I.11. Energia cinetica e lavoro

- ⌘ L'energia un concetto caro ai fisici
- ⌘ Energia cinetica e lavoro
- ⌘ Potenza meccanica, rendimento e applicazioni
- ⌘ Applicazioni energetiche a problematiche di tipo biofisico
- ⌘ Quesiti di fine capitolo
- ⌘ Quesiti dalle Olimpiadi della Fisica
- ⌘ Problemi di fine capitolo

11.1 L'energia un concetto caro ai fisici

11.1.1 ALL'INIZIO IL CONCETTO È INDISTINTO

Il concetto di energia è uno dei più importanti dell'intera fisica. La *legge di conservazione della energia* è già nota dai corsi di fisica elementare o dagli studi della scuola media inferiore, o dal semplice *bombardamento* dei *mass-media*. Si tratta di una delle leggi fondamentali della natura e la si usa per spiegare fenomeni appartenenti alla meccanica, alla termologia e alla elettricità.

L'idea di *energia* permea di sé molti problemi di natura ingegneristica perché in essi, molto spesso si ha a che fare con la produzione, il trasporto e la conversione delle diverse forme di energia. Questo capitolo, ed i successivi, saranno dedicati a discutere dettagliatamente il concetto di energia e a mostrare come esso si riveli utile nell'affrontare problematiche di natura fisica.

La parola *energia* si incontra per la prima volta in Aristotele (*energheia* = atto) contrapposta a *dynamis* (= potenza) e il suo utilizzo all'interno della fisica è ovviamente variabile: in alcuni momenti viene identificata con la forza, in altri momenti con la quantità di moto, in altri con la energia cinetica (*vis viva*).

da Aristotele a Marx la filosofia riflette sul concetto di energia usandolo inizialmente in modo variabile a seconda del contesto di utilizzazione

In altri contesti viene chiamata forza ciò che noi chiamiamo *energia* (per esempio in Marx che parla di *contraddizione tra i rapporti di produzione e le forze produttive*).

Il concetto di *energia*, nel senso moderno del termine non può essere separato dall'idea di conservazione. Per la fisica l'energia è *ciò che cambia forma, aspetto fenomenico, campo di azione, ma che si conserva*. Il concetto di energia diventa centrale in fisica nel momento in cui si scopre che esistono ambiti della conoscenza, inizialmente studiati in maniera distinta che possono essere invece studiati in maniera unificata identificando un substrato quantitativo che si conserva quando, apparentemente, tutto cambia.

11.1.2 NELL'800 MATURA IL CONCETTO DI ENERGIA LEGATA ALL'IDEA DI CONSERVAZIONE

Herman Helmholtz uno dei padri del concetto moderno di energia legata all'idea di conservazione

Il primo punto fermo su questo terreno viene posto a metà dell'ottocento quando il concetto di *energia* matura come elemento comune di calore, luce, elettricità, movimento, … Da allora in fisica si parla di energia potenziale, energia meccanica, energia cinetica, energia elettrica, energia interna, energia termica, energia chimica, …

Questa fase è legata al sorgere della fisica come scienza indipendente nella quale confluiscono i diversi settori di indagine delle scienze della natura legate ai corpi inanimati.

L'elemento di unificazione, sul piano teorico, è proprio il concetto di energia individuato come substrato comune di fenomeni apparentemente diversi. Tale substrato oltre che comune è quantificabile e caratterizzato dal fatto di conservarsi.

11.1.3 NEL 900 MASSA ED ENERGIA SI UNIFICANO IN UN'UNICA GRANDEZZA

Il punto successivo si ha quando Einstein unifica in un unico principio di conservazione la massa e la *energia*. La massa era stata identificata come grandezza che si conserva attraverso le ricerche settecentesche che portarono alla creazione della chimica.

Oggi *l'energia per i fisici assomiglia ad una grandezza fisica con una punta di metafisica*. La fisica è così sicura della conservazione della *energia* che, quando si incontra una violazione di essa, si assume uno dei due seguenti comportamenti:

- ci si mette alla ricerca di qualcosa che deve esserci sfuggito perché la conservazione della energia viene considerata indubitabile
- si mettono in dubbio i conti o la teoria da cui derivano perché della conservazione della energia non si discute

Einstein unifica massa ed energia riducendole ad una unica grandezza che si conserva; massa ed energia si possono convertire l'una nell'altra

Questi due atteggiamenti si sono rivelati particolarmente fecondi nel corso del 900 e hanno consentito di aprire la strada a nuove scoperta. Per garantire la conservazione dell'energia si sono inventate cose che, si è scoperto a posteriori, esistono davvero: per esempio le *antiparticelle*. [1]

La trattazione più generale del concetto di energia si trova all'interno della teoria della relatività. Secondo questa teoria *la energia totale di un corpo isolato* da ogni tipo di interazione con altri corpi viene definita come il *prodotto della sua massa per il quadrato della velocità della luce* e si scrive:

$$\mathcal{E} = m\, c^2 \qquad \text{(I.11.1)}$$

dove
- $\mathcal{E}$ è la energia totale
- $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ è la massa relativistica di un corpo in moto con velocità v
- $c \approx 3 \times 10^8$ m/s è la velocità della luce nel vuoto

Questa definizione viene posta da Einstein come atto conclusivo di una ricerca che incorpora entro di sé le precedenti concezioni di energia, le generalizza e consente comunque di ottenerle come caso limite per valori di velocità molto minori della velocità della luce.

[1] Su questi punti si consiglia la lettura di Yehuda Elkana *La scoperta della conservazione della energia*, Feltrinelli o delle voci *Energia, Conservazione* della Enciclopedia Einaudi.

