 6$ m.

Il primo moto presenta velocità iniziale negativa e accelerazione positiva. Il secondo moto presenta velocità iniziale positiva e accelerazione negativa. Il terzo moto è simile al secondo ma con parametri numerici diversi.

L'esercizio deve essere completato dallo studente sfruttando la presenza delle scale sui diagrammi. [2]

☺

4.6.3 IL LEGAME TRA VELOCITÀ E SPAZIO PERCORSO NEL M.U.A.

Esercizio: Determinare la relazione che lega la velocità allo spazio percorso direttamente (cioè senza passare per il tempo).

☹

Il problema può essere risolto in molti modi e il più immediato consiste nell'eliminare t dalla (I.4.13) e sostituirlo nella (I.4.15)

[2] L'equazione del primo moto è x = 6.0 - 4.0 t + 1.1 t²; quella del secondo moto è x = 6.0 + 4.0 t – 2.5 t² mentre quella del terzo è x = 6.0 + 4.0 t – 2.5 t²

Noi utilizzeremo un secondo metodo basato sulla relazione (I.4.16) che fornisce la velocità media. Per definizione di velocità media: $\Delta x = \langle v \rangle\ \Delta t$

Ma per la definizione di accelerazione $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a}$ mentre $\langle v \rangle = \dfrac{1}{2}(v_1 + v_2)$ e pertanto:

$$\Delta x = \langle v \rangle\ \Delta t = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)\,\frac{\Delta v}{a} = \frac{1}{2a}(v_2^2 - v_1^2) \Leftrightarrow$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\,\Delta x$$

Quando ci si riferisce alla velocità iniziale v_0 e ad una generica velocità finale v si scrive di solito:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \Leftrightarrow v = \pm\sqrt{v_0^2 + 2a\,\Delta x} \qquad \text{(I.4.18)}$$

il legame diretto tra velocità e spazio percorso; questa relazione è molto importante perché fa da base ad importanti teoremi di dinamica; consente inoltre di evitare di passare per il tempo nella soluzione di molti problemi

La relazione trovata è particolarmente utile per determinare le velocità dei corpi in caduta libera.

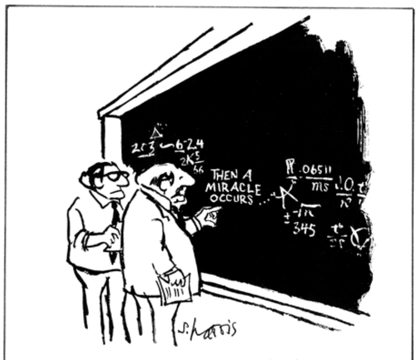
Si osservi che, se la velocità iniziale è nulla, fissata la accelerazione la velocità finale risulta proporzionale alla radice dello spazio percorso e viceversa lo spazio percorso risulta proporzionale al quadrato della velocità.

☺

4.6.4 ESAME DI UN MOTO DI SALITA E RICADUTA

Esercizio:Sapendo che la accelerazione con cui cadono i corpi sulla terra vale g = 9.80 m/s² si consideri un corpo posto ad una altezza h = 7.30 m dal suolo. Il corpo viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale v_0 = 32.4 m/s. È richiesta la determinazione dei seguenti elementi: l'istante t_s in cui il corpo raggiunge la quota massima, il valore x_M di tale quota, la velocità v_f con cui il corpo arriva a terra, e l'istante t_f di impatto con il terreno. Completare la soluzione con il tracciamento dei diagrammi velocità tempo e posizione tempo.

☹



"I think you should be more explicit here in step two."

Fissiamo prioritariamente un sistema di riferimento che, per comodità, collocheremo con l'origine al livello del terreno e con orientamento verso l'alto. Sotto tali ipotesi si ha che le velocità sono positive verso l'alto, che $a = -g$ e che $x_0 = h$.

Poiché la quota massima viene raggiunta quando la velocità, per effetto della decelerazione, si annulla, potremo determinare t_s dalla (I.4.13) ponendo in essa $v = 0$ e $a = -g$.

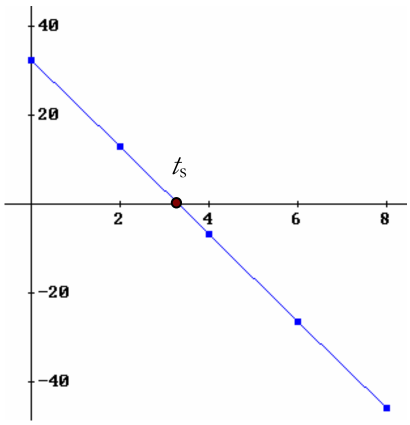
$$0 = v_0 - g\,t_s \qquad \Leftrightarrow \qquad t_s = \frac{v_0}{g} = \frac{32.4}{9.80} = 3.31 \text{ s}$$

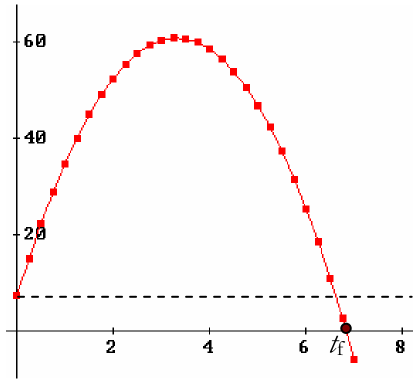
Conoscendo t_s è ora possibile determinare la quota massima x_M dalla (I.4.15) nella quale basta sostituire i dati noti:

$$x_M = h + v_0 t_s - \frac{g t_s^2}{2} = 7.30 + 32.4\times 3.31 - \frac{9.80\times 3.31^2}{2} = 60.8 \text{ m}$$

Possiamo determinare t_f ancora dalla (I.4.15) oppure ricavare prima v_f dalla (I.4.18) e quindi t_f dalla (I.4.13).

I due metodi sono equivalenti e noi seguiremo il secondo per far vedere l'uso di tutte le relazioni del m.u.a. che abbiamo ricavato. Nel nostro ca-





so $v = v_f$ mentre $\Delta x = 0 - h = -h$. Delle due soluzioni prenderemo quella negativa che corrisponde al moto verso il basso. (3)

$$v_f = -\sqrt{v_0^2 - 2g\,(-h)} = -\sqrt{32.4^2 + 2\times 9.80\times 7.30} = -34.5 \text{ m/s}$$

$$v_f = v_0 - g t_f \quad \Leftrightarrow$$

$$t_f = \frac{v_0 - v_f}{g} = \frac{32.4 + 34.5}{9.80} = 6.83 \text{ s}$$

Il diagramma velocità tempo corrisponde ad una retta di coefficiente angolare -9.80 m/s². Si osserva inoltre nella parte negativa la presenza di un istante, prima dell'arrivo a terra, in cui la velocità è opposta a quella iniziale. Da questa figura si osserva bene la simmetria dei moti di salita e discesa.

Il diagramma posizione tempo corrisponde ad una parabola con la concavità verso il basso (accelerazione negativa). Anche da esso si osserva che durante la discesa, alla quota di partenza, la velocità è uguale ed opposta a quella iniziale (misurare le inclinazioni delle tangenti).

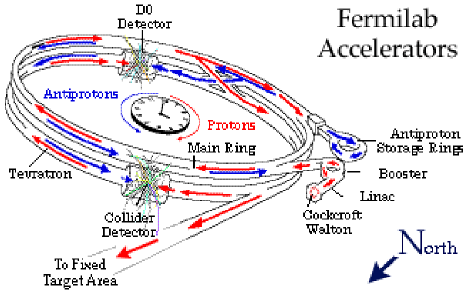
☺

[3] Quella positiva corrisponderebbe ad un evento del passato che, in questo moto non esiste perché abbiamo supposto che il corpo partisse al tempo $t = 0$.

4.7 Il moto circolare uniforme

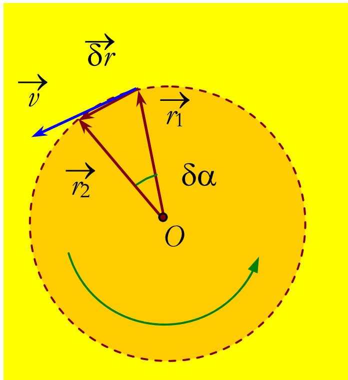
4.7.1 LE CARATTERISTICHE GENERALI DEL MOTO CIRCOLARE

Il *moto circolare uniforme* è il più semplice dei moti curvilinei: infatti è caratterizzato da un vettore velocità di modulo costante e da una traiettoria di raggio di curvatura costante.



A parte questo aspetto si tratta di un moto presente largamente in natura e che è tipico di tutti i fenomeni nei quali siano presenti organi in rotazione (macchine che usano la ruota come mezzo di locomozione, motori elettrici di tutti i tipi, …). Il moto circolare è inoltre il moto tipico delle particelle elettricamente cariche in presenza di campi magnetici uniformi situazione che si verifica in tutti gli acceleratori di ricerca.

Consideriamo un punto materiale che si muova con *speed* costante su una circonferenza di raggio *r*. La particella percorre lungo la traiettoria degli spazi corrispondenti agli archi, mentre i suoi vettori posizione sono direttamente i raggi ed i vettori spostamento corrispondono alle corde.



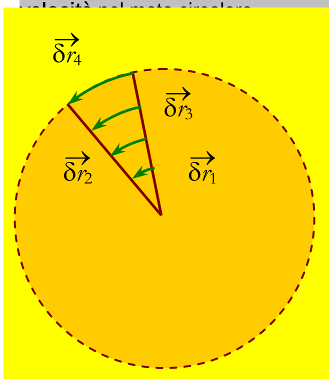
i vettori posizione, spostamento e velocità nel moto circolare

Il vettore velocità, come si è già osservato è tangente alla circonferenza e pertanto è perpendicolare al raggio. Quando si assumono degli intervalli di tempo infinitesimi si ha che la corda e l'arco di circonferenza vengono a coincidere e vale pertanto la relazione:

$$|\,\delta\vec{r}\,| = \delta l \qquad \text{(I.4.19)}$$

il *modulo del vettore spostamento elementare* (lunghezza della corda) coincide con lo spostamento misurato sulla traiettoria (arco elementare).

Si tenga ben presente che, quando si lascia cadere l'ipotesi dell'intervallo elementare, tale uguaglianza non vale più.



diverso spostamento lineare con uno stesso spostamento angolare nel moto circolare

Molti moti di tipo circolare sono caratterizzati da parti rotanti con distanze dall'asse di rotazione diverse a cui corrispondono valori di *v* differenti anche se questi moti sono accomunati dal fatto di avvenire su di un unico corpo e pertanto dall'*avere qualche caratteristica comune*.

Il movimento viene descritto bene attraverso gli angoli al centro, perché ad ogni spostamento lungo l'arco corrisponde univocamente un angolo al centro $\Delta\alpha$.

Per questa ragione nel moto circolare viene definita una nuova grandezza cinematica, la *velocità angolare*. Nel moto circolare la quantità:

$$<\omega> = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \qquad \text{(I.4.20)}$$

è detta *velocità angolare media* e quando si scelgono intervalli infinitesimi δt si ottiene la *velocità angolare istantanea.*

$$\omega = \frac{\delta\alpha}{\delta t} \qquad \text{(I.4.21)}$$

la velocità angolare viene introdotta per sfruttare la uguaglianza degli spostamenti angolari

Nel moto circolare uniforme la velocità angolare media e quella istantanea coincidono e ciò significa che in eguali intervalli di tempo vengono percorsi angoli uguali.

L'*unità di misura* della *velocità angolare* è il radiante al secondo (rad/s) e le sue dimensioni sono: [4]

$$[\omega] = \frac{[\alpha]}{[t]} = T^{-1}$$

la relazione tra velocità lineare e angolare

Tra la *velocità angolare* e il modulo della velocità esiste una relazione molto semplice di proporzionalità tramite il raggio di curvatura; infatti:

$$v = \frac{|\delta\vec{r}|}{\delta t} = \frac{\delta l}{\delta t} = \frac{r\,\delta\alpha}{\delta t} = r\,\omega \qquad \text{(I.4.22)}$$

la velocità, detta anche velocità periferica, è proporzionale alla distanza dal centro di rotazione e alla velocità angolare.

4.7.2 IL PERIODO E LA FREQUENZA

Il tempo T richiesto per compiere un giro completo è detto *periodo*. La quantità reciproca del periodo ν indica il numero di giri nell'unità di tempo ed è detta *frequenza*. Basta riflettere sul significato di periodo e di frequenza per cogliere che si tratta di due concetti reciproci:

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad \text{(I.4.23)}$$

Durante un periodo la particella compie un giro completo, pertanto se $\Delta t = T$ allora $\Delta\alpha = 2\pi$. Quindi combinando le equazioni (I.4.20) e (I.4.22) otteniamo:

periodo, frequenza e nessi reciproci

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,\nu \qquad \text{(I.4.24)}$$

4.7.3 ESEMPI E QUESITI

Esercizio: Determinare la velocità angolare di una centrifuga che compie n = 104 giri al minuto.

☹

Poiché $n = 60\,\nu$ ne segue che:

$$\omega = 2\pi\,\nu = 2\pi\frac{n}{60} = 0.109 \times 10^2 \text{ rad/s}$$

☺

Esercizio: Due biciclette sono dotate della stessa velocità angolare ma la prima monta delle ruote con raggio di 28 cm mentre la seconda monta ruote del 26. Determinare la velocità della seconda bici sapendo che quella della prima vale v_1 = 25 km/h.

☹

Poiché si sta operando tramite rapporti non ha importanza l'unità di misura scelta e pertanto lavoreremo direttamente con le unità del problema.

---

[4] Negli studi di fisica di tipo superiore in cui si analizzano moti complessi in cui compaiono rotazioni nello spazio intorno a più di un asse, nasce la necessità di sommare tali rotazioni e si scopre che esse si sommano con le stesse leggi del calcolo vettoriale. Per queste ragioni si arriva ad una definizione vettoriale della *velocità angolare*. Entro i limiti di questo testo questo problema non si pone.

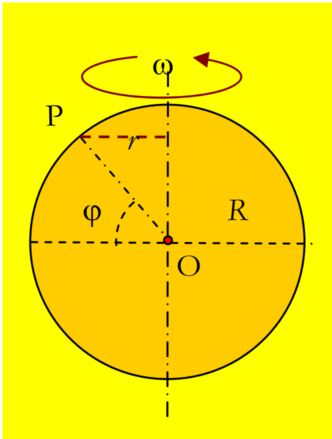
Per la (I.4.20), fissato ω si ha che $v \propto r$ e pertanto

$$v_2 = v_1 \frac{r_2}{r_1} = 25 \times \frac{26}{28} = 23.2 \text{ km/h}$$

☺

Esercizio: La Terra, con buona approssimazione può essere considerata una sfera di raggio $R = 6.38\times10^6$ m dotata di moto circolare uniforme con periodo $T = 24$ h. La velocità periferica dei diversi punti della superficie terrestre è la stessa? Scrivere la relazione che lega la velocità periferica a R, T e all'angolo formato dal punto con il piano equatoriale.

☹



Alle diverse latitudini è diversa la distanza dall'asse di rotazione e pertanto, essendo costante la velocità angolare, si può affermare che la velocità periferica, che è proporzionale alla distanza dall'asse di rotazione, sia massima all'equatore e minima ai poli.

La distanza di un generico punto dall'asse di rotazione vale:

$$r = R \cos\varphi$$

dove φ indica la latitudine, mentre la velocità angolare è $\omega = \frac{2\pi}{T}$ pertanto:

$$v = \omega\, r = \frac{2\pi}{T} R \cos\varphi$$

All'equatore, dove $\cos\varphi = 1$, assumendo per $R = 6.38\times10^6$ m e per $T = 24 \times 60 \times 60 = 8.64\times10^4$ s si ottiene:

$$v = \frac{2\pi}{T} R = 464 \text{ m/s}$$

Il lettore calcoli per esercizio la velocità periferica della terra intorno al sole e la confronti con il valore appena trovato.

