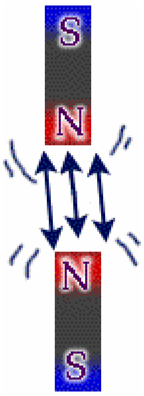
I.5. La forza

- ⌘ La forza: una misura della interazione tra corpi
- ⌘ La legge di Hooke e l'unità di forza
- ⌘ La forza: un vettore *un po' speciale*
- ⌘ Somma vettoriale e scomposizione di forze applicate ad un punto materiale
- ⌘ I corpi rigidi e la retta di applicazione delle forze
- ⌘ Esempi ed applicazioni
- ⌘ Il momento di una forza
- ⌘ Problemi di fine capitolo
- ⌘ Quesiti di fine capitolo



5.1 La forza, una misura della interazione tra corpi

5.1.1 QUALCHE CONSIDERAZIONE SULLA FORZA E LA FISICA

Trattando della inerzia abbiamo già osservato che lo stato di *moto rettilineo uniforme* corrisponde ad una sorta di *naturalità* nello stato dei corpi e che tale naturalità associata alla non esistenza dello spazio assoluto implica la impossibilità di distinguere la quiete dal moto rettilineo uniforme.

Questo punto di vista ha portato ad individuare nelle forze le cause della *rottura di tale naturalità* ma, come vedremo, definire con precisione e generalità le forze comporta molti problemi e pertanto dovremo accontentarci di dare alcune *definizioni provvisorie*. Queste definizioni provvisorie ci consentiranno di scoprire delle leggi e tali leggi ci permetteranno, estendendone il campo di validità, di scoprire l'esistenza di nuove forze.

La fisica classica si è sviluppata lungo questa strada ma, già al termine dell'ottocento, molti fisici premevano per eliminare la forza dal linguaggio della fisica e sostituirla con il concetto di *campo*. Quello che all'inizio sembrava solo un gioco, descrivere le forze attraverso strumenti matematici diversi, si è rivelato pian piano un modo nuovo di concepire le forze.

Nella fisica odierna non si parla più di forze ma di *interazioni* e le interazioni a loro volta non hanno più nulla a che vedere con corpi che si urtano, o peggio interagiscono a distanza (come sembrano fare la terra e il sole o due calamite); per la fisica di oggi la *interazione* tra due particelle (qualsiasi tipo di interazione) è l'effetto di uno scambio di particolari particelle (dette i *mediatori della interazione*) tra le due particelle date (quelle che risentono della interazione)

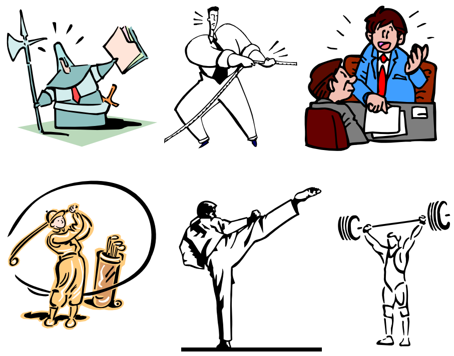
Sappiamo dalla esperienza che, in natura, tutti i corpi interagiscono tra di loro, in un modo o nell'altro. Per esempio l'aria della atmosfera esercita una pressione sulla superficie terrestre e su tutti gli oggetti sulla terra. L'interazione elettrica tra le molecole d'acqua e la superficie del corpo di un bagnante fa sì che le goccioline d'acqua aderiscano al suo corpo. Qualche interazione tiene assieme i nuclei atomici e si tratta di una interazione forte a giudicare dallo sconquasso che si genera quando si riesce a rompere un nucleo.

Incominciamo i nostri discorsi sulla forza dicendo che concettualmente *la forza è una misura della interazione tra i corpi o tra le particelle che li compongono*. Ovviamente se non si dice come tale interazione venga misurata non si è detto nulla e si è fatto solo della *metafisica utile*.

Il dizionario Devoto Oli [1] elenca accanto ad altre minori le seguenti definizioni di *forza*:

[1] Devoto Oli: dizionario della lingua italiana, Le Monnier

- *causa capace di modificare la forma oppure lo stato di quiete o di moto di un corpo: le forze della fisica e la forza muscolare intesa come* attitudine di un muscolo a compiere un lavoro in rapporto alla integrità dei vari com plessi anatomici , alla disponibilità delle sostanze energetiche ed alle condizioni di allenamento
- *mezzo che consente o determina lo svolgersi della azione materiale o spirituale, con maggiore o minore efficacia*
- *esplicazione di mezzi o metodi coercitivi*



La parola viene dal latino *fortis* e questa è anche l'origine della parola *sforzo*. La parola forza si originò dapprima da una valutazione dello sforzo muscolare. È necessario sollecitare alcuni muscoli per lanciare una pietra, tirare un carico o tendere la fune di un arco. I diversi muscoli vanno poi sollecitati in misura diversa nei casi citati. Il grado di sollecitazione muscolare venne utilizzato per misurare lo sforzo esercitato, o forza. Nel linguaggio comune è rimasta traccia di questa origine, come per esempio in *la forza delle armi.*

la parola **forza ha molti significati**: la forza delle armi, forza di trazione, forza di convinzione, forza impressa, sino a forza elettromotrice nelle macchine elettriche; ci apprestiamo a definirne il significato in meccanica

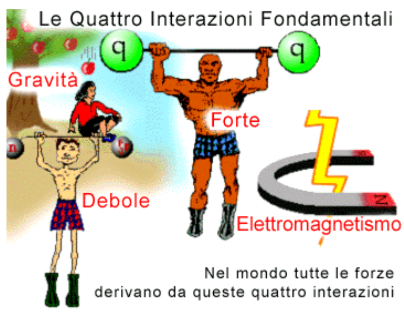
Successivamente si trovò che la parola forza poteva descrivere l'azione di certi corpi sugli altri e ciò portò a frasi come: *la crescente forza del vento*, oppure *forzare una porta*, oppure *la forza di un colpo* come indicatori di azioni esterne equivalenti ad uno sforzo muscolare.

Ancora più tardi il termine forza acquistò significati sempre più ampi. Presero piede nuove espressioni come *forza del carattere o forza di un argomento o forza dell'abitudine.* Tale slittamento semantico è ancora in vigore ed è spesso causa di fraintendimenti che dovrebbero essere banditi in fisica. Ciò non di meno si utilizzano anche in fisica [2] termini come *forza elettromotrice, forza coercitiva* che non hanno nulla in comune con il significato precedentemente stabilito.

In meccanica useremo la parola forza solo come misura della interazione tra corpi esplicitabile attraverso un metodo di misurazione eseguibile almeno in via concettuale.

5.1.2 LE INTERAZIONI FONDAMENTALI DELLA FISICA

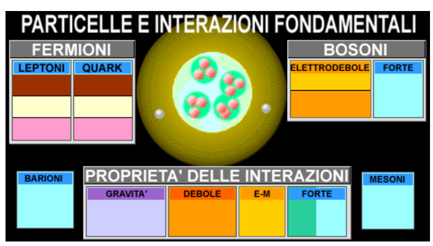
Alla fine del XX secolo la situazione è la seguente:



◊ sono state individuate come *fondamentali* 4 tipi di *interazioni* (fondamentale significa che ogni altro tipo di interazione nota è riconducibile ad una di esse)

◊ ad ogni interazione sono state associate delle particelle che ne risentono ed altre particelle che trasportano la interazione

◊ i fisici sono convinti di avere scoperto od ipotizzato tutte e sole le interazioni esistenti od esistite nell'universo e di essere sulla buona strada per quanto riguarda la loro riproducibilità in laboratorio; questa visione dell'universo è nota come *modello standard.* Nell'ambito del *modello standard* si è alla ricerca di una riduzione di tutte le interazioni ad una unica interazione fondamentale.



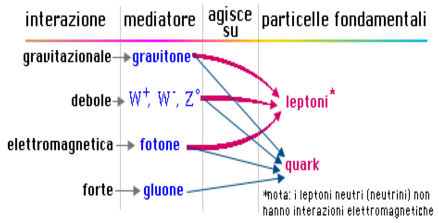
I 4 tipi di interazione contemplati dalla fisica attuale sono:

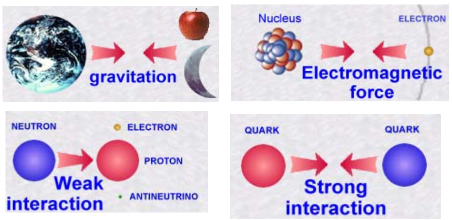
- *interazione gravitazionale* detta anche gravitazione universale; è la più debole tra le interazioni, si esercita tra corpi dotati di massa ed è re-

[2] Si vedano i capitoli dedicati all'elettromagnetismo.

sponsabile del funzionamento dell'universo su grande scala. Ha sempre natura attrattiva. È nota dalla fine del XVII secolo.

- *interazione elettromagnetica*: è la responsabile della esistenza degli atomi e delle molecole oltre che di molti fenomeni macroscopici quali la elasticità, l'attrito, le attrazioni o repulsioni tra calamite, tutti i fenomeni connessi alle correnti elettriche. Può essere sia di tipo attrattivo, sia di tipo repulsivo. È molto più intensa di quella gravitazionale e quest'ultima diviene evidenziabile solo perché alcune particelle non hanno carica e perché la stragrande maggioranza dei corpi dotati di carica elettrica si trova in una condizione di equilibrio tra cariche di segno opposto. È stata studiata a fondo nel XIX e nel XX secolo. Ne risentono particelle come l'elettrone e il protone ed è trasportata dal fotone.
- *interazione forte, o interazione adronica*: è una forza di tipo sia attrattivo sia repulsivo. Ne risentono particelle elementari come i *quark* che si combinano a formare *protoni* e *neutroni*, sia gli stessi protoni e neutroni che si combinano a formare i nuclei atomici. Il termine interazione forte deriva dal suo essere molto più intensa delle precedenti. È significativa su piccolissima scala, a dimensioni tra $10^{-14} \div 10^{-15}$ metri. È stata studiata a partire dagli anni 30 del XX secolo ed è tuttora oggetto di studio sia nella indagine sulle caratteristiche dei nuclei atomici, sia soprattutto per le ricerche fondamentali sui *quark* (mattoni della materia che hanno individualità, ma non possono esistere individualmente). E' mediata da particelle dette *gluoni* (glue=colla)
- *interazione debole*: il nome sottolonea che si tratta di una interazione di intensità intermedia tra quella forte e quella elettromagnetica; è la responsabile delle transmutazioni di particelle le une nelle altre (ad esempio del decadimento del neutrone con produzione di un elettrone e di un protone). Ha un raggio d'azione estremamente ridotto, inferiore a quello della interazione adronica. E' stata studiata per la prima volta da Enrico Fermi negli anni 30 e, negli anni 80 del 900, è stata unificata con la interazione elettromagnetica in una unica teoria detta *elettrodebole*.



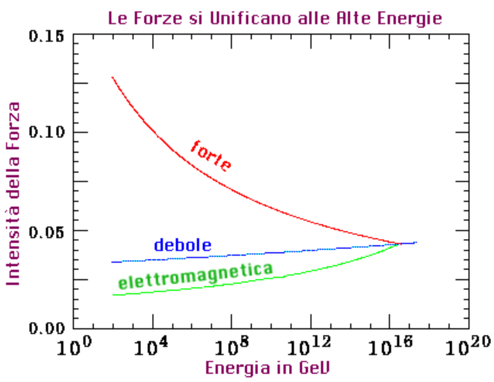


le 4 interazioni fondamentali

gravitazionale, elettromagnetica, debole e forte con gli ambiti d'azione e gli effetti tipici;

Enrico Fermi è stato il primo a dare una teoria soddisfacente della interazione debole negli anni 30 del 900

Il lavoro di unificazione tra i diversi tipi di interazione caratterizza la fisica del 900 ed è tuttora in corso. Le teorie che vengono attualmente sottoposte a verifica prevedono che a valori di energia molto elevati (ben superiori a quelli attualmente sperimentabili) avvenga una unificazione tra le principali interazioni che presenterebbero una sostanziale struttura unitaria.



Nell'ambito di queste problematiche l'approccio tradizionale alla forza, di origine meccanica, è assolutamente inadeguato e questa è tra l'altro la ragione per cui si utilizza addirittura un termine diverso, quello di *interazione* che richiama già etimologicamente il riferimento ad *enti* che scambiandosi qualcosa producono la forza.

La comprensione delle caratteristiche dei diversi tipi di interazione (in particolare di quella forte e di quella debole) richiede un minimo di visione di insieme delle conoscenze fisiche e per questa ragione non si andrà oltre questi aspetti del tutto generali.[3]

In meccanica, nella fase di avvicinamento alla fisica, si studia una sottoclasse molto ristretta di fenomeni dell'universo, quelli governati dalla interazione gravitazionale e da alcune forze, prevalentemente di origine microscopica che vengono studiate indipendentemente dalla loro origine; tali forze compaiono nel contatto diretto tra corpi e sono le forze di attrito e le forze elastiche.

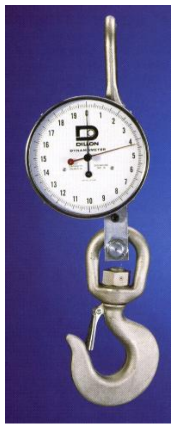
5.1.3 LA MISURA DELLA FORZA IN MECCANICA

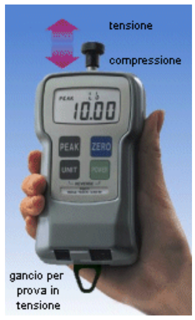
La *interazione tra corpi* può dare luogo sia a deformazioni (cambiamento di forma o dimensioni dei corpi) sia ad accelerazioni (cambio di intensità e/o direzione della velocità). Naturalmente i due effetti possono presentarsi simultaneamente.

Per la misura della forza si può utilizzare l'uno o l'altro di questi effetti. Nel primo caso si parla di *misura statica della forza*, nel secondo caso di *misura dinamica* e si ottengono, nei due casi, due introduzioni alla meccanica diverse, ma equivalenti. Poiché è più semplice misurare il grado di deformazione piuttosto che una accelerazione utilizzeremo il metodo statico.

Quanto diremo, anche se si presta a misurazioni dirette, va inteso con intelligenza: non ci vuole molto a capire, per esempio, che la forza di attrazione Terra-Sole non possa essere misurata in laboratorio con un dinamometro.

Si fissa una *definizione* per una certa grandezza in un determinato ambito e se ne dà un'altra in un altro. Spesso le definizioni estese tengono conto di regolarità della natura scoperte nel frattempo (leggi fisiche). Il quadro viene considerato coerente se le due definizioni presentano un campo d'azione comune entro il quale producono gli stessi risultati.





un **dinamometro a molla** con indice circolare e un moderno **dinamometro digitale**

Il principale strumento utilizzato per la misura delle forze, detto *dinamometro* (dal greco *dynamis* che significa potenza o resistenza), è una molla la cui deformazione viene associata alla forza da misurare attraverso una opportuna scala tarata, solitamente, di tipo lineare. Diremo che una forza è doppia dell'altra quando determina una deformazione doppia e così via.

Ci si potrebbe chiedere chi abbia deciso di utilizzare le molle, oppure per quale ragione si sia deciso che la scala che associa le forze agli allungamenti dovesse essere di tipo lineare.

[3] Esistono numerosi testi divulgativi sugli argomenti citati; la loro lettura è consigliabile solo dopo che sia nota un po' di fisica classica. Per chi volesse comunque saperne di più consigliamo i seguenti testi recenti o recentissimi:

- ◊ Gordon Kane, Il giardino delle particelle, Longanesi - sintetico
- ◊ Steven Weinberg, Il sogno della unità dell'universo, Mondadori - scritto da un protagonista, con aperture filosofiche
- ◊ Leon Lederman, David Schramm, Dai quark al cosmo, Zanichelli - storico, scritto da un protagonista
- ◊ Steven Weinberg, La scoperta delle particelle subatomiche, Zanichelli - storico e limitato ai primi 50 anni del 900.

⇒ La risposta alla prima domanda è simile a quella che si potrebbe dare circa l'uso degli orologi per misurare il tempo. Si è visto che una stessa causa produce *effetti regolari* per una classe di fenomeni: *se appendo ad una molla dei cubetti di ferro identici scopro che l'allungamento segue un andamento lineare al crescere dei cubetti e che la stessa cosa, pur con allungamenti diversi accade con una molla diversa o addirittura per semplice trazione di un filo metallico*. Scoperta la regolarità di comportamento si dà la definizione attraverso la scelta di un particolare *fenomeno regolare*.

