

## 1.7. La seconda legge della dinamica

- ⌘ Il legame tra forza ed accelerazione
- ⌘ Applicazioni della II legge della dinamica
- ⌘ La equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale
- ⌘ Unità di misura della forza: Newton e kg peso
- ⌘ Il peso cambia nei sistemi accelerati
- ⌘ Quesiti di fine capitolo

### 7.1 Il legame tra forza ed accelerazione

#### 7.1.1 DA DOVE GUARDIAMO LE COSE E COSA CERCHIAMO?

La legge di inerzia implica che un corpo non possa mutare la sua velocità (intesa in senso vettoriale) senza l'interazione con altri corpi. Ogni cambiamento di velocità di un corpo viene associato all'azione di corpi esterni che agiscono su di esso.

Come abbiamo visto, questa azione viene assunta come indicatore della presenza di una forza una nuova grandezza fisica definita attraverso un secondo effetto che le forze appaiono in grado di determinare e cioè la capacità di deformare con regolarità i corpi elastici (misurazione statica delle forze attraverso i dinamometri).

Supponendo risolto il problema della misura delle forze ci occuperemo ora di due aspetti legati all'azione delle forze:

- quali *effetti* una data forza determina quando agisce su *corpi diversi*
- cosa accade ad un corpo, sottoposto all'azione di una forza, al *variare della forza* stessa.

La *legge fondamentale della dinamica* (detta anche II legge di Newton o secondo principio della dinamica <sup>1</sup>) *esprime la relazione tra la forza e i cambiamenti di velocità dei corpi che interagiscono*. Essa vale entro sistemi di riferimento inerziali cioè entro sistemi di riferimento nei quali sia verificata la validità della legge di inerzia.

In effetti, il movimento osservato da sistemi di riferimento non inerziali, è caratterizzato da numerose *stranezze* (quali la comparsa di accelerazioni senza che vengano identificate forze di interazione) al punto da apparire *irrazionale* e sarà esaminato in un apposito capitolo dedicato alle *forze apparenti*.

Oltre che metterci in un sistema inerziale supporremo che la velocità dei punti materiali considerati sia, rispetto al sistema di riferimento, molto minore della velocità della luce. Come vedremo, questa condizione si presta a risolvere con approssimazione sufficiente la maggior parte dei problemi di meccanica. Il caso generale, *meccanica relativistica*, sarà affrontato nella seconda parte del testo.

Il legge della dinamica quando vale? solo nei sistemi inerziali



PHILOSOPHIÆ  
NATURALIS  
PRINCIPIA  
MATHEMATICÆ

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos  
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodalis.

IMPRIMATUR  
S. P. P. Y. S., Reg. Soc. FR. Æ. S. S.  
Julii 5. 1686.

L O N D I N I,

Jussu Secretarii Regie ac Typis Juxtaque Strasser. Profrat apud  
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

formulazione newtoniana delle tre leggi della dinamica: I) legge di inerzia II) proporzionalità tra forza e accelerazione III) legge di azione e reazione

<sup>1</sup> Le tre leggi della dinamica sono enunciate nei Principia di Newton (1686) in questo modo:

**Legge prima:** ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto uniforme e rettilineo, se una forza impressa su di esso non lo costringe a mutarlo.

**Legge seconda:** la variazione del moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e segue la retta secondo cui tale forza è stata impressa.

**Legge terza:** l'azione è sempre uguale e contraria alla reazione: cioè le mutue azioni di due corpi sono sempre uguali e dirette in senso opposto.

La formulazione newtoniana, per quanto storicamente fondamentale, è oggi considerata carente sul piano logico e per questa ragione non abbiamo neanche collocato le tre leggi in uno stesso capitolo.

7.1.2 GLI EFFETTI DI UNA FORZA COSTANTE

Poiché la II legge della dinamica, pur presentando un enunciato molto semplice, contiene in sé numerose sfaccettature dal significato complesso inizieremo la nostra indagine dalla situazione più semplice quella di un corpo puntiforme soggetto alla azione di una forza costante in modulo e direzione.

Supponiamo di trovarci in un sistema di riferimento nel quale sia stata verificata la validità della I legge della dinamica e consideriamo il seguente esperimento ideale.

Una sbarra rigida e liscia viene fissata tra i due estremi di un carro ferroviario. Lungo la sbarra può scorrere senza attrito un corpo a cui è collegato un dinamometro il cui secondo estremo è fissato sul davanti del carro. Si suppone infine che il carro si muova con accelerazione  $\vec{a}$  rispetto al sistema di riferimento inerziale.

Si osserva che man mano che il carro accelera il corpo si sposta verso l'estremo del vagone deformando il dinamometro e ciò indica la comparsa di una forza esercitata dal dinamometro stesso sul corpo.

Le accelerazioni del carro non corrispondono istantaneamente ad identiche accelerazioni del corpo ma dopo qualche istante ed alcune oscillazioni il corpo ritorna in quiete e dunque si muove con accelerazione  $\vec{a}$  rispetto al sistema di riferimento inerziale come il carro. La deformazione della molla che indica la presenza di una forza ci dice che occorre una forza per impartire al corpo una accelerazione.

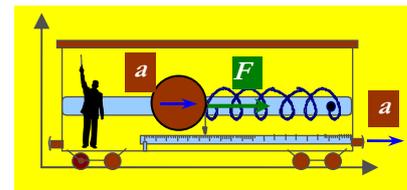
In effetti, se interrompiamo la interazione tra la molla e il corpo, per esempio tagliando la fune che li collega, la molla tornerà in stato di riposo, mentre il corpo incomincerà a muoversi di moto rettilineo uniforme rispetto a terra, mantenendo, per inerzia, la velocità che aveva al momento in cui è cessata la interazione.

Una persona che si trovasse sul carro vedrebbe il corpo spostarsi all'indietro all'interno del vagone; chi si trovasse lungo le rotaie vedrebbe il vagone e il corpo muoversi entrambi verso destra ma vedrebbe anche che, mentre il corpo si muove di moto uniforme, il vagone accelera aumentando man mano la sua velocità rispetto a quella del corpo che, pertanto, sembra andare all'indietro a chi si trova entro il vagone.

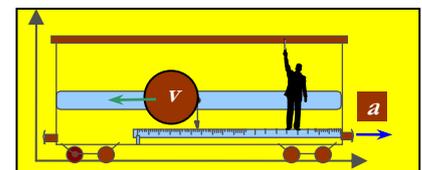
Se ripetiamo l'esperimento con corpi diversi e con diversi valori di accelerazione del carro, troveremo che, fissato il corpo, l'allungamento della molla è proporzionale alla accelerazione. Inoltre l'allungamento risulta indipendente dalla velocità del carro e del corpo.

Riassumendo abbiamo osservato i seguenti elementi sperimentali:

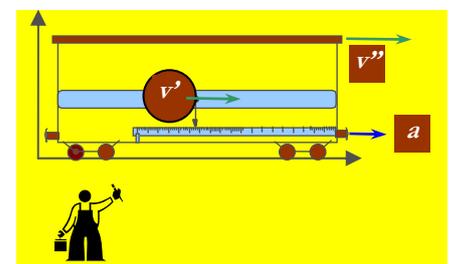
- Se un corpo si muove di moto rettilineo accelerato rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, esso è soggetto all'azione di una forza.
- La forza costante produce una accelerazione con la sua stessa direzione e verso e con una intensità proporzionale alla forza stessa.
- A velocità molto minori della velocità della luce la forza non dipende dalla velocità del corpo che viene accelerato.



le accelerazioni sono associate a forze ad esse proporzionali



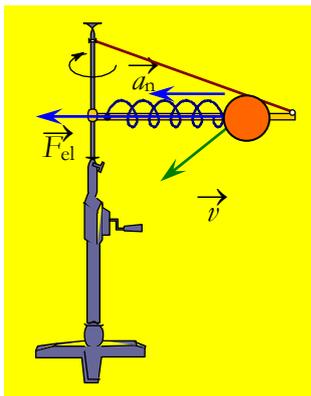
senza la presenza della forza il corpo, visto dal vagone, sembra andare all'indietro



senza la presenza della forza il corpo, visto dalle rotaie, si muove in avanti di moto uniforme mentre il vagone accelera e  $v' < v''$

- la accelerazione è associata ad una forza
- la accelerazione è proporzionale alla forza
- la forza non dipende dalla velocità

### 7.1.3 GLI EFFETTI DI UNA FORZA DI MODULO COSTANTE MA VARIABILE IN DIREZIONE



nel moto circolare compare una forza centripeta proporzionale alla accelerazione

Il secondo fenomeno che analizzeremo è meno immediato; quando un corpo cambia la direzione del suo moto compare una forza identificabile come causa di tale variazione e, anche in questo caso, si osserva la *proporzionalità tra forza ed accelerazione*. La *proporzionalità è di tipo vettoriale*, cioè, i vettori forza e accelerazione presentano la stessa direzione e lo stesso verso, oltre che avere un rapporto costante.

Consideriamo il seguente esperimento ideale. Una sbarra con un peso ed una molla è fissata ad uno dei suoi estremi sull'asse di rotazione verticale di una *macchina centrifuga* e può ruotare intorno a tale asse.

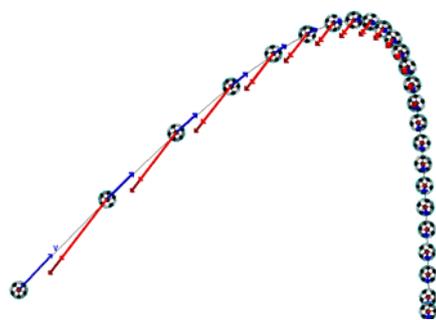
Durante la rotazione, la molla si allunga e pertanto essa esercita sul corpo una forza di tipo radiale e centripeta (mentre è centrifuga la forza esercitata dal corpo sulla molla). Tale forza risulta dipendere dal corpo, dalla velocità angolare di rotazione e dalla distanza dall'asse di rotazione.

Ma il corpo si muove di moto circolare uniforme e pertanto in base a quanto discusso nel capitolo dedicato alla accelerazione compare una accelerazione centripeta di modulo:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Dopo aver ripetuto l'esperimento con corpi diversi, a diverse velocità e diverse distanze dall'asse di rotazione, si troverà che la forza risulta sempre proporzionale alla accelerazione centripeta. Tale forza sarà chiamata *forza centripeta* ed è la responsabile dei cambiamenti di direzione nel moto di un punto materiale.

L'esperimento ideale qui presentato ha un valore puramente didattico e serve a sottolineare che *la proporzionalità tra forza e accelerazione riguarda anche i moti non rettilinei* in cui si evidenzia il carattere vettoriale di forza e accelerazione.