☺

4.8 La accelerazione nel moto circolare uniforme

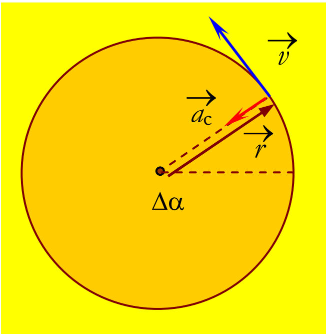
4.8.1 La accelerazione centripeta

Nel moto circolare uniforme la intensità della velocità, o rapidità, non cambia e $|\vec{v}| = v =$ costante. Ma ciò non implica che non ci sia una accelerazione perché la direzione della velocità, trattandosi di un vettore tangente alla traiettoria, cambia istante per istante.

Per effetto di questa variabilità del vettore velocità si viene a determinare un vettore accelerazione che presenta le seguenti caratteristiche:

accelerazione centripeta
direzione come il raggio vettore, orientamento verso il centro, modulo v^2/r

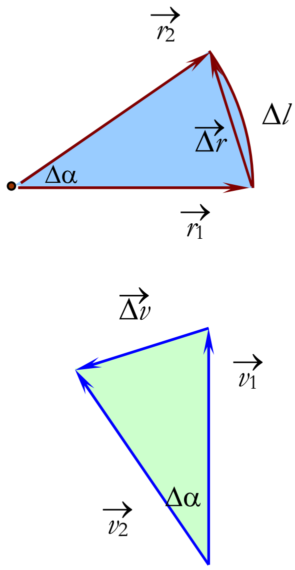
- è *diretto come il raggio ma con verso verso il centro*; di qui il nome di *accelerazione normale* (per indicare che è perpendicolare alla velocità e alla traiettoria) o centripeta (per indicare che è diretta e orientata sempre verso il centro della traiettoria)
- ha un *modulo pari a* v^2/r e dunque cresce con il quadrato della velocità (fissato il raggio di curvatura) ed è inversamente proporzionale al raggio stesso (fissata la velocità).



Il lettore è invitato a tenere presente che si tratta di una *accelerazione a pieno titolo*, del tutto simile a quelle che si determinano nei moti rettilinei e che siamo abituati a percepire come spinte o frenate. L'unica differenza è che la sua direzione non è quella del moto ma è trasversale. Quando completeremo il quadro mettendo in relazione le forze con le accelerazioni vedremo che per mantenere un corpo in moto circolare servirà una forza di tipo centripeto.

4.8.2 Come nasce l'accelerazione centripeta?

Determiniamo le caratteristiche della *accelerazione del moto circolare uniforme*. In figura sono stati indicate le posizioni del punto mobile a due generici istanti t_1 e t_2 ed è importante tener presente (come si è già sottolineato) che quando $\Delta t \to 0$ la corda e l'arco (che in figura appaiono distinti) si identificano.



i triangoli individuati dai vettori posizione e velocità sono simili

Sotto la traiettoria si sono rappresentati i vettori posizione e velocità con le rispettive variazioni (i due triangoli, anche se diversi, sono simili perché entrambi isosceli di angolo al vertice $\Delta\alpha$). Per questa ragione i lati sono proporzionali:

$$|\Delta\vec{v}| : v = |\Delta\vec{r}| : r \text{ e dunque } |\Delta\vec{v}| = \frac{v\,|\Delta\vec{r}|}{r}$$

Per trovare la accelerazione dobbiamo considerare il rapporto $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ che rappresenta il vettore accelerazione media e stabilire come si comporta quando $\Delta t \to 0$.

- La direzione e il verso di $<\vec{a}>$ sono gli stessi di $\Delta\vec{v}$ perché viene ottenuta dividendo $\Delta\vec{v}$ per uno scalare; quando $\Delta t \to 0$ sarà $\Delta\vec{v} \perp \vec{v}$ perché l'angolo alla base del triangolo isoscele tende a 90° se l'angolo al vertice tende a 0°; e poiché $\vec{v} \perp \vec{r}$ ne segue che $\vec{a_c}$ e $\vec{r}$ sono paralleli ma con verso contrario. Si scrive $\vec{a_c} \uparrow\downarrow \vec{r}$

- Per quanto riguarda la intensità $\dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \dfrac{|\Delta\vec{r}|\ v}{r\,\Delta t} = \dfrac{v}{r}\dfrac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$

Ma quando $\Delta t \to 0$ la corda, la cui lunghezza vale $|\Delta\vec{r}\,|$ e l'arco elementare la cui lunghezza vale Δl si identificano e risulta $\dfrac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = v$

Si può pertanto concludere che:

$$a = \frac{v}{r}\,v = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(I.4.25)}$$

4.8.3 LE DIVERSE ESPRESSIONI DELL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA

La *accelerazione centripeta* può essere scritta in diverse forme a seconda che si voglia evidenziarne la dipendenza dai diversi parametri del moto. In effetti, se si tiene conto del legame tra velocità periferica e velocità angolare, e di quello tra velocità angolare periodo e frequenza si ottiene:

le diverse espressioni della accelerazione centripeta con la dipendenza dal raggio di curvatura

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r = \frac{4\pi^2}{T^2}\, r = 4\pi^2\, \nu^2\, r \qquad \text{(I.4.26)}$$

Le due equazioni (I.4.26) potrebbero ad una prima impressione apparire contraddittorie. Infatti la prima ci dice che *la accelerazione centripeta è inversamente proporzionale al raggio di curvatura, mentre la seconda ci dice che essa è direttamente proporzionale alla stessa grandezza*. La contraddizione apparente cade non appena ci si ricorda che ha senso parlare di proporzionalità tra grandezze solo mantenendo costanti le altre che compaiono nella espressione.

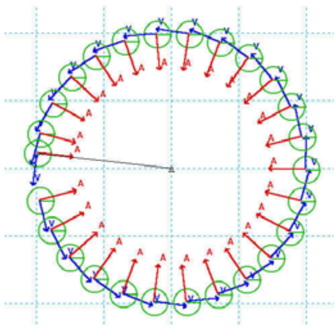


immagine stroboscopica di un moto circolare uniforme con i vettori velocità istantanea e accelerazione

La prima equazione si utilizzerà per analizzare quei moti nei quali è fissata la velocità periferica, per evidenziare, per esempio, come varia la accelerazione, fissata la velocità, quando diminuisce il raggio di curvatura (proporzionalità inversa). Oppure la si utilizzerà, per osservare che, fissato il raggio di curvatura, la accelerazione cresce al variare della velocità con legge quadratica (implicazioni per quanto riguarda la velocità in corrispondenza di una curva).

La seconda si utilizzerà invece in quei moti nei quali sono fissate la velocità angolare, o il periodo o la frequenza di rotazione. Per esempio su di una piattaforma rotante la accelerazione cresce man mano che ci si allontana dal centro.

4.8.4 ESEMPIO: LA VELOCITÀ IN CURVA

Esercizio: Nelle automobili la massima accelerazione centripeta con cui si può affrontare una curva dipende dallo stato dell'asfalto e dal tipo di pneumatici ed è comunque fissata, indichiamola pertanto con $\tilde{a}$. Stabilire quale sia la relazione tra la velocità massima con cui si può affrontare la curva e il raggio di curvatura. In particolare se il raggio di curvatura diminuisce del 10% di quanto deve diminuire la velocità?

☹

In base alla (I.4.25) $r \propto v^2$ o anche $v \propto \sqrt{r}$ pertanto la relazione è del tipo:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

Nel caso in cui il raggio diminuisce del 10% si ha che $r_2 = 0.9\ r_1$ e pertanto:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{0.9} = 0.95$$

☺

4.8.5 Esempio: la accelerazione in un aereo da caccia

Esercizio:I piloti da caccia sono allenati a sopportare per periodi di qualche secondo accelerazioni sino a 4÷5 volte la accelerazione di gravità. Si determini nel caso di un aereo che viaggi a mach2, cioè a velocità doppia di quella del suono in aria che è circa 3.40×10^2 m/s, quale sia il minimo raggio di curvatura della traiettoria che il pilota è in grado di sopportare.

☹

Dalla (I.4.24) si ha che:

$$r_{min} = \frac{v^2}{a_{max}} = \frac{(6.80\times10^2)^2}{4\times9.80} = 1.18\times10^4 \text{ m}$$

☺

4.8.6 Esempio: la accelerazione centripeta dovuta alla rotazione terrestre

Esercizio: Determinare la accelerazione centripeta del moto della terra intorno al sole e confrontarla con la accelerazione di gravità.

☹

Dalla (I.4.25) si ha che: $a_T = \frac{4\pi^2}{T^2}\, r_{TS}$

Ma T = 365.25 g = 365.25 × 24 × 60 × 60 = 3.156×10^7 s

mentre $r_{TS} = 1.50 \times 10^{11}$ m pertanto:

$$a_T = \frac{4\pi^2}{(3.156 \times 10^7)^2} \times 1.50 \times 10^{11} = 0.0059 \text{ m/s}^2$$

Tenendo conto che la accelerazione di gravità è circa 10 possiamo affermare che $a_T \approx 6\times10^{-4}$ g

☺

4.9 Il moto curvilineo vario

4.9.1 COSA SIGNIFICA ?

Il *moto curvilineo vario* è caratterizzato dal possedere traiettorie curve non circolari e/o dal fatto che la velocità cambia continuamente in modulo.

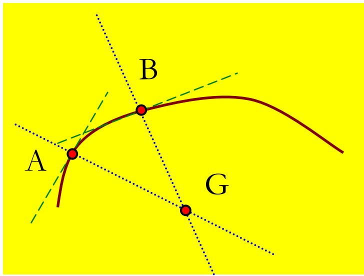
Si tratta come si vede del moto curvilineo più generale possibile, ma tutte le costruzioni teoriche che abbiamo fin qui introdotto ci consentono di studiare, con relativa semplicità, anche questo tipo di moto.

Il moto curvilineo vario moto può sempre essere studiato come sovrapposizione di un moto circolare uniforme nel quale il raggio di curvatura continua a cambiare con la traiettoria e di un moto rettilineo nel quale la velocità continua a cambiare in valore assoluto.

il moto curvilineo vario può essere analizzato come sovrapposizione di un moto circolare uniforme e di un moto rettilineo vario

4.9.2 COME SI PUÒ PARLARE DI RAGGIO DI CURVATURA QUANDO LA TRAIETTORIA NON È UNA CIRCONFERENZA ?

Incominciamo con l'osservare che per una traiettoria curvilinea piana si può sempre definire in ogni punto un *raggio di curvatura* sfruttando una ben nota proprietà delle tangenti, quella di essere sempre perpendicolari al raggio (vedi figura)

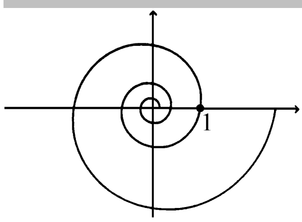


il raggio di curvatura di una linea curva generica si trova ricercando un arco di circonferenza che interpoli l'arco di linea

Si procede così: presi due punti generici A e B sulla traiettoria si tracciano le tangenti e, dalle tangenti, le due perpendicolari per i punti dati.

Esse si incontreranno in un punto G detto *centro di curvatura* e le due distanze *GA* e *GB* saranno dette raggi di curvatura. In generale i due segmenti *GA e GB* sono diversi ma la loro diversità decresce man mano che i punti *A* e *B* si avvicinano.

Quando $A \rightarrow B$ i due valori di r_1 e r_2, che sono già molto prossimi diventano coincidenti e risultano così definiti il raggio e il centro di curvatura della linea considerata nel punto B.



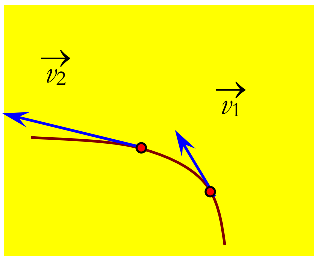
nella spirale il raggio di curvatura cambia in modo regolare

Nel linguaggio scientifico, oltre al raggio di curvatura, distanza tra il centro di curvatura ed il punto considerato, si utilizza anche il suo inverso $k = \frac{1}{r}$ detto *curvatura*. La linea retta, con questa terminologia, diventa la linea di raggio infinito e di curvatura zero mentre la circonferenza viene definita come la linea di curvatura positiva e costante.

Osserviamo che nello spazio possono esistere anche superfici con curvatura positiva e con curvatura negativa (si pensi, per esempio alle superfici a sella in cui i centri di curvatura si trovano da parti opposte a seconda della direzione di percorrenza della superficie).

4.9.3 ACCELERAZIONE TANGENZIALE E ACCELERAZIONE NORMALE

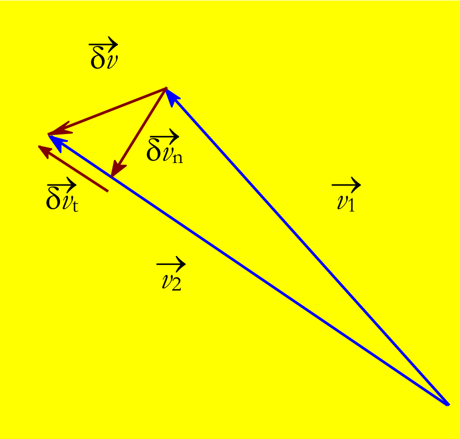
Per analizzare il comportamento della accelerazione nel moto curvilineo vario consideriamo ora una traiettoria curvilinea e supponiamo che lungo essa il modulo della velocità sia variabile e, per esempio, aumenti, come in Figura.



moto curvilineo vario

la velocità cambia sia in direzione sia in modulo e ciò determina una accelerazione che può essere analizzata come somma di una accelerazione tangenziale e di una centripeta

Le due velocità, relative ad istanti vicini $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, risulteranno allora diverse sia in direzione sia in intensità e la loro differenza $\vec{\delta v}$ che serve al calcolo della accelerazione potrà essere decomposta in due vettori:



- il primo vettore nella direzione di $\vec{v}_2$ (cioè tangente alla traiettoria) avrà un modulo $|\vec{\delta v}_t| = v_2 - v_1$
- il secondo, perpendicolare alla traiettoria, $\vec{\delta v}_n$ sarà di tipo centripeto

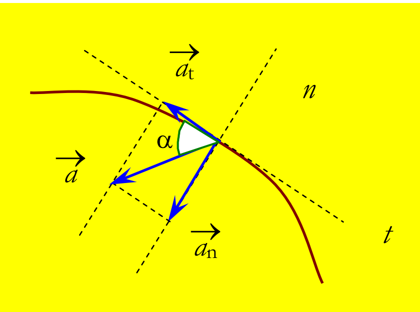
Dopo aver diviso per δt, si otterranno pertanto due *vettori accelerazione* uno tangenziale e l'altro centripeto la cui somma vettoriale darà la accelerazione $\vec{a}$.

I moduli di questi due vettori valgono rispettivamente:

$$a_n = \frac{v^2}{r} \qquad a_t = \frac{\delta v}{\delta t} \tag{I.4.27}$$

e si ha:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \tag{I.4.28}$$



le componenti tangenziale e normale della accelerazione valgono rispettivamente

$a_n = \dfrac{v^2}{r}$ $\qquad a_t = \dfrac{\delta v}{\delta t}$

Dunque, in una traiettoria curvilinea, la accelerazione può essere perpendicolare alla traiettoria solo se $a_t = 0$, cioè se v = costante. Nei *moti curvilinei uniformi* si avrà una accelerazione sempre centripeta la cui intensità cambia però al variare della curvatura (in maniera inversamente proporzionale al raggio di curvatura).

Per quanto riguarda invece a_n essa è nulla solo se la curvatura è nulla, cioè nel caso della retta.

Se la velocità sta aumentando in modulo, la accelerazione complessiva, invece di essere perpendicolare alla traiettoria, viene a formare un angolo acuto α con la traiettoria stessa, come si vede in figura.