⇒ La risposta alla seconda domanda relativa alla scelta della scala da utilizzare è invece connessa ad un *criterio di semplicità*; possiamo affermare sulla base della esperienza consolidata di alcuni secoli di indagine che, scegliendo la scala lineare, si ritrovano leggi fisiche connesse alla forza di tipo particolarmente semplice. Vedremo la prima di esse già nei prossimi paragrafi.

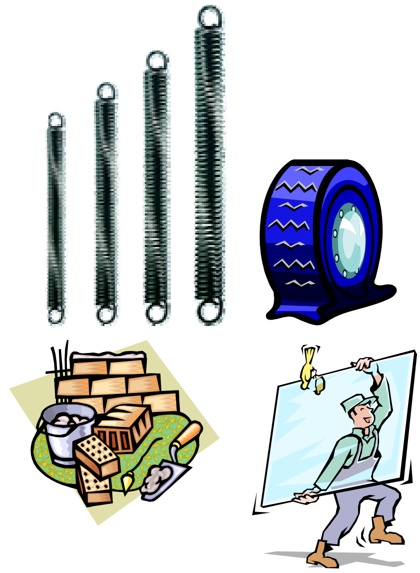
Il dinamometro, o bilancia a molla, ha una funzione prevalentemente metodologica, nel senso che serve ad evidenziare la possibilità di misurare le forze e dunque di darne una *definizione operativa*; ma la determinazione concreta di una forza in un contesto fisico dato, quasi mai avviene usando la bilancia a molla. La determinazione delle forze si effettua in alcuni casi con apparecchiature molto più raffinate e in altri casi la forza viene determinata indirettamente attraverso grandezze ad essa collegate mediante leggi fisiche.

5.2 La legge di Hooke e l'unità di forza

5.2.1 Deformazioni elastiche e plastiche

La *deformazione* di un corpo viene detta *elastica* se la forma e le dimensioni del corpo si ripristinano completamente dopo che la sollecitazione che l'ha causata viene rimossa. In caso contrario la deformazione viene detta *plastica*. Dopo una deformazione plastica il corpo mantiene, parzialmente o completamente, la nuova forma e le dimensioni acquisite.

Si osservi che la convinzione del senso comune secondo cui il contrario di elastico è *rigido* è sbagliata. I *corpi rigidi* sono una astrazione della fisica, sono cioè quei corpi che sottoposti a sollecitazioni non si deformano né temporaneamente, né permanentemente. I corpi rigidi reali sono sempre corpi elastici che richiedono sollecitazioni molto elevate per produrre deformazioni temporanee molto piccole.

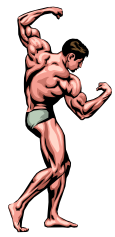


una distinzione su cui spesso si fa confusione: **elastico – plastico - rigido**; la temperatura influenza fortemente l'elasticità

Il comportamento di ponti, travi, pareti e componenti di apparati meccanici soggetti a forze variabili deve sempre rimanere all'interno della zona di elasticità. Solo in questo caso si possono considerare affidabili e ben progettati. Invece, nella fase di lavorazione (fucinatura, pressatura,...), essi sono soggetti a deformazioni di tipo plastico in modo che il pezzo così ottenuto conservi nel tempo la forma e le dimensioni volute.

Il tipo di deformazioni di un solido dipende dal carico applicato, dal tempo di applicazione, dal materiale di cui il pezzo è fatto, nonché dalle condizioni generali in cui si trova (temperatura, storia precedente, etc.).

Per esempio, se incurviamo una striscia di acciaio e la liberiamo immediatamente, essa riassumerà la forma originaria. In questo caso, abbiamo a che fare con una sollecitazione elastica. Ma, se la striscia viene mantenuta incurvata per molto tempo, essa non riacquisterà la forma originaria dopo la eliminazione della sollecitazione di curvatura. In effetti, un aumento considerevole del tempo di applicazione delle forze di deformazione le trasforma, spesso, da elastiche in plastiche.

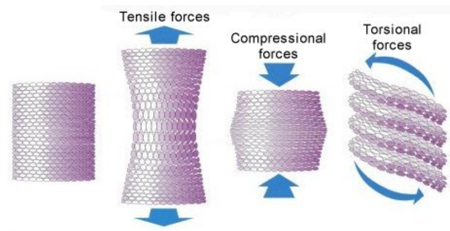


Anche la temperatura influenza notevolmente il tipo di deformazione. Una striscia di acciaio portata al calor giallo si comporta in maniera plastica nei confronti di deboli forze che, a temperatura ambiente, determinerebbero solo deformazioni elastiche. D'altra parte il piombo che, a temperatura ambiente si comporta in modo plastico, diventa elastico a bassa temperatura.

Non esiste un confine netto di separazione tra elasticità e plasticità e l'esperienza insegna che deformazioni piccole e di breve durata possono sempre essere trattate come elastiche.

sollecitazioni di **allungamento – compressione**, di **flessione** e di **taglio**: saperle descrivere nelle loro specificità

Le sollecitazioni cui può essere sottoposto un corpo solido sono di vario tipo, e di esse si occupano specifici capitoli della meccanica applicata (*scienza dei materiali*). In questa sede ci limitiamo a fornire qualche elemento di natura terminologica sui tipi di *sollecitazione* cui può essere sottoposto un corpo elastico:



◊ *sollecitazione di allungamento e di compressione*: il corpo presenta una struttura longitudinale e viene sollecitato lungo quella direzione ad allungarsi o a contrarsi. È la tipica sollecitazione cui sono soggetti i muscoli durante le operazioni di sollevamento o le gambe di un tavolo.

◊ *sollecitazione di flessione* si presenta quando un corpo a simmetria longitudinale viene bloccato in uno due estremi e quindi caricato come nel caso delle travi che reggono un soffitto.

◊ *sollecitazione di taglio*: in questa sollecitazione due forze opposte tendono a far scorrere i piani di cui è costituito il solido rompendone la continuità.

I diversi materiali reagiscono diversamente, a seconda della loro struttura microscopica alle diverse sollecitazioni.

5.2.2 L'UNITÀ DI MISURA DELLA FORZA: IL NEWTON

1 Newton ≈ 1 etto
la forza è una unità derivata del SI

La unità di misura della *forza* nel S.I. è il *Newton* (N). In questa fase non daremo una definizione precisa del N limitandoci ad osservare che, se lo confrontiamo con una grandezza di peso nota (il *kg peso*), esso corrisponde a circa 102 grammi.

Una persona del peso di 80 kg corrisponde pertanto ad un peso di circa 800 N. Un etto di prosciutto ha, all'incirca, il peso di 1 N.

Il motivo per cui non diamo una definizione operativa del Newton si giustifica con il fatto che *la forza*, nell'ambito del sistema di unità internazionale, non viene assunta come una grandezza fondamentale ma come una *grandezza derivata.* Si assume come grandezza fondamentale la massa, di cui ci occuperemo nel prossimo capitolo, e, dopo aver introdotto gli elementi essenziali della dinamica, si definisce la unità di forza derivandola dalla unità di massa.

5.2.3 LA LEGGE DI HOOKE [4]

Consideriamo un corpo cilindro omogeneo di sezione ΔS e lunghezza l ed applichiamo ad esso una forza F variabile lungo l'asse di simmetria. Si osserva che, purché la forza non superi valori da determinare deformazioni plastiche (cioè rotture nella struttura microscopica del materiale) il corpo subisce degli allungamenti Δl secondo la legge:

$$\Delta l \propto F \frac{l}{\Delta S}$$

La legge sperimentale ci dice che ciò che determina l'allungamento non è la forza, ma la *forza per unità di superficie* (se raddoppio la forza e la superficie l'allungamento non cambia). La stessa legge ci dice che, a parità di condizioni, l'allungamento è *proporzionale alla lunghezza iniziale* (corpi di lunghezza diversa non reagiscono allo stesso modo ad una stessa forza). Si tratta di conoscenze ben note dal senso comune; la novità sta nella possibilità di una trattazione quantitativa che consente di svolgere previsioni.

La costante di proporzionalità tra le forze e gli allungamenti è tipica del materiale ed è chiamata *modulo di elasticità* o *modulo di Young*. La relazione si scrive, separando le cause dagli effetti, nella forma:

---

[4] Robert Hooke (1635-1703). La legge di Hooke è frutto di numerosi lavori che vanno da Galilei sino a Cauchy che all'inizio dell'ottocento, per primo, la enuncia nella forma oggi utilizzata con il riconoscimento dei concetti di sforzo e deformazione. Il contributo di Hooke è stato quello di riconoscere correttamente il legame tra forza e allungamento con il celebre aforisma «ut tensio, sic vis», (tanta la deformazione, tanta la forza).

$$\frac{F}{\Delta S} = E\frac{\Delta l}{l} \qquad \text{(I.5.1)}$$

dove F è l'intensità della forza applicata, l è la lunghezza iniziale del corpo, Δl è l'allungamento $l' - l$, E è una costante di proporzionalità tipica del materiale detta *modulo di elasticità* o *modulo di Young,* ΔS è la sezione del corpo di prova.

la deformazione (allungamento relativo) è proporzionale allo sforzo (forza per unità di superficie)

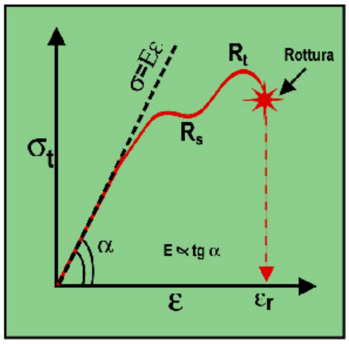
$\sigma = E\,\varepsilon$

La quantità $\frac{F}{\Delta S}$ si indica solitamente con σ ed è chiamata *sforzo* (stress) mentre l'allungamento relativo indicato con ε è detto *stiramento o deformazione* (strain).

Con i nuovi simboli si scrive semplicemente che:

$$\sigma = E\,\varepsilon \qquad \text{(I.5.2)}$$

Questa legge è nota come *legge di Hooke.*



Poiché il rapporto $\frac{\Delta l}{l}$ è un numero puro il modulo di elasticità ha le dimensioni di $\frac{F}{\Delta S}$ e si misura dunque in N m^{-2}

modulo di Young e limite di elasticità

materiale	E (N m^{-2})
acciaio	2×10^{11}
vetro	7×10^{10}
mattone (compress)	2.5×10^{10}
ossa (trazione)	1.8×10^{10}
ossa (compressione)	0.9×10^{10}
legno	1×10^{10}
tendine	6×10^{8}
gomma	0.7×10^{7}
capelli	1×10^{10}

Tabella 5.1

La tabella 5.1 ci fornisce alcuni valori tipici del *modulo di Young* e ci permette dunque di fare previsioni sugli allungamenti di oggetti di esperienza comune. Si osservi che quanto più il modulo di Young è elevato tanto maggiore è la resistenza del materiale agli allungamenti. In effetti visto che $\sigma = E\,\varepsilon$ il modulo di Young può essere interpretato come *lo sforzo necessario ad indurre una deformazione unitaria.*

Per completare il quadro si tenga presente che il modulo di Young va applicato con intelligenza confrontandolo con il *limite di elasticità* cioè con il valore massimo di sforzo oltre il quale il materiale si deforma permanentemente. Infatti se si sottopone un provino a trazione si osserverà che, oltre alla fase di elasticità, caratterizzata da proporzionalità tra sforzo e deformazione se ne ha un'altra caratterizzata da stiramenti permanenti e i cui parametri importanti sono il limite di elasticità e il limite di rottura.

Materiale	σ_{max} (N m^{-2})
acciaio	4×10^{8}
vetro	1×10^{8}
mattone (compress)	4×10^{7}
ossa (trazione)	1.2×10^{8}
ossa (compressione)	1.7×10^{8}
legno	1×10^{8}
tendine	7×10^{7}
capelli	2×10^{8}

Tabella 5.2

I valori dei limiti di elasticità di alcuni materiali sono riportati in tabella 5.2 e dal fatto che il limite di elasticità sia molto più piccolo del modulo di Young possiamo inferire che la interpretarzione precedente è puramente teorica e priva di senso fisico.

5.2.4 CALCOLO DI UNA DEFORMAZIONE

Esercizio: Un filo d'acciaio della sezione di 3 mm^2 e della lunghezza di 1.00 m viene sollecitato ad allungamento da una forza di 325 N. Dopo aver verificato se ci si trova entro il limite di elasticità, determinare l'allungamento.

☹

Lo sforzo $\sigma = \frac{F}{\Delta S} = \frac{325}{3\times10^{-6}} \approx 1.08 \times 10^{8}$ N m^{-2} si trova al di sotto del limite di elasticità.

L'allungamento relativo vale:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{1.08 \times 10^{8}}{2 \times 10^{11}} \approx 5.4 \times 10^{-4}$$

Poiché il campione ha la lunghezza di 1 m il valore trovato, ci fornisce immediatamente l'allungamento assoluto $\Delta l = 5.4 \times 10^{-4}$ m cioè circa ½ millimetro.

☺

Esercizio: Determinare la forza che si deve applicare ad un tendine della sezione S = 4.0 mm^2 per determinarne lo sfibramento.

☹

Dalla tabella si ha $\sigma_{max} = 7\times10^7$ N m^{-2} e pertanto $F_{max} = \sigma_{max} S = 7\times10^7 \times 4.0 \times 10^{-6} = 280$ N ≈ 28 kg$_{peso}$

☺

5.3 La forza: un vettore un po' speciale

5.3.1 LE FORZE HANNO UNA DIREZIONE, UN VERSO E UNA INTENSITÀ

Le esperienze elementari attraverso cui si conclude che per descrivere le forze nella loro compiutezza bisogna considerarle non solo in termini quantitativi, ma anche in termini direzionali, sono molteplici.

Pensiamo per esempio alla esperienza comune dello spingere un oggetto macroscopico; gli effetti di spostamento e di movimento che si osservano sono diversi a seconda della direzione in cui si esercita la spinta. Se poi la spinta viene esercitata in punti diversi contemporaneamente si osserva subito una caratteristica che abbiamo già avuto modo di sottolineare parlando dei vettori: 1⊕ 1 fa da 0 a 2. Capita cioè che sovrapponendo forze i loro effetti si possano potenziare o anche depotenziare a seconda della direzione e del verso.

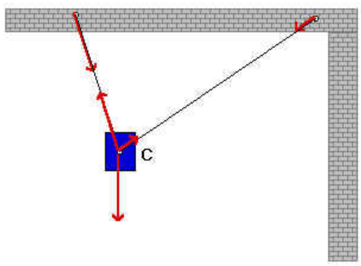
In generale, gli effetti di variazione dello stato di moto di un corpo o le deformazioni dovute ad una o più *forze* dipendono sia dalla loro direzione sia dalla loro intensità.

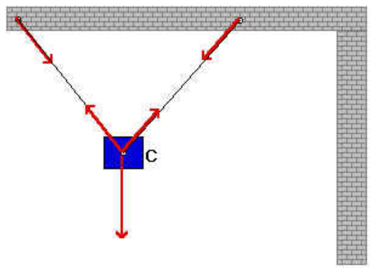
la direzione della forza è quella del dinamometro che la misura

Scoperta questa caratteristica direzionale si assegna come direzione di una forza quella secondo cui si dispone il dinamometro (quando sia libero di ruotare intorno al punto cui si applicherebbe la forza). Si assegna inoltre un verso in base al determinarsi, sul dinamometro, di compressioni o allungamenti.