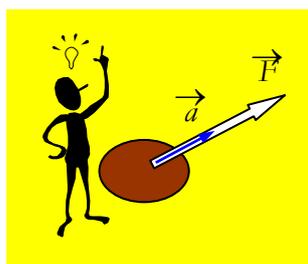


la proporzionalità permane anche per forze variabili in direzione e intensità; immagine stroboscopica di un pallone da calcio soggetto alla forza peso e alla resistenza dell'aria; in rosso la forza, in marrone la accelerazione e in blu la velocità

### 7.1.4 FACCIAMO CAMBIARE MODULO E DIREZIONE

Supponiamo ora di possedere uno strumento in grado di osservare il moto di un corpo in tutti i suoi parametri cinematici e contemporaneamente di riuscire a registrare istante per istante la forza agente. Osserveremo quanto segue:

- la *forza e la accelerazione risultano sempre proporzionali in senso vettoriale e la costante di proporzionalità è positiva*
- la *variabilità delle due grandezze è di tipo istantaneo*: cioè se cambia la forza, cambia istantaneamente la accelerazione nel rispetto della proporzionalità.



il cuore della II legge: forza e accelerazione sono proporzionali in senso vettoriale

Diremo pertanto che: *in un sistema di riferimento inerziale la forza applicata ad un corpo puntiforme determina su di esso una accelerazione proporzionale alla forza con la stessa direzione e lo stesso verso. Viceversa, se osserviamo una accelerazione, dovremo metterci alla ricerca di una forza e dunque di una interazione tra corpi.*

Quello che abbiamo citato è l'aspetto sperimentale della *II legge della dinamica* che ci consentirà di definire una nuova proprietà dei corpi: la massa inerziale.



7.1.5 DEFINIAMO LA MASSA INERZIALE : SE FORZA ED ACCELERAZIONE SONO PROPORZIONALI ... LA COSTANTE ESPRIME UNA PROPRIETÀ INVARIABILE DEL CORPO

Dunque tra forza e accelerazione esiste una costante di proporzionalità positiva, tipica del corpo utilizzato e che esprime la proprietà del corpo di reagire alle forze mediante accelerazioni. Tale proprietà è solitamente detta *inerzia del corpo* e si misura mediante una nuova grandezza fisica così definita:

$$\frac{F}{a} = \text{costante} = \text{massa inerziale} \quad (I.7.1)$$

Un corpo avrà una massa doppia di un altro quando applicandogli una stessa forza si produrrà una accelerazione pari alla metà, e così via. Cioè, un corpo ha una grande massa inerziale quando occorrono forze grandi per determinare una data accelerazione, o viceversa con una data forza si ottengono accelerazioni piccole.

7.1.6 L'ENUNCIATO DEL II PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Se indichiamo la massa inerziale con  $m$  potremo scrivere:

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (I.7.2)$$

ed affermare che *quando in un sistema di riferimento inerziale su di un corpo puntiforme agisce una forza  $\vec{F}$  tale forza determina sul corpo la comparsa di una accelerazione proporzionale alla forza e indipendentemente dalla velocità del corpo. La costante di proporzionalità, che è tipica del corpo, è detta massa inerziale.*

Il *II principio della dinamica* vale per tutti i corpi puntiformi a condizione che la loro velocità, misurata nel sistema di riferimento inerziale considerato, sia molto minore della velocità della luce nel vuoto.

Perché una legge dalla apparenza così semplice e che matematicamente ha la struttura di una equazione di I grado è così importante? La ragione sta nella sua capacità di spiegare e descrivere il movimento.

⇒ Le forze determinano accelerazioni: quando, in un sistema di riferimento inerziale, si osserva un moto accelerato si può star certi che sul corpo stanno agendo delle forze la cui risultante non è nulla.

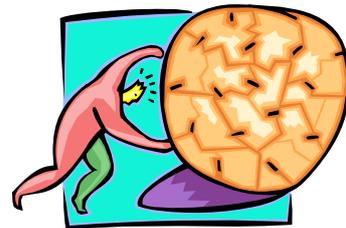
⇒ Dalla conoscenza delle forze si può risalire alla accelerazione e, attraverso strumenti di tipo cinematico, prevedere completamente le caratteristiche del moto.

⇒ Visto che tutti i corpi cadono con accelerazione  $g$  sotto l'effetto del peso, il peso si lega alla accelerazione di gravità con  $p = m g$

7.1.7 QUALCHE CONSIDERAZIONE DI NATURA CRITICA

Si osservi che la *massa inerziale* esprime una proprietà fisica ben diversa dalla *massa gravitazionale*.

- La prima ci parla della *proprietà di un corpo di resistere alle forze*. Diciamo che un corpo presenta una grande massa inerziale se si spende molta fatica per metterlo in moto.
- La seconda ci parla della *proprietà di un corpo di possedere peso*.



**massa inerziale**  
la definizione si fonda sulla proporzionalità tra forza e accelerazione; la massa è la costante di proporzionalità



l'enunciato completo e moderno della II legge



Nonostante la diversità di natura concettuale, come vedremo, le due grandezze potranno essere identificate e si potrà usare il kg come unica unità di misura per entrambe.



Restano inoltre da precisare due questioni abbastanza importanti relative alla *somma fisica* (sovrapposizione) delle grandezze che stiamo considerando:

- *le forze si sommano con legge vettoriale non solo nelle problematiche legate all'equilibrio ma anche quando determinano accelerazioni.* Ciò significa che se due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  agendo separatamente su un corpo determinano due accelerazioni  $\vec{a}_1$  e  $\vec{a}_2$  diverse, quando sullo stesso corpo si applicano le due forze contemporaneamente si trova una accelerazione  $\vec{a}$  pari alla somma vettoriale delle due accelerazioni, cioè:

$$\vec{F}_1 \oplus \vec{F}_2 = m \vec{a} = m(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) = m \vec{a}_1 + m \vec{a}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1.7.3)$$

- *le masse si sommano come degli scalari.* Ciò significa che se un corpo di massa  $m_1$  necessita di una forza  $\vec{F}_1$  perché si determini una accelerazione  $\vec{a}$  e un corpo di massa  $m_2$  necessita di una forza  $\vec{F}_2$  perché si determini la stessa accelerazione  $\vec{a}$ , per ottenere ancora la stessa accelerazione per il sistema costituito dai due corpi presi insieme occorre una forza  $\vec{F}$  pari alla somma vettoriale delle due forze, cioè:

$$m_1 \oplus m_2 = \frac{\vec{F}}{\vec{a}} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{\vec{a}} = \frac{\vec{F}_1}{\vec{a}} + \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}} = m_1 + m_2 \quad (1.7.4)$$

la **addittività di masse e forze** è una legge fisica che viene giustificata tramite esperimenti. In particolare la addittività vettoriale delle forze costituisce una importante giustificazione della scelta fatta di definire le forze per via statica. Si ricordi che in fisica la somma significa sovrapposizione e cioè azione o presenza simultanea.

### 7.1.8 LA QUANTITÀ DI MOTO: SCRIVIAMO LA II LEGGE IN MANIERA DIVERSA

In base alla costanza della massa è possibile scrivere il prodotto  $m \vec{a}$  come variazione nel tempo di una nuova grandezza detta *quantità di moto*. Infatti se un corpo è soggetto all'azione contemporanea di più forze con risultante  $\vec{R}$ , poiché a causa della costanza di  $m$  si ha  $m \delta \vec{v} = \delta(m \vec{v})$  la II legge della dinamica si scrive:



$$\vec{R} = m \vec{a} = \frac{\delta(m \vec{v})}{\delta t} \quad (1.7.5)$$

Il vettore pari al prodotto della massa del corpo per la sua velocità è detto *quantità di moto* e si indica solitamente con:  $\vec{p} = m \vec{v}$ .

Il *II principio della dinamica* può allora essere enunciato così: *all'interno di un sistema inerziale la risultante delle forze applicate ad un corpo puntiforme è pari alla variazione di quantità di moto nell'unità di tempo* e si scrive:

$$\vec{R} = \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \quad (1.7.6)$$

**quantità di moto e legame con la forza**  
la scrittura della II legge tramite la quantità di moto ha il vantaggio di una validità più generale e di indicare la strada che si seguirà per costruire la dinamica relativistica

<sup>2</sup> Abbiamo indicato con il simbolo  $\oplus$  la *somma fisica* cioè la azione contemporanea delle due forze.

La differenza tra la (I.7.2) e la (I.7.6) sta nel fatto che mentre la prima vale solo entro i confini della meccanica classica, la seconda ha una validità del tutto generale e vale anche quando i corpi si muovono a velocità comparabili con la velocità della luce. In quel contesto la forza non determina solo variazioni di velocità, ma variazioni contemporanee di massa e di velocità e la massa diviene una delle forme in cui si presenta l'energia.

## 7.2 Applicazioni della II legge della dinamica

### 7.2.1 CONSIDERAZIONI INTRODUTTIVE

Attraverso la II legge della dinamica è possibile determinare la forza che agisce su un corpo quando sia nota la accelerazione o, viceversa, il tipo di movimento quando siano note le forze che agiscono sul corpo. In effetti se è nota l'equazione del moto possiamo trovare la accelerazione e, se sono note l'accelerazione e la massa è banale determinare la forza.

Per determinare l'equazione del moto bisogna seguire questi passi:

- si trovano tutte le forze che agiscono sulla particella (comprese le reazioni vincolari) e si disegna il cosiddetto *diagramma del corpo libero* cioè si disegnano tutte le forze che agiscono sul punto materiale considerato indipendentemente dalla presenza di altri corpi a contatto con esso. L'azione di tali corpi sarà descritta da forze opportune (interazioni e reazioni vincolari);
- si trova la *risultante delle forze* (somma vettoriale); se necessario tale determinazione viene svolta attraverso le componenti lungo direzioni particolarmente comode da trattare;
- in base alla II legge della dinamica, si uguaglia la risultante al prodotto massa per accelerazione e si trova la *accelerazione* (o le sue componenti).

L'equazione o la legge che fornisce la accelerazione nel tempo può essere risolta (*metodo dell'area*) per trovare le grandezze incognite (diagramma velocità tempo e diagramma posizione tempo).

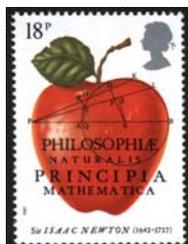
### 7.2.2 COME SI DESCRIVE UN VINCOLO

Con la parola *vincolo* indichiamo una particolare condizione cui è soggetto il movimento di un dato sistema fisico. Per esempio, un vincolo piano obbliga un punto materiale a muoversi lungo quel piano.