11.2 Energia cinetica e lavoro

11.2.1 La energia cinetica: cos'è?

G. W. Leibnitz padre della logica, della analisi combinatoria, dell'analisi matematica e della *vis viva*

Il concetto di *energia cinetica* (o energia di movimento) è stato elaborato contestualmente al sorgere della fisica newtoniana insieme al concetto di quantità di moto. La energia cinetica è stata chiamata inizialmente *vis viva* (forza viva) ed è stata individuata come forza associata al movimento in un momento in cui non era stata ancora precisata in senso moderno la nozione di forza.

Leibnitz e Descartes hanno lungamente polemizzato su quale fosse la grandezza da studiare come rappresentativa del movimento. Il primo sosteneva che dovesse essere la *vis viva* (proporzionale al quadrato della velocità), per il secondo bisognava ragionare su quella che oggi chiamiamo *quantità di moto*.

Avevano entrambi ragione nel senso che quando si studiano gli effetti delle forze nel tempo bisogna ragionare sulla quantità di moto (si veda, nel capitolo precedente il *teorema dell'impulso*) mentre, quando si studiano gli effetti delle forze nello spazio, la grandezza da considerare è mv^2.

Legato al concetto di *vis viva* si è sviluppato quello di *lavoro* (forza per spostamento) e da essi è stato elaborato il teorema della energia cinetica (il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica).

La *energia cinetica* di una particella di massa m dotata di velocità v è che indicheremo con il simbolo $\mathcal{E}_k$ (*kinetic energy*) è definita così:

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} \qquad \text{(I.11.2)}$$

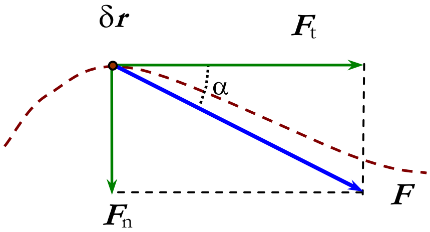
La seconda delle due formulazioni dell'energia cinetica si rivela particolarmente comoda nei processi d'urto nel corso dei quali la quantità di moto del sistema non cambia e ciò consente di scrivere in maniera più elegante i risultati (si veda il capitolo successivio).

Nel caso di un sistema costituito da n masse puntiformi si estende la definizione ponendo:

$$\mathcal{E}_k = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^{\,2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 \qquad \text{(I.11.3)}$$

11.2.2 Il lavoro elementare: le forze vengono associate agli spostamenti

Dopo aver visto nel capitolo dedicato alla quantità di moto che gli effetti delle forze rapportati al tempo determinano variazioni di *quantità di moto* ci occupiamo ora di vedere quali *effetti le forze determinano quando vengono relazionate agli spostamenti*.



Supponiamo, in via del tutto generale, che la forza $\boldsymbol{F}$ che agisce su di un corpo formi un angolo α con la direzione del moto e che si tratti di una forza variabile che agisce su di un percorso curvilineo.

Scomponiamo la forza nelle sue due componenti tangenziale e normale $F_t = F \cos\alpha$ e $F_n = F \sin\alpha$ e cerchiamo di capire come esse influenzano la energia cinetica.

Come abbiamo già visto nel capitolo I.4, dedicato allo studio del moto curvilineo, la accelerazione può sempre essere scomposta in due componenti: una componente tangenziale, connessa ai cambiamenti di modulo della velocità e una componente normale, o centripeta, connessa alle variazioni di curvatura della traiettoria.

fonti ed utilizzi della energia in un francobollo della Namibia

Le due componenti tangenziale e normale della accelerazione sono date rispettivamente da $\frac{\delta v}{\delta t}$ e $\frac{v^2}{r}$ e ad esse saranno associate le corrispondenti componenti della forza F_t e F_n.

La *componente normale della forza non può influenzare l'energia cinetica* perché essa può solo determinare cambiamenti di direzione ma non influenza il modulo della velocità.

D'altra parte la *componente tangenziale della forza influenza la intensità della velocità e non la sua direzione.* Di conseguenza ci aspettiamo che il cambiamento nella energia cinetica di un corpo debba essere dovuto alla azione della componente tangenziale della forza.

Determineremo ora in modo quantitativo come la forza influenza l'energia cinetica.

la definizione di lavoro elementare

La quantità $F_t\,\delta r = F\cos\alpha\,\delta r$ viene chiamata *lavoro elementare* e sarà indicata con $\delta\mathscr{L}$

$$\delta\mathscr{L} = F_t\,\delta r = F\cos\alpha\,\delta r \qquad (I.11.4)$$

Ma se teniamo conto della II legge della dinamica e della definizione delle grandezze cinematiche coinvolte avremo che:

$$\delta\mathscr{L} = F_t\,\delta r = m\,a_t\,\delta r = m\frac{\delta v}{\delta t}\,\delta r = m\frac{\delta r}{\delta t}\,\delta v = m\,v\,\delta v =$$

$$\delta\mathscr{L} = m\frac{v_1 + v_2}{2}(v_2 - v_1) = \frac{m}{2}(v_2{}^2 - v_1{}^2) = \frac{m}{2}v_2{}^2 - \frac{m}{2}v_1{}^2 = \delta(\tfrac{1}{2}\,m\,v^2)$$

potremo dunque scrivere in base al risultato precedente e alla definizione di energia cinetica che:

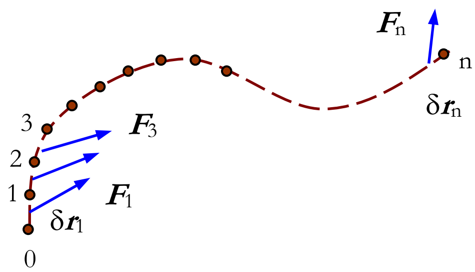
teorema della energia cinetica: il lavoro elementare è pari alla variazione elementare di energia cinetica $\delta\mathscr{L} = \delta\,\mathscr{E}_k$

$$\delta\mathscr{L} = \delta\,\mathscr{E}_k \qquad (I.11.5)$$

Quando un corpo è sottoposto all'azione di una forza che ne determina uno spostamento elementare δr *la energia cinetica del corpo cambia di una quantità pari al prodotto della componente tangenziale della forza per lo spostamento elementare.* Si tratta del *teorema della energia cinetica per spostamenti elementari*: il lavoro elementare è pari alla variazione elementare di energia cinetica