Invece nel caso di diminuzione della rapidità del moto si viene a determinare un angolo ottuso perché nei due casi $\vec{a}_t$ è rispettivamente nel verso o in verso contrario rispetto alla velocità.

4.9.4 Esempio: un moto circolare non uniforme

Esercizio: Come è disposto il vettore accelerazione in un moto circolare nel quale il modulo del vettore velocità aumenti nel tempo con ritmo costante secondo la legge $v = k\, t$?

☹

Se la rapidità del moto aumenta avremo una accelerazione tangenziale nel verso del movimento. Poiché il ritmo di crescita della v è costante la accelerazione tangenziale sarà costante e pari alla costante k.

La accelerazione centripeta sarà invece crescente e crescerà nel tempo con legge quadratica; infatti $a_c = v^2 / r = k^2 t^2 / r$.

Avremo pertanto un vettore accelerazione che, all'inizio è diretto come la tangente e, al trascorrere del tempo, per il crescere della componente centripeta, tenderà a disporsi sempre di più in direzione radiale.

☺

4.10 Problemi di fine capitolo

4.10.1 Misure di velocità

Esercizio: Un metodo correntemente utilizzato per determinare la velocità di oggetti molto veloci consiste nell'utilizzare un asse rotante con frequenza ν su cui vengono disposti du dischi separati da una distanza *d*. Si fa passare l'oggetto (per esempio un proiettile) attraverso una fessura del ptimo disco e si va poi ad osservare lo sfasamento angolare della traccia lasciata sul secondo disco $\Delta\varphi$. Ciò consente di determinare la velocità dell'oggetto.

Supporre che sia d = 1.00 m ν = 3.00·10³ giri/minuto $\Delta\varphi$=12.0°. Determinare *v*.

☹

$$v = \frac{d}{\Delta t} \text{ ma } \Delta t = T\frac{\Delta\varphi}{360} = \frac{\Delta\varphi}{\nu 360}$$

Pertanto, tenuto conto che 3.00·10³ giri/minuto = 50.0 hz, si ha:

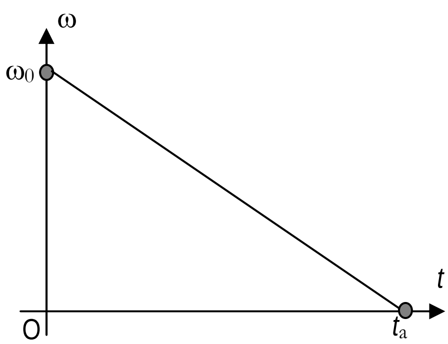
$$v = \frac{d\,\nu 360}{\Delta\varphi} = \frac{1.00\cdot 50.0\cdot 360}{12.0} = 1.50\cdot 10^3 \text{ m/s}$$

☺

4.10.2 Accelerazione angolare

Esercizio: Un sistema rotante dotato di frequenza ν_0 = 25.0 hz viene frenato e inizia a decelerare con una accelerazione angolare costante ϖ = -2.50 rad/s². Stabilire il tempo impiegato a fermarsi e il numero di giri corrispondente.

☹



La accelerazione angolare non è stata esplicitamente introdotta ma basta riflettere sulle modalità di determinazione delle leggi del m.u.a. per comprendere che, mettendo ϖ al posto di *a* e ω al posto di *v*, e α al posto di *x* valgono le stesse leggi.

Si tratta di un moto uniformemente accelerato di tipo angolare.

Il diagramma di ω è una retta che decresce da ω_0 a 0 con inclinazione ϖ e l'area racchiusa dal triangolo rappresenta l'angolo percorso nella fase di decelerazione mentre l'intersezione con l'asse dei tempi ci dà il tempo di arresto.

$\omega_0 = 2\pi\nu_0$ mentre $\omega = \omega_0 + \varpi\, t = 2\pi\cdot 25.0 - 2.50t$

Il tempo di arresto t_a corrisponde a $\omega = 0$ e dunque $t_a = 20\,\pi$ s

L'angolo $\Delta\alpha$ = area = $\frac{1}{2}\,\omega_0\, t_a = 25\pi\cdot 20\pi = 500\,\pi^2$ rad.

Poiché un giro corrisponde a 2π radianti il numero di giri necessari all'arresto risulta:

$$N = \frac{500\,\pi^2}{2\pi} = 250\,\pi = 785$$

☺

4.10.3 Moto circolare con accelerazione tangenziale costante

Esercizio: Un moto circolare è caratterizzato da una accelerazione tangenziale costante a_t con un raggio di curvatura r = 0.250 m. Determinare la accelerazione normale a_n al tempo t = 24.0 s sapendo che al tempo zero il sistema era in quiete e che al termine del settimo giro la velocità era di 0.435 m/s.

Determinare infine l'angolo formato tra il vettore velocità e il vettore accelerazione.

☹

Per trovare la accelerazione tangenziale possiamo esaminare il moto lungo la traiettoria come un moto ad una dimensione con $v_0 = 0$ e pertanto lo spazio percorso è legato alla accelerazione dalla relazione del m.u.a. $s = \frac{1}{2} a_t t^2$.

D'altra parte $s = N\, 2\pi r$ e dunque:

$$a_t = \frac{2s}{t^2} = \frac{4\pi N r}{t^2} = \frac{4\pi \cdot 7 \cdot 0.250}{24^2} = 3.82 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{0.435^2}{0.250} = 0.757\ \mathrm{m/s^2}$$

$\tan\varphi = \frac{a_n}{a_t} = \frac{0.757}{3.82 \cdot 10^{-2}} = 19.8$ e dalla calcolatrice $\varphi = 87.1°$

☺

4.11 Quesiti di cinematica dalle Olimpiadi della Fisica

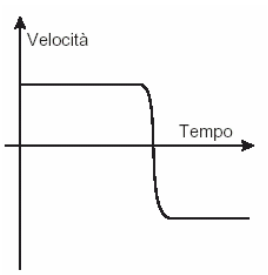
Nella mia esperienza di insegnamento della fisica in classi in cui svolgevo un corso dalla I alla V è stato sempre molto importante far misurare gli studenti con gli item delle *olimpiadi della fisica* (gare di I livello).

Qualche anno fa, quando ancora insegnavo, avevo iniziato a *spacchettare* i testi che raggruppano domande mescolate e a riaggregarle per aree temetiche in modo di dare agli studenti un utile strumento per mettersi alla prova e ripassare nelle diverse fasi del corso.

Inoltre, questi item mettono in gioco abilità che tra gli studenti risultano sviluppate in maniera diversa e capitava, a volte, che andassero molto bene studenti dal rendimento medio-basso e che si trovassero in difficoltà studenti (quasi sempre studentesse) abituati a primeggiare con altre tipologie di prova.

Dover rispondere in un tempo definito, sapere che c'è una risposta giusta, allena a prendere decisioni in fretta, a volta scartando subito le non plausibili e concentrandosi solo su alcune risposte, altre volte costringendo a costruire la soluzione.

Così ho deciso di inserire i quesiti a risposta chiusa al termine di un gruppo di capitoli sufficientemente omogenei.



1. Il grafico a lato rappresenta l'andamento della velocità di una palla al passare del tempo. Delle tre situazioni seguenti quali possono essere state rappresentate nel grafico?

   I - La palla rotola giù da un gradino.

   II - La palla viene lanciata in alto e successivamente cade a terra.

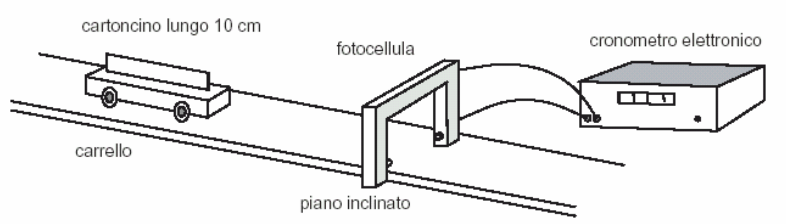
   III - La palla rimbalza sulla sponda di un biliardo. ...(Juniores 1995)

   A …Tutte e tre. B … Solamente la I e la II.

   C … Solamente la II e la III. D … Solamente la I.

   E … Solamente la III.

2. Uno studente ha montato l'esperimento schematizzato in figura per studiare il moto di un carrello. Usando solamente l'apparecchiatura mostrata sopra si può misurare: ...(Juniores 1995)



   A … l'accelerazione media del carrello mentre attraversa la fotocellula.

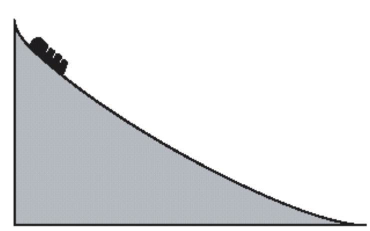
   B … la velocità media del carrello lungo il piano inclinato.

   C … il tempo in cui il carrello percorre il piano inclinato.

   D … la velocità media del carrello mentre attraversa la fotocellula.

   E … la velocità massima del carrello nella discesa.

3. Nella seguente figura è schematizzato il fianco innevato di una collina lungo il quale scivola una slitta. Durante la discesa...(Juniores 1996)



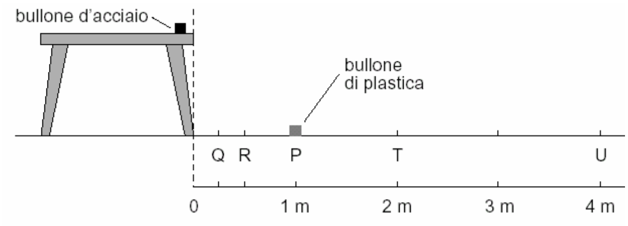
   A …la velocità aumenta e l'accelerazione diminuisce.

   B …la velocità diminuisce e l'accelerazione aumenta.

   C …la velocità aumenta e l'accelerazione aumenta.

   D …la velocità diminuisce e l'accelerazione diminuisce.

E …la velocità aumenta e l'accelerazione rimane costante.



4. Due bulloni di dimensioni uguali, uno di plastica ed uno di acciaio, hanno masse l'uno metà di quella dell'altro. I bulloni vengono spinti su un tavolo, ne raggiungono il bordo con la stessa velocità e cadono a terra. Il bullone di plastica, più leggero, cade a distanza di 1 m dalla verticale che passa per il punto di caduta, nel punto P. II punto di caduta del bullone di acciaio, più pesante, si trova, rispetto alla verticale che passa per il punto di caduta…(Juniores 1997)

A …a circa 25 cm, vicino al punto Q.

B …a circa 50 cm, vicino al punto R.

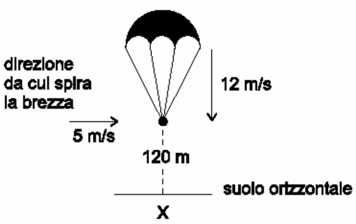
C a circa 1 m, vicino al punto P. [5]

D …a circa 2m, vicino al punto T.

E …a circa 4m, vicino al punto U.

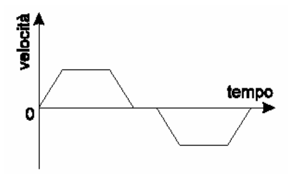
5. E' possibile, misurando l'altezza a cui giunge lo zampillo verticale di una fontana, calcolare approssimativamente la velocità con cui l'acqua esce dal getto ? …(Juniores 1998)

A …Sì, è possibile.
B …No, si deve conoscere quanta acqua esce dalla fontana ogni secondo, cioè la portata del getto.
C …No, si deve conoscere anche la pressione con cui viene emessa l'acqua.
D …No, si deve conoscere sia la portata che la pressione.

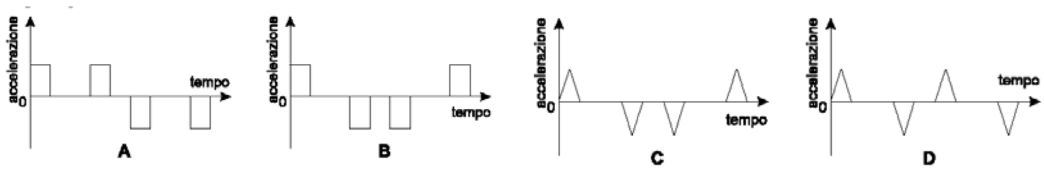


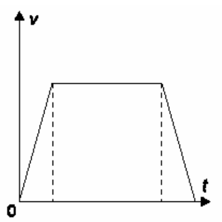
6. Da una roccia a picco, a 120 metri sopra ad un punto X nella valle, viene lasciato cadere un oggetto attaccato ad un paracadute. La componente verticale della velocità dell'oggetto durante la caduta ha un valore costante di 12 m/s. Durante tutto il percorso spira una brezza in direzione orizzontale con velocità costante di 5 m/s. A che distanza da X l'oggetto tocca il suolo? …(Juniores 1999)

A …24m B …50m C …60m D …120m



7. Un ascensore sale dal piano terra all'ultimo piano e torna indietro. Qui a lato si vede schematizzato l'andamento della velocità dell'ascensore nel tempo. Quale dei seguenti grafici mostra l'andamento dell'accelerazione dell'ascensore in funzione del tempo? …(Juniores 1999) A B C D



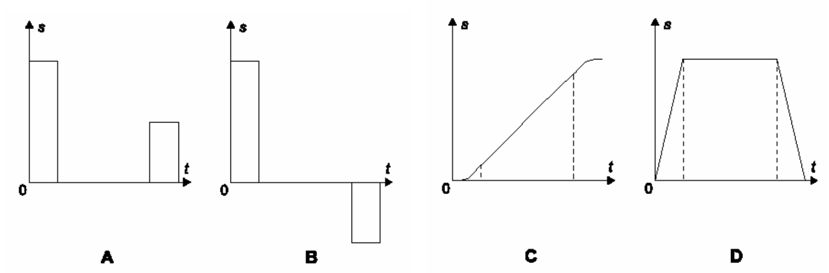


8. II grafico qui a lato mostra l'andamento nel tempo della velocità di un carrello che si muove lungo una rotaia rettilinea. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio l'andamento nel tempo della posizione del carrello sulla rotaia? …(Juniores 1999)[6] A B C D

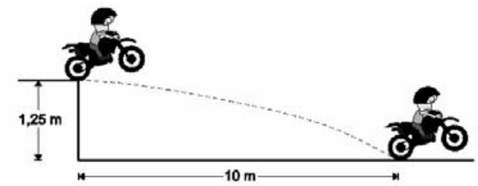
---

[5] Nel vuoto cadrebbero nello stesso punto; il bullone di acciaio arriva a terra un po' prima e dunque cadrà leggermente a sinistra di P, ma non a metà strada

[6] Sono due archi di parabola raccordati da una retta

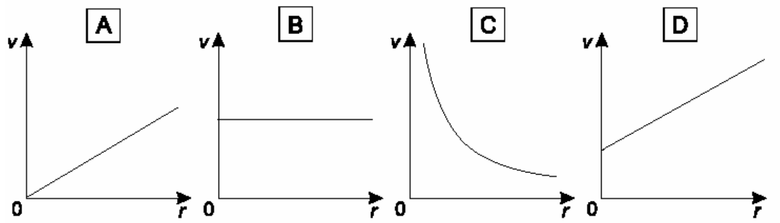


9. In una gara di motocross una concorrente salta con la moto da un dislivello di 125 cm ed arriva a 10 metri di distanza dalla base del trampolino. Se prima del salto stava viaggiando orizzontalmente e se la resistenza dell'aria può essere trascurata, quale delle seguenti velocità approssima meglio quella con cui è partita dal trampolino? …(Juniores 2000)[7]

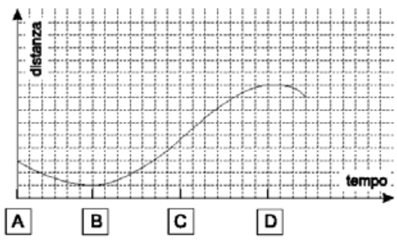


A …5 m/s B …10 m/s C …15 m/s D …20 m/s

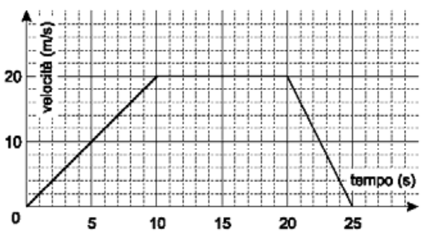
10. Una piattaforma girevole è messa in moto ad un numero costante di giri al secondo. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio la relazione fra la velocità di un punto sulla piattaforma e la distanza del punto dal centro di rotazione? …(Juniores 2000)[8] A B C D



11. Un carrello si muove lungo una rotaia. Il grafico rappresenta la distanza del carrello da un traguardo posto in un punto della rotaia in funzione del tempo. In quale istante è massima la velocità del carrello? …(Juniores 2000)[9] A B C D



12. Il grafico mostra l'andamento della velocità di un corpo in un intervallo di 25 secondi. Qual è la velocità media del corpo nel tempo che va da $t = 0$ s a $t = 25$ s? …(Juniores 2000)[10]



A …0 m/s B …8 m/s

C …10 m/s D …14 m/s

13. Da un'auto in corsa fuoriesce dell'olio gocciolando a ritmo costante. Il disegno rappresenta la disposizione delle gocce cadute sulla strada. Quale frase descrive il movimento dell'auto? …(Juniores 2001)

A …Ha accelerato e poi è andata a velocità costante.