I vincoli svolgono la loro funzione attraverso forze esercitate sul corpo il cui effetto finale è quello di *determinare il vincolo*. Per esempio, nel caso di un vincolo piano, l'effetto del vincolo sarà quello di fare in modo che la risultante delle forze in direzione perpendicolare al piano sia nulla perché in caso contrario si avrebbe una accelerazione in direzione perpendicolare al piano e pertanto il movimento non avverrebbe lungo il piano.

Le forze esercitate dai vincoli sono dette *reazioni vincolari* e sono solitamente forze di natura variabile il cui valore viene a dipendere (in base alla III legge della dinamica) dalle forze che il corpo esercita sul vincolo. Se tali forze risultano troppo intense il vincolo si può rompere come accade quando si appoggia su di un ripiano un corpo eccessivamente pesante (il ripiano si flette elasticamente, ma se la deformazione è troppo grande, si rompe).

Un vincolo molto diffuso è la fune: *una fune tesa trasmette le forze in maniera inalterata da un estremo all'altro senza modifiche*. Ciò si realizza però solo in presenza di almeno una delle seguenti condizioni: la fune ha massa trascurabile oppure il sistema è in quiete o in moto uniforme.



#### risolvere un problema dinamico

- analisi delle forze e diagramma del corpo libero
- determinazione della risultante e delle sue componenti
- calcolo della accelerazione

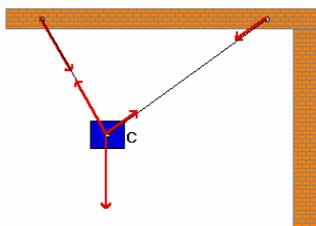


#### vincoli

il carrello è vincolato alle rotaie, il muro vincola il movimento orizzontale, il secchio è vincolato dalla fune

#### le reazioni vincolari

sono le forze che consentono ai vincoli di esercitare il proprio ruolo



Un secondo vincolo è costituito dalle sbarre che presentano le stesse proprietà delle funi ma a differenza di esse funzionano sia in trazione sia in compressione.

La problematica dei vincoli riguarda diverse tipologie di vincolo quali movimento lungo una retta, movimento lungo un piano, movimento lungo una generica linea curva, rotazioni intorno ad un punto, rotazioni intorno ad un asse, immobilità. Dato il carattere generale e non ingegneristico di questo testo, ci limiteremo a vincoli molto semplici incominciando da quelli piani.

### 7.2.3 DUE CORPI CHE SI SPINGONO

*Esercizio:* Un sistema di due corpi di massa  $m_1$  ed  $m_2$  appoggiati ad un piano orizzontale viene spinto da una forza  $\vec{F}$  applicata al primo corpo. Disegnare i diagrammi del corpo libero dei due corpi; determinare la accelerazione del sistema; determinare la forza  $\vec{F}_{21}$  con cui il primo corpo spinge il secondo; discutere come cambia  $\vec{F}_{21}$  al variare del rapporto tra le masse.



Incominciamo con l'osservare i due diagrammi del corpo libero indicati in figura. Sui due corpi, assimilati a puntiformi, agiscono 4 tipi di forze: le reazioni vincolari del piano, le forze peso, la forza esterna applicata al primo corpo, le forze di interazione tra i due corpi. È essenziale rendersi conto che tutte queste forze, nella approssimazione del corpo puntiforme, sono applicate in due punti distinti (il primo e il secondo corpo) e che hanno, tra loro, delle ben precise relazioni vettoriali:

- poiché la risultante lungo la verticale deve essere nulla (presenza dei vincoli)  $\vec{N}_1 + \vec{P}_1 = 0$  e inoltre  $\vec{N}_2 + \vec{P}_2 = 0$
- per la III legge della dinamica si annullano le forze di interazione tra i due corpi (applicate in punti diversi):  $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$
- le accelerazioni dei due corpi, che rimangono a contatto, sono identiche

Se applichiamo la II legge della dinamica in forma vettoriale avremo che:

$$\vec{N}_1 + \vec{P}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F} = m_1 \vec{a} \quad (I.7.7)$$

$$\vec{N}_2 + \vec{P}_2 + \vec{F}_{21} = \vec{F}_{21} = m_2 \vec{a}$$

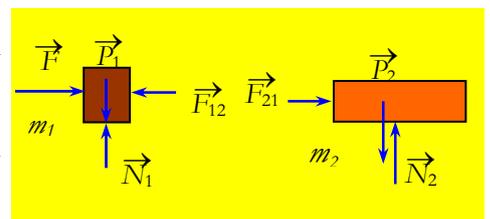
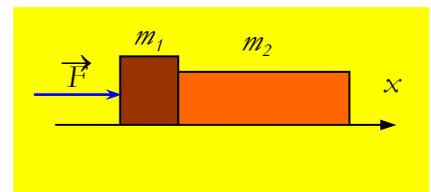
Poiché sappiamo che il moto avviene lungo l'asse  $x$ , è semplice e conveniente passare alle corrispondenti relazioni tra le componenti (le somme vettoriali si trasformano in somme algebriche):

$$F - F_{12} = m_1 a \quad F_{21} = m_2 a \quad (I.7.8)$$

Facendo la somma delle due equazioni le forze di interazioni si elidono e si ha:  $F = m_1 a + m_2 a = (m_1 + m_2) a$  da cui:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (I.7.9)$$

$$F_{21} = m_2 a = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2} = F \frac{m_2}{m_1 + m_2} = F \frac{1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \quad (I.7.10)$$



La forza di interazione è diversa dalla spinta e dipende dal rapporto delle due masse

La (I.7.9) esprime un risultato atteso: il sistema formato dai due corpi si muove come un solo corpo con massa pari alla somma delle masse (*proprietà di addittività della massa*).

La (I.7.10) ci dice invece che la forza di interazione dipende solo dalla forza applicata e dal rapporto  $k$  delle due masse, non dai loro valori assoluti.

Se  $m_1 \ll m_2$  allora  $k \approx 0$  e  $F_{21} \approx F$  cioè la forza si trasmette inalterata

Se  $m_1 = m_2$  allora  $k = 1$  e  $F_{21} = F/2$  cioè la forza trasmessa è metà di quella originaria.

Se  $m_1 \gg m_2$  allora  $k \rightarrow \infty$  e  $F_{21} \rightarrow 0$  cioè la forza viene tutta usata per spingere il primo corpo

**Nota bene:** dall'*esercizio*: appena discusso possiamo trarre alcune conclusioni generali:

- si può evitare di rappresentare (a meno che sia esplicitamente richiesto) le forze applicate nello stesso punto e che si fanno equilibrio;
- in problemi semplici è inutile scrivere le relazioni vettoriali se è possibile passare immediatamente alle corrispondenti relazioni scalari.
- Quando si passa dal diagramma del corpo libero alle corrispondenti equazioni, esse possono essere scritte in forma scalare invece che in forma vettoriale. Nel fare questa operazione conviene rappresentare le componenti delle forze esplicitandone il segno (quando questo è noto).

È quanto faremo nel prossimo esercizio.



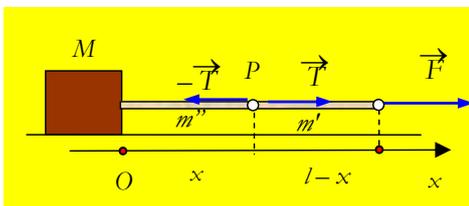
#### 7.2.4 UNA FUNE CHE TRASCINA UN CORPO

*Esercizio:* Un corpo di massa  $M$  viene trascinato da una fune omogenea di massa  $m$  e di lunghezza  $l$  cui viene applicata una forza  $F$ . Stabilire come si trasmette la forza lungo la fune.



Consideriamo un generico punto  $P$  della fune posto a distanza  $x$  dal punto di innesto sul corpo; in quel punto, come in ogni altro punto della fune, saranno presenti delle forze. A prima vista saremmo tentati di dire che la forza di trazione si trasmette inalterata lungo la fune. Invece questo risultato è sbagliato e vale la pena di anticipare subito quello corretto:

⇒ la forza (*tensione della fune*) si trasmette con intensità via via decrescente e rimane invece inalterata in soli due casi: quando  $m \ll M$  (fune di massa trascurabile) e quando il sistema non è soggetto ad accelerazione (forze che si fanno equilibrio).



la tensione nelle funi dotate di massa non si trasmette inalterata lungo la fune; la tensione non cambia solo se il sistema si muove di moto uniforme o la fune ha massa trascurabile

Senza ripetere tutti i conti dell'esercizio precedente possiamo affermare che il sistema, visto come un tutto, si muove con una accelerazione:

$$a = \frac{F}{m + M}$$

La fune risulta divisa in due tratti di masse  $m'' = \frac{x}{l} m$  e  $m' = \frac{l-x}{l} m$  perché la massa è proporzionale alla lunghezza.

Se ora applichiamo la II legge della dinamica al pezzo di sinistra del nostro sistema costituito dal secondo tratto di fune di massa  $m''$  e alla massa  $M$  cui è applicata la sola forza  $T$  avremo:

$$T = (m'' + M) a = \frac{F}{m + M} \left( \frac{x}{l} m + M \right) \quad (I.7.11)$$

Questa forza è massima quando  $x = l$  e risulta  $T = F$  mentre è minima per  $x = 0$  e risulta  $T = F \frac{M}{M + m}$  che corrisponde alla forza che si esercita nel punto in cui la fune si collega al corpo.

Si osservi che se  $m = 0$  dalla (I.7.11) si ottiene  $T = F$  per qualsiasi valore di  $x$ .

☺

### 7.2.5 IL MOTO LUNGO UN PIANO INCLINATO

*Eserizio:* Un corpo di massa  $m$  viene posto, in quiete, su un piano inclinato di angolo  $\alpha$  ed è sottoposto all'azione del peso e di una forza orizzontale  $\vec{F}$  orientata nel senso della salita. Stabilire per quali valori di  $\vec{F}$  il corpo sale o scende e determinare la corrispondente accelerazione.