5.3.2 MA SOPRATTUTTO SI SOVRAPPONGONO CON LE REGOLE DEL CALCOLO VETTORIALE

Già queste prime considerazioni di ordine direzionale ci inducono a pensare alla forza come ad un vettore. Tale congettura diventa poi una certezza quando si passa ad esaminare l'*effetto della sovrapposizione* di più forze (somma fisica). Si scopre infatti che le *forze si sommano con le regole di calcolo già enunciate per il calcolo vettoriale* e si conclude che *la forza è un vettore.*





semplici esperimenti per la verifica del carattere vettoriale della sovrapposizione tra forze

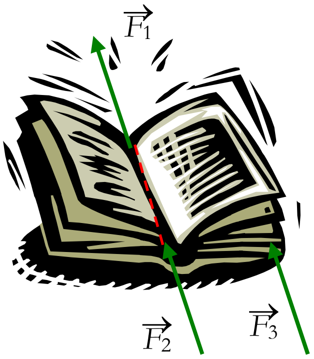
Si presti attenzione al fatto che per dire che una grandezza fisica ha natura vettoriale non basta affermare che è caratterizzata da una direzione e da un verso. L'elemento decisivo è dato dalla modalità con cui avviene la sovrapposizione. *Se l'azione contemporanea di più forze determina lo stesso effetto che darebbe un vettore ottenuto dalla somma vettoriale, allora si conclude che la forza è un vettore.*

Per trarre la conclusione bisogna dunque compiere degli esperimenti *facendo agire e misurando separatamente delle forze; si esegue poi la misura quando le forze agiscono simultaneamente sul dinamometro e si determina intensità, direzione e verso della somma. Si osserva che la forza risultante è esattamente descritta dalla somma vettoriale.*

Questa conclusione si sintetizza dicendo che date due forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ che agiscono contemporaneamente la loro somma fisica (sovrapposizione) ha gli stessi effetti della somma vettoriale e si scrive:

$$\vec{F}_1 \oplus \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad (I.5.3)$$

5.3.3 UN'ALTRA PARTICOLARITÀ: LA RETTA DI APPLICAZIONE



con semplici esperimenti sui corpi rigidi si osserva che se si cambia **retta di applicazione** senza cambiare la direzione si ottengono risultati diversi

la forza
è caratterizzata da modulo, direzione, verso, retta e punto di applicazione

Osserviamo ancora che la *forza* è comunque un *vettore di tipo particolare* perché, a differenza dei vettori ordinari, in genere è dotato di una ben definita retta di azione e di un ben definito punto di applicazione.

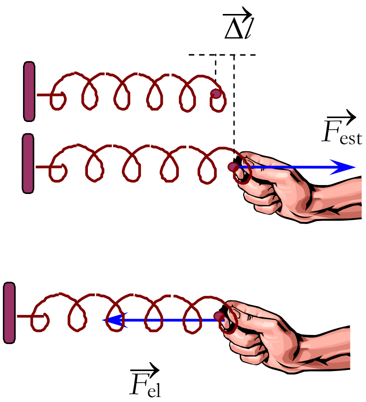
Per rendersene conto basta osservare cosa accade quando si applica una forza ad un corpo al variare del punto in cui si fa agire la forza.

Si prenda un libro e si applichi la stessa forza in 3 punti diversi come in figura. Mentre secondo le leggi del calcolo vettoriale i 3 vettori $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ sono uguali, gli effetti che si determinano sono diversi. Nei primi due casi il libro trasla nella direzione della forza; nel terzo caso ruota. Se poi, invece di un libro utilizzassimo un corpo deformabile, osserveremmo che anche i casi 1 e 2 producono effetti diversi. Non resta che concludere con la assegnazione di uno status particolare, quello di *vettore applicato,* alle forze.

Le forze sono pertanto caratterizzate da una direzione, un verso, una intensità, una retta di applicazione e un punto di applicazione. Quando si opera con i corpi estesi le due ultime caratteristiche diventano rilevanti; se il corpo è rigido sarà lecito spostare la forza lungo la retta di applicazione; se il corpo è deformabile non si potrà fare nemmeno quello.

5.3.4 L'ESPRESSIONE VETTORIALE DELLA FORZA ELASTICA

La *legge di Hooke* può essere scritta in forma vettoriale tenendo presenti la direzione e il verso dei vettori forza e spostamento e distinguendo tra la forza applicata dall'esterno e la forza elastica di risposta.



Supponiamo che un corpo esterno, per esempio una mano, solleciti una molla. La forza esercitata dalla mano sulla molla è detta *forza esterna.*

Per effetto della forza esterna la molla si allunga di una quantità proporzionale alla forza; poiché la molla è data, potremo condensare tutti i parametri in una unica costante k tipica della molla (dipendente dalla lunghezza, dalla sezione e dal materiale) e che chiameremo *costante elastica*

La direzione e il verso della forza esterna coincidono con quelli dello spostamento e dunque si può scrivere:

$$\vec{F}_{\text{est}} = k\vec{\Delta l} \qquad \text{(I.5.4)}$$

Ma sappiamo dall'esperienza che una molla deformata agisce sulla mano con una forza uguale a quella esterna, ma di verso contrario. Tale forza è chiamata *forza elastica.* Poiché essa ha verso contrario al vettore allungamento, potremo scrivere:

$$\vec{F}_{\text{el}} = -\,k\vec{\Delta l} \qquad \text{(I.5.5)}$$

5.3.5 LE FORZE DELLA MECCANICA COMPAIONO A COPPIE

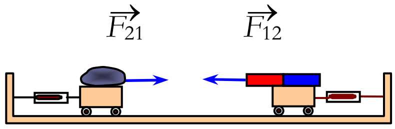
la legge di azione e reazione nota anche come III legge della dinamica

Dopo aver analizzato diversi tipi di interazione tra corpi, Newton giunse alla conclusione che *due corpi interagiscono sempre con forze di uguale intensità, applicate lungo la stessa retta, ma di verso contrario.* Tali due forze saranno indicate rispettivamente con $\vec{F}_{12}$ e $\vec{F}_{21}$ e scriveremo:

$$\vec{F}_{12} = -\,\vec{F}_{21} \qquad \text{(I.5.6)}$$

dove $\overrightarrow{F_{12}}$ è la forza con cui il primo corpo agisce sul secondo e $\overrightarrow{F_{21}}$ è quella con cui il secondo agisce sul primo. Questa equazione corrisponde all'enunciato della III legge del moto di Newton ed è nota anche come *III legge della dinamica.*

L'aspetto interessante della III legge della dinamica nota anche come *legge di azione e reazione* è che essa è risultata valida anche nei caso in cui i due corpi non sono a contatto diretto. Come vedremo nel capitolo sulla gravitazione, Newton suppose che non solo la terra viene attirata dal sole, ma che la terra a sua volta attira il sole con una forza identica, di verso contrario ed applicata in un punto diverso.



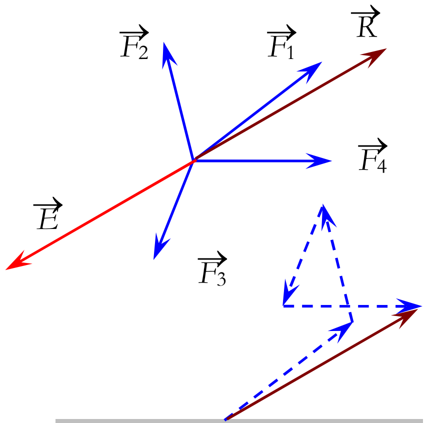
Come esempio consideriamo la interazione tra un magnete ed un pezzo di ferro. I dinamometri attaccati ai due corpi registrano due forze uguali e contrarie. Altri esempi di applicazione della III legge della dinamica saranno forniti nei prossimi capitoli.

Si presti attenzione a non cadere nell'errore abbastanza comune, secondo cui, poiché le due forze di cui si parla sono uguali e contrarie, e dunque si fanno equilibrio, esse non daranno luogo ad alcun effetto. Le due forze sono sì uguali e contrarie, ma sono applicate in punti diversi e a corpi diversi.

attenzione al punto di applicazione

Nulla ci autorizza a spostare liberamente le forze nello spazio come si farebbe con un normale vettore. Ecco perché, nel titolo del paragrafo abbiamo scritto: *la forza, un vettore un po' speciale.*

5.4 Somma vettoriale e scomposizione di forze applicate ad un punto materiale

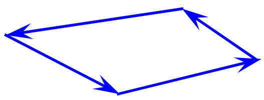


costruzione di risultante ed equilibrante

5.4.1 RISULTANTE ED EQUILIBRANTE DI UN SISTEMA DI FORZE

Se si applicano ad uno stesso punto materiale più forze esse possono essere sostituite dalla *forza risultante* cioè da quella forza che determina gli stessi effetti.

Poiché come abbiamo visto le forze si sovrappongono con legge vettoriale *la risultante è il vettore somma e si può calcolare con il metodo della poligonale* o con il *metodo del parallelogramma* comodo da utilizzare quando le forze sono solo 2.



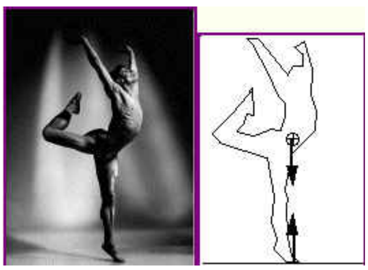
se la poligonale è chiusa allora la risultante è nulla

Quando la poligonale è chiusa possiamo concludere che la risultante delle forze è nulla. Un tale sistema di forze è detto *bilanciato* o *in equilibrio.*

Un sistema di forze non equilibrate applicate in uno stesso punto può sempre essere equilibrato applicando nello stesso punto una forza di bilanciamento (equilibrante). La *forza di bilanciamento* è una forza con la stessa intensità della risultante ma con verso contrario.

5.4.2 DECOMPOSIZIONE DI UNA FORZA

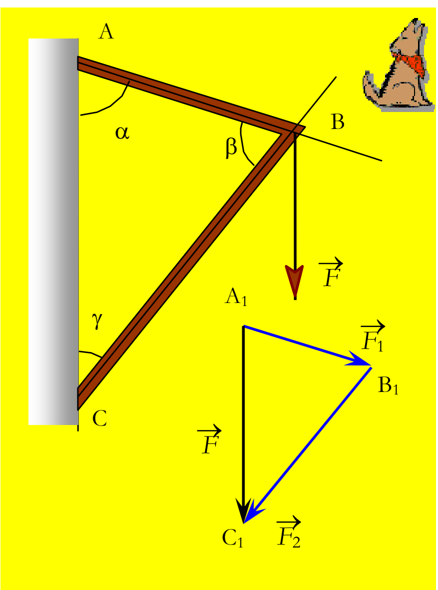
La forza, come qualsiasi altro vettore, può essere scomposta in due o più componenti e spesso si incontra la necessità di scomporre una forza in direzioni assegnate durante l'analisi di configurazioni concrete.



Se viene dato un corpo sul quale sono applicate alcune forze esse vanno sommate vettorialmente. Tali forze, per esigenze di analisi devono poi essere decomposte lungo direzioni privilegiate significative agli effetti dello studio del moto.

Per esempio, se il corpo è disposto lungo un vincolo piano le due direzioni di decomposizione saranno costituite dalla direzione del piano (su cui avverrà il moto) e dalla sua perpendicolare perché la componente perpendicolare, come risultato della azione del vincolo, dovrà presentare risultante nulla.

L'argomento sarà ripreso studiando il moto di corpi soggetti a forze.



5.4.3 ESEMPIO DI SCOMPOSIZIONE

Esercizio: Supponiamo che una data forza $\vec{F}$, per esempio un peso, sia applicato ad una mensola. Ci proponiamo di trovare le forze che si trasmettono lungo la struttura e che, alla fine, agiscono sul muro che sorregge la mensola. Come vedremo, effettuando la decomposizione, la forza peso $\vec{F}$ determina una trazione del braccio superiore e una compressione di quello inferiore.

Infatti la struttura metallica fa sì che le forze si possano trasmettere solo lungo le direzioni AB e CB e pertanto per determinare tali forze basta costruire il triangolo $A_1B_1C_1$ con i lati paralleli alle sbarre e alla forza peso, cioè decomporre la forza peso lungo le due direzioni determinate dalle mensole (per farlo basta tracciare le due parallele alle direzioni date per gli estremi del vettore dato).

A questo punto, poiché: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$, potremo affermare che, visto che il peso esercita in B una forza $\vec{F_1}$ diretta come AC la struttura metallica trasmetterà tale forza sino in A e tale forza dovrà essere bilanciata, alla fine, dal muro che dovrà esercitare una forza di trazione sulla mensola.

Osserviamo ancora che, data la similitudine dei triangoli ABC e $A_1B_1C_1$, le lunghezze dei lati della mensola ci danno una immediata visualizzazione delle forze.

$$\frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{CB} = \frac{F}{AC} \qquad \text{(I.5.7)}$$

In conclusione, mentre in A si esercita una forza di trazione in C si ha una compressione e la parte delicata della struttura è il punto A nel quale, se si appende la mensola con dei tasselli di tipo Fisher, bisognerà prestare che siano del tipo con una buona resistenza alla trazione.

5.5 I corpi rigidi e la retta di applicazione delle forze

5.5.1 I corpi rigidi

L'esperienza ci insegna che quando applichiamo una forza ad un corpo esteso gli effetti che si ottengono dipendono non solo dalla direzione, dal verso e dalla intensità, ma anche dal punto di applicazione della forza e dalla retta di applicazione.

Consideriamo ancora l'esempio del libro appoggiato su un tavolo orizzontale. Se il libro viene spinto con un dito appoggiato lungo l'asse di simmetria lo vedremo traslare, ma se il dito viene appoggiato al di fuori di tale asse, il libro ruota.

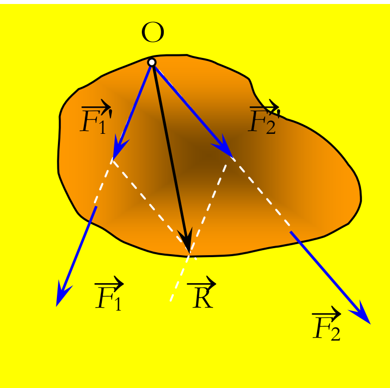
Per questa ragione le forze vengono descritte, in generale, precisandone anche retta e punto di applicazione.

corpi rigidi e comportamento delle forze

Esiste una categoria particolare di corpi estesi, che chiamiamo *corpi rigidi* caratterizzati dalla proprietà che la distanza tra i punti di questi corpi non cambia mai nel tempo. In prima approssimazione, tutti i corpi solidi sono rigidi.

I *corpi rigidi* godono di una particolare proprietà: *una forza applicata ad un corpo rigido può essere fatta scorrere liberamente lungo la retta di applicazione*. In altre parole, le forze dei corpi rigidi non hanno la necessità di definire il punto di applicazione.

Questa proprietà ci può aiutare a determinare la forza risultante nel caso di due forze con rette di applicazione diverse ma concorrenti e nel caso di due forze parallele.



le **forze concorrenti** vengono fatte scorrere lungo le rette di applicazione sino ad incontrarsi

5.5.2 La risultante di forze concorrenti

Consideriamo due forze $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ applicate ad un corpo rigido e le cui rette di applicazione si incontrino in un punto O.

Se le due forze date vengono fatte scorrere lungo le loro rette di applicazione (cosa che per i corpi rigidi è sempre ammessa) sino in O sarà possibile trovare la somma vettoriale $\vec{R}$ delle due forze $\vec{F_1}'$ e $\vec{F_2}'$ equivalenti alle forze date e pertanto il problema sarà risolto.

5.5.3 La risultante di due forze parallele

La situazione è più complessa nel caso di forze parallele perché in quel caso, anche facendole scorrere non si arriva ad un punto di applicazione comune da cui sommare mediante il parallelogramma.

Ci aspettiamo che la direzione della risultante sia la stessa delle due rette parallele; ci aspettiamo che la risultante abbia una intensità pari alla somma delle intensità. Ma *quale sarà la retta di applicazione*?

la risultante di due forze parallele equiverse si trova a distanza inversamente proporzionale

Due forze parallele ed equiverse applicate ad un corpo rigido hanno come risultante una forza parallela alle due con intensità pari alla loro somma e collocata all'interno della striscia di piano definita dalle due forze a distanze inversamente proporzionali alle intensità delle due forze.

Il risultato presentato si basa sulla seguente dimostrazione.

Consideriamo due forze parallele ed equiverse $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$. Per determinare la risultante delle due forze applicate rispettivamente in A_1 e A_2 si considera il piano α in cui le due forze sono collocate, si congiunge A_1 con A_2 e lungo la retta così individuata si applicano le due forze $\vec{T_1}$ e $\vec{T_2}$ di modulo T che, essendo eguali ed opposte si annullano.