B …Ha accelerato e poi ha rallentato.

C …Andava a velocità costante e poi ha rallentato.

D …Andava a velocità costante e poi ha accelerato.

[7] Il tempo di caduta da ½ gt^2 =1.25 risulta 0.5 s e dunque v = 10/0.5 = 20 m/s

[8] Ricordare che v= ωr e che ω è fissato

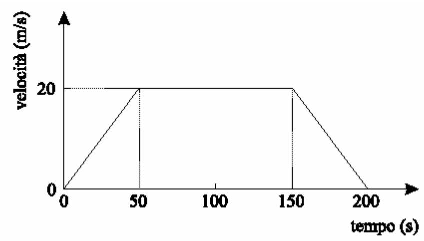
[9] Inclinazione della retta tangente

[10] Si calcola l'area (spazio percorso) e poi si divide per il tempo

14. Gianni esce di casa e corre all'edicola per comprare la sua rivista preferita: in media, correndo, riesce a fare 120 passi al minuto. Al ritorno, sfogliando le pagine del giornale, cammina piano, a 60 passi al minuto. In tutto ha dovuto camminare per 15 minuti. Allora l'edicola dista dalla casa di Gianni…(Juniores 2002) [11]

    A …180 passi B …600 passi

    C …900 passi D …1800 passi



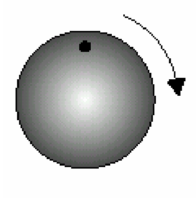
15. In figura è schematizzato l'andamento della velocità in funzione del tempo di un'automobile durante un breve percorso. Per quanto tempo l'automobile si è mossa con velocità costante? ...(Juniores 2003)

    A …50 s B …100 s C …150 s D …200 s

16. Una biglia rotola e cade da un balcone. Trascurando la resistenza dell'aria, l'accelerazione della pallina mentre cade ...(Juniores 2003)

    A …diventa sempre più piccola. B … diventa sempre più grande.

    C … rimane costante. D … è zero.



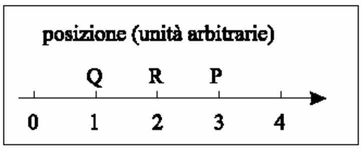
17. Il disco rappresentato nella figura ruota in verso orario e compie 29 giri al secondo. Viene filmato con una cinepresa che scatta 30 fotogrammi al secondo. Come apparirà nel filmato il puntino nero segnato sul disco? ...(Juniores 2004) [12]

    A …Sembrerà muoversi in verso orario.

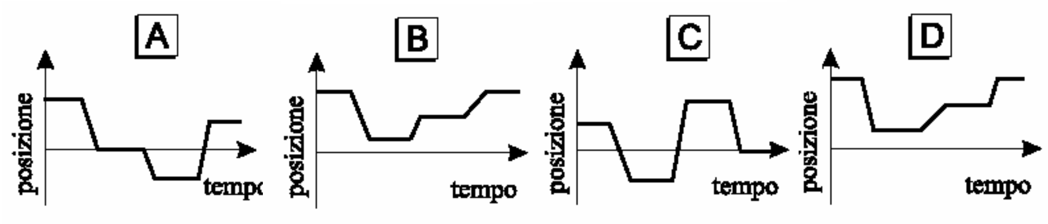
    B …Sembrerà muoversi in verso antiorario.

    C …Sembrerà muoversi in modo casuale.

    D …Sembrerà che stia fermo.



18. Una persona si trova inizialmente nel punto P (vedi figura). Vi sosta per un po', e quindi si muove in linea retta fino al punto Q, dove sta fermo per qualche momento. Poi corre rapidamente fino a R, vi si ferma per un po', e torna in P camminando lentamente. Quale dei seguenti grafici tempo - posizione rappresenta correttamente questa sequenza di



soste e di movimenti? ...(Juniores 2004) A B C D

19. I grafici rappresentano le posizioni in funzione del tempo di due treni che corrono lungo binari paralleli. Quale delle seguenti affermazioni è corretta? ...(Juniores 2004) [13]

---

[11] Il tempo al ritorno è doppio che all'andata e dunque il tempo all'andata è 15'/3 = 5'

Dunque il numero di passi è 120·5+60·10 = 1200 e dunque la distanza è di 600 passi

[12] Dopo 1/30 di secondo il disco non ha ancora completato il primo giro visto che impiega 1/29 e dunque si trova un po' prima.

[13] A in t_B hanno la stessa posizione | B quella del treno 1 è costante |C basta cercare la tangente alla cuva parallela alla retta | D il primo treno ha accelerazione 0 il secondo ha accelerazione negativa

A …Nell'istante t_B i due treni hanno la stessa velocità

B …La velocità di entrambi i treni aumenta sempre.

C …In un certo istante, prima di t_B, i due treni hanno la stessa velocità.

D …In qualche istante i due treni hanno la stessa accelerazione.

20. Due sassi, A e B, cadono contemporaneamente da una parete rocciosa e precipitano in un burrone. Le masse dei sassi A e B sono rispettivamente *m* e 2*m*. Dopo due secondi di caduta libera, il sasso A ha velocità *v* ed ha percorso la distanza *d*. Quali sono la velocità e la distanza percorsa da B nello stesso istante? (*Trascura l'effetto di resistenza dell'aria.*) …(Juniores 2004)

A …Velocità = ½ *v* Distanza = ½ *d*

B … Velocità = *v* Distanza = *d*

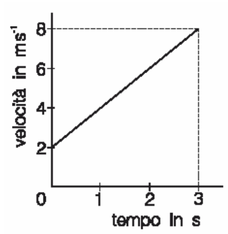
C …Velocità = ½ *v* Distanza = 2 *d*

D … Velocità = 2 *v* Distanza = 2 *d*

21. Una persona si sporge da un terrazzo e lancia due palle. La prima, A, viene lanciata verso l'alto, la seconda, B, verso il basso, ma ad entrambe viene impressa la stessa velocità iniziale (in modulo). Trascurando la resistenza dell'aria, quale delle due palle tocca il suolo con velocità maggiore? …(Juniores 2004)[14]

A …La A perchè quando comincia a ricadere si trova ad un'altezza maggiore.
B …La B perché viene "*spinta*" verso il basso.
C …Non si può dire perché non si conosce la massa delle due palle.
D …Raggiungono il suolo alla stessa velocità.

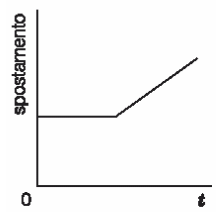
22. Il grafico velocità–tempo di un oggetto che si muove con accelerazione costante è mostrato qui accanto. Qual è l'accelerazione dell'oggetto? …(I livello 1995)



A … $2 m/s^2$ B … $6 m/s^2$ C … $15 m/s^2$

D … $18 m/s^2$ E … $24 m/s^2$

23. Lo spostamento di un'automobile lungo una strada varia nel tempo secondo il grafico mostrato qui a fianco. I grafici seguenti mostrano, invece, possibili andamenti della velocità e dell'accelerazione dell'auto. Quali sono corretti? …(I livello 1995)



A … tutti e tre

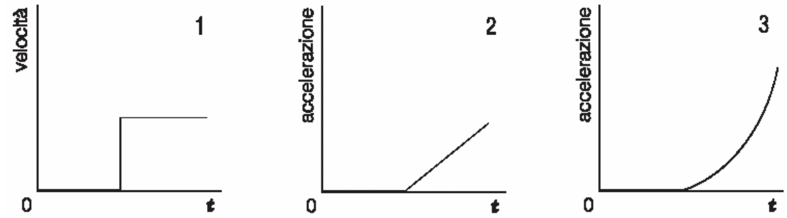
B … solo 1 e 2

C … solo 2 e 3

D … solo l'1

E … solo il 3

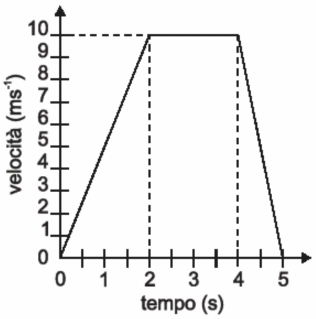
[14] Terminata la fase di salita la prima palla ripassa per il punto di partenza con la stessa velocità orientata verso il basso come la seconda



24. Un aereo percorre un tratto rettilineo di 1'200m mentre la sua velocità passa da 100m/s a 500 m/s con accelerazione costante. In quanto tempo è avvenuta la variazione di velocità? …(I livello 1996)[15]

A …1s B …2s C …3s D …4s

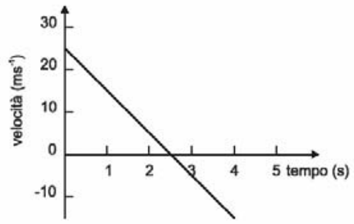
E …5s



25. Il grafico mostra l'andamento della velocità in funzione del tempo per un corpo che si muove su un percorso rettilineo. La velocità media del corpo nell'intervallo di tempo mostrato è: …(I livello 1996) [16]

A …3m/s B …5m/s C …7m/s

D …8m/s E …10m/s



26. In figura si vede il grafico della velocità di un oggetto in funzione del tempo. Quale delle seguenti situazioni potrebbe essere rappresentata nel grafico? …(I livello 1996) [17]

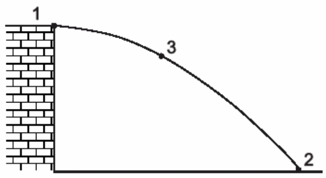
A …Un oggetto lanciato in alto, lungo la verticale, con velocità iniziale di 25 m/s?

B …Un oggetto lanciato in alto a 60° dall'orizzontale, con velocità iniziale di 25 m/s?

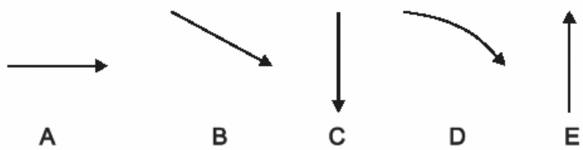
C …Un oggetto lanciato orizzontalmente a 25 m/s?

D …Un oggetto lanciato in basso a 60° dall'orizzontale, con velocità iniziale di 25 m/s?

E …Un oggetto lanciato in basso lungo la verticale a 25 m/s?



27. La figura a lato mostra la traiettoria di un oggetto che viene lanciato orizzontalmente dalla sommità di una torre. Esso raggiunge il suolo nel punto 2. Trascurando la resistenza dell'aria, quale dei vettori indicati rappresenta la velocità dell'oggetto nel punto 3? …(I livello 1996) A B C D E



28. Ci si riferisca sempre alla figura precedente. Quale tra i vettori raffigurati rappresenta meglio l'accelerazione che l'oggetto ha nel punto 3? …(I livello 1996)

A B C D E

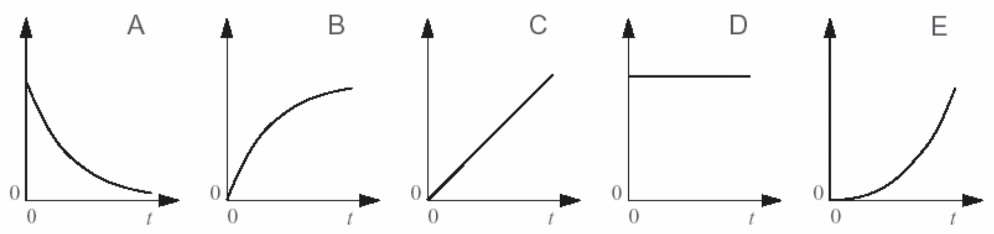
[15] Si può rispondere in due modi: a) nel mua la velocità media è la media aritmetica e dunque 300 m/s da cui t = 1200/300 = 4 s.

[16] Si calcola lo spazio con l'area

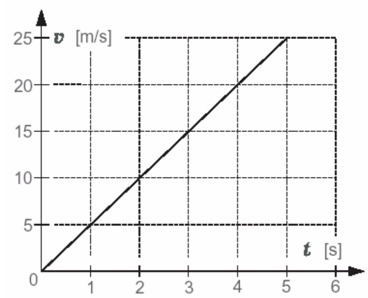
[17] C'è una accelerazione negativa di circa 10 m/s²

29. Un piccolo corpo rigido è fermo e viene lasciato cadere nel vuoto. Quale dei seguenti grafici rappresenta meglio la dipendenza dal tempo *t* della distanza percorsa dal corpo nella caduta? …(I livello 1997)

A B C D E



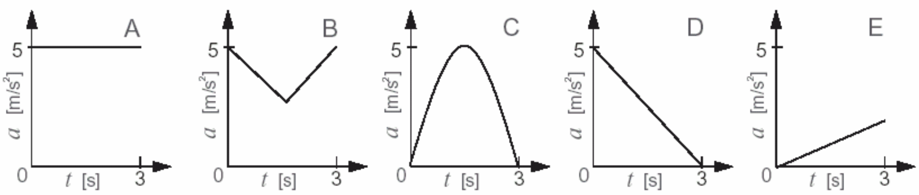
30. La velocità *v* di un oggetto varia nel tempo *t* come mostrato dal grafico. Lo spazio percorso nei primi 5 s è: …(I livello 1997)



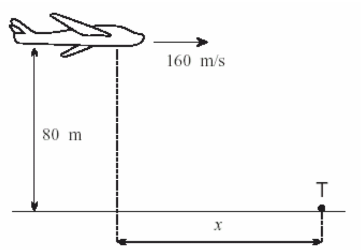
A … 625 m B … 125 m C …75.0 m

D … 62.5 m E … 5.00 m

31. Un oggetto può muoversi in modo che la sua accelerazione vari nel tempo come mostrato nei cinque grafici in figura. Se al tempo $t = 0$ l'oggetto si muove a velocità v_0 in quale caso la sua velocità è minima al tempo $t = 3$s? …(I livello 1997)[18] A B C D E



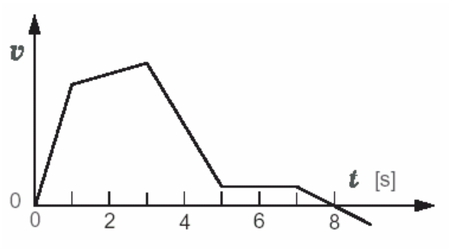
32. Un aeroplano vola orizzontalmente alla velocità di 160 m/s ad un'altezza di 80m da terra. Quando l'aeroplano è ad una distanza orizzontale *x* da un punto T sul terreno, lascia cadere un oggetto. Trascurando la resistenza dell'aria, l'oggetto cadrà sul punto T se la distanza *x* è approssimativamente: …(I livello 1997) [19]



A …40 m B … 160 m C …320 m

D … 640 m E …2560 m

33. Si osservi il grafico in figura. In quale intervallo temporale l'accelerazione assume il massimo valore negativo? …(I livello 1997)

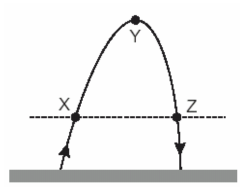


A …Tra 0 e 1 s B …tra 1 e 3 s

C … tra 3 e 5 s D … tra 5 e 7 s

E … tra 7 e 9 s

34. Una palla viene lanciata in aria verso l'alto. La sua traiettoria è schematizzata qui sopra. Tra i punti X, Y e Z, indicati in figura, la velocità della palla è massima…(I livello 1998) [20]



A …nel punto X B nel punto Y C nel punto Z

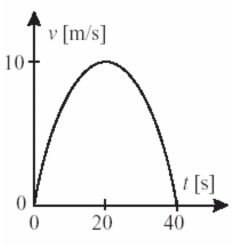
---

[18] L'area del diagramma della accelerazione fornisce la variazione di velocità e dunque dobbiamo cercare il diagramma di area minima.