☹

Con riferimento alla figura che rappresenta il diagramma del corpo libero eseguiamo la scomposizione delle forze lungo le due direzioni  $t$  e  $n$  che ci consentono rispettivamente di determinare la reazione vincolare e la accelerazione attraverso la osservazione che dovrà essere:

$$R_t = m a_t \quad R_n = 0$$

$$R_t = p \sin \alpha - F \cos \alpha \quad R_n = N - p \cos \alpha - F \sin \alpha$$

La accelerazione  $a_t$  si ottiene dividendo  $R_t$  per  $m$  e, ricordando che il peso vale  $m g$ , si ottiene:

$$a_t = g \sin \alpha - (F / m) \cos \alpha$$

Il moto è in discesa se  $a_t > 0$  cioè se  $\tan \alpha > F / (m g) = F / P$

La reazione vincolare vale:

$$N = p \cos \alpha + F \sin \alpha$$

☺

### 7.2.6 LA MACCHINA DI ATWOOD

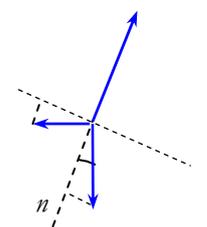
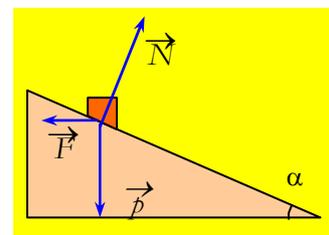
*Eserizio:* La macchina di Atwood è un sistema costituito da una carrucola di massa trascurabile su cui viene collocata una fune di massa trascurabile dotata di due masse  $m_1$  e  $m_2$  agli estremi. Così facendo si realizza un dispositivo con cui si determinano accelerazioni variabili a piacere da 0 sino a  $g$ . Studiarne il funzionamento.

☹

Basta considerare il diagramma del corpo libero per i due corpi. Essi sono soggetti alla forza peso ( $mg$ ) e alla tensione della fune. Inoltre le due accelerazioni sono uguali ed opposte. Avremo pertanto dopo aver proiettato le relazioni lungo un asse verticale:

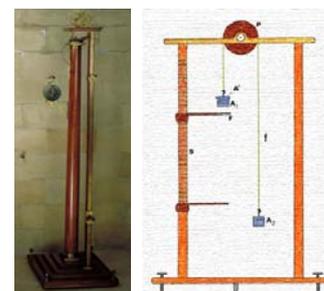
$$m_1 g - T = m_1 a \quad m_2 g - T = -m_2 a$$

Facendo la differenza si ha:



piano inclinato e diagramma del corpo libero

Si sceglie una coppia di rette per il calcolo delle componenti usando un criterio di comodità



modello di laboratorio e schema della macchina di Atwood che consente di ottenere accelerazioni variabili a piacere da 0 a  $g$  sfruttando il movimento di due masse diverse

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a \text{ da cui: } a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$



## 7.3 La equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale

### 7.3.1 MASSA INERZIALE E MASSA GRAVITAZIONALE: DUE PROPRIETÀ DISTINTE DELLA MATERIA CHE SI UNIFICANO

La massa inerziale esprime la proprietà della materia di rispondere alle forze mediante accelerazioni più o meno grandi (a parità di forza la accelerazione è inversamente proporzionale alla massa).

Possiamo farci una idea semiquantitativa di tale grandezza pensando alla fatica che si fa nel mettere in moto un corpo da fermo.

La massa gravitazionale esprime una proprietà della materia, quella di dar luogo al peso attraverso la interazione con altri corpi (nella fattispecie la terra).

Si tratta visibilmente di due proprietà fisicamente distinte, ma come vedremo, attraverso una catena di ragionamenti basati su uniformità di comportamento le due grandezze vengono identificate.



massa inerziale e gravitazionale: due concetti diversi; il primo determina lo sforzo necessario a creare accelerazioni il secondo determina il peso

### 7.3.2 TUTTI I CORPI CADONO CON LA STESSA ACCELERAZIONE: UN RISULTATO SPERIMENTALE RICCO DI CONSEGUENZE.

Poniamoci in un sistema di riferimento inerziale ed osserviamo la caduta di un corpo di massa  $m$  lungo la verticale. Sappiamo già, per quanto visto nel capitolo 6, che il corpo cade con una accelerazione  $g$  che è leggermente diversa nei diversi punti della terra ma che, in una data zona, ha lo stesso valore per tutti i corpi.



La causa che determina tale caduta è la forza peso. Scriveremo dunque, applicando la II legge della dinamica:

$$\vec{P} = m \vec{g} \tag{I.7.12}$$

o anche

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{m_1}{m_2} \tag{I.7.13}$$

*Dunque: il rapporto dei pesi di due corpi è pari al rapporto delle loro masse inerziali.*

Ma, in base alla definizione di massa gravitazionale il rapporto tra le masse gravitazionali di due corpi è definito come il rapporto costante (cioè indipendente dal luogo) tra i due pesi degli stessi

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{P_1}{P_2} \tag{I.7.14}$$

pertanto, dal confronto della (I.7.13) e (I.7.14) possiamo affermare che: *presi due corpi qualsiasi il rapporto delle masse gravitazionali è sempre uguale al rapporto delle loro masse inerziali* e scriveremo:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1}{m_2} \tag{I.7.15}$$

*Dunque il confronto (misura) tra due masse gravitazionali e le corrispondenti masse inerziali produce lo stesso risultato.*

Il risultato che abbiamo trovato è uno dei più importanti della intera fisica. La materia presenta *due proprietà*: quella di *attirarsi* (ed è essa che genera il concetto di peso) e quella di *determinare accelerazioni* quando viene assoggettata a forze. Queste due proprietà, che apparentemente non



presi due corpi qualsiasi il rapporto tra le masse gravitazionali e quello tra le masse inerziali sono identici; dunque due grandezze diverse riferite a corpi diversi hanno rapporti uguali

hanno nulla in comune, o almeno così ci dice l'intuizione, nascondono invece una unica proprietà. Usando un linguaggio poco preciso, ma sicuramente esplicativo, è come se stessimo dicendo che *il peso e la inerzia nei confronti della accelerazione sono la stessa cosa*.

### 7.3.3 PERCHÉ SI PUÒ PORRE $m = M$ ?

Si osservi che, fino ad ora, non sono state fissate né l'unità di misura della massa inerziale, né quella della forza. La ragione di ciò non è casuale perché, per identificare completamente le due nozioni di massa inerziale e massa gravitazionale, si è scelta come *unità di massa inerziale* la stessa della massa gravitazionale, il chilogrammo massa, indicato genericamente con  $kg$ .

Preso un corpo di massa  $m$  e l'unità di misura campione  $m_c$  in base alla (I.7.15) si avrebbe:

$$\frac{m}{m_c} = \frac{M}{M_c} \quad (\text{I.7.16})$$

Ma se  $m_c = M_c$  ne consegue che *per un qualsiasi corpo la massa inerziale e la massa gravitazionale hanno due misure coincidenti* e si scrive:

$$m = M \quad (\text{I.7.17})$$

Concludiamo ricordando che il risultato che abbiamo trovato deriva in maniera determinante da una proprietà della materia che, razionalmente, non è ulteriormente indagabile e di cui ci dobbiamo limitare a prendere atto: *tutti i corpi sulla terra, in uno stesso punto, cadono con la medesima accelerazione*.

massa inerziale = massa gravitazionale  
se si sceglie la stessa unità di misura

## 7.4 L'unità di misura della forza: Newton e kg peso

### 7.4.1 A COSA CORRISPONDE IL NEWTON?

Dopo aver fissato l'unità di misura della massa inerziale rimane automaticamente determinata quella della forza attraverso la II legge della dinamica.

Tale unità è chiamata *Newton* e indicata con il simbolo  $N$  e corrisponde a quella forza che, applicata ad un corpo puntiforme di massa  $1\text{ kg}$  determina una accelerazione di  $1\text{ m/s}^2$ .

il Newton è la forza che agendo sul kg determina una accelerazione di  $1\text{ m/s}^2$



### 7.4.2 A COSA CORRISPONDE IL KG PESO?

Nella esperienza quotidiana siamo abituati a confrontarci con una seconda unità di misura della forza il *chilogrammo peso*. Il chilogrammo peso è definito come *il peso di una massa di 1 chilogrammo massa*. Poiché però la accelerazione di gravità è variabile (seppur debolmente) da punto a punto, ne consegue che il chilogrammo peso sia una cattiva unità di misura perché il suo valore viene a dipendere da dove si effettua la misura.

Il Newton è una buona unità, perché è invariabile, invece il *chilogrammo peso*, anche se pratico da usare, è una cattiva unità perché per misurazioni di forza precise oltre la quarta cifra significativa il suo valore risulta dipendere dal luogo in cui si effettua la misurazione.

Infatti, in base alla (I.7.10):

$$1\text{ kg}_p = 1\text{ kg}_m \times g\text{ m/s}^2 = g\text{ N} \quad (\text{I.7.18})$$

Alla luce del valore medio di  $g$ , che  $1\text{ kg}_p \approx 9.806\text{ N}$  o anche che  $1\text{ N} \approx 0.102\text{ kg}_p$ . Insomma, come avevamo già anticipato nel capitolo dedicato alle forze, *il Newton* vale all'incirca 1 etto.

Per evitare di ridurre il chilogrammo forza o chilogrammo peso ad una unità variabile da luogo a luogo a seconda dei valori della accelerazione di gravità, si è stabilito convenzionalmente di porre:

$$1\text{ kg}_p = 9.80655\text{ N} \text{ e dunque } 1\text{ N} = \frac{1}{9.80655}\text{ kg}_p \approx 0.102\text{ kg}_p$$

perché  $1\text{ N} \approx 1\text{ etto}$

## 7.5 Il peso cambia nei sistemi accelerati

### 7.5.1 LA DIFFERENZA QUANTITATIVA TRA PESO E FORZA DI GRAVITÀ IN UN SISTEMA ACCELERATO IN MOTO RETTILINEO

Dopo aver studiato la II legge della dinamica è possibile comprendere meglio la *distinzione tra forza di gravità e peso* e quale sia la ragione per cui, quando un astronauta orbita intorno alla terra, si dice che si trova in *assenza di peso*.



Il nostro studio inizia esaminando una situazione abbastanza semplice e di esperienza comune: si consideri un passeggero di massa  $m$  che si trova dentro un ascensore. Ci proponiamo di esaminare la forza esercitata dal passeggero sul pavimento in questi quattro casi:

- quando l'ascensore parte verso l'alto
- quando l'ascensore frena verso l'alto
- quando l'ascensore parte verso il basso
- quando l'ascensore frena verso il basso



Poiché il passeggero è a riposo rispetto all'ascensore, la sua accelerazione rispetto alla terra è la stessa dell'ascensore. Dalla III legge della dinamica sappiamo che la forza esercitata dall'ascensore sul passeggero è la stessa che il passeggero esercita sul pavimento e che tali forze hanno verso contrario.