11.2.3 IL LAVORO RELATIVO AD UNO SPOSTAMENTO FINITO

Consideriamo ora il caso in cui il lavoro viene compiuto su di una traiettoria che corrisponda ad uno spostamento finito.



se lo spostamento non è elementare si generalizza la definizione definendo il lavoro come somma dei lavori elementari $\mathscr{L} = \sum \delta\mathscr{L}$

In primo luogo si divide la traiettoria in tanti spostamenti elementari δr_1, δr_2, . . ., δr_n. Come previsto dalla (I.11.5) potremo scrivere, per ogni spostamento elementare $\delta\mathscr{L} = \delta\,\mathscr{E}_k$

Ma d'altra parte, se indichiamo con $\Delta\,\mathscr{E}_k$ la differenza tra la energia cinetica finale $\mathscr{E}_{kn}$ e la energia cinetica iniziale $\mathscr{E}_{k0}$ potremo scrivere

$$\Delta\,\mathscr{E}_k = \mathscr{E}_{kn} - \mathscr{E}_{k0} = \sum\delta\,\mathscr{E}_k = \sum\delta\mathscr{L}$$

Se ora si decide di chiamare, come pare naturale, *lavoro, la somma dei lavori elementari* e di porre cioè:

$$\mathscr{L} = \sum\delta\mathscr{L} \qquad (I.11.6)$$

così facendo si può applicare il teorema della energia cinetica in un contesto qualsiasi e scrivere: $\Delta \mathcal{E}_k = \mathcal{L}$

si potrà concludere che:

$$\Delta \mathcal{E}_k = \mathcal{L} \qquad \text{(I.11.7)}$$

La equazione (I.11.7) afferma che *il lavoro di una forza lungo un cammino di lunghezza finita è pari alla variazione di energia cinetica del corpo cui la forza viene applicata* ed è nota come *teorema della energia cinetica.*

Per il *calcolo del lavoro* si possono svolgere le seguenti osservazioni di carattere generale:

- il lavoro è una grandezza positiva quando la forza e lo spostamento formano un angolo acuto e una grandezza negativa quando l'angolo è ottuso (in particolare le forze normali non compiono lavoro)
- se la forza è costante e lo spostamento è rettilineo la somma dei lavori elementari corrisponde semplicemente al prodotto della forza tangenziale per la misura dello spostamento
- se agisce più di una forza mentre il calcolo del lavoro può essere eseguito separatamente per le diverse forze (si parla di lavoro di una forza) il teorema della energia cinetica va riferito al lavoro della risultante
- le forze d'attrito, per il fatto di opporsi al moto relativo compiono sempre lavori negativi

11.2.4 QUALCHE RIFLESSIONE DI NATURA CRITICA

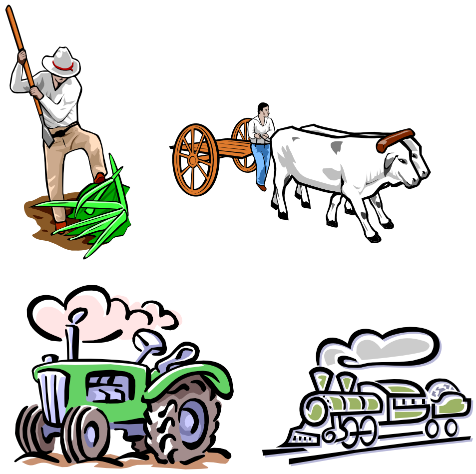
La definizione che abbiamo dato per il *lavoro* si presta a considerazioni e puntualizzazioni di natura critica spesso trascurate nei manuali:

- Abbiamo definito una nuova grandezza fisica (il lavoro) che si calcola attraverso una *connessione tra gli spostamenti elementari e le componenti della forza nella direzione dello spostamento*. Tale grandezza fisica, come tutte le grandezze definite attraverso una somma di quantità elementari si calcolerà attraverso il *calcolo di un'area* (lo vedremo più avanti quando ci occuperemo delle forze variabili).
- La *grandezza fisica lavoro* anche se correlata al concetto di lavoro umano o animale e a quello di fatica *non si identifica* con questi concetti. Secondo la fisica nel tener sollevato un corpo in quiete non si compie lavoro meccanico, ma nonostante ciò si ha un dispendio energetico a livello muscolare riscontrabile nella sensazione di affaticamento che si prova. Tutto ciò è dovuto al funzionamento del tono muscolare che consuma energia anche quando il muscolo è fermo. Esistono però alcuni molluschi, per esempio le *remore*, che riescono ad avvinghiarsi fortemente ad altri corpi senza dispendio energetico.
- Il *lavoro si collega in maniera molto semplice al valore iniziale e finale di una nuova grandezza* dipendente dalla velocità, che abbiamo chiamato energia cinetica. Tutte le volte che cercheremo una connessione tra gli spostamenti e le velocità iniziali e finali sarà molto comodo utilizzare il teorema della energia cinetica che ci consente di connetterli senza far intervenire la variabile temporale.

11.3 Potenza meccanica, rendimento e applicazioni

11.3.1 LA DISTINZIONE TRA ENERGIA E POTENZA

Si supponga di dover trasportare un carico di 200 m^3 di sabbia dalla riva di un fiume al luogo del suo utilizzo situato a 300 metri di quota a monte del fiume. Il lavoro può essere svolto manualmente con un carriola o, con un unico viaggio, utilizzando un camion. In entrambi i casi l'energia utilizzata è la stessa ma è molto diverso il tempo impiegato e ciò ci induce a riflettere sulla *distinzione tra energia e potenza*.



la storia della civiltà: dagli utensili alle macchine cresce la potenza a disposizione dell'uomo

In molti fenomeni in cui compare la energia e la sua trasformazione, si è interessati non tanto o non solo al valore di energia trasformata, ma alla rapidità con cui tale trasformazione ha luogo.