[19] Da h = ½ gt^2 si ottiene il tempo di volo di 4 s e in questo tempo lo spostamento orizzontale è 160·4=640 m

[20] C'è un problema di interpretazione: in Z è negativa e massima in valore assoluto, se invece si usano i numeri relativi è massima in X

D nei punti X e Y E nei punti X e Z



35. Il grafico velocità–tempo rappresentato in figura descrive il moto di un oggetto che percorre una traiettoria rettilinea. Quale delle seguenti affermazioni costituisce una corretta interpretazione del grafico? …(I livello 1998) A B C D E

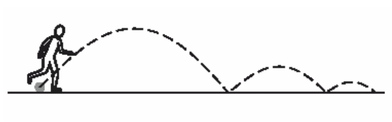
A …Durante i primi 20 secondi del moto l'oggetto accelera e percorre una distanza di 200 m.

B …L'accelerazione dell'oggetto aumenta durante i primi 20 secondi ed è massima quando la velocità vale 10 m/s.

C …L'accelerazione dell'oggetto quando t =10s è uguale all'accelerazione quando *t* = 30s

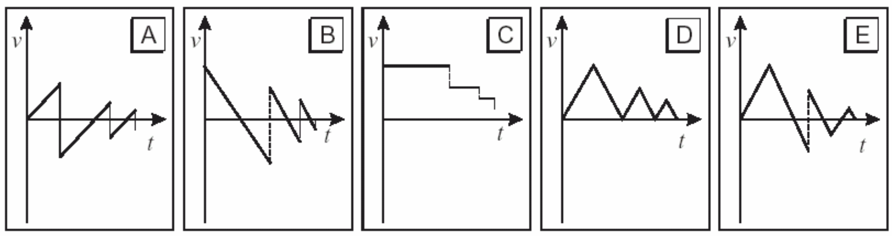
D …L'oggetto decelera durante gli ultimi 20 secondi del moto e la decelerazione avviene più rapidamente alla fine di questo intervallo di tempo

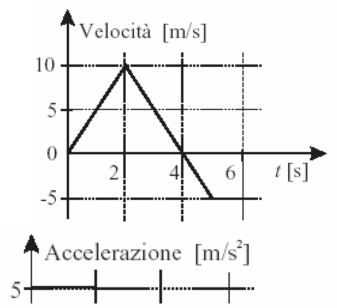
E …Il modulo della velocità dell'oggetto dopo 10 secondi è uguale al modulo della velocità dopo 30 secondi, ma il verso è opposto



36. Un calciatore colpisce la palla che rimbalza due volte al suolo prima di fermarsi al terzo rimbalzo. Quale grafico rappresenta meglio l'andamento della componente verticale della velocità della palla in funzione del tempo? …(I livello 1999)

A B C D E

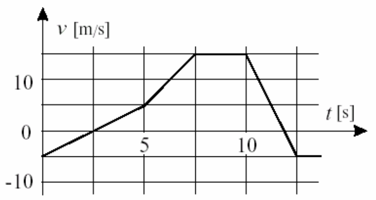




37. La figura mostra il grafico velocità–tempo di un oggetto che si muove lungo una traiettoria rettilinea, partendo da fermo. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? 1) L'oggetto inverte il verso del moto a 4 s dalla partenza. 2) Il grafico accelerazione–tempo è come quello mostrato nella figura. 3) La distanza dell'oggetto dal punto di partenza è massima a 6 s dalla partenza. …(I livello 1999)

A …Soltanto la 1 B …Soltanto la 2 C … Sia la 1 che la 2

D …Sia la 1 che la 3 E …Sia la 2 che la 3



38. Una capsula spaziale sta scendendo sulla Luna alla velocità costante di 2 m/s. Quando si trova ad un'altezza di 4m dalla superficie lunare i motori vengono spenti e la capsula cade liberamente. L'accelerazione di gravita sulla superficie della Luna è 1.6 m/s². A che velocità (in m/s) la navicella toccherà il suolo lunare? (I livello 2000)[21]

A…3.6 B …4.1 C …12.8 D …14.8 E …16.8

39. In relazione al grafico mostrato in figura, il massimo valore del modulo dell'accelerazione è … (I livello 2000)

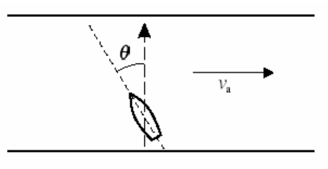
[21] Si usa la relazione del mua che connette v,a,Δs $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta s$ e si arriva al risultato. Infatti $v_2 = \sqrt{4+4\cdot 3.2} = 4.099$ m/s

A 2 m/s² B 4 m/s² C 6 m/s²
D 8 m/s² E 16 m/s²

40. Un sasso viene lanciato verso l'alto, raggiunge l'altezza massima e torna giù. Quale, fra le affermazioni seguenti che riguardano l'accelerazione del sasso, risulta vera? (I livello 2000)

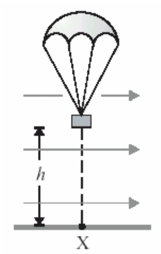
A Varia continuamente, con un valore massimo all'inizio e zero alla sommità
B Cambia solo il segno quando il sasso è alla sommità
C Rimane sempre costante
D Nel punto più alto è diretta orizzontalmente in avanti
E Varia ed è zero all'inizio e massima alla sommità

41. Una barca può muoversi a una velocità di 10 km/h rispetto all'acqua di un fiume, che scorre a 5 km/h. Il barcaiolo vuole attraversare il fiume perpendicolarmente alle rive, come in figura. L'angolo secondo cui deve orientare la barca e la sua velocità rispetto al terreno saranno … (I livello 2000)[22]



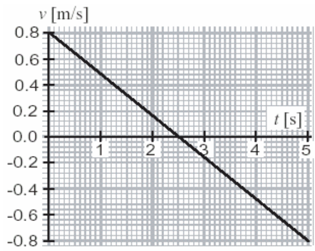
A …0°, 10km/h B … 60°, 8.7 km/h C … 30°, 11.2 km/h
D …30°, 8.7km/h E … 60°, 11.2km/h

42. Una cassa appesa a un paracadute viene lasciata cadere da un elicottero: A un certo istante la cassa si trova sulla verticale del punto X a un'altezza h = 120 m, come in figura. La cassa cade alla velocità verticale costante di 12 m/s mentre un vento costante la sposta lateralmente alla velocità orizzontale di 5m/s. A che distanza dal punto X cadrà la cassa? … (I livello 2001)



A … 24 m B … 50 m C … 60 m
D … 120 m E … 150 m

43. Il grafico mostra la variazione nel tempo della velocità di un carrello, inizialmente lanciato verso l'alto lungo una pista inclinata. Qual è la distanza massima dal punto di lancio raggiunta dal carrello lungo la pista? … (I livello 2001)

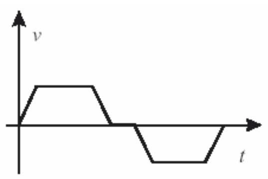


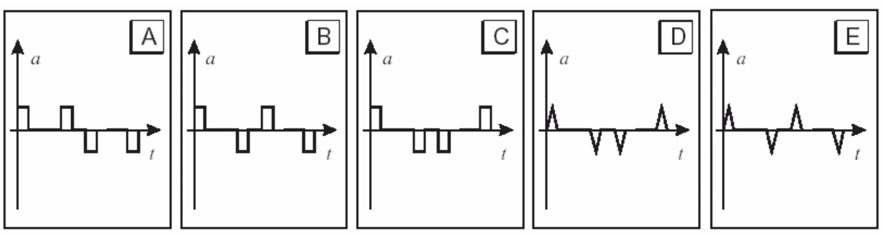
A … 0.80 m B … 1.0 m C … 2.0 m
D … 2.5 m E … 4.0 m

44. Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto con una velocità iniziale di 15m/s. Ammettendo che l'accelerazione di gravità valga 10m/s² e che si possa trascurare l'attrito con l'aria, qual è il tempo complessivo impiegato dalla palla per arrivare alla massima altezza e ritornare al punto di partenza? … (I livello 2001)[23]

A … 1s B … 1.5s C … 2s
D … 3s E … 6s

45. Un ascensore di un hotel effettua un viaggio dal piano terreno all'ultimo piano e quindi ritorna indietro. Il corrispondente grafico velocità–tempo è mostrato qui a fianco. Quale dei seguenti rappre-



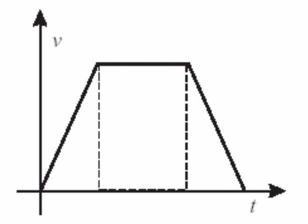


22 v_{br}
23

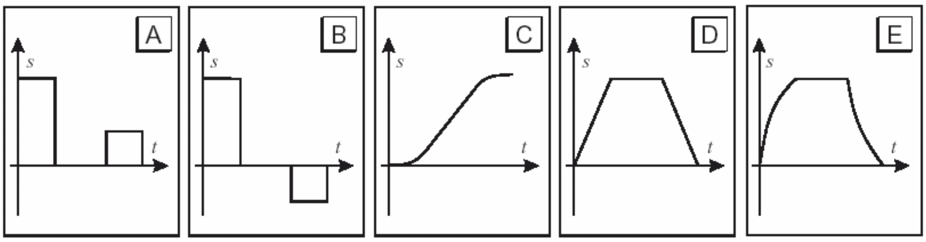
senta il grafico accelerazione–tempo per il viaggio in questione? … (I livello 2001) A B C D E

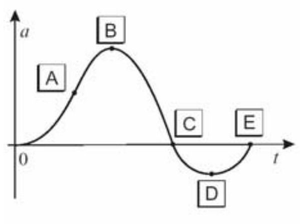
46. Un treno decelera uniformemente da 12 m/s a 5m/s mentre percorre una distanza di 119m su un binario rettilineo. L'accelerazione del treno è… (I livello 2001)[24]

A … – 0.5 m/s² B … – 0.7 m/s² C … – 1.2 m/s²
D … – 7.0 m/s² E … – 14.0 m/s²



47. Il diagramma a fianco mostra il grafico velocità–tempo per un trenino che sta percorrendo un tratto rettilineo di un rotaia. Quale dei seguenti potrebbe rappresentare il grafico posizione–tempo per il moto in questione? … (I livello 2001) A B C D E





48. Una macchina viaggia lungo una strada rettilinea. Il grafico mostra come varia nel tempo la sua accelerazione dal momento in cui parte, per un certo tempo. Quale punto del grafico si riferisce al momento in cui la macchina raggiunge la massima velocità. … (I livello 2002)

A B C D E

49. Un disco sta ruotando attorno a un asse passante per il suo centro e perpendicolare al suo piano. Un punto P sul disco si trova a distanza doppia dall'asse rispetto a un punto Q. A un dato istante, qual è il valore del rapporto tra la velocità di P e quella di Q? … (I livello 2001)

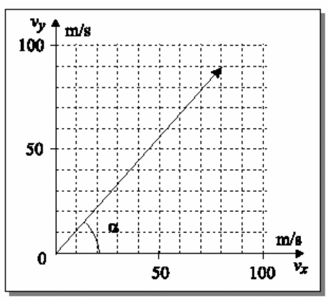
A … 4 B … 2 C …1 D … ½ E … ¼

50. In un sistema di riferimento inerziale un oggetto si muove con velocità di modulo costante v descrivendo una traiettoria circolare di raggio r. La sua accelerazione è … (I livello 2003)

A … v^2/r, verso il centro B … v^2/r, verso l'esterno C … zero
D … v^2r, verso il centro E … v^2r, verso l'esterno.

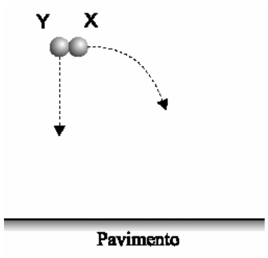
51. Un proiettile è sparato in una direzione che forma un angolo α con l'orizzontale. Il diagramma seguente mostra il vettore velocità iniziale. Se la resistenza dell'aria è trascurabile e g = 10m/s², le componenti orizzontale e verticale v_x e v_y della velocità saranno, dopo 5 secondi, …(I livello 2003) A B C D E

A … $v_x = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
B … $v_x = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
C … $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 30\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
D … $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
E … $v_x = 80\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $v_y = 90\,\mathrm{m\,s^{-1}}$



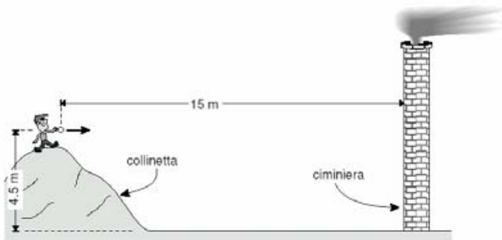
[24] 5² -12² =2a·119 da cui a =- ½ m/s²

52. Una sferetta X è lanciata orizzontalmente da un certo punto nello stesso momento in cui una seconda sferetta Y , delle stesse dimensioni ma di massa doppia, è abbandonata e inizia a cadere liberamente dalla stessa quota. Allora, se la resistenza dell'aria può essere trascurata, …



A Y colpisce il pavimento poco prima di X.
B X colpisce il pavimento poco prima di Y .
C X e Y colpiscono il pavimento contemporaneamente.
D X colpisce il pavimento mentre Y è ancora a metà strada.
E Y colpisce il pavimento mentre X è ancora a metà strada.