Dunque il passeggero è soggetto a due forze: la forza di gravità  $\vec{G}$  e la reazione  $\vec{N}$  del pavimento.

quando l'ascensore è in quiete o si muove di moto uniforme la forza peso è pari alla forza di gravità

Nel capitolo dedicato alle forze abbiamo convenuto di chiamare peso la forza con cui un corpo preme sul vincolo che gli impedisce di cadere: dunque, per la III legge della dinamica il peso  $\vec{P}$  è legato a  $\vec{N}$  dalla relazione:

$$\vec{P} = -\vec{N} \quad (I.7.19)$$



Il peso e la reazione del vincolo hanno lo stesso modulo e il peso può essere determinato dalla conoscenza di  $N$ . Invece la forza di gravità  $G$  è determinabile dinamicamente attraverso il prodotto  $mg$  oppure staticamente misurando il peso in quiete.

quando l'ascensore accelera verso l'alto (partenza in salita o frenata in discesa) il peso aumenta

Analizziamo dunque cosa capita al peso nei diversi contesti definiti in premessa e, a questo scopo, scegliamo un sistema di riferimento in cui l'asse  $z$  sia orientato verso l'alto: la componente della reazione vincolare è positiva e quella della forza di gravità è negativa. Il segno del vettore accelerazione dipende dalle caratteristiche del moto.

Nei casi (a) e (d) il vettore accelerazione è diretto verso l'alto e perciò ha componente positiva. Nei casi (b) e (c) il vettore accelerazione è diretto verticalmente verso il basso.

L'equazione del moto per il nostro passeggero si scrive, in forma vettoriale:

$$\vec{G} + \vec{N} = m \vec{a} \quad (I.7.19)$$

mentre se si passa alla forma scalare occorre tenere conto dei segni:

Nei casi (a) e (d):  $-G + N = m a$  da cui:  $N = G + ma = m(g + a)$



quando l'ascensore accelera verso il basso (partenza in discesa o frenata in salita) il peso diminuisce

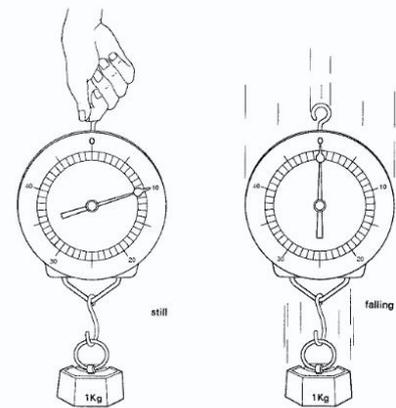
Nei casi (b) e (c):  $-G + N = -ma$  da cui:  $N = G - ma = m(g - a)$

Infine nel caso in cui l'ascensore non accelera:  $G - N = 0$  da cui:  $N = G$

Ma, per definizione,  $N = P$  e dunque *quando l'ascensore si muove di moto accelerato rispetto alla terra*, e pertanto non è un sistema di riferimento inerziale, *la forza che un corpo esercita su di un supporto (cioè il suo peso) non è uguale alla forza di gravità*. In particolare quando la accelerazione dell'ascensore è opposta alla accelerazione di gravità, la forza esercitata sul supporto è maggiore della forza di gravità. Quando i due versi coincidono la forza è minore.

*Solo nel caso in cui l'ascensore si muova di moto rettilineo uniforme rispetto a terra (e sia dunque un sistema di riferimento inerziale), la forza esercitata sul supporto eguaglia la forza di gravità.*

*Se poi  $\vec{a} = \vec{g}$ , cioè se l'ascensore si trovi in caduta libera, si ha  $N = 0$ , la forza di gravità esiste ancora, ma si ha l'annullamento del peso.*



### 7.5.2 COSA SUCCEDDE NEL CASO DI TRAIETTORIE CIRCOLARI?

È ben noto dalla esperienza che quando si partecipa ad un moto di natura circolare si provano sensazioni particolari identificabili con una spinta verso l'esterno della traiettoria. Questa spinta che non riusciamo ad imputare ad alcuna interazione con altri corpi, viene percepita diversamente a seconda che la traiettoria sia in un piano verticale od orizzontale.

Consideriamo un *aereo* che compie una traiettoria ad anello, in un piano verticale, con velocità  $v$  e raggio  $r$ . Supponiamo che l'aereo si trovi nella posizione corretta nel punto basso e sia in rovesciata nel punto più alto. Qual è la forza con cui il pilota viene pressato contro il sedile? Qual è la velocità minima con cui il pilota può rimanere vincolato al sedile senza il sostegno delle cinghie? Si consideri la situazione nel punto più alto e in quello più basso della traiettoria.

Sul pilota agiscono due forze: la reazione del sedile e la gravità. Nel punto più basso della traiettoria la reazione è diretta verticalmente verso l'alto e nel punto più alto verticalmente verso il basso.

Per effetto del moto circolare uniforme si ha una accelerazione normale (centripeta)  $a = v^2/r$ .

Nel punto più basso della traiettoria la accelerazione è diretta verticalmente verso l'alto mentre nel punto più alto è diretta verso il basso. Per semplificare la descrizione scegliamo un asse  $z$  diretto verticalmente verso il basso come la forza di gravità.

L'equazione del moto, espressa in forma vettoriale è:

$$\vec{G} + \vec{N} = m \vec{a} \quad (I.7.20)$$

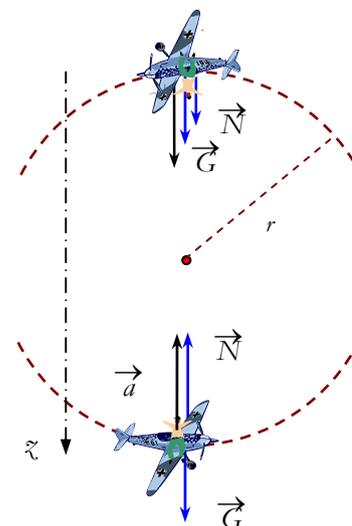
Se la proiettiamo lungo l'asse  $z$ , otteniamo per il punto più basso:

$$-N + G = -\frac{mv^2}{r} \text{ da cui: } N = G + \frac{mv^2}{r} = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$

Di conseguenza il pilota sperimenta un aumento di peso.

Nel punto più alto della traiettoria si ha:

$$G + N = \frac{mv^2}{r} \text{ da cui: } N = \frac{mv^2}{r} - G = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$



il peso, misurato da  $N$  cambia nei diversi punti della traiettoria

Il pilota si trova a testa in giù e  $N$  può assumere valori sia positivi sia negativi a seconda che  $\left(\frac{v^2}{r} - g\right) > 0 = 0$  o  $< 0$ . Il primo caso corrisponde a  $N > 0$  (il sedile spinge il pilota) e dunque il pilota sperimenta la sensazione di *peso verso l'alto*. Il secondo caso corrisponde alla cosiddetta *assenza di peso*.

Il terzo caso  $N < 0$  significa che il pilota deve essere trattatenuo al sedile da cinghie di ancoraggio. L'aereo sta andando troppo piano e la accelerazione centripeta è minore della accelerazione di gravità: il pilota tende a cadere a testa in giù entro la cabina, ma il vincolo delle cinghie lo blocca.

La velocità in corrispondenza della quale si verifica la condizione di assenza di peso vale pertanto:  $v = \sqrt{g r}$  e corrisponde al caso in cui il pilota non ha bisogno delle cinghie. Se la sua velocità è più alta egli si sente premuto a testa in giù contro il sedile ed sperimenta una sensazione di *peso negativo*.

### 7.5.3 I SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI

Il peso è quella forza con cui un corpo sollecita un vincolo sotto l'azione della attrazione terrestre.

Analizzando l'esperimento dell'ascensore siamo arrivati alla conclusione che il peso è pari alla forza di gravità, non solo quando un corpo è in quiete rispetto alla terra, ma anche quando un corpo si trova in un ascensore che si muove di moto rettilineo uniforme rispetto ad essa, cioè in un generico sistema di riferimento inerziale. Quindi, *in qualsiasi sistema di riferimento inerziale il peso di un corpo è pari alla forza di gravità*.

Ma, quando il corpo si trova in un ascensore accelerato, o in un aereo che si muove di moto circolare (cioè di un moto accelerato rispetto alla terra), la forza che il corpo esercita sul suo appoggio, cioè il peso, non è più uguale alla forza di gravità.

Nei sistemi di riferimento non inerziali cambia il peso ma succedono tante altre stranezze che saranno analizzati nel capitolo 2 della II parte

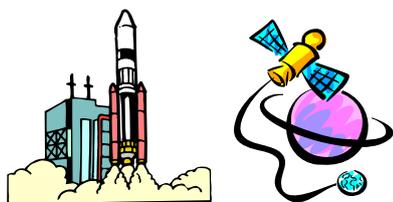
Un sistema di riferimento accelerato rispetto ad uno inerziale si dice *sistema di riferimento non inerziale*. La fisica dei sistemi di riferimento non inerziali sarà svolta al termine del corso di meccanica ed è caratterizzata dalla comparsa di *stranezze* di vario tipo. Qui ci limiteremo a due casi particolari: l'assenza di peso e il sovrappeso. A questo scopo considereremo la forza esercitata da un cosmonauta sul sedile di una nave spaziale durante la frenata della fase di rientro e durante il moto orbitale libero intorno alla terra.

### 7.5.4 FASE DI DECOLLO E DI RIENTRO

Durante la fase di decollo la *nave spaziale* si muove con una accelerazione dovuta all'azione di razzi di spinta e tutto ciò corrisponde alla situazione già analizzata nell'esempio dell'ascensore [caso (a)].

La forza esercitata dal cosmonauta sul sedile è maggiore della forza di gravità. In base alla III legge della dinamica la forza esercitata sul sedile è tale che  $N = m (g + a)$ . Quindi il cosmonauta sperimenta un aumento di peso.

Una persona allenata può sopportare un sovrappeso pari a  $6g$  e ciò significa che la accelerazione della nave spaziale non deve superare il valore di  $5g$  perché se  $m (g + a) \leq 6 mg$  allora  $a \leq 5 g$ .



il peso aumenta notevolmente alla partenza; in orbita il peso si annulla; in entrambi i casi la forza di gravità non muta in modo significativo

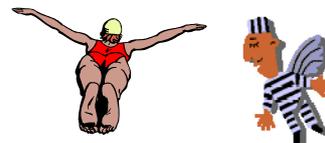
## 7.5.5 IN ORBITA, OVVERO IN CADUTA LIBERA

Quando la nave spaziale orbita liberamente intorno alla terra la accelerazione è pari alla gravità cioè  $\vec{a} = \vec{g}$ . In base alla equazione (I.7.20) si può affermare che, in tale caso,  $N = 0$ . Il cosmonauta non esercita alcuna forza sul sedile e sperimenta la *assenza di peso*.