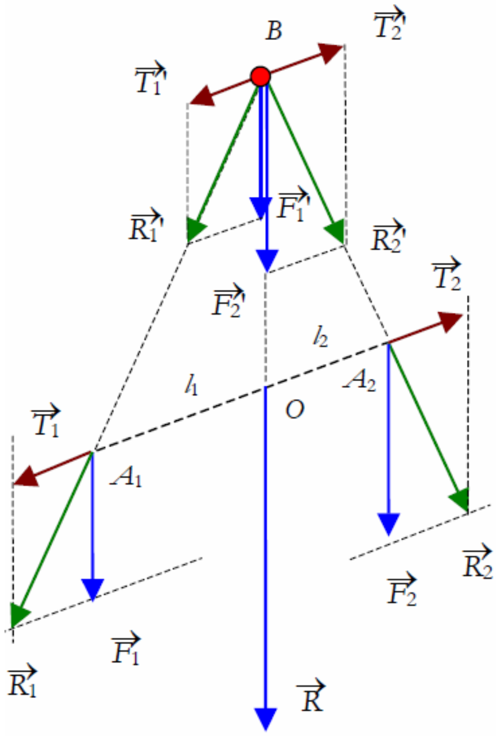
Si determinano così le due forze $\vec{R_1}$ e $\vec{R_2}$ equivalenti al sistema dato che però, non essendo più parallele convergono in un punto B determinando le due forze $\vec{R_1'}$ e $\vec{R_2'}$.

Da tale punto si decompongono $\vec{R_1'}$ e $\vec{R_2'}$ in modo di dare luogo alle due forze $\vec{F_1'}$ e $\vec{F_2'}$ identiche a $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ ma applicate lungo la stessa retta. La risultante delle due forze originarie è dunque $\vec{R}$ con $R = F_1 + F_2$ e applicata nel punto O (o in qualsiasi altro punto della retta BO).

Per quanto riguarda la determinazione analitica del punto O osserviamo che, essendo $A_1\overset{\Delta}{O}B \sim A_1\overset{\Delta}{R_1}F_1$ e $A_2\overset{\Delta}{O}B \sim A_2\overset{\Delta}{R_2}F_2$, si può affermare che, per la proporzionalità dei lati: $\frac{l_1}{T} = \frac{\mathrm{OB}}{F_1}$ e $\frac{l_2}{T} = \frac{\mathrm{OB}}{F_2}$ da cui per la uguaglianza dei medi delle due proporzioni si ottiene

$$l_1F_1 = l_2F_2 \qquad \text{(I.5.8)}$$

Dunque, possiamo concludere che *la retta di applicazione della risultante di due forze parallele con lo stesso verso divide la distanza tra i due punti di applicazione originari in parti inversamente proporzionali ai moduli delle due forze.*



costruzione della risultante di forze parallele sfruttando la possibilità di aggiungere forze a risultante nulla lungo una stessa retta di applicazione

Nella figura si è voluto introdurre il numero minimo di modifiche ma, se si tiene presente che le forze $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ possono essere spostate lungo le loro rette di applicazione si conclude che qualunque caso del tipo in figura può essere risolto graficamente spostando le forze in modo che la congiungente i punti di applicazione sia perpendicolare alla direzione delle forze. Ciò consente di lavorare con triangoli rettangoli e costruire figure più accurate.

La relazione che abbiamo trovato vale anche nel caso di forze parallele e discordi. In quel caso, detta l la distanza tra le due forze, la risultante si trova all'esterno, più vicina alla forza maggiore e, indicata con x la distanza dalla forza maggiore, si ha (supponendo che la maggiore sia F_1):

$$F_1\, x = F_2\,(l + x) \qquad \text{(I.5.9)}$$

Ovviamente, in questo caso la risultante ha come modulo la differenza dei moduli ed è orientata nel verso della maggiore.

Si consiglia di eseguire per esercizio la analoga costruzione relativa al caso di due forze parallele ma con verso contrario.

5.6 Esempi ed applicazioni

5.6.1 DUE MOLLE IN SERIE

Esercizio:Si consideri un sistema costituito da due molle di costanti elastiche diverse k_1 e k_2 applicate in serie una dopo l'altra. Dimostrare che la molla equivalente al sistema delle due molle, cioè quella che determina la stessa forza con la stessa deformazione Δl deve avere una costante k tale che: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

☹

Osserviamo in via preliminare che, raggiunto l'equilibrio, la forza si trasmette inalterata lungo le due molle messe in serie e pertanto potremo dire che: $F = k_1\,\Delta l_1$ e $F = k_2\,\Delta l_2$. Nel sistema equivalente costituito da una sola molla sarà: $F = k\,\Delta l$ dove, poiché le due molle sono in serie, $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$. Pertanto:

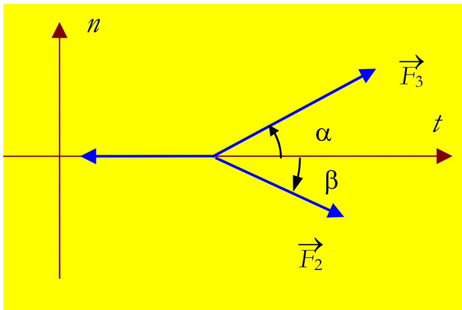
$$\frac{1}{k} = \frac{\Delta l}{F} = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{F} = \frac{\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}}{F} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

☺

5.6.2 LA RISULTANTE E LE SUE COMPONENTI

Esercizio: Dato un sistema di forze del tipo rappresentato in figura determinare le componenti della risultante lungo le due direzioni orientate *t* e *n*. Dati numerici: F_1 = 20.0 N, F_2 = 25.4 N, F_3 = 27.3 N, α = 28.3°, β = –22.3°.

☹



Indichiamo con $\vec{R}$ il vettore risultante $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$ e calcoliamo le sue componenti: $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

$R_t = F_{1t} + F_{2t} + F_{3t} = -F_1 + F_2 \cos\alpha + F_3 \cos\beta = 27.6$ N

$R_n = F_{1n} + F_{2n} + F_{3n} = 0 + F_2 \sin\alpha + F_3 \sin\beta = 1.7$ N

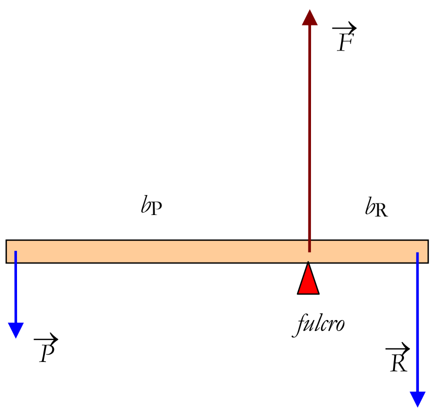
$R = \sqrt{R_t^2 + R_n^2} = 27.65$

$\tan\varphi = \frac{R_n}{R_t} = 0.0616 \quad \varphi = 3.52°$

In quasi tutte le calcolatrici scientifiche esiste una sequenza di tasti che consente di passare dalle coordinate cartesiane o rettangolari (R) a quelle polari (P). Si consiglia, se non lo si è già fatto di imparare ad utilizzarlo perché in quel caso, dato il vettore $\vec{R}$ si passa direttamente da (R_x, R_y) a (R,φ) e viceversa.

☺

5.6.3 LE FORZE PARALLELE: COME FUNZIONANO LE LEVE?



la leva si basa sulla composizione delle forze parallele; potenza, resistenza, fulcro, braccio

Una importante applicazione della determinazione della risultante di un sistema di due forze parallele è data dal meccanismo di funzionamento delle *leve*.

In una *leva* agiscono due forze parallele: una forza motrice o *potenza*, una forza ostacolante o *resistenza* e il tutto è bilanciato da una forza di *reazione vincolare* applicata in un punto (intorno a cui la leva può ruotare) detto *fulcro della leva*. La resistenza è solitamente data e si applica una potenza in modo che il sistema sia in equilibrio (per la precisione la potenza avrà un valore leggermente maggiore di quello imposto dalla condizione di equilibrio) in modo di vincere la resistenza

Se il sistema è in equilibrio la risultante della potenza e della resistenza che viene equilibrata dalla reazione del fulcro, deve essere applicata nel fulcro e dunque si deve avere in base alla relazione dimostrata al punto precedente:

$$P\, b_P = R\, b_R \qquad \text{(I.5.10)}$$

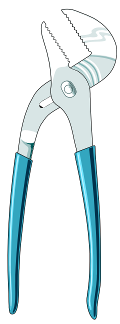
o anche:

$$P = R\,\frac{b_R}{b_P} \qquad \text{(I.5.11)}$$

Poiché $\frac{b_R}{b_P} < 1$ ne segue che $P < R$ e pertanto è possibile sollevare un carico con una forza tanto minore quanto minore è il rapporto tra le due distanze.

Un artificio del genere è applicato, per esempio, nelle pinze nelle quali i manici sono molto più lunghi delle ganasce.

Ovviamente, durante il funzionamento della leva il fulcro è sollecitato in maniera molto energica perché la sbarra esercita su di esso una forza pari alla risultante e a sua volta il fulcro deve esercitare sulla sbarra una forza pari alla equilibrante. Per questa ragione il *punto di cerniera* è soggetto ad un logorio piuttosto intenso.

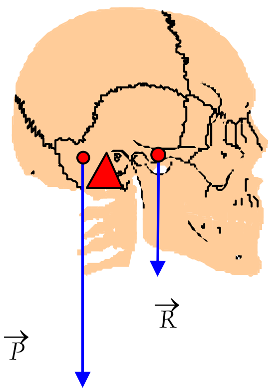


la pinza è un esempio di leva di I specie vantaggiosa

Le leve di I specie

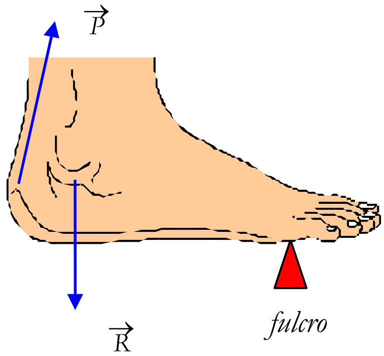
Le *leve* del tipo descritto sono dette di *prima specie* e possono essere sia di tipo vantaggioso sia di tipo svantaggioso a seconda che il rapporto $\frac{b_R}{b_P}$ sia < o > di 1.

Una esperienza comune e sgradevole per molti bambini è quella dello schiacciarsi le dita negli stipiti delle porte o delle finestre. In quel caso la leva è vantaggiosa e di I specie con la aggravante che il braccio della potenza è pari alla larghezza della porta, mentre quello della resistenza è di un paio di centimetri. In casi come questi si possono determinare facilmente fratture o comunque traumi importanti.



il collo è una leva di I specie svantaggiosa

Un esempio di *leva di prima specie svantaggiosa* è data dalla articolazione del collo incernierata sulla prima vertebra in corrispondenza della nuca. La potenza è esercitata dai muscoli splenici come in Figura mentre la resistenza è data dal peso del cranio (circa 80 N). Nel caso considerato $b_R \approx$ 8 cm mentre $b_P \approx$ 2 cm pertanto esiste un rapporto svantaggioso pari a 4. Ciò significa che i muscoli del collo per reggere la testa devono sopportare delle forze pari a circa 320 N. La situazione si complica notevolmente in contesti particolari quando si generano fenomeni di sovrappeso che possono generare il *colpo di frusta*. In quei contesti la muscolatura non è più in grado di determinare le forze di potenza necessarie e si possono determinare sia situazioni di sofferenza vertebrali sia vere e proprie rotture.

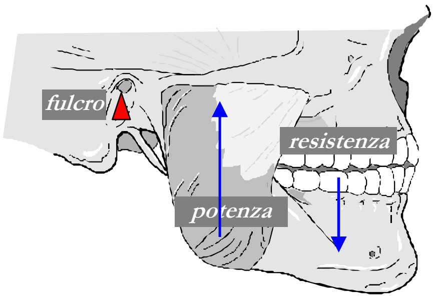


il piede è una leva di II specie sempre vantaggiosa

Le leve di II e di III specie

Le leve utilizzate possono anche avere il fulcro all'estremo della sbarra. In quel caso, come si può osservare facilmente disegnando la leva, la potenza e la resistenza presentano verso contrario in modo di dare luogo a rotazioni opposte che si fanno equilibrio quando $P\, b_P = R\, b_R$

Anche in questo caso, quando la resistenza è collocata più vicina al fulcro, si ha un vantaggio che può risultare anche molto rilevante: è quanto avviene, per esempio in utensili quali lo schiaccianoci.



la mascella è una leva di III specie sempre svantaggiosa e ciò significa che i muscoli della mandibola sono molto potenti

Si chiamano *levedi II specie* quelle vantaggiose, quelle cioè per le quali il braccio della potenza è maggiore di quello della resistenza e basta una potenza piccola per vincere una resistenza grande. È quanto accade durante la elevazione del piede sulle punte delle dita. La potenza viene esercitata dai muscoli del polpaccio tramite il tendine d'Achille mentre la resistenza corrisponde alla porzione di peso che grava sulla gamba e che può essere approssimativamente collocata in corrispondenza della caviglia.

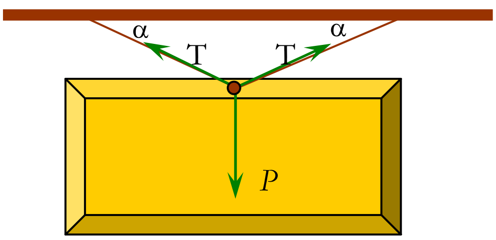
Quando la potenza si trova collocata tra la resistenza ed il fulcro si ha la *leva di III specie*, sempre svantaggiosa. Può sembrare strano ma si tratta di una delle leve più diffuse nel corpo umano perché in molti muscoli il punto di inserzione si trova molto vicino alla articolazione. In figura viene rappresentata come esempio la mandibola umana con, in evidenza, il muscolo mascellare in grado di far muovere la mascella inferiore come una leva di III specie. Dalla figura si può osservare come la resistenza che si può vincere sui molari è molto maggiore di quella che si può vincere su incisivi e canini che compensano la minor forza con una maggiore affilatura degli stessi. Alla diversità di forza disponibile corrisponde anche una diversità funzionale (attività masticatoria nel primo caso, di lacerazione e di taglio nel secondo caso).

La articolazione del gomito presenta le stesse caratteristiche ma, in quel caso il carattere svantaggioso è ancora più evidente perché il punto di inserzione del muscolo bicipite brachiale (responsabile della estensione dell'avambraccio) si trova solo qualche centimetro al di là del gomito.

5.6.4 ESEMPIO: L'EQUILIBRIO DI UN CORPO SOSPESO

Esercizio: Il quadro della figura a lato pesa P = 40 N ed è appeso ad un sostegno mediante due fili che formano con l'orizzontale un angolo α = 20°. Calcolare le reazioni vincolari nei fili e quindi spiegare cosa accade alle reazioni vincolari quando cambia α. Per quale valore di α le reazioni vincolari sono uguali al peso?

☹



Osserviamo intanto che, per ragioni di simmetria, le due reazioni vincolari devono essere uguali. Inoltre per l'equilibrio del punto di cerniera deve essere: $2T \sin \alpha = P$

Tenendo conto dei dati si ha dunque:

$$T = \frac{P}{2 \sin \alpha} = \frac{40}{2 \sin 20} \approx 58.5 \text{ N}$$

Al crescere dell'angolo sin α aumenta e pertanto T diminuisce.

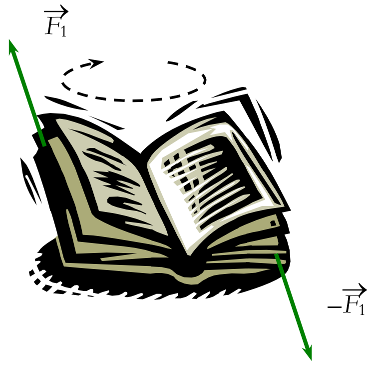
Si ha $P = T$ quando $\sin \alpha = ½$ il che accade a 30°.

☺

5.7 Il momento di una forza

5.7.1 APPROFONDIAMO LO STUDIO DEGLI EFFETTI PRODOTTI DALLE FORZE

Nei paragrafi precedente ci siamo posti il problema di determinare la risultante di due forze parallele applicate ad un corpo rigido e, in quel contesto, abbiamo scoperto che la risultante sta su una retta parallela alla retta di applicazione delle due forze date a distanze inversamente proporzionali alle loro intensità. Come applicazione di questa particolare proprietà abbiamo esaminato il funzionamento delle leve.