53. Uno studente, posto a 4.5m di altezza sul terreno circostante, lancia orizzontalmente una palla di neve verso una ciminiera distante 15 m. La palla di neve colpisce la ciminiera 0.65 s dopo essere stata lanciata. Trascurando la resistenza dell'aria, a quale distanza dal terreno approssimativamente la palla colpisce la ciminiera? (I livello 2004)

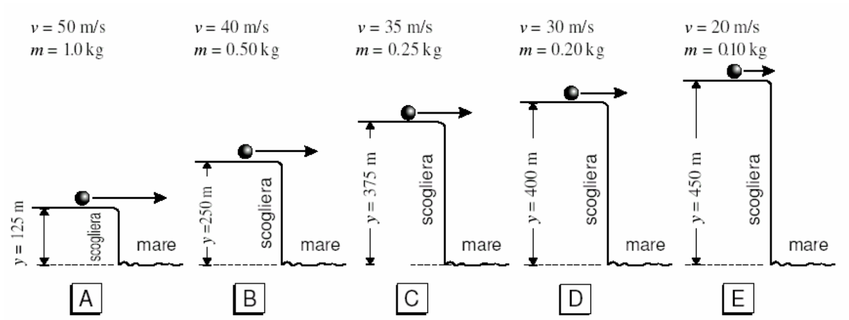


A… 0m B… 0.4m C… 1.2m D… 2.4m E… 4.5 m

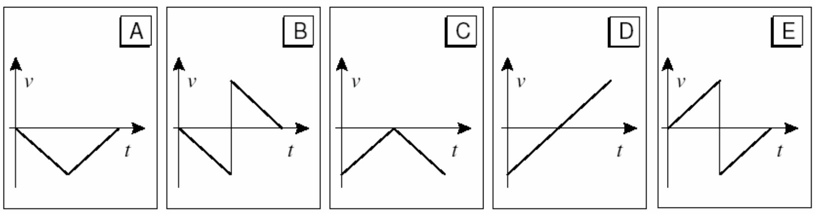
54. Un'automobile si muove con velocità iniziale di 16m/s e viene fermata con accelerazione costante in 4 s. Qual è lo spazio percorso dall'automobile durante la frenata? (I livello 2004)[25]

A… 4 m B… 16 m C… 32 m D… 64 m E… 96 m

55. Da cinque punti, posti a diverse altezze su una scogliera, vengono lanciate orizzontalmente verso la superficie del mare cinque diverse palle, tutte con velocità diversa; i dati sono indicati nelle figure qui sotto. Quale palla raggiunge la superficie del mare nel minor tempo? (I livello 2004)[26] A B C D E

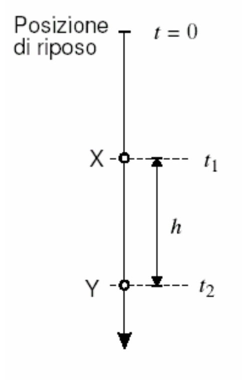


56. Una palla elastica, fatta cadere da ferma verticalmente, rimbalza sul pavimento verso l'alto, ancora verticalmente. Quale dei grafici seguenti rappresenta meglio la variazione nel tempo della velocità della palla, assumendo che un valore positivo esprima una velocità diretta verso l'alto? (I livello 2004) A B C D E



[25] Usare l'area

[26] Il tempo di caduta dipende esclusivamente dalla quota



57. L'accelerazione di caduta libera di una sferetta d'acciaio può essere determinata misurando i tempi t_1 e t_2 negli istanti in cui la sferetta, lasciata cadere da ferma al tempo t = 0, passa nei punti X e Y mostrati in figura. L'accelerazione così determinata risulta: (I livello 2004)[27]

A B C D E

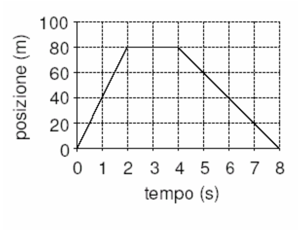
A $\frac{2h}{(t_2-t_1)^2}$

B $\frac{2h}{t_2-t_1}$

C $\frac{h}{2(t_2-t_1)^2}$

D $\frac{2h}{t_2^2-t_1^2}$

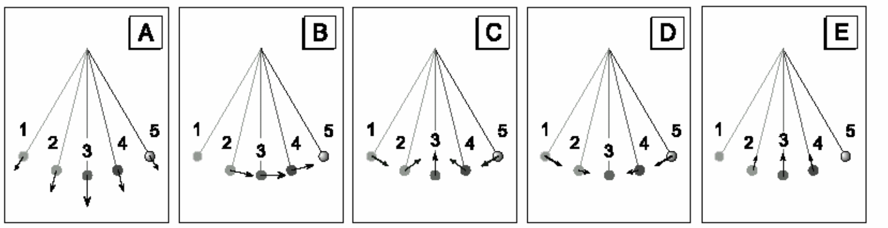
E $\frac{h}{2(t_2^2-t_1^2)}$

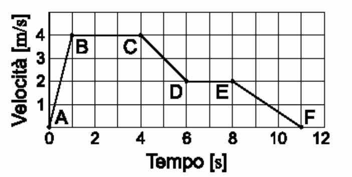


58. Il diagramma rappresenta la posizione di un corpo che si muove su traiettoria rettilinea. Qual è la velocità media dell'oggetto durante i primi 5 s ? (I livello 2004)

A… 0m/s B… 12m/s C… 20m/s
D… 40m/s E… 80m/s

59. In quale delle seguenti figure è rappresentata meglio l'accelerazione della massa di un pendolo semplice che si muove dal punto 1 al punto 5? (I livello 2005) A B C D E





60. Il grafico rappresenta l'andamento nel tempo della velocità di un oggetto di 2.0 kg che si muove su una rotaia diritta, orizzontale e con attrito trascurabile. Quanto è lungo il tratto percorso dall'oggetto quando questo passa dalla situazione configurata nel punto E a quella configurata nel punto F? (I livello 2005)

A 2.0m B 2.5m C 3.0m D 3.6m E 6.0m

61. Un automobilista percorre i primi tre quarti del tragitto del proprio viaggio ad una velocità *v* e la parte rimanente del tragitto ad una velocità ½ *v*. Qual è stata la velocità media complessiva nel viaggio? (I livello 2005)[28]

A… 0.85 *v* B… 0.80 *v* C… 0.75 *v*
D… 0.70 *v* E… 0.65 *v*

[27] Lo spazio percorso $h = \langle v\rangle/\Delta t = \frac{v_1+v_2}{2\Delta t}$ ma d'altra parte $v_1 = a\, t_1$ e $v_2 = a\, t_2$, pertanto $v_1 + v_2 = a(t_1 + t_2)$ e sostuendo nella relazione precedente si ottiene il risultato cercato.

[28] $\langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{1}{\frac{\Delta t_1}{s}+\frac{\Delta t_2}{s}} = \frac{1}{\frac{3/4 s}{v\ s}+\frac{1/4\ s}{v/2\ s}} = \frac{v}{3/4+1/2} = 4/5\ v$

62. Un punto materiale si muove su una traiettoria circolare di raggio R = 10 m. In un certo istante, il modulo della velocità della particella è 10 m/s, e sta aumentando al ritmo di 10 m/s². In quello stesso istante, l'angolo tra la velocità e l'accelerazione è: (I livello 2005)[29]

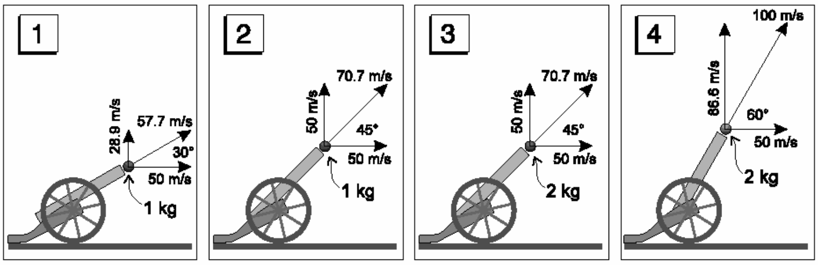
A… 0 B… 45° C… 90° D… 135° E… 180°

63. La figura mostra quattro cannoni che stanno sparando proiettili di massa diversa e con differenti angoli di alzo (angolo tra l'orizzontale e la direzione di sparo) raggiungendo diverse gittate (distanza sul piano orizzontale tra il punto di sparo e quello di caduta del proiettile). Nei quattro casi la componente orizzontale della velocità dei proiettili è uguale. Si supponga trascurabile la resistenza dell'aria. In quale caso la gittata è massima? (I livello 2006) [30]

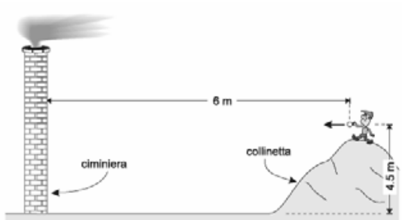
A …caso 1 B …caso 2

C … caso 3 D …caso 4

E …casi 2 e 3 dato che i due cannoni hanno la stessa gittata



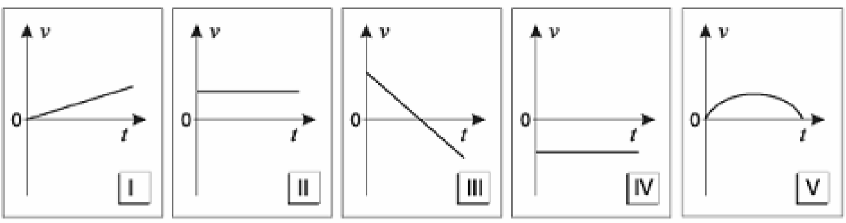
64. Uno studente che si trova su una piccola collinetta lancia una palla orizzontalmente, da un'altezza di 4.5 m sul livello del suolo, verso una ciminiera che si trova ad una distanza orizzontale di 6.0m. La palla colpisce la ciminiera dopo 0.65 s dal lancio (si trascuri l'attrito dell'aria). Nell'istante in cui la palla lascia la mano del ragazzo, la componente orizzontale della sua velocità è, approssimativamente …(I livello 2006)



A …0.96 m/s B …1.1 m/s C …4.5 m/s

D …6.0 m/s E … 9.2 m/s

65. Un oggetto viene lanciato verso l'alto in una direzione che forma un angolo di 45° con il verso positivo dell'asse x posto orizzontalmente. Trascurando la resistenza dell'aria, quali dei precedenti grafici della velocità in funzione del tempo meglio rappresentano, rispettivamente, v_x in funzione di t e v_y in funzione di t? …(I livello 2006)

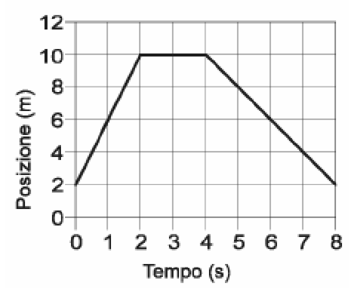


	v_x in funzione di t	v_y in funzione di t
A	I	IV
B	II	I
C	II	III
D	II	V
E	IV	V

A B C D E

[29] Con i dati forniti $a_t = a_n = 10$ m/s² e dunque l'angolo è di 45°

[30] A parità di velocità orizzontale si ha la gittata massima quando è massimo il tepo di volo che dispende esclusivamente dalla velocità verticale.

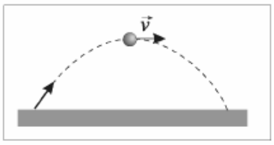


66. Il grafico rappresenta la legge oraria di un oggetto in moto rettilineo. Qual è lo spostamento dell'oggetto tra gli istanti $t_0 = 0$ s e $t_1 = 6$s?…(I livello 2006)

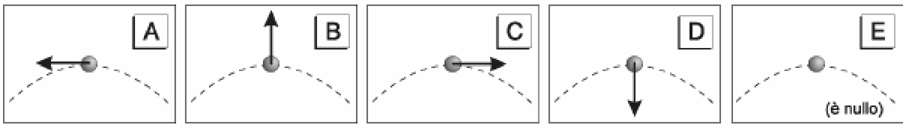
A …0 m B …4 m C …6 m D …8 m E …12 m

67. Un'automobile, la cui massa è di 1000 kg, sta viaggiando alla velocità di 20 m/s quando inizia a frenare con un'accelerazione costante di -5m/s², fino a fermarsi. Quanta strada percorre la macchina durante la frenata?…(I livello 2006)

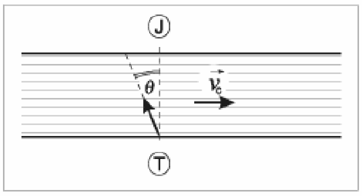
A …10 m B …20 m C …40m D …80 m E …100 m



68. Un proiettile si sta muovendo a velocità v nel punto più alto della sua traiettoria. Si faccia l'ipotesi che l'aria non influenzi apprezzabilmente il moto. Come è rivolto il vettore accelerazione del proiettile in tale punto, indicato in figura?…(I livello 2006)



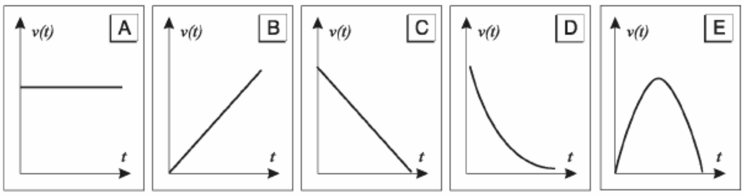
A B C D E



69. Tarzan deve attraversare un fiume per raggiungere Jane che lo attende sulla sponda opposta, proprio davanti a lui. Tarzan, nuotando - rispetto all'acqua - alla velocità di $2 ms^{-1}$ nella direzione indicata in figura dall'angolo $\theta = 22°$, attraversa il fiume perpendicolarmente alle sponde. Qual è la velocità della corrente?…(I livello 2007)[31]

A …0.75 m/s B …1.3 m/s C …1.8 m/s
D …2.1 m/s E …2.4 m/s

70. Quale grafico rappresenta meglio la relazione tra velocità e tempo di un oggetto lanciato verticalmente verso l'alto, stando in prossimità della superficie della Terra?…(I livello 2007)



A B C D E

71. Un ragazzo getta in aria una palla, verticalmente verso l'alto. Sia T il tempo totale in cui la palla resta in aria, e H la massima altezza raggiunta, rispetto al punto di lancio. Qual è la sua altezza dopo un tempo T/4 dall'istante del lancio se la resistenza dell'aria è trascurabile?…(I livello 2007) [32]

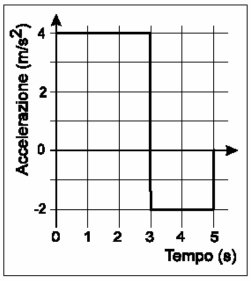
A $\frac{1}{4}H$ B $\frac{1}{3}H$ C $\frac{1}{2}H$ D $\frac{2}{3}H$ E $\frac{3}{4}H$

[31] Si ha $\vec{v_{tc}} + \vec{v_{cr}} = \vec{v_{tr}}$ inoltre le tre velocità formano un triangolo rettangolo e dunque $v_{cr} = v_{tc} \sin\theta = 0.75$ m/s

[32] Quesito molto bello. Il diagramma velocità tempo è una retta che parte da v_0 e arriva a 0 in un tempo T/2. L'altezza H rappresenta l'area di tale triangolo. Al tempo T/4 lo spazio percorso è l'area di un trapezio di area pari a ¾ di quella del triangolo e dunque l'altezza al tempo T/4 è ¾ H

A B C D E

72. Un corpo parte da fermo e accelera lungo una linea retta. Il grafico mostra come varia nel tempo la accelerazione del corpo. La velocità del corpo all'istante t = 5 s è: …(I livello 2008)



A … 2 m s^{-1} B … 8 m s^{-1} C … 12 m s^{-1}
D … 16 m s^{-1} E … 20 m s^{-1}

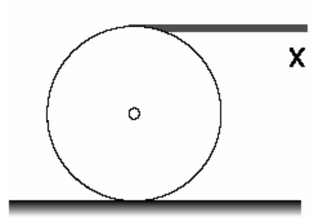
73. Una giocatrice di pallacanestro salta in alto in verticale per afferrare un rimbalzo e rimane in aria per 0.80 s. Considerando il moto verticale del centro di massa della giocatrice durante il salto, nell'ipotesi che la sua posizione sia la stessa nell'attimo dello stacco e nel momento della sua ricaduta a terra, di quanto si è sollevato in alto?…(I livello 2008) [33]

A … 0.52 m B … 0.78 m C … 0.93 m
D …1.20 m E … 1.56 m

74. Le ruote motrici di una locomotiva a vapore hanno il raggio di 0.50 m. La locomotiva parte da ferma con accelerazione costante per 48 m, spazio nel quale le ruote motrici raggiungono, senza mai strisciare, una velocità angolare di 2 rad s^{-1}. Con che accelerazione angolare si sono mosse le ruote?…(I livello 2008) [34]

A … 0.011 rad s^{-2} B … 0.021 rad s^{-2} C … 0.033 rad s^{-2}
D …0.042 rad s^{-2} E … 0.083 rad s^{-2}

75. Un grosso rocchetto, su cui è avvolto del filo, è appoggiato sul pavimento. L'estremità X del filo viene tirata (vedi figura) per un tratto S. Il rocchetto rotola senza strisciare. Di quanto si sposta il centro del rocchetto?…(I livello 2008) [35]