A questo scopo si introduce la *velocità di trasformazione della energia* e si chiama *potenza media relativa all'intervallo di tempo* Δt *il rapporto tra il lavoro compiuto e l'intervallo di tempo considerato:*

$$\langle P \rangle = \frac{\Delta \mathcal{L}}{\Delta t} \qquad \text{(I.11.8)}$$

La potenza istantanea è il valore limite della potenza media per intervalli di tempo infinitesimi.

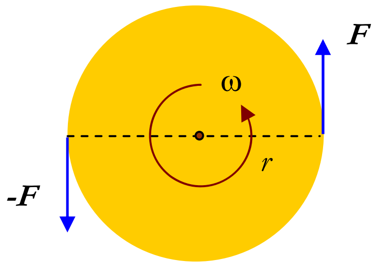
$$P = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta t} \qquad \text{(I.11.9)}$$

11.3.2 IL LEGAME TRA FORZA E POTENZA

La *potenza istantanea* può essere espressa in termini della forza e della velocità istantanea, infatti basta sostituire nella definizione di potenza la definizione di lavoro elementare e si ha:

$$P = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta t} = \frac{F_t\, \delta r}{\delta t} = F_t\ v \qquad \text{(I.11.10)}$$

Nel caso in cui si abbia a che fare con moti circolari si rivela utile una espressione in cui intervengono il momento della forza e la velocità angolare (nel caso in figura agisce una coppia di forze cui viene associata una potenza $P = 2\, F_t\ v = 2\, F_t\ \omega\, r = F_t\, 2\, r\, \omega = M\, \omega$).

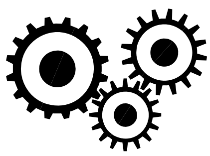


la potenza nei moti circolari $P = M\,\omega$

$$P = M\,\omega \qquad \text{(I.11.11)}$$

Nei fenomeni di rotazione la potenza è sempre associata al prodotto del momento della coppia motrice e della velocità angolare. Nel motore a scoppio l'incremento di potenza viene realizzato aumentando il numero di giri (il che si ottiene *aprendo il gas*).

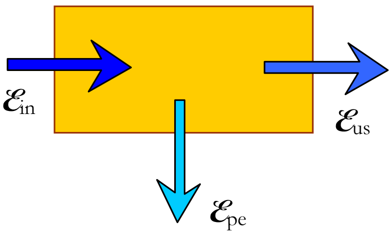
Ma purtroppo la coppia non è una costante e tende ad assumere valori piuttosto bassi ai bassi regimi. Per questa ragione è stato inventato il *cambio di velocità*. Si tratta di un dispositivo che consente di aumentare la coppia facendo diminuire il numero di giri alle ruote.



La moderna tecnologia, almeno per i motori più semplici quali quelli dei ciclomotori, ha poi messo a disposizione una specie di cambio automatico di tipo continuo: il *variatore di velocità*. In questo dispositivo la coppia viene continuamente adeguata al numero di giri realizzando un cambio di velocità di tipo continuo.

11.3.3 MACCHINE E RENDIMENTO

Una *macchina*, in meccanica, è un dispositivo di qualsiasi tipo in grado di trasformare una forma di energia in un'altra. Se analizziamo il suo comportamento in termini energetici osserveremo che una macchina può essere rappresentata come una scatola nera, il cui interno non ci interessa, caratterizzata quantitativamente da una energia (o potenza [2]) in ingresso $\mathcal{E}_{in}$ (l'energia fornita o energia di alimentazione) da una energia in uscita $\mathcal{E}_{us}$ (o energia trasformata, l'effetto utile della trasformazione) e da una energia che viene perduta nel corso della trasformazione $\mathcal{E}_{pe}$ (perdite, o costo della trasformazione).



schema energetico di una macchina

Poiché l'energia è una grandezza che si conserva sempre avremo che:

$$\mathcal{E}_{in} = \mathcal{E}_{us} + \mathcal{E}_{pe} \qquad \text{(I.11.12)}$$

Per esprimere la *convenienza* di una trasformazione si usa una grandezza adimensionale detta *rendimento* ed indicata solitamente dalla lettera greca η (eta).

Il rendimento è definito sempre come rapporto tra il ricavo e la spesa della trasformazione, cioè come rapporto tra l'energia in uscita e quella in ingresso:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{us}}{\mathcal{E}_{in}} = \frac{\mathcal{E}_{in} - \mathcal{E}_{pe}}{\mathcal{E}_{in}} = 1 - \frac{\mathcal{E}_{pe}}{\mathcal{E}_{in}} \qquad \text{(I.11.13)}$$

Il rendimento è sempre una quantità compresa tra 0 e 1 e la trasformazione è tanto migliore quanto più il rendimento si avvicina alla unità.

11.3.4 LE GRANDEZZE ENERGETICHE

Poiché il lavoro è una misura del cambiamento di energia, lavoro ed energia si misurano nelle stesse unità.

La *unità di misura del lavoro* nel S.I. prende il nome da un artigiano scienziato inglese che intorno alla metà dell'800 eseguì le prime misure di equivalenza delle diverse forme di energia disponibili (termica, meccanica, elettrica) James Prescott Joule (1818–1889).