*In qualsiasi sistema di riferimento non inerziale (nel nostro caso la nave spaziale) si sperimenta l'assenza di peso se il sistema si muove con accelerazione  $\mathbf{a} = \mathbf{g}$  rispetto alla terra.*

Si noti che assegnare la sola accelerazione non corrisponde a determinare completamente un solo tipo di moto: si ha assenza di peso sia quando *si cade* con moto circolare (orbita) sia quando *si cade* con moto verticale o parabolico.

Quando poi si opera ad accelerazioni maggiori della accelerazione di gravità possono addirittura comparire i *pesi negativi* cioè quelle situazioni in cui la forza peso ha verso contrario a quello della forza di gravità.



in un sistema di riferimento non inerziale nel quale sia  $\vec{a} = \vec{g}$  si sperimenta l'assenza di peso e se  $\vec{a} > \vec{g}$  si può avere addirittura il peso negativo

## 7.6 Quesiti di fine capitolo

*Raccolta di quesiti a risposta aperta e chiusa relativi agli argomenti e considerazioni del testo*

1. Indicare la proposizione *falsa* a) La prima legge della dinamica definisce l'ambito entro cui vale la II; b) la prima legge è un caso particolare della II; c) La seconda legge vale solo nei riferimenti inerziali; d) Il movimento visto da sistemi di riferimento non inerziali non rispetta la seconda legge <sup>3</sup>
2. Indicare la proposizione *falsa*; in un sistema di riferimento inerziale a) Se un corpo si muove di moto rettilineo accelerato allora è soggetto all'azione di una forza di direzione costante. b) Se un corpo è soggetto all'azione di una forza costante allora il suo moto è rettilineo accelerato. c) Una forza costante produce una accelerazione costante. d) I cambiamenti di direzione di un moto sono sempre dovuti all'azione di una forza. <sup>4</sup>
3. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale a) I cambiamenti di direzione di un moto sono sempre dovuti all'azione di una forza variabile. b) Le accelerazioni sono la causa delle forze; c) La seconda legge della dinamica afferma che *la forza è uguale a massa per accelerazione*; d) L'aspetto sperimentale della II legge della dinamica consiste nella proporzionalità vettoriale tra accelerazione di un corpo e forza applicata. <sup>5</sup>
4. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale a) La proporzionalità tra forza e accelerazione vale solo quando il moto è rettilineo; b) La proporzionalità tra forza e accelerazione si riferisce solo all'aspetto scalare di tali grandezze; c) La proporzionalità tra forza e accelerazione si riferisce solo al caso di forze costanti perché, nel caso di forze variabili, il corpo, per inerzia non si adatta istantaneamente alle variazioni di forza; d) Come conseguenza della II legge della dinamica possiamo affermare che per determinare il moto circolare uniforme occorre una forza perpendicolare alla velocità. <sup>6</sup>
5. Indicare la proposizione *vera*; a) La proporzionalità tra forza e accelerazione è indipendente dalla velocità con cui si muove il corpo per qualsiasi valore della velocità  $v$ ; b) La II legge è valida in qualsiasi tipo di sistema di riferimento; c) La massa inerziale è definita come rapporto costante tra forza applicata ad un corpo puntiforme e acce-

<sup>3</sup> a) Vero b) Falso: serve a definirne il contesto di validità c) Vero d) Vero

<sup>4</sup> a) Vero. b) Falso: in generale si produce un moto parabolico mentre solo quando la velocità iniziale ha la direzione della forza è rettilineo c) Vero d) Vero

<sup>5</sup> a) Falso. Si veda ancora l'esempio di un corpo in caduta libera, cioè di un corpo che cade sotto l'effetto del peso. b) Falso; sono le forze a determinare accelerazioni (inversione del rapporto tra causa ed effetto) c) Falso: la II legge della dinamica afferma di più: le forze determinano accelerazioni ad esse proporzionali, la costante di proporzionalità è positiva, è tipica del corpo e viene chiamata *massa inerziale*. d) Vero

<sup>6</sup> a) Falso. b) Falso c) Falso: la proporzionalità si conserva istante per istante. d) Vero: la condizione è necessaria, ma non sufficiente. Affinché diventi sufficiente la forza deve essere di modulo costante.

- lerazione subita dal corpo; d) A parità di forza la massa e la accelerazione sono direttamente proporzionali. <sup>7</sup>
6. Indicare la proposizione *falsa*; a) Il carattere vettoriale della forza in senso dinamico può essere pienamente affermato solo dopo la formulazione della II legge della dinamica; b) A parità di accelerazione la forza e la massa sono direttamente proporzionali; c) In un sistema di riferimento inerziale il rapporto  $F/(ma) = 1$ ; d) Se si indica con  $\mathbf{a}_1$  la accelerazione con cui si muove un corpo di massa  $m_1$  quando viene sottoposto a una forza  $\mathbf{F}$  e con  $\mathbf{a}_2$  la accelerazione con cui si muove un corpo di massa  $m_2$  quando viene sottoposto alla stessa forza  $\mathbf{F}$ , la accelerazione con cui si muove il sistema delle due masse sottoposto alla stessa forza non può essere scritta attraverso le sole accelerazioni  $\mathbf{a}_1$  e  $\mathbf{a}_2$ . <sup>8</sup>
7. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale a) Se si applica una forza  $\mathbf{F}_1$  ad un corpo di massa  $m_1$  che si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_1$  e una forza  $\mathbf{F}_2$  ad un corpo di massa  $m_2$  che si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_2$ , applicando la forza  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$  al sistema costituito dai due corpi si ha  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (m_1 + m_2)(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)$ ; b) Se si applica una forza  $\mathbf{F}_1$  ad un corpo di massa  $m_1$  questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_1$ . Analogamente se si applica una forza  $\mathbf{F}_2$  ad un corpo di massa  $m_2$  questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_2$ . Quindi applicando la forza  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$  al sistema costituito dai due corpi questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ ; c) Affinché un corpo sottoposto ad una forza  $\mathbf{F}$  variabile possa percorrere una traiettoria curvilinea bisogna che la forza sia sempre diretta verso l'interno della curvatura; d) Un corpo dotato di velocità  $\mathbf{v}$  cui si applica una forza che rimane sempre perpendicolare alla velocità si muove necessariamente di moto circolare uniforme. <sup>9</sup>
8. Indicare la proposizione *falsa*; in un sistema di riferimento inerziale a) Un corpo di massa  $m$  dotato di velocità  $\mathbf{v}$  cui venga applicata una forza costante perpendicolare alla traiettoria si muove di moto curvilineo uniforme con  $r \propto 1/F$ ; b) Un corpo soggetto ad una forza costante in direzione verso e intensità si può muovere solo di moto

<sup>7</sup> a) Falso: quando  $v$  risulta comparabile con la velocità della luce nel vuoto la proporzionalità non è più vera. Di ciò si occupa la teoria della *relatività ristretta*. b) Falso: vale solo entro sistemi di riferimento inerziali. c) Vero d) Falso: sono inversamente proporzionali

<sup>8</sup> a) Vero: perché si osserva che la sovrapposizione delle forze determina una somma vettoriale delle corrispondenti accelerazioni b) Vero c) Vero d) Falso  $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m_1 + m_2} =$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{a}_1} + \frac{1}{\mathbf{a}_2}}$$

<sup>9</sup> a) Falso: si ha  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{a}'$  con  $\mathbf{a}'$  certamente diverso da  $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ . Si consiglia di eseguire il calcolo dettagliato. b) Falso: identico al punto precedente c) Vero: nella traiettoria curvilinea esiste sempre una componente centripeta della accelerazione e, in base alla seconda legge della dinamica, deve esistere una componente centripeta della forza. d) Falso: la perpendicolarità tra forza e velocità ci dice che la accelerazione tangenziale è nulla, cioè che la velocità non cambia in modulo. Ciò significa che il moto è curvilineo uniforme e in ogni istante la curvatura della traiettoria vale  $\frac{m v^2}{F}$ . Al variare di  $F$  cambia secondo una proporzionalità inversa il raggio di curvatura.

- rettilineo; c) Le forze impulsive determinano accelerazioni impulsive; d) Se si applica una forza  $\mathbf{F}_1$  ad un corpo di massa  $m_1$  questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}$ . Analogamente si può trovare una forza  $\mathbf{F}_2$  che applicata ad un corpo di massa  $m_2$  determini la stessa accelerazione  $\mathbf{a}$ . Quindi applicando la forza  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$  al sistema costituito dai due corpi questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}$ .<sup>10</sup>
9. Spiegare in base a quale evidenza sperimentale si può affermare che le masse si sommano scalarmente.<sup>11</sup>
  10. Dare l'enunciato della II legge della dinamica evidenziando questi tre elementi: contesto di validità, aspetti di natura sperimentale, definizione della massa inerziale.
  11. Criticare questo enunciato della II legge della dinamica evidenziando tutti gli elementi di incompletezza che contiene: *la forza è uguale al prodotto massa per accelerazione*.<sup>12</sup>
  12. Si discuta la differenza sul piano connotativo tra massa inerziale e massa gravitazionale.<sup>13</sup>
  13. Se si applica una forza  $\mathbf{F}_1$  ad un corpo di massa  $m_1$  questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_1$ . Analogamente se si applica una forza  $\mathbf{F}_2$  ad un corpo di massa  $m_2$  questo si muove con accelerazione  $\mathbf{a}_2$ . Determinare il valore di accelerazione con cui si muove il sistema delle due masse quando gli si applica la forza  $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ .<sup>14</sup>
  14. Illustrare il principio della addittività delle forze in dinamica.
  15. Illustrare il principio di addittività delle masse in dinamica.
  16. Spiegare in quali casi un corpo soggetto ad una forza  $\mathbf{F}$  costante si muove di moto rettilineo. In tale caso di che moto si tratta?<sup>15</sup>
  17. Spiegare perché è profondamente sbagliato affermare che la I legge della dinamica sia un caso particolare della II.<sup>16</sup>

<sup>10</sup> a) Vero: si veda il punto precedente. b) Falso: basta lanciare un sasso per rendersene conto. c) Vero. La proporzionalità tra forza e accelerazione ha natura istantanea. d) Vero.

<sup>11</sup> Vedi testo

<sup>12</sup> Non si definisce il contesto di validità (sistema inerziale fissato attraverso la I legge), non si chiarisce in cosa consista l'aspetto sperimentale, non si fa cenno alla definizione della massa che discende dall'aspetto sperimentale

<sup>13</sup> La massa gravitazionale è connessa alla proprietà dei corpi di generare peso; la massa inerziale è invece connessa alla proprietà dei corpi di *reagire* alle forze mediante accelerazioni inversamente proporzionali alle masse. La fatica a cambiare lo stato di moto e la proprietà ponderale non hanno, a prima vista, cose in comune.