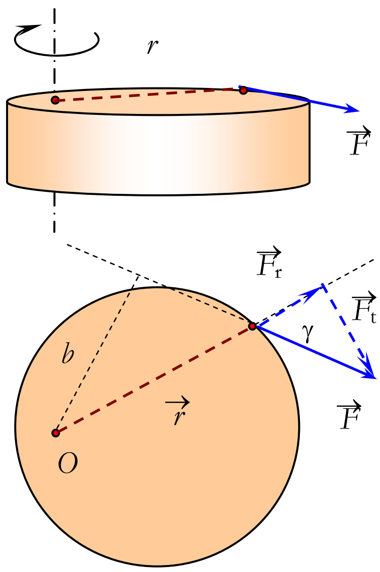
coppia di forze
la risultante è nulla ma il corpo ruota

Ma quello delle leve è un caso particolare di un contesto generale che potremmo descrivere in questo modo: *come si muove un corpo rigido quando ad esso sono applicate delle forze qualsiasi? In particolare come devono essere le forze affinché il corpo sia in equilibrio?*

L'ultima domanda sembra innocente e banale; la risultante delle forze deve essere nulla. *Ma questa condizione che è certamente necessaria, non è sufficiente a determinare l'equilibrio come ci si può rendere conto applicando due forze uguali e contrarie ad un libro. Se le rette di applicazione sono diverse il libro ruota.*

L'argomento sarà affrontato con sufficiente generalità nel capitolo dedicato al moto dei corpi rigidi ma in questa fase cercheremo di affrontare almeno il problema dell'equilibrio.

5.7.2 IL MOMENTO DI UNA FORZA



momento di una forza rispetto a un asse
si compongono la forza e la distanza in condizione di perpendicolarità

Consideriamo una forza $\vec{F}$ che agisca su un corpo in grado di ruotare intorno ad un asse fisso O e supponiamo che tale forza agisca in un piano perpendicolare all'asse di rotazione [5]:

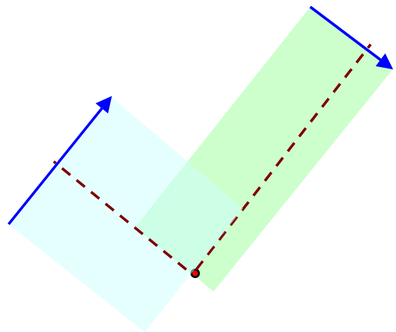
- ci si rende conto immediatamente che se si scompone la forza $\vec{F}$ nelle sue due componenti radiale e tangenziale la componente radiale è inefficace perché viene equilibrata dalla reazione del vincolo: dunque ciò che importa è il valore di $\vec{F}_t$.
- da esperienze elementari (per esempio la apertura a spinta di una porta) si scopre che forze tangenziali identiche producono effetti diversi a seconda della distanza dall'asse di rotazione (abbiamo già visto qualcosa di simile discutendo delle leve).

Per considerazioni di questo genere che sottintendono ragionamenti di natura energetica e che saranno ripresi nei capitoli sul moto dei corpi rigidi si arriva a dare la definizione di una nuova grandezza fisica vettoriale detta *Momento della forza rispetto ad un asse di rotazione*.

Si tratta di un vettore con la direzione dell'asse di rotazione, con verso entrante nel piano quando la forza determina rotazioni orarie ed uscente quando determina rotazioni antiorarie e con un modulo M pari a:

$$M = F\, r \sin\gamma = F\, b = F_t\, r \qquad \text{(I.5.12)}$$

[5] Questa restrizione che adotteremo nel seguito non crea problemi perché se per caso non si realizza basterà scomporre la forza nelle sue due componenti perpendicolare all'asse e diretta come l'asse ed osservare che quella diretta come l'asse, se il corpo è vincolato, non produce effetti.



forze diverse di identico momento: una interessante interpretazione geometrica

la distanza *b* tra la retta di applicazione della forza e il punto di cerniera è detta *braccio del momento* e vale $r \sin \gamma$.

In conclusione, *il momento di una forza rispetto ad un certo asse è dato dal prodotto della forza per il suo braccio.* Il punto *O* in cui l'asse di rotazione interseca il piano perpendicolare contenente la forza è detto *polo*.

Come si vede dalla definizione il momento di una forza è una grandezza dipendente sia dalla forza sia dalla sua collocazione rispetto all'asse di rotazione. Due forze diverse possono avere lo stesso momento rispetto ad uno stesso asse, basta che il prodotto forza per braccio sia identico nei due casi.

Se si tiene conto della definizione data di prodotto vettoriale si potrà scrivere la *definizione di momento in forma vettoriale*:

$$\vec{M}_O = \vec{F} \times \vec{r} \qquad \text{(I.5.13)}$$

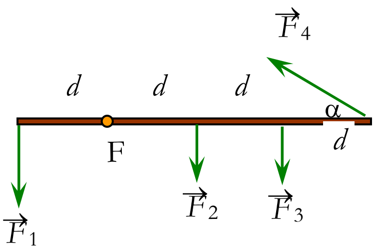
Il vantaggio a trattare il momento come grandezza vettoriale si ha quando si opera con forze non complanari. *In quel caso i momenti possono essere composti solo utilizzando il prodotto vettore. Quando invece, come faremo nelle nostre applicazioni, si opererà in uno stesso piano, i momenti avranno tutti la stessa direzione e la loro composizione corrisponderà ad una somma algebrica.*

Per quanto riguarda il segno la cosa importante è quella di distinguere con segno diverso i momenti corrispondenti a rotazioni opposte mentre non esiste alcuna differenza nell'assegnare valore positivo alle une o alle altre. Se si assegna il segno + alle rotazioni orarie ciò corrisponderà a misurare la componente lungo l'asse *z* ortogonale al piano.

La unità di misura del *momento* nel S.I. è il *newton·metro* (N·m). [6]

Esercizio: Calcolare il momento risultante delle forze applicate all'asta della figura a lato, supposta di peso trascurabile, e vincolata nel punto F (fulcro). Dati: F_1 = 80 N, F_2 = F_3= 40 N, F_4 = 100 N, α = 30°, d = 60 cm. In che verso ruota l'asta?

☹



Basta scrivere il momento risultante nel rispetto della convenzione sui segni (positivo per rotazioni antiorarie) e calcolare il braccio di F_4 che vale 3d sin α.

$M = F_1\, d + F_4\, 3d \sin \alpha - F_2\, d - F_4\, 2d = 80\times0.60 + 100\times1.80\times0.5 - 40\times0.60 - 40\times1.20 = 66.0$ Nm

Poiché il momento è positivo la rotazione è antioraria.

☺

5.7.3 LA COPPIA DI FORZE

Nelle applicazioni meccaniche che coinvolgono corpi in rotazione è particolarmente significativo il caso della *coppia di forze, cioè di due forze parallele con retta di applicazione diversa, stessa intensità e verso contrario*. Una coppia di forze, applicata ad un corpo pur avendo risultante nulla, ne determina sempre una rotazione.

Come si vede dalla Figura il *momento di una coppia* di forze ha sempre lo stesso valore indipendentemente dalla posizione del polo considerato.

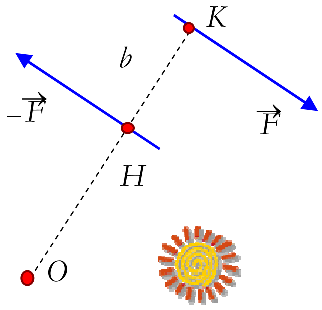
---

[6] Nel capitolo dedicato all'energia vedremo che anche questa grandezza fisica (diversa dal momento) corrisponde al prodotto di una forza per una distanza. Per sottolineare la differenza per la energia si parlerà di Joule e per il momento di N m

Infatti, applicando la definizione e la convenzione sui segni si ha che:

$$M = F\,\overline{OK} - F\,\overline{OH} = F\,(\overline{OK} - \overline{OH}) = F\,b \qquad (I.5.13)$$

e tale quantità non dipende dalla posizione del punto O.



il momento di una coppia non dipende dal polo; gli effetti dipendono solo dal momento

Si dimostra che *coppie di forze diverse, ma dotate di uno stesso momento, determinano effetti equivalenti.*

5.7.4 L'EQUILIBRIO DEI CORPI RIGIDI

Nei capitoli precedenti abbiamo già visto che un corpo puntiforme è in equilibrio se si annulla la risultante delle forze applicate ad esso. Ma questa condizione, nel caso dei corpi estesi, non è sufficiente a determinare l'*equilibrio* perché forze di risultante nulla sono in grado di determinare delle rotazioni: infatti vengono a determinare almeno una coppia di forze.

Si tratta pertanto di *aggiungere alla condizione di annullamento della risultante (la quale determina la assenza di accelerazioni di tipo traslazionale) quella di annullamento del momento risultante dato dalla somma dei momenti delle diverse forze agenti (la quale determina la assenza di accelerazioni di tipo rotazionale).*

per l'equilibrio deve essere $\sum \vec{F} = 0$ e $\sum M = 0$

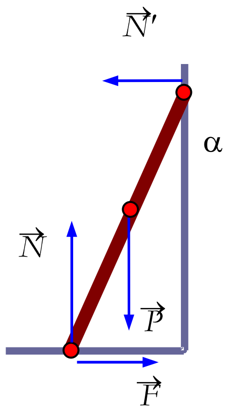
Poiché però forze di risultante nulla si riducono al caso di una o più coppie di forze non sarà necessario specificare a quale asse di rotazione si riferiscono i momenti perché, come si è visto al punto precedente, i momenti delle coppie di forze sono indipendenti dalla scelta dell'asse.

Concretamente, se si tratta di un corpo vincolato, *è conveniente calcolare tutti i momenti scegliendo come asse di rotazione il vincolo stesso perché in questo caso il momento delle reazioni vincolari risulta nullo* e non occorre calcolarne separatamente il valore, come si vedrà nel prossimo esempio e in quelli dei capitoli successivi.

5.7.5 ESERCIZI SVOLTI SULL'EQUILIBRIO

Esercizio: Consideriamo una sbarra di lunghezza l e di massa m appoggiata ad una parete in modo che formi un angolo α con la parete stessa. Individuare le reazioni vincolari che agiscono sulla sbarra e il valore della forza orizzontale F che bisogna applicare al piede della sbarra affinché essa risulti in equilibrio.

☹



La sbarra è appoggiata su vincoli piani i quali determinano pertanto la comparsa di reazioni vincolari *N* e *N'* perpendicolari ai vincoli stessi. Per ragioni di simmetria possiamo individuare il punto di applicazione del peso ($P = m\,g$) a metà sbarra.

Si avrà equilibrio se si annullano la risultante delle forze e la risultante dei momenti.

Dall'annullamento della risultante delle forze segue che deve essere $N = P$ e $N' = F$.

Se scegliamo come polo per il calcolo dei momenti il punto di appoggio sulla verticale sarà:

$N\,l\sin\alpha - mg\,l/2\,\sin\alpha - F\,l\cos\alpha = 0$

e poiché $N = mg$ si ottiene:

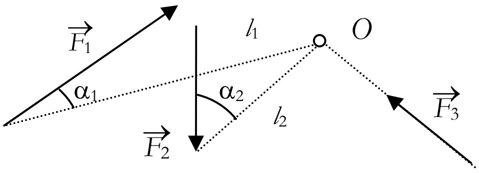
$F = ½\,mg\tan\alpha$

Si osservi che, preso atto della esistenza di due coppie di forze di momento contrario, si ha equilibrio quando i due momenti sono uguali, cioè quando:

$mg\, l/2 \sin\alpha = F\, l \cos\alpha$ da cui $F = ½\, mg \tan\alpha$

Come si vede la forza da esercitare cresce al crescere di α e, dipendendo dalla tangente dell'angolo, cresce molto rapidamente tendendo ad infinito quando l'angolo si approssima a 90°.

☺



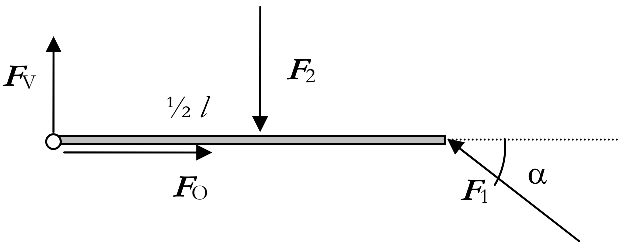
Esercizio: Sono assegnate le forze $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ e $\vec{F_3}$ come in figura con i seguenti dati F_1= 5.00 N, F_2= 3.25 N, F_3= 4.00 N, α_1 = 27.5°, α_2 = 48.5°, l_1 = 2.50 m, l_2 = 1.50 m; determinare la $\sum M$ delle forze rispetto al punto O indicato.

☹

$\sum M = -F_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot b_2 \sin\alpha_2 + F_3 \cdot b_3 = -F_1 \cdot l_1 \sin\alpha_1 + F_2 \cdot l_2 \sin\alpha_2 + F_3 \cdot 0 = -5.00 \sin(27.5) + 3.25 \sin(48.5) = -2.12$ Nm

☺

Esercizio: Una sbarra di massa trascurabile e di lunghezza l = 2.50 m è incernierata in un suo estremo ed è in equilibrio sotto l'azione di due forze $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ collocate come in figura. Sono date le seguenti informazioni F_1= 25.5 N, l = 2.50 m, α = 36.5 °. Si chiede di determinare F_2 e le due forze verticali e orizzontali F_v e F_o esercitate dal vincolo per garantire l'equilibrio. Perché si poteva evitare di fornire il valore di l? Determinare infine l'angolo β formato dalla reazione vincolare $\vec{F_v} + \vec{F_o}$ con la sbarra.



☹

Il problema si risolve imponendo l'annullamento della risultante delle forze e dei momenti (conviene scegliere come polo il vincolo).

Dalla risultante delle forze si ottiene:

$F_O = F_1 \cos\alpha$ mentre $F_2 = F_V + F_1 \sin\alpha$

Dalla risultante dei momenti si ha $-F_2\, ½\, l + F_1\, l \sin\alpha = 0$.

Si può semplificare per l e così si vede che il risultato non dipende da l.

Passando ai dati numerici si ha:

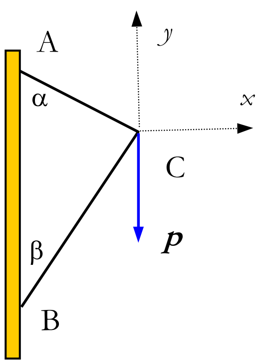
$F_2 = 2\, F_1 \sin\alpha = 30.3$ N

$F_O = F_1 \cos\alpha = 20.5$ N

$F_V = F_2 - F_1 \sin\alpha = 30.3$ N

$\tan\beta = \dfrac{F_V}{F_O} = 1.48$ e $\beta = \tan^{-1}(1.48) = 55.9°$

☺

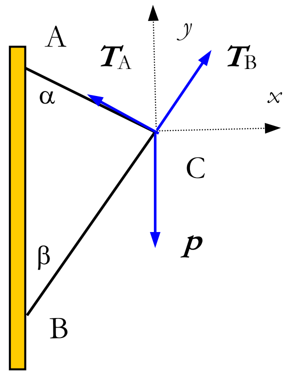


Esercizio: Una struttura reticolare del tipo indicato in figura regge nel vertice C un carico di peso p molto maggiore dei pesi delle due sbarre (che possono essere trascurati). Indicare con T_A e T_B le due forze esercitate dalle sbarre AC e BC

a) Completare la figura rappresentando T_A e T_B

b) Dimostrare che per α = 62° e β = 35° si ha $T_A = 0.578\, p$ e $T_B = 0.890\, p$ (si consiglia di utilizzare un sistema d'assi xCy)

c) Generalizzare il problema determinando in forma simbolica T_A e T_B al variare di α e β



La sbarra AC lavora in trazione mentre BC in compressione e ciò consente di tracciare le due reazioni vincolari (si veda la figura qui a lato)

Affinché sia $R_x = 0$ e $R_y = 0$ deve essere

$T_A \sin\alpha = T_B \sin\beta$ e $T_A \cos\alpha + T_B \cos\beta = p$.