James Prescott Joule (1818–1889)
1 J = 1 N · 1 m

Si tratta del *Joule* (J) definito dimensionalmente come il lavoro di una forza relativamente ad uno spostamento di 1 m:

$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N} \times 1\ \mathrm{m}$

e le *dimensioni del lavoro* sono

$[\mathcal{L}] = [F]\ [L] = M\, L^2\, T^{-2}$

Ci si può fare un idea dell'ordine di grandezza del Joule osservando che, in base alla (I.11.2), un corpo di 2 kg massa che si muova alla velocità di 1 m/s possiede la energia cinetica di 1 J.

Si presti attenzione, nel definire il Joule, a non dimenticarsi del fatto che la dizione 1 J = 1 N × 1 m vale solo in senso dimensionale perché, per esempio, una forza perpendicolare allo spostamento non compie lavoro.

Pertanto, se si vuole dare una definizione, non puramente dimensionale, bisogna dire che: *una forza costante di 1 N che sposti il suo punto di applicazione*

---

[2] Se l'energia considerata viene divisa per il tempo relativo alla trasformazione si ottiene la potenza e viceversa. Pertanto le considerazioni che seguono si possono riferire indifferentemente alla energia o alla potenza.

di 1 m lungo una linea retta nella direzione e nel verso dello spostamento compie il lavoro di 1 J.

Nei calcoli di chimica e di termodinamica si usa spesso un'altra unità di energia, la *caloria* (cal).

In realtà, *per aumentare la confusione*, si usano ben 3 tipi diversi di caloria

caloria internazionale = 4.1868 J

3 definizioni diverse per la caloria

caloria termodinamica = 4.1840 J

caloria = 4.1855 J (I.11.14)

L'origine di tanto disordine deriva dal fatto che la caloria è nata storicamente prima del Joule ed è stata largamente utilizzata per misurare le energie sviluppate dalle reazioni chimiche.

Per esempio la III delle 3 grandezze presentate è definita come *l'energia necessaria per riscaldare una quantità di 1 g di acqua tra le temperature di 14.5 °C e 15.5 °C alla pressione convenzionale di 101'325 Pa.*

l'elettronvolt è una unità di energia molto comoda quando si opera sul piano microscopico perché ha le dimensioni delle energie su scala atomica

Nelle applicazioni di fisica atomica si utilizzano anche l'*elettronvolt* (eV) e i suoi derivati *chilo elettronvolt* (1 keV = 10^3 eV), *mega elettronvolt* (1 MeV = 10^6 eV), *giga elettronvolt* (1 GeV = 10^9 eV), *tera elettronvolt* (1 TeV = 10^{12} eV).

$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ (I.11.15)

La ragione per cui queste unità di energia sono state chiamate in questo modo verrà chiarita nel seguito dopo aver trattato degli elementi essenziali di elettricità. La ragione del favore incontrato dall'elettronvolt tra i fisici sta nel fatto che si tratta di una unità delle dimensioni delle energie su scala microscopica e che pertanto si presta bene a descrivere il mondo degli atomi, dei nuclei e delle molecole.

il watt e il chilowattora

La *unità di potenza* del S.I. è il *watt* (W):

1 W = 1 J/s

Dal W deriva indirettamente una unità di energia utilizzata per la vendita della energia elettrica il *chilowattora*:

$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \times 1 \text{ h} = 10^3 \text{ J/s} \times 3'600 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}.$

11.3.5 PRIME APPLICAZIONI

Esercizio: Una forza costante F = 12.5 N sposta il suo punto di applicazione di uno spostamento Δr =2.47 m formando un angolo α = 39.4° con lo spostamento. Determinare il lavoro compiuto.

☹

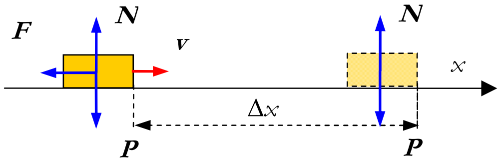
Basta applicare la definizione e si ha:

$\mathscr{L} = F_t \Delta r = F \cos\alpha\, \Delta r = 12.5 \times 2.47 \times \cos 39.4° \approx 23.9 \text{ J}$

☺

Esercizio: Una automobile di massa m = 7.00 × 10^2 kg viaggia lungo un piano orizzontale ad una velocità v_0 = 125 km/h e viene frenata da una forza costante di F = 5.00 × 10^3 N. Si determini lo spazio percorso prima dell'arresto e si scriva quindi la relazione esistente tra lo spazio di frenata e la velocità.

☹



Sulla automobile agiscono la forza di gravità $\boldsymbol{G}$, la reazione vincolare del piano $\boldsymbol{N}$ perpendicolare al piano che gli fa equilibrio e la forza frenante $\boldsymbol{F}$ diretta come $\boldsymbol{v}$ ma con verso contrario e siamo, ovviamente nel dominio della fisica classica, applicheremo pertanto il teorema della energia cinetica (I.16.19) ed esprimeremo l'energia cinetica attraverso la (I.16.20).

Poiché la componente tangenziale della forza ha verso contrario allo spostamento sarà $\mathcal{L} = - F\,\Delta x$ e applicando il teorema della energia cinetica (tenuto conto che l'energia cinetica finale è 0):

$$0 - \frac{1}{2} m\, v^2 = - F\,\Delta x \Leftrightarrow \Delta x = \frac{m\, v^2}{2\, F} = \frac{7.00 \times 10^2 \times 34.7^2}{2 \times\ 5.00 \times 10^3} = 84.3 \text{ m}$$

Prima di eseguire il calcolo si è trasformata la velocità in m/s dividendola per 3.6.

☺

Esercizio: Un motore della potenza di 50 kW e con un rendimento del 25.2% viene utilizzato per portare a 35.0 m/s la velocità di un corpo di massa m = 735 kg che ha inizialmente una velocità di 12.0 m/s. Determinare il tempo impiegato.

☹

Si tratta di calcolare la variazione di energia cinetica per determinare poi la potenza necessaria.