<sup>14</sup> In base alla II legge della dinamica e al principio di addittività delle masse si ha:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{a} = m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 \text{ e pertanto: } \mathbf{a} = \frac{m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2}{m_1 + m_2}$$

<sup>15</sup> Se la forza è costante lo è anche la accelerazione; se la accelerazione è costante affinché il moto sia rettilineo la velocità può cambiare solo in intensità e ciò richiede che la velocità iniziale abbia la stessa direzione della accelerazione. In questo caso, poiché il modulo della accelerazione è costante il moto è rettilineo uniforme.

<sup>16</sup> Perché la I legge ci serve ad identificare il sistema di riferimento inerziale rispetto al quale si enuncia poi la II. La prima legge ci consente di trovare empiricamente un sistema di riferimento inerziale; guardando le cose da tale riferimento si scopre poi che la forza e la accelerazione sono proporzionali.

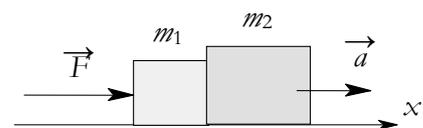
18. Dimostrare che se si indica con  $a_1$  la accelerazione con cui si muove un corpo di massa  $m_1$  quando viene sottoposto a una forza  $F$  e con  $a_2$  la accelerazione con cui si muove un corpo di massa  $m_2$  quando viene sottoposto a una forza  $F$  la accelerazione con cui si muove il sistema delle due masse sottoposto alla stessa forza è legata ad  $a_1$  e  $a_2$  dalla relazione  $1/a = 1/a_1 + 1/a_2$ <sup>17</sup>

19. Spiegare quale sia il vantaggio di scrivere la II legge della dinamica nella forma:  $F = \frac{\delta p}{\delta t}$ <sup>18</sup>

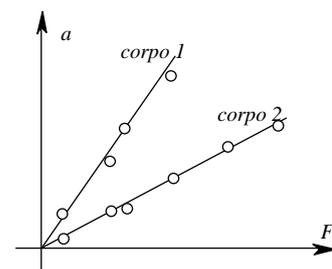
20. Indicare la proposizione *falsa*; in un sistema di riferimento inerziale  
 a) La applicazione tipica della II legge della dinamica è quella di trovare la accelerazione note le forze e la massa. b) Se le forze sono applicate a corpi diversi bisogna scrivere una equazione per ogni corpo mentre se sono applicate ad uno stesso corpo si calcola la risultante.

c) Quando si applica una forza  $\vec{F}$  a due corpi del tipo rappresentato in figura allora la forza con cui il primo corpo spinge il secondo è sempre  $\vec{F}$  perché le forze si trasmettono inalterate lungo i corpi rigidi. d) Se  $m_2 \ll m_1$  allora la forza di interazione tra i due corpi tende a zero.<sup>19</sup>

21. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale  
 Con riferimento alla interazione tra i due corpi in figura a) Se  $m_2 \gg m_1$  allora la forza di interazione tra i due corpi è pari alla forza applicata. b) La accelerazione del sistema dei due corpi è pari a  $F / m_1$  perché alla superficie di separazione le forze si fanno equilibrio e dunque bisogna ragionare solo sul primo corpo. c) La accelerazione del secondo corpo è maggiore di quella del primo se il primo ha massa minore. d) I due corpi si muovono con la stessa accelerazione anche se hanno masse diverse perché le due forze di interazione sono diverse<sup>20</sup>



22. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale a) Le funi trasmettono sempre le forze applicate negli estremi in maniera inalterata. b) Un corpo di massa  $m$  posto su un piano inclinato di angolo  $\alpha$  si muove per effetto del peso  $\vec{p}$  con una accelerazione pari a  $g \cos \alpha$ . c) Quando studiamo in cinematica un moto uniforme e ipotizziamo che la sua velocità passi bruscamente al tempo  $\tilde{t}$  da  $v_1$  a  $v_2$  abbiamo tacitamente ammesso che all'istante considerato ha agi-



$$^{17} \frac{1}{a} = \frac{m_1 + m_2}{F} = \frac{m_1}{F} + \frac{m_2}{F} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$$

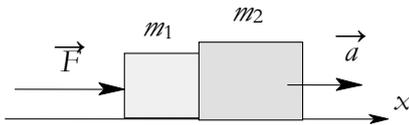
<sup>18</sup> Si ottiene una relazione valida anche in ambito relativistico e nei sistemi classici caratterizzati da variabilità della massa

<sup>19</sup> a) Vero b) Vero c) Falso: la forza può essere spostata lungo il primo corpo ma non trasmessa al secondo. La forza esercitata dal primo sul secondo è pari a quella esercitata dal secondo sul primo. Pertanto sul primo corpo agiscono due forze e sul secondo una sola. Queste forze danno luogo ad una unica accelerazione (i due corpi si muovono insieme). d) Vero

<sup>20</sup> a) Vero b) Falso: al primo corpo è applicata anche la forza esercitata dal II corpo sul primo c) Falso i due corpi si muovono con la stessa accelerazione d) Falsa la motivazione: le forze di interazione sono uguali ma al primo corpo è applicata anche la forza esterna  $F$

to una forza di durata molto breve. d) Il diagramma in figura rappresenta la proporzionalità tra forza e accelerazione per due corpi distinti: il corpo 2 ha una massa inerziale minore del corpo 1. <sup>21</sup>

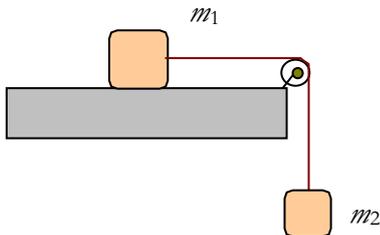
23. Indicare la proposizione *vera*; a) Le reazioni vincolari sono univocamente determinate dalle caratteristiche del vincolo. b) La reazione vincolare di un vincolo piano che obbliga il corpo a scorrere lungo il piano è pari alla componente del peso del corpo in direzione perpendicolare al piano. c) Se una sbarra è sottoposta ad un vincolo di rotazione la reazione vincolare è sempre diretta lungo la sbarra d) Le reazioni vincolari sono forze variabili che si adattano in intensità e direzione alla necessità di garantire il vincolo. <sup>22</sup>



24. Analizzare il sistema costituito dai due corpi in figura e trovare la accelerazione del sistema. <sup>23</sup>

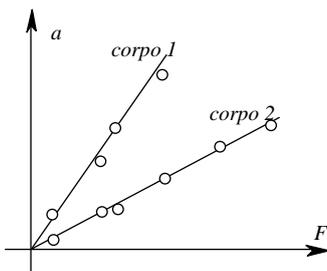
25. Considerare un piano inclinato di  $\alpha$  su cui è collocato un corpo di massa  $m$  di peso  $\vec{p}$ . Supponendo che al corpo sia applicata una forza  $\vec{F}$  orizzontale orientata in salita trovare la relazione tra le grandezze date in base alla quale il corpo risulta in equilibrio. Quindi determinare la reazione vincolare del piano. <sup>24</sup>

26. Alla luce della II legge della dinamica spiegare perché se si applica ad una fune dotata di massa  $m$  che trascina un corpo di massa  $m$  una forza  $F$  si trova che il sistema si muove con accelerazione  $a = F / (2m)$  e che la forza di interazione tra la fune e la massa vale  $F / 2$ . <sup>25</sup>



27. Disegnare il diagramma del corpo libero delle due masse in figura; determinare la tensione  $T$  della fune, supposta di massa trascurabile e la accelerazione con cui si muove il sistema. <sup>26</sup>

28. Perché nel diagramma in figura si è messa la forza sull'asse delle ascisse e non su quello delle ordinate? Come mai i risultati sperimentali indicati dai cerchietti non stanno esattamente su di una retta?



<sup>21</sup> a) Falso: la tensione si trasmette inalterata solo se la massa della fune è trascurabile o se la accelerazione è nulla b) Falso: è  $g \sin \alpha$  basta calcolare la componente tangenziale del peso ( $P \sin \alpha$ ) e dividere per la massa c) Vero; altrimenti si dovrebbe ammettere una accelerazione infinita e una corrispondente forza infinita d) Falso: fissata la accelerazione, per il corpo 2 occorre una forza più grande e pertanto esso ha una massa più grande.

<sup>22</sup> a) Falso: le reazioni vincolari dipendono dalle caratteristiche del sistema fisico considerato (sono forze variabili). b) Falso: si ottiene imponendo che la componente normale della risultante si annulli. Se sul corpo agisce solo il peso si ottiene il risultato del test; negli altri casi no. c) Falso: vedi caso a d) Vero

<sup>23</sup> Disegnare il diagramma del corpo libero e scrivere 2 volte la II legge della dinamica; alternativamente calcolare la accelerazione usando la addittività delle masse e, dopo aver trovato la accelerazione determinare la forza di interazione dalla II legge applicata al secondo corpo.

<sup>24</sup> Perché il corpo sia in equilibrio deve essere  $R_t = mg \sin \alpha - F \cos \alpha = 0$  e pertanto  $\tan \alpha = F / (mg)$ ; se deve essere  $R_n = 0$  dovrà essere  $mg \cos \alpha + F \sin \alpha - N = 0$  e pertanto  $N = mg \cos \alpha + F \sin \alpha$

<sup>25</sup> Si tratta di un semplice sistema di due corpi identici, analizzarlo

<sup>26</sup> Si trova che  $a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$  mentre  $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$

Perché dai dati della figura si può concludere che, almeno nel caso considerato, la accelerazione è proporzionale alla forza? <sup>27</sup>

29. Su un piano inclinato di apertura  $\alpha$  è appoggiato un corpo di massa  $m$  su cui, oltre al peso, agiscono la reazione vincolare  $\vec{N}$  e una forza esterna orizzontale  $\vec{F}$  orientata in salita. Disegnare il diagramma del corpo libero, e attraverso il calcolo di  $R_t$  e  $R_n$  determinare  $N$  e dimostrare che il valore di  $F$  per il quale il sistema è in equilibrio vale  $mg \tan \alpha$ .
30. Come è noto non si riesce mai a far girare di moto uniforme una pietra sospesa ad una fune, su traiettorie circolari in un piano verticale. Alla luce della II legge della dinamica e della analisi delle forze in gioco spiegare la ragione di questo fatto. <sup>28</sup>
31. Indicare la proposizione *vera*; in un sistema di riferimento inerziale a) Il fatto che il peso risulti proporzionale alla massa inerziale è una immediata conseguenza della II legge della dinamica. b) La massa inerziale e quella gravitazionale hanno un valore connotativo diverso ma risultano sempre proporzionali. La costante di proporzionalità dipende dal corpo considerato. c) La massa inerziale e la massa gravitazionale, pur essendo grandezze diverse, possono essere identificate solo se si opera in un sistema di riferimento inerziale d) La massa inerziale e la massa gravitazionale di qualsiasi corpo sono proporzionali e la costante di proporzionalità è una costante universale <sup>29</sup>
32. Indicare la proposizione *vera*; a) L'unità di misura della massa si fissa attraverso l'unità di forza; b) Il Newton è definito come la forza che applicata a un corpo di 1 kg massa determina su di esso una accelerazione di 1 m/s<sup>2</sup>; c) Il chilogrammo massa è la massa di 1 chilogrammo peso; d) Il chilogrammo peso e il chilogrammo massa sono la stessa cosa perché la massa inerziale e quella gravitazionale si possono identificare. <sup>30</sup>
33. Indicare la proposizione *falsa*; a) Si chiama chilogrammo peso il peso di 1 chilogrammo massa; b) 1 N = 0.1 kg<sub>p</sub> c) Il chilogrammo peso

<sup>27</sup> a) Si vuol dire che la causa è la forza mentre la accelerazione è l'effetto, ovvero che si sono applicate delle forze variabili osservandone gli effetti in termini di accelerazioni. b) I risultati non stanno esattamente su una retta perché si tratta di dati sperimentali e non di astrazioni (i punti e le rette della fisica, anche quelli dei diagrammi) hanno dimensioni. c) La proporzionalità si inferisce dal fatto che la migliore interpolazione è quella rettilinea (teoria del *best fit* in statistica).