A … 2 S B … S C … S/2 D …S/3
E … S/4

76. Un'automobile che viaggia alla velocità di 120 km/h frena (con accelerazione che si suppone costante) e si arresta in 70 m. Quanto tempo impiega la macchina a fermarsi?…(I livello 2008) [36]

A … 0.6 s B … 1.2 s C … 2.1 s D …3.1 s
E … 4.2 s

---

[33] A salire e scendere si impiega lo stesso tempo pari a 0.4 s e durante la discesa l'equazione del moto è $x = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2}\, 9.8 \cdot 0.4^2 = 0.784$ m

[34] Per una ben nota relazione del m.u.a. si ha che $v^2 = 2a\,\Delta x$ e d'altra parte la accelerazione a è legata alla accelerazione angolare a_ω dalla relazione $a = a_\omega \cdot r$ mentre la velocità finale $v = \omega\, r$ dunque $(\omega r)^2 = 2\, a_\omega \cdot r\, \Delta x$ e infine $a_\omega = \dfrac{\omega^2\, r}{2\, \Delta x} = 0.021$ rad/s^2

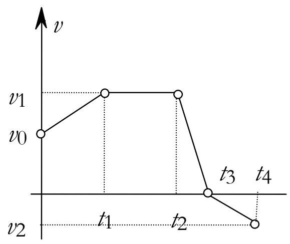
[35] Mentre il rocchetto rotola avviene una rotazione intorno al punto di appoggio e dunque per una rotazione $\delta\theta$ il punto superiore si sposta di $2R\, \delta\theta$ mentre il centro si sposta di $R\, \delta\theta$. Dunque lo spostamento del centro è la metà di quello dell'estremo superiore (filo)

[36] La velocità media è ½ v = 60 km/h = 16.6 m/s e dunque il tempo di arresto $\Delta t = \Delta x / \langle v \rangle = 4.2$ s

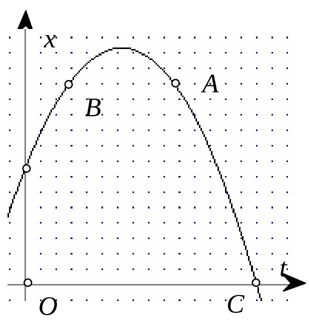
4.12 Quesiti riepilogativi

I *quesiti riepilogativi* proposti sono divisi per argomento e sono costituiti sia da item a risposta aperta sia da item a risposta chiusa. Per esperienza ho visto che, durante i compiti in classe, gli alunni hanno maggiore difficoltà, in quelli a risposta chiusa, quando la formulazione è per ricerca di falso (tutto vero tranne una).

1. Spiegare come si possa determinare il diagramma posizione tempo dal diagramma velocità tempo.
2. Spiegare come si possa determinare il diagramma velocità tempo dal diagramma posizione tempo.
3. Spiegare perché, fissato il diagramma accelerazione tempo, sono possibili infiniti diagrammi velocità tempo corrispondenti e perché tali diagrammi differiscano l'uno dall'altro di una quantità costante.
4. Spiegare, dato il diagramma posizione tempo relativo ad un intervallo temporale da t_1 a t_2, come si possa determinare graficamente il punto o i punti nei quali la velocità istantanea vale quanto la velocità media. [37]



5. Determinare lo spazio percorso nel moto rappresentato in figura. I simboli indicati si intendono come grandezze assolute (esplicitare i segni). [38]
6. Supponendo che la accelerazione cambi con legge $a = k\,t + h$ dimostrare che la legge con cui varia la velocità è del tipo $v = v_0 + ht + \frac{1}{2}\,kt^2$ [39]
7. Dedurre la equazione che fornisce l'andamento della velocità nel tempo per il m.u.a. spiegando perché si tratta di una retta.
8. Illustrare il significato del coefficiente angolare del diagramma velocità tempo per il m.u.a. soffermandosi sui due casi in cui è positivo e negativo.
9. Lo spostamento e la velocità media nel moto uniformemente accelerato



10. *Olimpiadi 2000* II Livello; Un'automobile che comincia ad accelerare uniformemente copre, nei primi 4s una distanza pari a 32m e nei successivi 4s un'ulteriore distanza di 56m. Qual era la velocità iniziale dell'automobile?
11. Dato il moto rappresentato in figura si dica di che moto si tratta e si descrivano le sue caratteristiche con riferimento ai punti segnati in figura. Si spieghi infine perché nel vertice si ha $v = 0$.
12. Dato un m.u.a. con accelerazione a e con velocità e posizione iniziale v_0, x_0 si determini la equazione del moto.
13. Si discuta, motivando le proprie affermazioni, quando in un m.u.a. il corpo passa due volte per lo stesso punto. Se lo si ritiene opportuno

[37] Basta tracciare la retta tangente in un punto e prolungarla sino ad intersecare il diagramma in altri due punti.

[38] Eseguendo il calcolo dell'area si ha:

$\frac{1}{2}\,(v_0 + v_1)\,t_1 + (t_2 - t_1)\,v_1 + \frac{1}{2}(t_3 - t_2)\,v_1 - \frac{1}{2}\,(t_4 - t_3)\,v_2$

[39] Basta calcolare l'area

ci si aiuti mediante diagrammi. È richiesto di determinare la condizione sufficiente per la realizzazione della condizione data. [40]

14. Tracciare su uno stesso sistema di assi il diagramma orario di 2 moti con le seguenti caratteristiche: $|a_1| > |a_2|$; $a_1 > 0$; $a_2 < 0$; $v_{10} > v_{20} > 0$; $x_{10} = x_{20} > 0$.
15. Dedurre le leggi del moto uniformemente accelerato riferite, invece che al tempo $t = 0$ ad un generico istante $\tilde{t}$. [41]
16. Riassumere il ragionamento galileiano in base al quale la velocità media del m.u.a. è la media aritmetica tra velocità iniziale e finale.
17. Un moto rettilineo è caratterizzato da due tratti percorsi con velocità v_1 e v_2. Si indichino con k il rapporto $\Delta t_1/\Delta t_2$ e con h il rapporto $\Delta x_1/\Delta x_2$. Individuare la proposizione vera. a) Se gli spazi percorsi sono uguali la velocità media è la media aritmetica delle due velocità; b) Se $k = 1$ la velocità media è la media armonica delle velocità; c) $v_1/v_2 = h/k$; d) La velocità media non può essere calcolata dalla sola conoscenza di v_2, h, k anche senza conoscere v_1. [42]
18. Se la legge con cui varia la accelerazione di un moto rettilineo è del tipo $a = k\,t + h$ dove h e k sono delle costanti allora: a) il moto è uniformemente accelerato; b) la legge con cui varia la velocità è di tipo parabolico; c) La accelerazione è costante; d) La legge oraria è una parabola . [43]
19. Si consideri un m.u.a. a) lo spazio percorso è proporzionale al quadrato della velocità finale; b) lo spazio percorso è proporzionale sia alla variazione di velocità sia alla velocità media; c) lo spazio percorso non è mai proporzionale al quadrato della velocità finale; d) Lo spazio percorso, fissate le velocità iniziali e finali è proporzionale alla accelerazione [44]
20. Considerati due moti che partono dall'origine con le caratteristiche descritte nel seguito individuare la affermazione vera: a) un moto uniforme e un m.u.a. con $a_2 > 0$ si rincontrano sicuramente se $v_{01} > v_{02}$; b) due m.u.a. con $a_1 > a_2 > 0$ e $v_{01} > v_{02} > 0$ si rincontrano; c) due m.u.a. con $a_1 < a_2 < 0$ e $v_{01} < v_{02} < 0$ si rincontrano; d) due m.u.a. con la stessa accelerazione e velocità iniziali diverse si rincontrano [45]

---

[40] Suggerimento: il vertice del diagramma orario deve stare a destra del punto considerato.

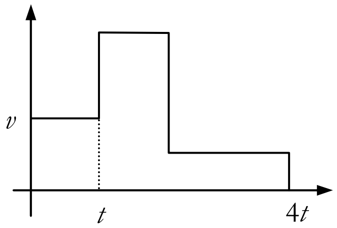
[41] Si ottiene $v = \tilde{v} + a\,(t - \tilde{t})$ e $x = \tilde{x} + \tilde{v}\,(t - \tilde{t}) + \frac{1}{2}\,a\,(t - \tilde{t})^2$

[42] a) Falso: se gli intervalli temporali sono uguali; b) Falso: se $h = 1$ la velocità media è la media armonica delle velocità; c) Vero: basta applicare la definizione; d) Falso: applicando la definizione di velocità media e quelle di h e k si ottiene che $\langle v \rangle = v_2 \dfrac{h+1}{k+1}$

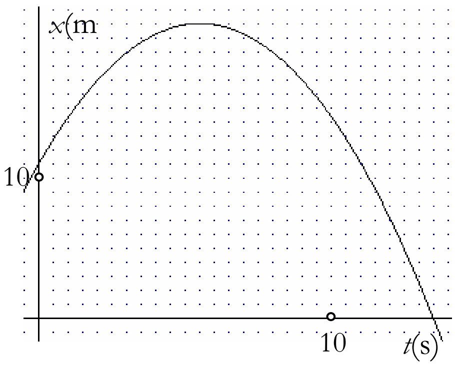
[43] a) Falso: la accelerazione varia; b) Vero: basta applicare il metodo dell'area; c) Falso, come a); d) Falso: la legge oraria risulta data da una curva di III grado (area della parabola).

[44] a) Falso: $\Delta x \propto v^2 - v_0^2$; b) Vero: infatti $v^2 - v_0^2 = (v + v_0)(v - v_0) = \frac{1}{2} \langle v \rangle \Delta v$; c) Falso: lo è se $v_0 = 0$; d) Falso: è inversamente proporzionale alla accelerazione

[45] Si osservino le quattro immagini che rappresentano delle possibili leggi orarie: a) Vero la retta interseca la parabola; b) Falso la prima parabola è più stretta e più inclinata; Fisicamente, se il moto 1 ha sia accelerazione sia velocità più grandi del secondo, tenderà ad accentuare il distacco; c) Falso, per la medesima ragione; d) Falso: se i due



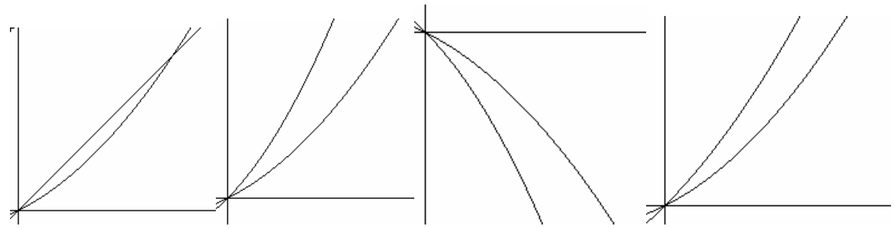
21. Un moto è costituito da una successione di moti uniformi con velocità v sino al tempo t, $2v$ sino al tempo $2t$ e $v/2$ sino al tempo $4t$ come nella figura qui a lato. La velocità media è a) $7/6\ v$; b) v c) $5/4\ v$; d) Dipende da t. [46]
22. Un moto è costituito da una successione di m.u.a. rappresentato nel diagramma velocità tempo da una poligonale individuata dai seguenti punti A ≡ $(0,k)$; B ≡ $(t,2k)$; C ≡ $(3t,0)$ con $k>0$. a) Lo spazio percorso vale $7/2\ kt$; b) Poiché la velocità è sempre positiva la posizione del punto mobile non può mai essere negativa; c) La velocità media, nel tratto AB vale $3/2\ k$; d) L'intervallo temporale tra B e C è $2t$. [47]
23. Perché in un moto reale composto da una successione di due moti accelerati il diagramma $x = f(t)$ non può presentare spigoli nel punto di saldatura dei due moti. [48]
24. Si ricavi la relazione che, in un m.u.a., lega lo spazio percorso Δx alla accelerazione a e alle velocità v_1 e v_2 corrispondenti alle posizioni x_1 e x_2.
25. Dimostrare analiticamente o graficamente che il tempo di salita e il tempo di discesa di un oggetto lanciato verso l'alto sono identici. [49]



26. Si consideri il diagramma orario in figura. Tracciare le rette tangenti nei punti corrispondenti a 0, 2, 6, 10, 12 s. Misurare le corrispondenti velocità e quindi riportarle su di un diagramma. I punti devono risultare allineati.
27. Dimostrare analiticamente o graficamente che quando si lancia un oggetto verso l'alto la velocità con cui l'oggetto arriva a terra è uguale a quella con cui è stato lanciato. [50]

---

moti hanno la stessa accelerazione anche se le due velocità iniziali sono diverse il sistema delle due equazioni si abbassa di grado e presenta una sola soluzione; due parabole con lo stesso valore del primo coefficiente (accelerazione) sono congruenti e pertanto o si incontrano in infiniti punti (coincidenti) o in uno solo.



[46] La velocità media si trova facendo l'area e dividendo per $4t$; così facendo si ottiene $\frac{vt + 2vt + \frac{1}{2} v\, 2t}{4t} = v$ e pertanto è vera la risposta *b*)

[47] a) Vero: l'area del trapezio più quella del triangolo valgono ½ $[(k+2k)\ t + 2k \cdot 2t] = 7/2\ kt$; b) Falso: dipende da dove si parte.; c) Vero: lo spazio percorso è $3/2\ kt$ nel tempo t e pertanto $\langle v \rangle = 3/2\ k$; d) Vero

[48] Perché la velocità non può avere due valori diversi in uno stesso punto a seconda che lo si raggiunga dal futuro o dal passato

[49] Riflettere sulla simmetria della parabola rispetto alla verticale tracciata per il vertice e su cosa siano il tempo di salita e quello di discesa nel diagramma orario. La dimostrazione analitica si effettua in maniera molto più complicata attraverso i seguenti passi: a) determinazione del tempo di salita imponendo $v = 0$ nella equazione della velocità b) determinazione del tempo complessivo imponendo $x = \tilde{x}$ nella equazione oraria e risolvendo la equazione di II grado incompleta c)osservazione che il tempo complessivo è il doppio di quello di salita

28. Si considerino due moti rettilinei che iniziano nei punti A e B con le seguenti caratteristiche: moto 1: uniforme $x_A = 2$ m; $v_1 = 10$ m/s; moto 2: uniformemente accelerato $x_B = 100$ m; $v_{20} = 20$ m/s; $a = -2$ m/s^2. Spiegare perché i due punti si incontrano sicuramente. Calcolare i due istanti in cui ciò avviene e spiegare perché una delle due soluzioni non ha senso fisico. Trovare l'istante in cui il secondo punto ha la stessa velocità del primo. [51]
29. Indicare la risposta falsa: a) nel moto circolare il modulo del vettore spostamento coincide con la lunghezza dell'arco. b) La velocità angolare di un moto circolare, in generale non è costante, mentre lo è se il moto è uniforme. c) Nel moto circolare uniforme, indicata con ν la frequenza, si ha: $\omega = 2\,\pi\,\nu$. d) Nel moto circolare uniforme la velocità angolare istantanea e quella media sono uguali. [52]
30. Indicare la risposta vera: a) La relazione $\nu = 1\ /\ T$ vale solo se il moto circolare è uniforme; b) In due moti circolari uniformi di uguale velocità angolare si ha $v_1/v_2 = r_1/r_2$. c) In due moti circolari uniformi di uguale velocità periferica si ha: $\omega_1/\omega_2 = r_1/r_2$. d) In due moti circolari uniformi si ha $\omega_1/\omega_2 = T_1/T_2$. [53]
31. Indicare la risposta vera: a) In due moti circolari qualsiasi si ha sempre $\nu_1/\nu_2 = T_2/T_1$. b) Due pulegge trascinate da una stessa cinghia di trasmissione ruotano alla stessa velocità angolare. c) Se si indica con n il numero di giri al minuto in due moti circolari qualsiasi si ha sempre $\nu_1/\nu_2 = n_2/n_1$. d) Se in un m.c.u. si cambia il punto di origine per la misura degli angoli la velocità angolare cambia. [54]
32. Indicare la risposta vera: a) La velocità periferica della terra nel moto di rotazione diurna è compresa tra 4 e 5 km/s b) La velocità angolare della terra nel suo moto intorno al sole è 365 volte più grande di quella relativa al moto diurno. c) La velocità periferica della terra intorno al sole è pari a 1/100 della velocità della luce. d) La velocità

---

[50] Conviene riferirsi alla relazione tra velocità e spazio percorso.