$\Delta\mathcal{E}_k = ½\, m\,(v_2^2 - v_1^2) = ½ \times 735 \times (35.0^2 - 12.0^2) \approx 3.97 \times 10^5$ J

Ricordando che il rendimento corrisponde al rapporto tra effetto utile e costo si ha che la energia necessaria in ingresso $\Delta\,\mathcal{E}_{\text{in}} = \Delta\,\mathcal{E}_k\ /\ \eta = 3.97 \times 10^5 / 0.252 \approx 1.58 \times 10^6$ J.

In base al legame tra potenza ed energia si ha:

$$\Delta t = \frac{\Delta\,\mathcal{E}_{\text{in}}}{P} = \frac{1.58 \times 10^6}{50 \times 10^3} \approx 31.5 \text{ s}$$

☺

11.4 Applicazioni energetiche a problematiche di tipo biofisico

11.4.1 Il potere energetico

Negli organismi biologici le trasformazioni energetiche derivano dalla combustione e metabolizzazione degli alimenti. Per applicazioni di riscaldamento o di locomozione si usa invece l'energia liberata da combustibili solidi, liquidi o gassosi.

Per eseguire qualche determinazione quantitativa è opportuno allora tener presenti alcuni valori di riferimento relativi alla energia liberata dalla trasformazione di una unità di massa di combustibile. La energia trasformata si determinerà moltiplicando il calore di combustione α per la massa di sostanza combusta.

$$\Delta \mathscr{E} = \Delta m\, \alpha \qquad \text{(I.11.16)}$$

In alcuni casi il valore viene riferito, per comodità alla unità di volume e ciò si evince dalla corrispondente tabella.

La tabella I.11.1 si riferisce al *potere calorico di alimenti* di uso comune e, in coda ad essa, si riportano i valori convenzionali sotto l'aspetto della composizione invece che organolettico.

sostanza	α (MJ/kg)
biscotti	16.19
birra	1.71
burro	31.39
carne maiale	11.70
carne manzo	8.24
cioccolato latte	22.07
formaggio	15.26
mele	1.71
miele	13.46
pane	10.00
patate	3.55
patate fritte	10.04
pesce magro	3.18
spinaci	0.54
uova	6.31
yogurt	2.42
proteine	17
grassi	37
carboidrati	17
alcool	30
tabella I.11.1	

il potere energetico degli alimenti

La tabella I.11.2 si riferisce infine a combustibili solidi, liquidi e gassosi.

solidi	α (MJ/kg)
antracite	33÷34
lignite	16÷18
legno secco	15÷16
liquidi	α (MJ/kg)
benzina	43÷46
gasolio Diesel	42÷45
alcool	25÷28
gas	α (MJ/m^3)
gas di città	16÷17
gas liquido	100÷110
metano	36÷40
idrogeno	11÷13
tabella I.11.2	

il potere energetico dei combustibili

Nel caso dei combustibili si indica spesso un intervallo invece di un valore a causa della variabilità di composizione e di condizione di combustione.

Esercizio: Una persona di massa m = 70 kg compie una escursione in montagna con un dislivello $h = 10^3$ m. Per superare il dislivello bisogna compiere un lavoro pari a quello della forza peso ma il corpo umano è una pessima macchina dal punto di vista meccanico e il suo rendimento percentuale è solo del 10%. Calcolare di quanto diminuiscono le riserve di grasso dell'individuo considerato per effetto della ascensione.

☹

Osserviamo preliminarmente che il lavoro compiuto dalla forza peso $\mathscr{L}$ è pari al prodotto del peso per il dislivello; infatti nel calcolo del lavoro interviene solo la componente dello spostamento in direzione della forza. Il lavoro della forza peso è negativo e quello compiuto dall'atleta positivo.

$$\mathscr{L} = m\,g\,h = 70 \times 9.8 \times 10^3 \approx 7 \times 10^5\,\text{J} = \Delta\mathscr{E}_{us}$$

Se $\eta_{\%} = 10\ \%$ si ha che la energia necessaria a livello metabolico

$$\Delta\mathscr{E}_{in} = \frac{\Delta\mathscr{E}_{us}}{\eta} = \frac{7 \times 10^5}{0.1} = 7 \times 10^6\,\text{J}$$

Ma, in base alla (I.11.16),

$$\Delta m = \frac{\Delta\mathscr{E}_{in}}{\alpha} = \frac{7 \times 10^6}{37 \times 10^6} \approx 0.2\,\text{kg}$$

Da questo esempio, seppur estremamente qualitativo, si osserva che il *miglior modo di controllare il peso consiste nel controllare la alimentazione.*

☺

11.4.2 METABOLISMO E FABBISOGNO ENERGETICO

attività	μ (w/kg)
dormire	1.1
giacere sveglio	1.2
sedere eretto	1.5
stare in piedi	2.6
camminare	4.3
rabbrividire	≤ 7.6
pedalare	7.6
spalare	9.2
nuotare	11.0
spalare	9.2
nuotare	11.0
spostare mobili	11.0
sciare	15.0
correre	18.0
tabella I.11.3	

Il corpo umano presenta un fabbisogno energetico per il mantenimento delle funzioni metaboliche essenziali (processi biochimici, termoregolazione, attività cardiaca,…) di una potenza per unità di massa detta *metabolismo basale*. Il metabolismo basale è variabile da individuo ad individuo ma, se non si eccede con le cifre significative si può dare una stima di massima del suo valore riferito ad un individuo medio di 20 anni: 1.2 w/kg nell'uomo e di 1.1 w/kg nella donna. Indicheremo con μ_b il fabbisogno basale.

A tale fabbisogno energetico si sommano poi le richieste relative alle diverse attività che vengono schematizzate nella tabella I.11.3. Indicheremo genericamente con μ_a il fabbisogno connesso alle diverse attività.