<sup>28</sup> Per avere un moto circolare uniforme in un piano verticale dovremmo avere come risultante una forza centripeta a modulo costante ma ciò non è possibile componendo il peso e la tensione della fune (necessariamente centripeta). Se la rotazione viene invece impressa con una sbarra rigida la cosa risulta possibile perché con la sbarra si possono esercitare forze di direzione voluta.

<sup>29</sup> a) Falso: deriva oltre che dalla II legge della dinamica dal *fatto* che tutti i corpi cadono con la medesima accelerazione. Falso: la costante di proporzionalità tra massa inerziale e massa gravitazionale è identica per tutti i corpi e dipende esclusivamente dalla scelta delle unità di misura c) Falso: le proprietà di un corpo non dipendono dal sistema di riferimento d) Vero

<sup>30</sup> a) Falso: è vero il contrario b) Vero c) Falso: è il kg peso ad essere il peso di 1 kg massa con tutte le approssimazioni connesse alla variabilità del peso che richiede poi di precisare il luogo della misura d) Falso: il kg peso è una unità di forza

$kg_p$  è una cattiva unità perché dipende dal valore locale di  $g$ . d) In un sistema in moto accelerato il peso non può coincidere con la forza di gravità. <sup>31</sup>

34. Indicare la proposizione *falsa*; a) In un sistema in moto accelerato si provano sensazioni di appesantimento o alleggerimento, ma comunque il peso coincide con la forza di gravità; b) In virtù della equivalenza di massa inerziale e gravitazionale non è possibile, rimanendo all'interno dell'ascensore distinguere tra un ascensore che, nello spazio libero, accelera verso l'alto con accelerazione  $g$ , e un ascensore che si muova di moto uniforme in presenza della forza di gravità; c) Quando un ascensore accelera in salita si ha una sensazione di sovrappeso, mentre quando accelera in discesa si sperimenta una diminuzione di peso. d) In un ascensore si ha diminuzione di peso sia alla partenza in discesa sia all'arrivo in salita. <sup>32</sup>
35. Indicare la proposizione *falsa*; a) In un sistema di riferimento inerziale il peso è pari alla forza di gravità. b) In un sistema in moto accelerato rispetto ad un sistema inerziale il peso è diverso dalla gravità ma è comunque diretto come la gravità. c) In un sistema in caduta libera si ha assenza di peso. d) Condizione sufficiente per l'assenza di peso è che la accelerazione del sistema sia uguale e contraria alla accelerazione di gravità. <sup>33</sup>
36. Spiegare in maniera sintetica come mai il peso di un corpo risulta proporzionale alla massa inerziale del corpo e come, da questo risultato si deduca la proporzionalità tra massa inerziale e massa gravitazionale. <sup>34</sup>
37. Discutere la seguente affermazione: in un sistema di riferimento entro il quale si percepisca la forza di gravità lo spazio non è isotropo. <sup>35</sup>
38. L'unità di misura della forza: confrontare la scelta di usare il Newton rispetto a quella pratica di usare il kg peso.
39. Spiegare perché sia meglio scegliere come grandezza fondamentale una unità di massa piuttosto che una unità di forza e perché sia comunque sbagliato assumere un peso come unità di forza. <sup>36</sup>

<sup>31</sup> a) Vero b) Falso è  $\approx$  c) Vero d) Vero: se il moto è accelerato si avrà una variazione di direzione e/o intensità

<sup>32</sup> a) Falso: al cambiamento della sensazione di peso corrisponde una *oggettiva* variazione della indicazione di un misuratore di peso. b) Vero: l'unica possibilità di scoprire la differenza potrebbe consistere nell'osservare la direzione radiale della accelerazione di gravità, ma ciò in un ascensore di piccole dimensioni non è possibile. c) Vero d) Vero

<sup>33</sup> a) Vero b) Falso: la risultante tra la forza di gravità e la reazione del vincolo (opposto del peso) deve essere diretta come la accelerazione. c) Vero d) Vero

<sup>34</sup> Sotto l'azione del peso un  $p$  un corpo di massa  $m$  cade con accelerazione  $g$  che, in una data regione è la stessa per tutti i corpi; pertanto possiamo dire che il peso è proporzionale alla massa inerziale ovvero  $m_1/m_2 = p_1/p_2 = \text{costante}$ ; ma, per definizione  $M_1/M_2 = p_1/p_2 = \text{costante}$  e pertanto  $m_1/m_2 = M_1/M_2$  ovvero  $m_1/M_1 = m_2/M_2$  e ciò significa che *presi due corpi qualsiasi il rapporto tra massa inerziale e gravitazionale è costante*.

<sup>35</sup> Esiste una direzione privilegiata, quella della forza di gravità

<sup>36</sup> La massa è una proprietà invariabile dei corpi ed è facilmente riproducibile; anche la forza elastica di una molla è facilmente riproducibile ma non è altrettanto invariabile al mutare delle condizioni ambientali; inoltre la massa è facilmente riproducibile in multipli e sottomultipli quasi a piacere, non altrettanto si può dire della forza di una molla.

40. Si descriva l'esperienza dell'ascensore descritta nel testo discutendo questi due casi: accelerazione  $a$  verso il basso con  $a < g$ , assenza di forza di gravità e accelerazione verso l'alto con  $a = g$
41. Si descrivano le forze che agiscono sul passeggero di un otto volante durante il giro della morte sotto l'azione della gravità. Si trovi anche il valore della velocità minima necessaria per rimanere seduti sul sedile senza essere legati.<sup>37</sup>
42. Discutere la questione del peso in un sistema orbitante intorno alla terra con accelerazione  $g$  e in un sistema in caduta libera verticale verso la terra con accelerazione  $g$ . È possibile dall'interno del sistema scoprire in quale situazione ci si trovi?<sup>38</sup>
43. Condensare in poche righe le differenze tra forza di gravità e peso evidenziando sinteticamente le situazioni in cui i due concetti si identificano e quelle in cui non si identificano.<sup>39</sup>

---

Il peso non è invariabile (varia entro la III cifra decimale con la posizione) e non va proprio bene.

<sup>37</sup> La velocità dipende esclusivamente dalla quota perché la reazione vincolare, ortogonale alla traiettoria, non è in grado di modificare la velocità. Nei punti di massimo relativo potrebbe accadere che la forza centripeta necessaria sia maggiore del peso e in tal caso le cinghie tengono il passeggero legato al sedile garantendo la forza che manca (il passeggero si sente in condizione di diminuzione del peso). Nei punti di minimo può accadere che la velocità elevata determini una accelerazione più alta di quella che può fornire il peso; in questo caso la reazione vincolare necessaria a produrre la forza è fornita dal sedile e il passeggero sperimenta una sensazione di sovrappeso. Se  $v^2/r < g$  va tutto bene e si prova una diminuzione di peso, se  $v^2/r = g$  si ha l'assenza di peso, se  $v^2/r > g$  servono le cinghie.

<sup>38</sup> Non è possibile: in entrambi i casi si sperimenta l'assenza di peso.

<sup>39</sup> Vedi testo

## 7.7 Indice analitico

- addittività della massa* - 9
- aereo*: traiettoria circolare in un piano verticale; discussione del peso - 16
- assenza di peso*: in orbita - 18
- caduta libera*: annullamento del peso - 16
- chilogrammo peso*: cattiva unità - 14; versus Newton - 14
- diagramma del corpo libero* - 7
- distinzione tra forza di gravità e peso* - 15
- elementi sperimentali*: premesse alla II legge - 2
- equazione del moto*: come si determina - 7
- Esercizio*: consigli per la impostazione - 9; la macchina di Atwood - 10; moto su un piano inclinato - 10; una fune di massa non trascurabile che trascina una seconda massa - 9; una massa che ne spinge un'altra - 8
- forza centripeta* - 3
- forze si sommano con legge vettoriale*: anche quando determinano accelerazioni - 5
- fune*: trasmissione delle tensioni - 7
- II legge della dinamica*: aspetto sperimentale - 3
- II principio della dinamica*: enunciato - 4; enunciato con riferimento alla quantità di moto - 5
- legge fondamentale della dinamica*: II legge della dinamica; Newton - 1
- macchina centrifuga*: verifica II legge in presenza di rotazioni - 3
- massa inerziale*: analisi critica - 4; definizione - 4
- masse si sommano come degli scalari* - 5
- metodo dell'area*: applicato alla accelerazione - 7
- nave spaziale*: decollo e rientro - 17
- Newton*: unità derivata della forza - 14
- peso e inerzia operativamente coincidono* - 13
- quantità di moto*: definizione - 5
- Quesiti di fine capitolo* - 19–26
- rapporto dei pesi*: uguaglia il rapporto delle masse inerziali - 12
- rapporto delle masse gravitazionali*: uguale a quello delle masse inerziali - 12
- rapporto tra le masse gravitazionali*: è il rapporto dei pesi - 12
- reazioni vincolari* - 7
- risultante delle forze* - 7
- sistema di riferimento non inerziale* - 17
- stranezze*: sistemi riferimento non inerziali - 1
- tensione della fune*: dotata di massa - 9
- unità di massa inerziale*: la stessa della massa gravitazionale; kg massa - 13
- vincolo* - 7