Dalla prima equazione si ottiene $T_A = T_B \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ e sostituendo:

$T_B \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos\alpha + T_B \cos\beta = p$ che porta a:

$T_B\left(\dfrac{\sin\beta}{\tan\alpha} + \cos\beta\right) = p$ e dunque $T_B = \dfrac{p}{\left(\dfrac{\sin\beta}{\tan\alpha} + \cos\beta\right)}$

mentre $T_A = \dfrac{p}{\left(\dfrac{\sin\beta}{\tan\alpha} + \cos\beta\right)}\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \dfrac{p}{\left(\cos\alpha + \dfrac{\sin\alpha}{\tan\beta}\right)}$

Se si sostituiscono gli angoli forniti si ha:

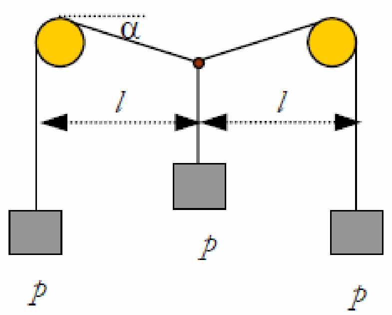
$$T_B = \frac{p}{\left(\dfrac{\sin\beta}{\tan\alpha} + \cos\beta\right)} = \frac{p}{\left(\dfrac{\sin 35}{\tan 62} + \cos 35\right)} = 0.890\,p$$

$$T_A = \frac{p}{\left(\cos\alpha + \dfrac{\sin\alpha}{\tan\beta}\right)} = \frac{p}{\left(\cos 62 + \dfrac{\sin 62}{\tan 35}\right)} = 0.578\,p$$

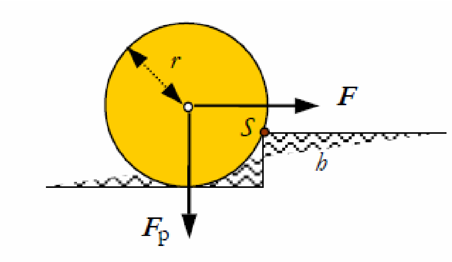
5.8 Problemi di fine capitolo

Per la soluzione è bene tener presenti i seguenti suggerimenti.

- La risultante di tutte le forze applicate al sistema **R** deve essere uguale a zero.
- Il momento risultante rispetto a un qualsiasi asse di rotazione deve essere uguale a zero
- Il momento si calcola moltiplicando la forza per la distanza (braccio) tra l'asse di rotazione e la retta di applicazione della forza e assumendo verso positivo per le
- rotazioni antiorarie e negativo per quelle orarie.
- La scelta dell'asse di rotazione va effettuata in maniera di semplificare il sistema posto dalle condizioni precedenti (ponendolo per esempio sulla retta di applicazione delle forze incognite).
- In presenza di vincoli piani le reazioni vincolari sono perpendicolari al piano
- Se si opera con corpi rigidi le forze possono essere liberamente spostate lungo la loro retta di applicazione
- Le tensioni lungo le funi si trasmettono inalterate.
- Il baricentro di un corpo esteso (punto di applicazione della forza peso) può essere determinato imponendo l'annullamento dei momenti dei pesi delle diverse parti componenti, momenti calcolati rispetto al punto da determinare oppure, scegliendo un polo opportuno e imponendo che i momenti delle diverse componenti equivalgano il momento della risultante applicata nel baricentro.



P1. Un sistema è costituito da due pulegge senza attrito e di massa trascurabile poste ad una distanza orizzontale $2l$. Sulle pulegge scorre un filo di massa trascurabile cui sono cui sono sospesi due pesi p. Se si sospende al centro tra le pulegge un terzo corpo identico ai precedenti il filo si abbassa e il sistema si pone in una nuova condizione di equilibrio. Si determini la relazione tra l'angolo α di abbassamento e i dati forniti. Si generalizzi poi il problema al caso in cui il punto di sospensione si trovi ad una generica distanza x con $0 < x/l < 1$ e si spieghi perché in tale caso il problema non ammette una condizione di equilibrio. [7]



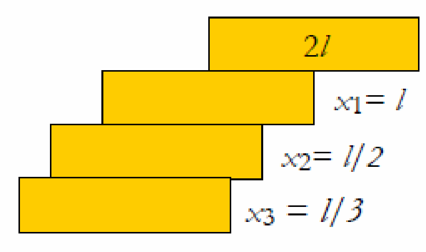
P2. Si consideri una ruota di raggio r e di peso F_p cui viene applicata una forza orizzontale F pari al peso applicata nell'asse di rotazione per fargli superare un dislivello h su un gradino di spigolo S. Determinare il massimo valore di h superabile. Generalizzare il problema al caso di una forza F qualsiasi. [8]

---

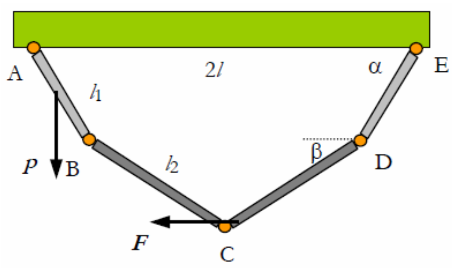
[7] Si tratta di indicare le tensioni nel punto di connessione; esse hanno lo stesso modulo $T = p$.
Dalla condizione di equilibrio si trova che deve essere $\alpha = 30°$.
Scrivendo la condizione di equilibrio nel II caso si conclude che non può essere ⋯

[8] Conviene eseguire il calcolo usando come polo lo spigolo S perché ciò consente di non far comparire la reazione vincolare dello spigolo.
Per far avvenire la rotazione dovrà essere (riferendosi ai moduli) $M_F \geq M_{Fp}$.
Risolvendo la disequazione si trova:
$h \leq (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})r$. Se le due forze non sono uguali avremo la disequazione:
$(1 + \alpha^2)h^2 - 2r(1 - \alpha^2)h + r^2 \geq 0$ con $\alpha = F/F_p$
Si consiglia di discutere l'andamento delle soluzioni al variare di α

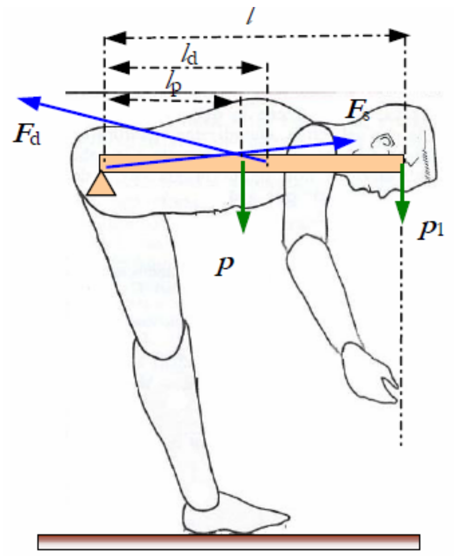
P3. Si devono impilare dei mattoni di lunghezza $2l$ in maniera che il sistema sia nella condizione limite di equilibrio. Si indichi con x la quantità di cui il mattone superiore sporge rispetto a quello inferiore.
Dopo aver dimostrato che nel caso di due mattoni la condizione limite si ha per $x = l$ si generalizzi a 3, 4, $\cdots n$ mattoni e si dimostri che teoricamente si può costruire una struttura di lunghezza infinita. [9]



P4. Quattro sbarre omogenee di peso **p** sono incernierate nei punti A, B, C, D ed E come in figura (con i punti A ed E fissi e posti a distanza $2l$).
a) Sapendo che AB = DE = l_1 e che BC = CD = l_2 scrivere la relazione di natura trigonometrica che lega l, l_1 e l_2.
b) Dimostra che in configurazione di equilibrio si ha $\tan\alpha = 3 \tan\beta$. A questo scopo disegnare le reazioni vincolari nei punti C, D, E incominciando con lo spiegare, attraverso considerazioni di simmetria la ragione per cui la forza **F** esercitata dalla sbarra BC nell'estremo C di CD debba essere orizzontale. [10]



P5. Nella figura qui a lato è stato schematizzato il sistema di forze che agiscono quando si solleva un peso $\mathbf{p}_1$ senza avere l'accortezza di piegare le ginocchia (le mani si trovano all'incirca all'altezza .
Il peso della parte superiore del corpo è indicato con **p** mentre quello da sollevare sia $\mathbf{p}_1 = k\,\mathbf{p}$.
Vengono indicate con l la distanza tra la retta di sollevamento e l'articolazione (fulcro) delle vertebre lombosacrali, con l_d quella tra il



[9] Si tratta di utilizzare la *regola aurea* che fornisce la posizione della risultante tra due forze parallele e tener presente che ogni volta che si aggiunge un mattone da sotto esso deve reggere tutti i precedenti e che, man mano aumenta (di un mattone) la forza che si deve comporre.
Così facendo si arriva ad una struttura di lunghezza:
$L = l\,(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots)$
e al tendere di n all'infinito tale serie (detta *serie armonica*) risulta divergente infatti:
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \ldots \leq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots \leq$
$1 + 1 + 1 + \cdots \to \infty$
La serie armonica va all'infinito molto lentamente perché il numero di frazioni che sommate producono 1 ogni volta raddoppia.

[10] La relazione goniometrica si basa sulla somma delle componenti orizzontali. La ragione per cui **F** è orizzontale è basata su considerazioni di simmetria (se avesse una componente verticale $\cdots$); le reazioni **F'** nel vincolo D sono verticali per soddisfare la condizione di equilibrio di CD; la relazione richiesta emerge dalla applicazione della relazione di equilibrio dei momenti sulle due sbarre CD e DE.

Per la forza si trova $F = \dfrac{mg}{\sin\alpha + \frac{1}{\mu}\cos\alpha} = \dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}\sin(\alpha+\varphi)}$ con $\tan\varphi = \dfrac{1}{\mu}$

Dove si è usata l'identità sulla combinazione lineare di seni e coseni:
$a \sin x + b \cos x = a/|a|\, \sqrt{a^2+b^2}\, \sin(x+\varphi)$ con $\varphi = \arctan\frac{b}{a}$

$F_{min} = \dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$ e tale valore si realizza quando $\alpha + \phi = 90°$ cioè $\alpha = 90 - \phi$

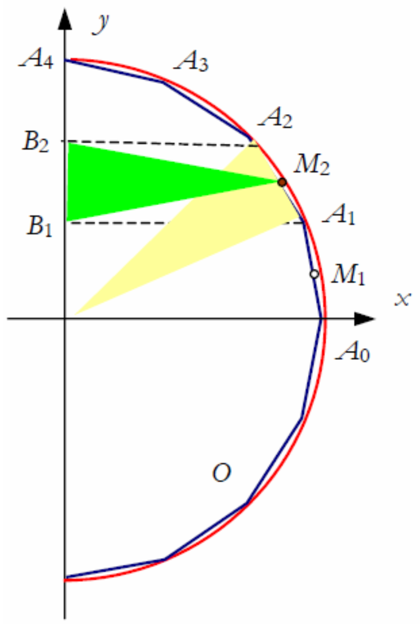
fulcro e la inserzione dei muscoli dorsali, con l_p quella dal baricentro della parte superiore del corpo, con $\mathbf{F}_d$ e $\mathbf{F}_s$ le due forze esercitate dai muscoli dorsali e dal fulcro (questa forza è quella che, in ultimi analisi, grava sui dischi intervertebrali determinando lombo-sciatalgie ed ernie).

L'angolo α l'angolo tra $\mathbf{F}_d$ e la colonna vertebrale vale circa 15° mentre $l_p = 0.5\ l$ e $l_d = 0.6\ l$.

a) Determinare la relazione che fornisce il valore della forza $\mathbf{F}_d$ in funzione degli altri dati.

b) Calcolare il valore di F_d nel caso sia p = 500 N, k = 0.5.

c) Scrivere le relazioni che consentono di determinare F_s [11]

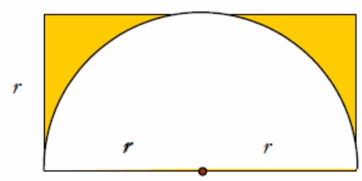


P6. Determinare il baricentro di un filo sottile omogeneo a forma di semicirconferenza di raggio r dimostrando che se la semicirconferenza viene collocata nel I e IV quadrante con centro nell'origine le coordinate del baricentro sono $y_G = 0$ e $x_G = \dfrac{2}{\pi}r$.

Successivamente generalizzare il risultato al caso in cui l'angolo al centro vale α dimostrando che $x_G = \dfrac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$ [12]

Suggerimento: utilizzare un poligono regolare inscritto di n lati e ricordare che la semicirconferenza corrisponde alla condizione limite per cui $n \to\infty$; tenere conto che il problema è simmetrico; calcolare il momento dei pesi dei diversi lati del poligono ed uguagliarlo a quello del peso applicato nel baricentro.

Tenere conto che si ha sempre $A_0A_1 \cdot x_{M1} = \Delta y_{01}\, a$, $A_1A_2 \cdot x_{M2} = \Delta y_{12}\, a$ e così via (similitudine da dimostrare tra i triangoli colorati).



P7. Da un rettangolo di lati r e $2r$ viene ritagliato il semicerchio inscritto di diametro $2r$. Determinare la posizione del baricentro della figura rimanente.

---

[11] Conviene scegliere come polo il fulcro; in questo modo l'annullamento della somma dei momenti consente di determinare direttamente F_d.

Si ottiene $F_d = \dfrac{l_p + kl}{l_d \sin\alpha}p$

[12] Si può limitare il ragionamento al primo quadrante perché per simmetria è sicuramente $y_G = 0$.

Per determinare x_G calcolare il momento rispetto all'asse y e indicare con γ il peso per unità di lunghezza. Se si indica con l_n la lunghezza del lato nel caso di poligono di n lati si ha:

$n\ \gamma\ l_n x_G = 2\ \gamma\ l_n (x_1 + x_2 + \cdots + x_{n/2}) = 2\ \gamma\ l_n\ \Sigma\ \Delta y\ a\ / l_n = 2\gamma\ a\ \Sigma\ \Delta y = 2\gamma\ a\ r$

e dunque $x_G = \dfrac{2\,a\,r}{n l_n}$ quando $n\to\infty$ la quantità n $l_n \to \pi\, r$ (mezza circonferenza)

mentre l'apotema tende a r e si ha così: $x_G = \dfrac{2\,r\,r}{\pi\, r} = \dfrac{2\,r}{\pi}$

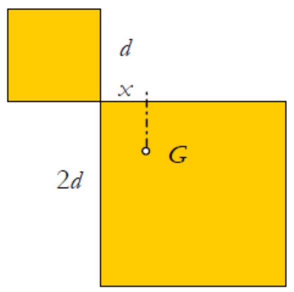
Se ora consideriamo un arco di angolo al centro di ampiezza α potremo ripetere le considerazioni svolte per la semicirconferenza, ma con le seguenti varianti:

- la somma delle proiezioni lungo y porta alla lunghezza della corda $2r \sin\frac{\alpha}{2}$
- la lunghezza dell'arco è semplicemente $\alpha\ r$ (per la definizione di misura degli angoli)

pertanto $x = \dfrac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}r$

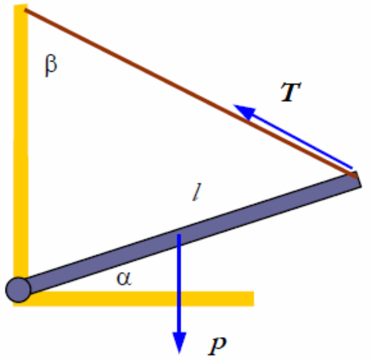
Suggerimento: si tratta di ragionare sul baricentro di un rettangolo cui si sottrae l'effetto di baricentro di una semicirconferenza. [13]

P8. Determinare la posizione del baricentro di un sistema costituito da due lastre quadrate di lato d e $2d$ saldate su un vertice in modo che i lati dell'uno siano sul prolungamento di quelli dell'altro. [14]
Suggerimento: basta operare sui momenti e ricordare che i pesi sono proporzionali alle superfici



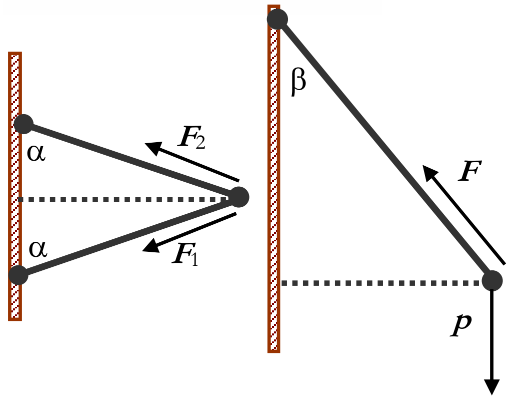
P9. Una sbarra di peso **p** e di lunghezza l è incernierata allo spigolo tra il pavimento ed una parete ed è sostenuta all'altro estremo da una fune di massa trascurabile.