Considerata una generica attività di durata Δt compiuta da un umano di massa m potremo dunque affermare che la energia necessaria all'organismo sarà data da:

$$\Delta\mathscr{E} = \mu_a\, m\, \Delta t \qquad \text{(I.11.17)}$$

Esercizio: Determinare il fabbisogno giornaliero in kcal di una persona di massa m = 70 kg che svolga una attività manuale pesante per 8 h giornaliere.

☹

Possiamo dividere la giornata della persona considerata in 3 periodi di 8 h nei quali la persona considerata dorma (μ = 1.1), svolga attività miste (quali spostamenti, nutrizione, … μ = 3) e infine svolga un lavoro manuale pesante (μ = 10). Ricordando che 1 h = 3'600 s avremo allora:

$\Delta\mathscr{E} = \mu_1\, m\, \Delta t_1 + \mu_2\, m\, \Delta t_2 + \mu_3\, m\, \Delta t_3 = 70 \times 8 \times 3'600 \times (1.1 + 3.0 + 10.0) = 28.4 \times 10^6$ J = 6'800 kcal

Il valore trovato è piuttosto elevato perché abbiamo sovrastimato la incidenza dei valori di μ elevato (nessuno svolge 8 h di attività pesante continuativa), ma comunque fabbisogni intorno alle 4'000 o 5'000 kcal sono corretti per le cosiddette *attività faticose*.

☺

Concludiamo questo paragrafo sottolineando il fatto che i valori riportati nella tabella 11.3 non possono essere applicati ad un intervallo di tempo Δt qualsiasi. Il nostro organismo riesce a garantire attività anche leggermente superiori ai 20 W/kg ma solo per pochi secondi, come avviene nello *sprint* del ciclismo o nelle gare brevi di atletica. Nelle attività sportive prolungate si arriva invece a 8÷10 W/kg.

Esercizio: Supponiamo che un atleta dei 100 m di massa m = 70 kg sviluppi una potenza specifica di 20 W/kg per un tempo di 10 s; si determini il corrispondente valore di energia e, usando il teorema della energia cinetica, si determini la velocità finale. Ipotizzare che il rendimento energetico del corpo umano sia del 50%.

☹

$\Delta\mathscr{E} = P\, \Delta t = m\, \mu\, \Delta t = 70 \times 20 \times 10 = 14'000$ J

Tenuto conto di un rendimento del 50% possiamo stiamre in 7'000 J l'energia che si trasforma in energia cinetica.

In base al teorema della energia cinetica (poichè l'energia cinetica iniziale è nulla) avremo che:

$$\frac{1}{2}\, m\, v^2 = \Delta\mathcal{E} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta\mathcal{E}}{m}} = \sqrt{\frac{14'000}{70}} \approx 14 \text{ m/s}$$

Il valore trovato è superiore al valore reale della velocità finale di un centometrista; la ragione di ciò è duplice: abbiamo ipotizzato un rendimento troppo elevato; abbiamo trascurato il fatto che durante la corsa la erogazione di P non è costante. Si consiglia di proseguire l'esercizio disegnando il corrispondente diagramma velocità tempo.

☺

11.5 Quesiti di fine capitolo

1. Ricerca di *Falso*: a) Etimologicamente Energia deriva dalla *energheia* aristotelica; b) Per la fisica l'energia è ciò che cambia forma, aspetto fenomenico, campo di azione, ma che si conserva; c) Secondo la teoria della relatività la massa e l'energia sono la stessa grandezza misurata in due unità diverse; d) La energia di riposo di una particella dipende dal sistema di riferimento nel quale viene considerata. [3]
2. Ricerca di *vero*: a) La energia totale di una particella è diversa nei diversi sistemi di riferimento; b) In Marx le forze produttive corrispondono alle forze che possono essere utilizzate nei processi produttivi nel mondo della produzione; c) La energia viene dapprima introdotta come grandezza fisica legata alla meccanica e poi la si generalizza ad altri ambiti; d) Già nel corso dell'800 per effetto dei processi di unificazione tra i diversi ambiti della fisica viene compresa la identità di massa ed energia. [4]
3. Trattare in 30 righe la moderna concezione di energia analizzando in particolare il problema delle violazioni alla sua conservazione.
4. Ricerca di *falso*. Il *lavoro elementare di una forza* a) è nullo solo quando la forza si annulla; b) è definito come prodotto della componente tangenziale della forza per lo spostamento elementare; c) si può calcolare moltiplicando il modulo della forza per la componente dello spostamento elementare nella direzione della forza; d) Nel definizione si tiene conto a livello euristico del fatto che F_n non è in grado di cambiare il modulo della velocità. [5]
5. Ricerca di *vero*. *Lavoro ed energia cinetica* a) L'energia cinetica di una particella di massa m vale $\frac{p^2}{m}$; b) Il lavoro è una *grandezza vettoriale*; c) Il lavoro, data una forza qualsiasi $\boldsymbol{F}$ e uno spostamento finito Δr, *è definito come* $\mathscr{L} = F_t\,\Delta r$; d) Se *sono noti* il lavoro compiuto da una forza che agisce su una particella di massa m e la velocità iniziale *è anche nota* la sua velocità finale. [6]

---

[3] a) Vero b) Vero: con la precisazione che abbia le dimensioni di un lavoro, come si vede nel seguito del capitolo c) Vero d) Falso; la energia di riposo non cambia al cambiare del sistema di riferimento.

[4] a) Vero; al cambiare del sistema di riferimento cambia la velocità e con essa cambiano la massa e la energia. b) Falso, Marx chiama forza ciò che noi oggi chiamiamo energia c) Falso: il concetto di energia emerge quando si intuisce e poi si scopre qualcosa che si conserva attraverso trasformazioni che riguardano ambiti diversi della fisica d) Falso: la unificazione avviene nel corso del 900.