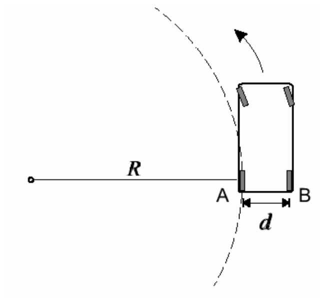
[51] Il m.u.a. presenta una accelerazione negativa e una velocità iniziale ed una posizione iniziali positive. Pertanto inizia a muoversi verso destra e, dopo un certo tempo (10 secondi), la sua velocità si annulla per dar luogo ad un moto verso sinistra che determina l'incontro dei due punti. Nell'esaminare analiticamente il fenomeno si arriva ad una equazione di II grado che dà luogo a due soluzioni discordi di cui solo quella positiva ha senso fisico. L'ultima domanda ha come risposta 5 secondi visto che il secondo corpo perde 2 m/s ad ogni secondo e raggiunge pertanto la velocità di 10 m/s dopo 5 s.

[52] a) Falso: il modulo dello spostamento è la lunghezza della corda; b) Vero; c) Vero; d) Vero

[53] a) Falso: vale in qualsiasi moto avente natura periodica b) Vero: a parità di velocità angolare la velocità periferica è proporzionale al raggio di curvatura. c) Falso: la velocità angolare e il raggio di curvatura sono inversamente proporzionali d) Falso: sono inversamente proporzionali.

[54] a) Vero: per definizione b) Falso: hanno la stessa velocità periferica (quella della cinghia) e in generale hanno velocità angolari diverse c) Falso: i giri al minuto e la frequenza sono tra loro proporzionali ($n = 60\ \nu$) pertanto $\nu_1/\nu_2 = n_1/n_2$ d) Falso: cambia α, ma non cambia $\Delta\alpha$

angolare della terra nel suo moto diurno è all'incirca 7.3×10^{-5} rad/s. [55]



33. *Olimpiadi 2000* gara di II livello. La figura mostra un'automobile che affronta una curva; la distanza tra le ruote posteriori è d e la traiettoria circolare descritta dalla ruota A ha raggio R. Si indichi con ω la velocità angolare della ruota A e con ω' quella della ruota B. Determinare nell'ipotesi di rotolamento puro la variazione relativa tra le due velocità angolari definita come $\varepsilon = (\omega' - \omega)/\omega$
34. Dare la definizione di velocità angolare istantanea e media e spiegarne l'utilità nella descrizione dei moti circolari alla luce del legame con la velocità periferica.
35. Di quante frazioni di grado ruota la terra in 1 s ? [56]
36. Illustrare la relazione tra frequenza e periodo in un generico fenomeno periodico.
37. La velocità angolare, a volte, viene chiamata frequenza angolare. Perché?
38. Ricavare il rapporto tra le velocità periferiche di rivoluzione e di rotazione della terra. [57]
39. Illustrare il meccanismo di funzionamento del cambio della bicicletta sulla corona posteriore evidenziando come a parità di velocità angolare sui pedali esso influenzi il movimento della bicicletta. [58]
40. Illustrare il meccanismo di funzionamento del cambio della bicicletta sulla corona anteriore evidenziando come a parità di velocità angolare sui pedali esso influenzi il movimento della bicicletta. [59]
41. Individuare la affermazione vera. a) Nel moto circolare uniforme la accelerazione ha la stessa direzione e verso del raggio vettore. b) La relazione $a = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r$ è sbagliata perché a non può essere contemporaneamente direttamente e inversamente proporzionale a r. c) In due moti circolari uniformi con la stessa velocità angolare si ha sempre $a_1/a_2 = r_1/r_2$. d) Le velocità periferiche della catena e della ruota di una bicicletta sono identiche. [60]

---

[55] a) Falso: vale $(2\pi \cdot 6.37 \cdot 10^6)/(24 \cdot 3'600) = 463$ m/s b) Falso: è 1/365 visto che il periodo è 365 volte più grande e la velocità angolare è inversamente proporzionale al periodo. c) Falso; tenendo conto della distanza di 1.5×10^{11} m e del periodo pari a 1 anno si ottiene una velocità $\approx 3 \times 10^4$ m/s cioè un decimillesimo della velocità della luce nel vuoto. d) Vero; basta calcolare $(2\,\pi) / (60 \cdot 60 \cdot 24)$

[56] Basta calcolare $(360°) / (60 \times 60 \times 24)$

[57] Poiché $v = (2\pi\, r) / T$ le quantità costanti si elidono e si ha: $v_{riv} / v_{rot} = (r_{TS} / r_T) \times (T_{rot} / T_{riv}) = (r_{TS} / r_T) \times (1/365) \approx 64$

[58] Una data velocità angolare ai pedali trasmette una data velocità periferica alla catena che, a sua volta la trasmette al pignone posteriore. A seconda della posizione del cambio il pignone posteriore presenta raggi di curvatura diversi e pertanto trasmette alla ruota velocità angolari diverse (maggiori quanto più r è minore). Ad una data velocità angolare della ruota corrisponde poi una velocità periferica ottenibile moltiplicando la velocità angolare per il raggio della ruota.

[59] Si veda la nota relativa al punto precedente

[60] a) Falso ha la stessa direzione ma verso opposto. b) Falso: la relazione è corretta; è invece sbagliato parlare di proporzionalità se non si precisa cosa rimanga costante. c)

42. Individuare la affermazione vera: a) In due moti circolari uniformi con la stessa velocità periferica si ha sempre $a_1/a_2 = r_1/r_2$. b) Nel m.c.u. il vettore $\boldsymbol{a}$ è sempre perpendicolare a $\boldsymbol{v}$. c) Se si raddoppia il periodo, a parità di raggio di curvatura la accelerazione centripeta dimezza. d) Se si raddoppiano il periodo e il raggio di curvatura la accelerazione centripeta non cambia. [61]
43. Individuare la proposizione vera: a) Per le applicazioni legate alla guida la relazione che interessa per la accelerazione centripeta è $a = \omega^2 r$. b) A parità di accelerazione la frequenza è inversamente proporzionale al raggio di curvatura. c) La accelerazione dei diversi punti di una ruota di bicicletta aumenta con andamento lineare dal mozzo verso la periferia. d) Se la accelerazione massima con cui si può affrontare una curva è fissata, la velocità massima con cui si può affrontare la curva è proporzionale al raggio di curvatura della stessa. [62]
44. *Olimpiadi 2001* gara di II livello. Un piccolo aereo effettua una virata alla velocità di 150 km/h mantenendo costante la quota. Se il raggio della virata è di 350 m quanto vale l'accelerazione dell'aereo?
45. Discutere in quali contesti convenga applicare la prima o la seconda delle due espressioni della accelerazione centripeta $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$.
46. Spiegare perché in un moto curvilineo si ha sempre una accelerazione.
47. Spiegare, aiutandosi con le figure, come sono dirette la accelerazione media e quella istantanea nel moto circolare uniforme.
48. Determinare il rapporto tra le accelerazioni centripete del moto di rotazione e di rivoluzione terrestre utilizzando i due periodi e i due raggi di rotazione in gioco.
49. Alla luce di quanto visto si spieghi perché, se la terra ruota intorno al sole, uno dei due sistemi di riferimento (terrestre e solare) non può essere un sistema di riferimento inerziale. Cercare di motivare la ragione per cui il sole costituisca un sistema migliore della terra.

Vero: a parità di velocità angolare la accelerazione è proporzionale al raggio di curvatura. d) Falso: la velocità della catena è pari alla velocità periferica dell'ingranaggio posteriore. La velocità della ruota è data dalla velocità angolare dell'ingranaggio per il raggio della ruota.

[61] a) Falso: a parità di velocità periferica la accelerazione è inversamente proporzionale al raggio di curvatura. b) Vero c) Falso: se si raddoppia il periodo dimezza la velocità angolare e, a parità di raggio di curvatura, la accelerazione si riduce a ¼ . d) Falso: non cambia la velocità periferica, ma poiché $a = v^2 / r$ la accelerazione si riduce a metà.

[62] a) Falso: serve invece $a = v^2 / r$ che consente di riflettere sul legame tra raggio della curva e velocità a cui essa debba essere affrontata. b) Falso $a = \omega^2 r = (2\pi\cdot\nu)^2 r$; pertanto r è inversamente proporzionale al quadrato di ν e, viceversa, ν è inversamente proporzionale alla radice di r. c) Vero: i punti della ruota hanno tutti la stessa velocità angolare e poiché $a = \omega^2 r$ si può affermare la crescita lineare di a con r. d) Falso: poiché $a = v^2 / r$ risulta che v è proporzionale alla radice del raggio di curvatura, ovvero se il raggio è quadruplo la velocità massima può solo essere doppia della precedente.

50. Spiegare perché la accelerazione centripeta possa essere considerata un buon indicatore del grado di non inerzialità di un sistema di riferimento rotante.
51. Indicare la *proposizione vera*: a) In un moto curvilineo vario si ha $a_t > 0$ quando la velocità tangenziale è positiva mentre quella normale è diretta verso il centro della traiettoria. b) In un moto curvilineo vario, in un punto dato della traiettoria, a_n non dipende da come v sta cambiando ma solo dal valore istantaneo di v. c) In un moto curvilineo vario la accelerazione può essere diretta come la traiettoria. d) La accelerazione di un moto curvilineo uniforme è sempre centripeta anche quando la traiettoria non è circolare. [63]
52. Spiegare come si possa determinare il raggio di curvatura anche quando la traiettoria non sia circolare.
53. Spiegare perché in un moto curvilineo uniforme la accelerazione è sempre perpendicolare alla traiettoria. [64]
54. Spiegare perché in un moto curvilineo vario la accelerazione è sempre diretta verso l'interno della traiettoria. [65]
55. Spiegare perché in un moto circolare non uniforme in cui v sia proporzionale a t il vettore accelerazione che inizialmente è spostato in avanti rispetto al raggio vettore tenda a disporsi in maniera orientata lungo il raggio. [66]

---

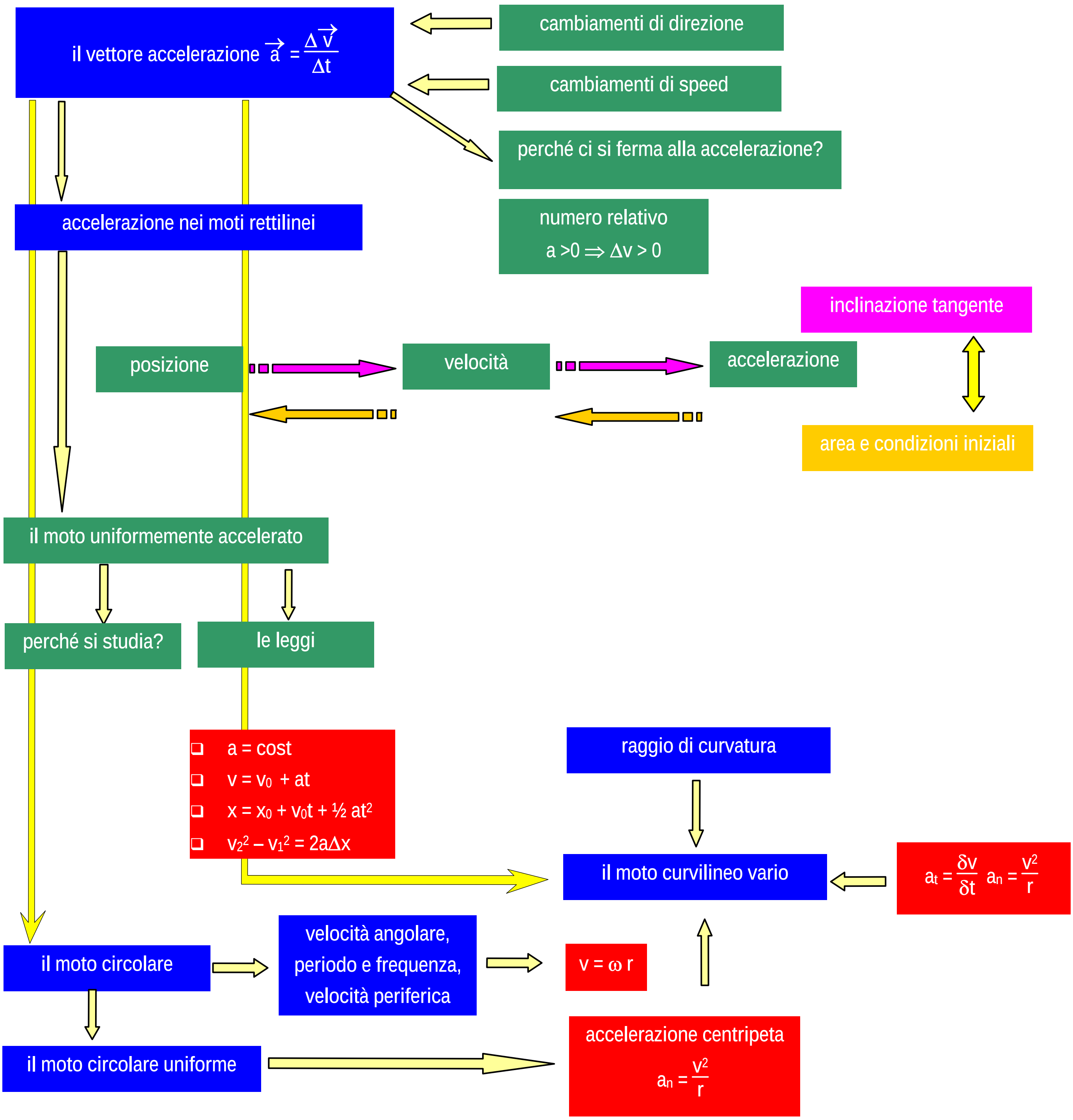
[63] a) Falso: la frase è semplicemente insensata, per esempio perché la velocità in qualunque moto è solo tangenziale; b) Falso: dipende anche dal raggio di curvatura. c) Falso: perché ciò accada dovrebbe essere $a_n = 0$ ma ciò è in contrasto con il fatto che il moto sia curvilineo. d) Vero: in quel caso $a_t = 0$ e pertanto agisce solo la componente centripeta della accelerazione

[64] Se il moto è uniforme la accelerazione tangenziale è nulla.

[65] Se fosse diretta verso l'esterno la accelerazione normale sarebbe centrifuga invece che centripeta.

[66] [66] La accelerazione tangenziale è costante invece quella normale, proporzionale a v^2 cresce con legge quadratica al passare del tempo.

4.13 Indice analitico


il vettore accelerazione $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
cambiamenti di direzione
cambiamenti di speed
perché ci si ferma alla accelerazione?
accelerazione nei moti rettilinei
numero relativo
$a > 0 \Rightarrow \Delta v > 0$
inclinazione tangente
posizione
velocità
accelerazione
area e condizioni iniziali
il moto uniformemente accelerato
perché si studia?
le leggi
$a = cost$
$v = v_0 + at$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$
raggio di curvatura
il moto curvilineo vario
$a_t = \frac{\delta v}{\delta t}$ $a_n = \frac{v^2}{r}$
il moto circolare
velocità angolare, periodo e frequenza, velocità periferica
$v = \omega r$
il moto circolare uniforme
accelerazione centripeta
$a_n = \frac{v^2}{r}$