Si indichino con α l'angolo formato tra la sbarra e il pavimento e con β quello formato tra la fune e la parete verticale.
a) Determinare la tensione della fune in funzione dei dati
b) Esaminare come casi particolari quelli in cui la fune è orizzontale e quello in cui forma un angolo retto con la sbarra. [15]
Nota matematica: dalla trigonometria si dimostra la identità: cos(β-α) = cosαcosβ + sinβsinβ



P10. Una struttura reticolare deve reggere un peso **p**. Essa è costituita da due sbarre identiche poste nel piano orizzontale che formano, ciascuna, un angolo alla base α e da una terza sbarra posta nel piano verticale incernierata nel vertice comune e nella parete verticale in cui sono infisse anche le altre due e che forma con la parete un angolo β.

Supponendo di poter trascurare i pesi delle sbarre costituenti la struttura e che il peso è sospeso nel vertice comune, dal puro bilanciamento delle forze in atto, si chiede di determinare il valore ***F*** della forza esercitata dalla sbarra collocata nel piano verticale ed i valo-



[13] Il baricentro, per ragioni di simmetria si trova sull'asse di simmetria. Per quanto riguarda la sua distanza dal centro possiamo sfruttare i risultati degli esercizi precedenti e ragionare in una logica del *come se*. In effetti noi siamo in grado di determinare sia il baricentro del rettangolo, sia quello del semicerchio. La figura proposta *è come se* fosse costituita da un rettangolo che pesa in un verso (con il suo baricentro) e da un semicerchio che pesa in verso opposto con il suo baricentro.
Ricordando che i pesi sono proporzionali alle aree delle due figure indicheremo con σ la densità superficiale e potremo così scrivere la seguente equazione:

$2r^2 \sigma g \frac{r}{2} - \pi \frac{r^2}{2} \sigma g \frac{4}{3\pi} r = (2r^2 - \pi \frac{r^2}{2}) \sigma g x \Rightarrow \frac{1}{3} r^3 = (2 - \frac{\pi}{2}) r^2 x$ e infine

$x = \frac{2}{3(4 - \pi)} r$

[14] Per ragioni di simmetria il baricentro si trova ad una stessa distanza x da entrambi i lati del quadrato maggiore (basta osservare che la figura non muta per rotazione di 90°).
Calcoliamo la risultante dei momenti rispetto all'asse per cui passa la risultante della forza peso). Se indichiamo con F il peso del quadrato piccolo, l'altro avrà un peso 4F perché il peso è proporzionale all'area.
Avremo pertanto: $F(d + x) = 4F(2d - x) \Rightarrow 5x = 7d \Rightarrow x = 7/5\, d$

[15] Conviene prendere come polo lo spigolo tra parete e pavimento; dalla eguaglianza dei momenti si ottiene $T = ½\, p \frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)}$

ri F' delle due forze esercitate dalle sbarre collocate nel piano orizzontale.

Determinare le forze esercitate dai diversi elementi della struttura.[16]

P11. Una sbarra omogenea di peso p e lunghezza l viene appoggiata su un vincolo a cuneo posto a lunghezza x da uno dei due estremi. Per mantenerla in equilibrio viene applicata nell'estremo da cui si misura x una forza F_x. Determinare quanto segue:
a) I valori p' e p'' dei pesi delle due parti della sbarra in funzione di p,x,l e le due distanze dei punti di applicazione d' e d'' dal vincolo
b) Utilizzando le condizioni di equilibrio dimostrare che $F_x = p$
Quanto vale la reazione N esercitata dal vincolo?[17]

---

[16] Se si indicano con $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ le due forze esercitate dalle sbarre nel piano orizzontale si ha, per simmetria, $F_1 = F_2$ che indicheremo genericamente con F'.

La risultante delle due forze nel piano orizzontale vale $2\,F'\sin\alpha$ e guardando all'insieme delle forze vediamo che in figura è stato sbagliato il verso.

Questa foza deve bilanciare la componente orizzontale di $\boldsymbol{F}$ che vale $F\sin\beta$ mentre la componente verticale deve bilanciare il peso e dunque $F\cos\beta = p$.

Pertanto $F = \dfrac{p}{\cos\beta}$ mentre $F' = \dfrac{\tan\beta}{2\sin\alpha}p$

[17] a) $p' = p\dfrac{x}{l}$ e $p'' = p\dfrac{l-x}{l}$ mentre per quanto riguarda le rette di applicazione esse si trovano a metà della parte interessata e dunque: $d' = ½\,x$ e $d'' = ½\,(l - x)$.
b) Conviene scegliere come polo il punto di appoggio e applicando la condizione sui momenti si ottiene $F_x = p\left(\dfrac{l}{2x} - 1\right)$ c) $N = \dfrac{l}{2x}p$

5.9 Quesiti di fine capitolo

1. Indicare la proposizione *falsa*; a) Il concetto originario di forza è di tipo antropocentrico ma la forza, intesa come grandezza fisica, si è distaccata da questa origine; b) La forza viene introdotta in fisica come causa del movimento dei corpi; c) Dire che la forza *è una misura della interazione tra i corpi o tra le particelle che li compongono* non basta per una definizione operativa della forza; d) Chiamiamo forza la espressione misurabile di una interazione tra corpi. [18]
2. Indicare la proposizione *vera*; a) La forza elettromotrice è un esempio di forza; b) Attualmente si conoscono 5 tipi di interazioni fondamentali: gravitazionale, elettrica, magnetica, forte, debole; c) La forza d'attrito è una delle interazioni fondamentali data la sua ineliminabilità dalla esperienza quotidiana; d) l'etimologia della parola forza viene dal latino e rinvia all'idea dell'*azione muscolare* [19]
3. Indicare la proposizione *falsa* a) In fisica moderna la forza non necessariamente è la responsabile di deformazioni o accelerazioni ma ci si sofferma sulla idea di *interazione*; b) Il *mediatore di una interazione* è il mezzo entro cui la forza si sviluppa; c) Nel dare la definizione operativa di forza si parte osservando che le molle si *comportano in maniera regolare* quando vengono sottoposte a pressioni e stiramenti; d) In fisica classica identifichiamo in prima approssimazione le forze come cause di deformazioni ed accelerazioni. [20]
4. Indicare la proposizione *falsa*: a) La misura delle forze può essere effettuata anche *indirettamente* attraverso lo *studio degli effetti* che le forze determinano; b) Dire che le molle si comportano in modo *regolare* significa che *si deformano tutte della stessa quantità* in eguali condizioni; c) La funzione del dinamometro come misuratore delle forze è *prevalentemente metodologica*; infatti, nella maggioranza dei casi, le forze si misurano con altri strumenti e/o metodologie; d) La scelta di adottare una scala lineare nella taratura dei dinamometri fa parte delle nostre libere scelte dettate da ragioni di convenienza. [21]

---

[18] a) Vero; il carattere antropocentrico viene abbandonato a favore di criteri di misura *più oggettivi* e *più generali.*; b) Falso: la forza non è causa del movimento; il movimento non ha bisogno di cause perché corrisponde ad uno stato di naturalità indistinguibile dalla quiete; c) Vero: bisogna specificare come si effettua la misura di tale interazione; d) Vero.

[19] a) Falso, ha le dimensioni di una differenza di potenziale b) Falso: sono 4, quella elettromagnetica è un'unica interazione; c) Falso: non ha nulla di fondamentale ed ha una origine elettrica; d) Vero

[20] a) Vero; b) Falso, il mediatore di una forza è la particella che attraverso uno scambio tra le particelle tra cui si esercita la interazione determina la esistenza della interazione stessa; c) Vero, si comportano con regolarità tra loro e con altre classi di oggetti, per esempio i fili metallici sottoposti a stiramento; d) Vero e ciò porta a due possibili definizioni, una statica e l'altra dinamica, di forza.

[21] a) Vero; anzi verissimo. Se non fosse così il nostro campo di indagine sarebbe molto ristretto b) Falso; significa che assunta una molla come misuratrice di forza anche le altre molle danno luogo ad allungamenti proporzionali alle forze; c) Vero; si veda la risposta a) d) Vero, facendo così si ottengono leggi semplici nella indagine della natura.

5. Utilizzando le argomentazioni del testo e approfondendole con l'uso di uno o più dizionari condensare in 20 righe i diversi significati della parola *forza*.
6. Dare qualche esempio del *carattere regolare* del comportamento delle molle sottoposte a forze senza far uso del concetto di forza misurabile, che fin qui non è ancora stato stabilito. [22]
7. Discutere la differenza di significato della parola *forza* nella fisica pre newtoniana e in quella newtoniana. [23]
8. Spiegare la ragione per cui si è stabilito di utilizzare le molle come indicatori dell'azione di una forza. [24]
9. Spiegare i due significati equivalenti che si danno alla parola forza in fisica (nel senso statico e nel senso dinamico). [25]
10. Ricerca di *vero*: a) I corpi rigidi sono i corpi non elastici. b) I corpi rigidi reali sono corpi elastici caratterizzati da piccole deformazioni anche in presenza di sollecitazioni notevoli c) La elasticità di un materiale non dipende dalle condizioni ambientali in cui opera; d) Un materiale elastico conserva le sue proprietà indipendentemente dal tempo di applicazione della sollecitazione [26]
11. Ricerca di *vero*: a) Per sollecitare *di taglio* un corpo bisogna disporre di una lama; b) Quando si tenta di strappare un foglio lo si sottopone alla sollecitazione di flessione; c) Un parallelepipedo che venga premuto al centro di una delle sue facce è sottoposto a flessione; d) Il piombo a bassa temperatura assume caratteristiche da corpo elastico [27]
12. Ricerca di *falso*: a) Nel S.I. il Newton è una unità derivata. b) Una persona di 80 kg di peso ha un peso di circa 800 N; c) L'unità di forza viene misurata attraverso la unità di massa; d) L'unità di misura della forza è il kg. [28]
13. Ricerca di *vero*: a) In base alla legge di Hooke due corpi dello stesso materiale e della stessa sezione sottoposti ad una stessa forza subiscono il medesimo allungamento; b) Secondo la legge di Hooke l'allungamento subito da corpi di uno stesso materiale è indipendente dalla sezione dei corpi stessi; c) Il modulo di Young ha le dimen-

---

[22] Per esempio si può osservare che appendendo a molle diverse una successione di oggetti identici l'allungamento varia in maniera lineare con il numero di oggetti anche se la pendenza delle diverse rette (che corrisponde alla costante elastica) sarà diversa.

[23] Causa del moto o causa della variazione dello stato di moto

[24] Presentano un comportamento regolare

[25] Causa di deformazione e causa di accelerazione

[26] a) Falso: i corpi rigidi sono quelli che non cambiano nel tempo le distanze tra i punti rispettivi. b) Vero c) Falso: dipende fortemente dalla temperatura; d) Falso una deformazione elastica si può trasformare, nel tempo, in una plastica

[27] a) Falso: bisogna sottoporre una sua sezione alla azione di due forze antiparallele e vicine che tendano a fare scorrere i piani del reticolo cristallino. b) Falso, lo si sottopone e taglio; c) Falso: potrebbe essere sollecitato a compressione; si devono precisare i rapporti dimensionali; d) Vero.

[28] a) Vero: viene definito come kg m/s^2; b) Vero, il N è poco più di 100 g peso; c) Vero: è misurata attraverso la combinazione di massa ed accelerazione; d) Falso: il kg è la unità di massa.

sioni di una forza divisa per una superficie; d) Secondo la legge di Hooke, due corpi elastici, di qualsiasi materiali subiscono, a parità di sforzo le medesime deformazioni [29]

14. Ricerca di *vero*: a) Il modulo di Young si misura in N/m^2; b) Quando un materiale ha un modulo di Young elevato occorrono forze proporzionalmente più elevate per determinare lo stesso allungamento relativo; c) Nelle deformazioni di allungamento si chiama *sforzo* il valore della forza applicata; d) La gomma ha un modulo di allungamento superiore a quello dell'acciaio. [30]
15. Ricerca di *vero*: a) Per studiare il comportamento elastico di un materiale è sufficiente conoscere il suo modulo di elasticità; b) Se si sottopone un materiale ad uno sforzo pari al modulo di Young esso raddoppia la sua lunghezza; c) Lo sforzo massimo è inferiore al modulo di Young di circa un ordine di grandezza d) Se si sottopone un materiale ad uno sforzo pari a 1/10'000 del modulo di Young esso subisce un allungamento relativo dello 0.01% [31]
16. Prendere un pezzo di elastico e cercare di stabilire sperimentalmente, utilizzando come campioni di forza dei pesi prestabiliti (per esempio dadi di ferro identici), se l'elastico soddisfa a meno la legge di Hooke. [32]
17. Con gli stessi strumenti della esperienza precedente cercare di stabilire come varia la costante elastica al variare della lunghezza di riposo dell'elastico utilizzato. Eseguire almeno 3 determinazioni relative a 3 lunghezze di riposo diverse.
18. Discutere in che senso la legge di Hooke sia una definizione e in che senso sia una legge sperimentale. [33]
19. Dopo aver eseguito una stima del diametro dei capelli si determini quanti capelli è in grado di spezzare una forza di 10 N. [34]
20. Ricerca di vero: a) Per affermare che la forza è un vettore basta osservare che, oltre che di una intensità, misurabile con il dinamometro, essa è dotata di direzione e verso; b) Le forze sono vettori di tipo particolare perché, in generale, non possono essere traslati nello

---

[29] a) Falso, l'allungamento è proporzionale alla lunghezza iniziale. Ciò che è costante è l'allungamento relativo; b) Falso: l'allungamento è inversamente proporzionale alla sezione; c) Vero: ha le dimensioni dello sforzo; Falso: gli allungamenti relativi sono inversamente proporzionali al modulo di Young che è tipico del materiale.

[30] a) Vero; b) Falso: non è detto, occorre fare riferimento allo sforzo e non alla forza; c) Falso, lo sforzo è la forza per unità di superficie; d) Falso, il modulo di allungamento, a parità di sforzo è inversamente proporzionale alla deformazione e, come è noto, la gomma si deforma molto più dell'acciaio

[31] a) Falso: bisogna conoscere anche i valori di *sforzo massimo* che è in grado di sopportare; b) Falso: il materiale si spezza perché lo sforzo massimo è molto minore del modulo di Young c) Falso: è inferiore di 3 o 4 ordini di grandezza d) Vero, l'allungamento relativo è di 0.0001 cioè dello 0.01%

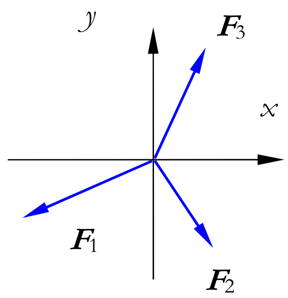
[32] Si dovrebbe trovare che la costante elastica è inversamente proporzionale alla lunghezza di riposo.

[33] Si tratta di una definizione per i dinamometri, si tratta di una legge per gli altri materiali che risultano, a posteriori, comportarsi con regolarità rispetto ai dinamometri.

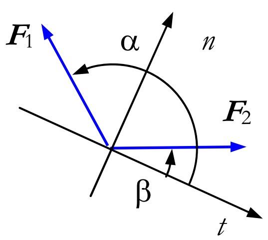
[34] Partire dal valore dello sforzo massimo riportato in tabella 5.2.

spazio; c) Quando sono applicate ad un corpo rigido le forze possono essere traslate liberamente; d) Una forza applicata ad un corpo può essere fatta scorrere liberamente lungo la retta di applicazione. [35]

21. Discutere attraverso esempi il motivo per cui nel caso delle forze si debbano introdurre i concetti di retta di applicazione e di punto di applicazione.
22. Se è vero che le forze di interazione compaiono sempre a coppie con la stessa direzione, intensità e con verso opposto, come è possibile che dalla interazione possa scaturire un movimento in precedenza assente (si pensi per esempio all'azione del camminare). [36]
23. Ricerca di vero: a) Si chiama *equilibrante* di un sistema di forze applicate in uno stesso punto la forza corrispondente alla loro somma vettoriale; b) La *risultante* di più forze *è definita* come il vettore somma vettoriale; c) Per esperienza la sovrapposizione di più forze corrisponde alla somma vettoriale; d) Affinché quattro forze abbiano risultante nulla è necessario che la poligonale che si ottiene con il metodo punta e coda sia un quadrilatero convesso [37]



24. Ricerca di *vero*: si considerino le tre forze rappresentate nella figura qui a lato: a) La risultante sta nel *primo quadrante*; b) Se $\boldsymbol{F}_3$ raddoppiasse la risultante starebbe nel I quadrante; c) $F_{2x}<0$; d) $F_{1x} > F_{2x}$ [38]
25. Ricerca di vero: a) Il vantaggio del metodo poligonale per la composizione delle forze si evidenzia nel caso si debbano sommare più di 2 forze; b) Condizione necessaria affinché 3 forze siano in equilibrio è che determinino un triangolo percorso in verso antiorario; c) Se tre forze determinano un triangolo la risultante è nulla anche se le frecce lungo la poligonale non determinano un unico verso di rotazione; d) Nel fare la somma vettoriale delle forze non si può usare il metodo poligonale perché così facendo si cambia il punto di applicazione [39]



26. Ricerca del vero; determinazione delle componenti della risultante della figura qui a lato: a) $R_t = F_2 \cos \beta - F_1 \cos \alpha$; b) $R_t = F_2 \cos \beta$

---

[35] a) Falso: la condizione è necessaria ma non sufficiente, bisogna verificare che la loro somma fisica avvenga con legge vettoriale; b) Vero, la gran parte delle forze ha un punto di applicazione che non può essere modificato senza modificare gli effetti indotti dalla forza.; c) Falso, possono essere fatte scorrere lungo la retta di applicazione; d) Falso, è vero solo per i corpi rigidi, basta pensare al comportamento di un elastico per rendersene conto.

[36] Le forze sono applicate a corpi diversi ed in punti diversi.

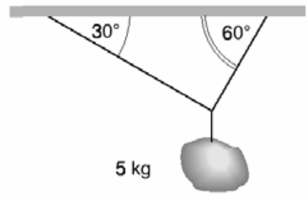
[37] a) Falso, l'equilibrante è la opposta della risultante; b) Falso: la risultante risulta corrispondere alla somma vettoriale, ma dal punto di vista della definizione non è altro che la forza che sostituita ad un sistema di forze determina gli stessi effetti; c) Vero, il fatto che la risultante si trovi attraverso la somma vettoriale è una legge fisica; d) Falso, occorre e basta che sia un quadrilatero, cioè che la poligonale sia chiusa.

[38] a) Falso: Sta nel III quadrante; b) Vero; c) Falso$F_{2x} > 0$; d) Falso F_{1x} è negativa mentre F_{2x} è positiva.

[39] a) Vero, ed è conveniente usarlo per rispondere al test precedente; b) Falso, la condizione è sufficiente ma non necessaria; c) Falso, in quel caso la risultante non è nulla; d) Falso, l'uso del metodo poligonale è solo un artificio matematico che riguarda il calcolo vettoriale e non corrisponde ad uno spostamento fisico della forza

+ $F_1 \cos\alpha$; c) $R_n = F_2 \sin\beta + F_1 \sin(\alpha - \beta)$; d) $R_n = F_2 \sin\beta - F_1 \sin\alpha$ [40]

27. Se le forze si un sistema sono assegnate attraverso i moduli e gli angoli antiorari tra l'asse x e la forza, le relazioni che consentono di trovare le componenti richiedono di esplicitare i segni o il segno delle componenti è già contenuto nelle funzioni goniometriche utilizzate? Illustrare la propria argomentazione con un esempio in forma simbolica.
28. Discutere la differenza tra risultante ed equilibrante di un sistema di forze. [41]
29. *Olimpiadi 2001* gara di II livello. Una massa di 5 kg è appesa a due funi come si vede in figura. Calcolare le tensioni nelle due funi.



30. Ricerca del *vero*; risultante di un sistema di due forze parallele a) Non si può determinare la retta di applicazione della risultante perché facendo scorrere le due forze lungo la retta di applicazione esse non si incontrano; b) Il modulo della risultante vale $F_1 + F_2$; c) La retta di applicazione si trova nella striscia interna; d) Se si indicano con d_1 e d_2 le distanze tra la risultante e le due forze si ha sempre $d_1 F_1 = d_2 F_2$. [42]
31. Ricerca del *vero*; risultante delle forze applicate ad un corpo rigido a) In un corpo rigido la situazione non muta aggiungendo a quelle già applicate anche due forze con la stessa retta di applicazione $\boldsymbol{F}$ e $-\boldsymbol{F}$; b) Le forze, come i vettori, possono essere spostate a condizione di conservare direzione, verso e intensità; c) La risultante si può determinare solo se le forze applicate sono concorrenti; d) se le forze applicate sono complanari ma sono incidenti solo 2 a 2 non si riesce a calcolare la risultante; [43]
32. Ricerca del *falso*: a) Nei corpi rigidi è possibile determinare la forza risultante di due forze parallele con rette di applicazione diverse; b) La applicazione di due forze uguali e contrarie lungo una stessa retta di un corpo rigido non determina modifiche allo stato del corpo stesso; c) In un sistema di 2 forze parallele equiverse applicate ad un corpo rigido la risultante è applicata lungo la congiungente i punti di applicazione a distanze direttamente proporzionali ai moduli delle due forze; d) Se due forze parallele applicate ad un corpo rigido so-

---

[40] Le componenti con segno si ottengono attraverso il coseno e il seno degli angoli misurati dall'asse t; l'unica risposta corretta è la b.

[41] La equilibrante è la forza che aggiunta al sistema lo mette in equilibrio; pertanto è uguale ed opposta alla risultante.

[42] a) Falso; volendo si possono aggiungere due forze ortogonali uguali ed opposte che rendono concorrenti; b) Falso, vale $|F_1 \pm F_2|$(+ per forze equiverse, – per quelle eteroverse); c) Falso, è interna solo se sono equiverse; d) Vero, basta scrivere la risultante dei momenti rispetto ad un asse passante per la retta della risultante.

[43] a) Vero, le due forze possono essere spostate sino a far coincidere i punti di applicazione e si constata che esse non modificano la situazione preesistente; b) Falso, bisogna conservare anche la retta di applicazione perché in caso contrario si possono indurre fenomeni di rotazione; c) Falso, basta aggiungere due forze opportune e le forze parallele si trasformano in incidenti; d) Falso, basta procedere in due fasi.

no discordi la risultante si trova all'esterno della congiungente i due punti di applicazione dalla parte di quella più grande. [44]

33. Ricerca del *vero*: a) Per equilibrare due forze parallele e discordi applicate ad un corpo rigido occorre applicare una forza esterna alla striscia definita dalle due forze e tale forza deve avere il verso della maggiore delle due e una intensità pari alla differenza delle due intensità; b) Quando si dice che la retta di applicazione di un sistema di rette parallele applicate ad un corpo rigido si trova a distanze inversamente proporzionali ai moduli delle forze le distanze di cui si tratta vanno misurate sulla congiungente i punti di applicazione; c) Un corpo rigido cui sono applicate due forze uguali parallele e di verso contrario è in equilibrio; d) La equilibrante di un sistema di due forze parallele eteroverse è parallela alle due forze e ha il verso della minore. [45]
34. Considerato un sistema di due forze parallele eteroverse $\boldsymbol{F}_1$ e $\boldsymbol{F}_2$ costruire graficamente la forza risultante.
35. Trovare la risultante di 3 forze parallele ed equiverse attraverso la costruzione grafica indicata nel testo.
36. Tre forze applicate ad un corpo rigido giacciono in un piano ma le tre rette di applicazione, pur non essendo parallele non convergono in uno stesso punto. Descrivere come si potrebbe operare per determinare la risultante. [46]
37. Ricerca del *vero*: a) Dato un sistema di forze applicate ad un corpo, se la risultante è nulla allora è nulla anche la somma algebrica delle componenti lungo una direzione qualsiasi; b) Se la somma algebrica delle componenti di un sistema di forze è zero lungo una particolare direzione, allora la risultante delle forze è nulla ; c) Nelle leve si chiama fulcro il punto di applicazione della resistenza; d) Nelle leve di prima specie la potenza è sempre maggiore della resistenza [47]
38. Si svolga una breve ricerca sul libro di scienze e si stabilisca il carattere delle principali leve del corpo umano in base alla collocazione delle articolazioni e dei punti di inserzione delle fasce muscolari.
39. Ricerca del vero: a) Due forze corrispondenti ad uno stesso vettore presentano anche lo stesso momento; b) Condizione necessaria ma

---

[44] a) Vero, si veda la metodologia nel testo basata sulla aggiunta di due forze con risultante nulla; b) Vero, è fondamentale che il corpo sia rigido perché se si tratta di un corpo elastico o plastico si determinano invece deformazioni diverse; c) Falso, inversamente proporzionali; d) Vero

[45] a) Falso: il verso deve essere opposto a quello della risultante e pertanto deve essere quello della minore; b) Falso: avendo a che fare con corpi rigidi le proprietà non hanno mai a che fare con il punto di applicazione.; c) Falso: la risultante è nulla, ma il corpo ruota; d) Vero, visto che la risultante ha il verso della maggiore

[46] Bisogna determinare dapprima la risultante di due di esse e poi comporre con la terza. Se, dopo aver trovato $\boldsymbol{R}_{12}$ essa risultasse parallela a $\boldsymbol{F}_3$ bisognerebbe usare la tecnica di determinazione delle forze parallele.

[47] [47] Ricerca del vero: a) Vero, è una proprietà dei vettori; b) Falso: si consideri per esempio il caso di due forze dirette lungo l'asse y. La somma delle componenti lungo l'asse x è zero perché è zero ciascuna di esse, ma la risultante delle forze non è nulla ed è diretta lungo l'asse y; c) Falso, il fulcro è un vincolo e costituisce il punto di applicazione della risultante e della equilibrante; d) Falso, il rapporto potenza resistenza dipende dal rapporto dei bracci.

non sufficiente per l'equilibrio di un corpo rigido è che si annulli la risultante delle forze applicate ad esso; c) Se il momento delle forze applicate ad un corpo rigido rispetto ad un asse è nullo il corpo è in equilibrio; d) Due persone trasportano un secchio sostenuto da una sbarra orizzontale. Quella davanti ha una capacità muscolare inferiore e quindi è opportuno che il secchio sia più vicino ad essa [48]

40. Spiegare il funzionamento del cacciavite. [49]
41. Dopo essersi documentati sulla struttura scheletrico muscolare della colonna spiegare perché non è opportuno sollevare dei pesi piegandosi in avanti e sia invece più opportuno piegare le ginocchia tenendo i pesi il più vicino possibile al corpo.
42. Spiegare perché il baricentro, in senso geometrico, di un triangolo omogeneo coincide con il baricentro in senso fisico. [50]

---

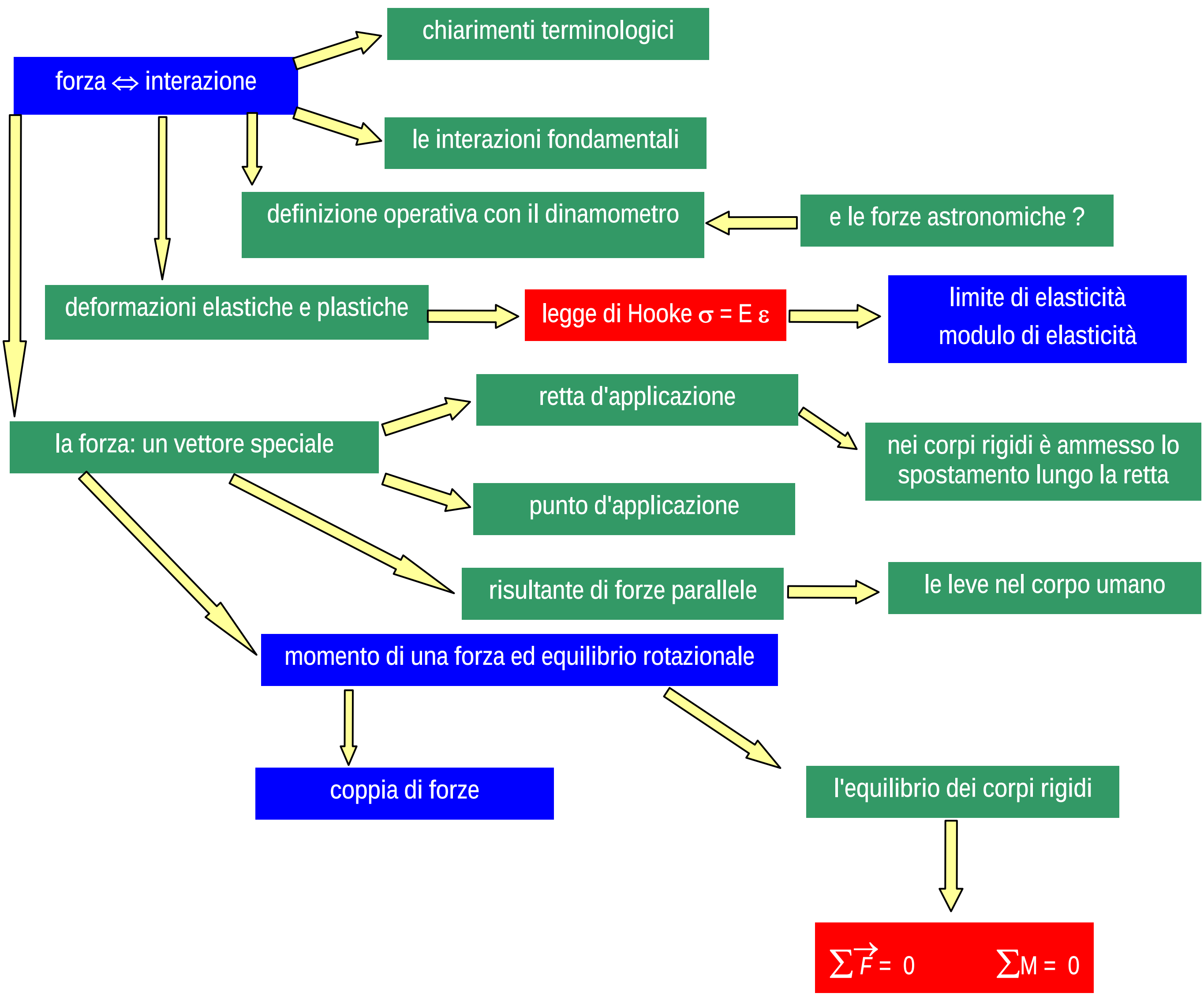
[48] a) Falso: il momento dipende dalla distanza tra la retta di applicazione e il polo e tale distanza può essere diversa anche se le due forze hanno identiche direzioni, verso e intensità ma diversa retta di applicazione; b) Vero: la condizione non è sufficiente perché quando $\boldsymbol{R} = 0$ possono comunque agire una o più coppie di forze che danno luogo a rotazioni; c) Falso: se il momento è nullo rispetto ad un asse ma non è nulla la risultante delle forze il corpo non è in equilibrio e, in generale, non è nullo il momento rispetto ad altri punti; d) Falso: le forze applicate alla sbarra sono inversamente proporzionali alle distanze dal secchio

[49] Nel cacciavite sono applicate una coppia con braccio grande sul manico e una coppia con braccio piccolo sulla punta. Le due coppie si fanno equilibrio; quindi una forza motrice piccola è in grado di vincere una forza resistente grande.

[50] Ricordiamo che in geometria si dimostra che le mediane di un triangolo passano per uno stesso punto e che tale punto divide la mediana in parti una doppia dell'altra. La parte maggiore è quella che si origina dal vertice e la minore quella che si origina dal punto medio. Quando si appende un triangolo per un vertice questo si dispone in modo che la verticale per il vertice coincida con la mediana. Ciò è dovuto al fatto che, supponendo di suddividere il triangolo in striscioline parallele al lato opposto al punto di sospensione, ciascuna di esse ha un baricentro nel punto medio e solo quando tutti i punti medi sono allineati con la verticale non si ha rotazione dovuta ai pesi delle singole striscioline. Dunque il baricentro in senso fisico si trova sulla mediana.

Ragionando allo stesso modo per gli altri vertici si conclude che il baricentro è il punto di incontro comune delle mediane.

5.10 Indice analitico


chiarimenti terminologici
forza ⇔ interazione
le interazioni fondamentali
definizione operativa con il dinamometro
e le forze astronomiche ?
deformazioni elastiche e plastiche
legge di Hooke σ = E ε
limite di elasticità
modulo di elasticità
retta d'applicazione
la forza: un vettore speciale
nei corpi rigidi è ammesso lo spostamento lungo la retta
punto d'applicazione
risultante di forze parallele
le leve nel corpo umano
momento di una forza ed equilibrio rotazionale
coppia di forze
l'equilibrio dei corpi rigidi
$\sum \vec{F} = 0$ $\sum M = 0$