[5] a) Falso: si annulla anche quando la forza e lo spostamento sono perpendicolari b) Vero c) Vero; sia per via geometrica, sia per via trigonometrico è immediato vedere che il risultato non cambia. $F_t\,\delta r = F \cos\alpha\,\delta r = F\,\delta r_F$ d) Vero; come si è visto già nei capitoli di cinematica le accelerazioni normali (proporzionali alle forze normali) sono tipiche dei moti curvilinei uniformi.

[6] a) Falso vale $\frac{p^2}{2m}$ b) Falso: è uno scalare c) Falso; quando lo spostamento è finito bisogna calcolare il lavoro come somma dei lavori elementari. In effetti, nel contesto dato la definizione non ha senso perché non si sa nemmeno quale sia la forza di cui si parla (visto che potrebbe essere variabile lungo lo spostamento). d) Vero; basta applicare il teorema della energia cinetica.

6. Ricerca di *vero*: a) Il lavoro di una forza variabile è positivo solo se la *forza forma sempre angoli acuti* con gli spostamenti elementari b) La energia cinetica classica di una particella di massa *m* e velocità *v raddoppia quando raddoppia la velocità*. c) Se *raddoppiano sia la massa sia la velocità* l'energia cinetica diventa 8 volte il valore iniziale. d) Nei processi di arresto di un corpo in moto (dovuti ad attrito) lo *spazio di arresto è proporzionale alla massa* a parità di coefficiente d'attrito. [7]
7. Ricerca di *falso*. a) Per calcolare il *lavoro di una forza variabile* bisogna calcolare un'area. b) Il *lavoro compiuto dalla forza peso* quando *si cammina su un piano orizzontale* è nullo. c) Nei processi di arresto di un corpo in moto dovuti all'azione di una *forza costante lo spazio di arresto* è *proporzionale alla velocità iniziale* del corpo. d) Se su un corpo agiscono più forze, per applicare il teorema dell'energia cinetica bisogna riferirsi al lavoro della risultante. [8]
8. Ricerca di *vero*. a) Il *lavoro compiuto* per spostare da terra su un banco alto 1 m, uno zainetto porta libri da 4kg è di circa 4 J. b) Il lavoro di una forza *non necessariamente si converte in energia cinetica*; c) Il *lavoro in senso fisico e quello umano* legato all'idea di fatica sono la stessa cosa; d) Il teorema della energia cinetica consente di calcolare le *variazioni di velocità* di un corpo di massa *m* quando è noto il lavoro. [9]
9. Ricerca di *falso*: *definizione di lavoro*. a) Il lavoro elementare è definito come $\delta\mathscr{L} = F_t\,\delta r$; b) Il lavoro elementare è definito come $\delta\mathscr{L} = F \cos\alpha\,\delta r$; c) La quantità $F_t\,\delta r$ e $F\,\delta r_F$ sono uguali; d) Almeno una delle risposte precedenti è sbagliata. [10]
10. Ricerca di *vero*: *definizione di lavoro*. Si alza un corpo di massa *m* con uno spostamento verticale *h* mantenendo costante la sua velocità. a) Sul sistema agisce la forza peso perciò il *lavoro della risultante* è $-mgh$. b) Sul sistema ha agito una forza uguale e contraria alla forza peso e perciò il lavoro della risultante è mgh c) Il *lavoro della risultante è nullo* d) Il lavoro della risultante non è nullo e pertanto il teorema dell'energia cinetica in questo caso non è applicabile. [11]
11. Ricerca di *vero*: *definizione di energia cinetica*; un razzo durante la fase di accelerazione raddoppia la sua velocità e nello stesso tempo perde i

---

[7] a) Falso: basta che i lavori elementari positivi siano predominanti su quelli negativi b) Falso la energia quadruplica c) Vero: $2 \cdot 2^2 = 8$ d) Falso. Lo spazio di arresto può essere calcolato dividendo la variazione di energia cinetica (che è pari al lavoro) per la forza d'attrito. La variazione di energia cinetica è proporzionale alla massa e così pure la forza d'attrito (che è proporzionale al peso). Pertanto lo spazio d'arresto è indipendente dalla massa.

[8] a) Vero b) Vero c) Falso. Lo spazio di arresto è proporzionale al lavoro e il lavoro (visto che l'energia cinetica finale è nulla) è proporzionale alla energia cinetica iniziale che è proporzionale al quadrato della velocità. d) Vero.

[9] a) Falso. Il peso è di circa 40 N e pertanto il corrispondente lavoro è di 40 J. b) Vero: basta alzare un peso a velocità costante per rendersene conto c) Falso: anche in mancanza di lavoro fisico si può avere fatica; tenere le braccia in avanti per più di 1 minuto per credere d) Falso: consente il calcolo delle differenze dei quadrati

[10] a) Vero. b) Vero c) Vero: in effetti $F \cos\alpha\,\delta r = F_t\,\delta r = F\,\delta r_F$ d) Falso: visto che le 3 precedenti sono tutte vere

[11] a) Falso: è zero b) Falso: è zero. c) Vero: se il corpo viene alzato con v = costante deve essere $R = 0$ e quindi anche il lavoro è zero. d) Falso: il teorema della energia cinetica vale sempre a condizione di calcolare il lavoro della risultante.

2/3 della propria massa; la sua energia cinetica risulta essere: a) 4/3 di quella iniziale b) 8/3 di quella iniziale c) 2/3 di quella iniziale d) non si può rispondere perché la massa viene perduta progressivamente. [12]

12. Ricerca di *vero*: *energia cinetica, velocità e quantità di moto*. Un carro ferroviario si sta muovendo per inerzia con attrito trascurabile sulla orizzontale. Inizia a nevicare copiosamente e il carro imbarca neve. Delle tre grandezze del vagone velocità, quantità di moto ed energia cinetica si può dire che a) diminuisce, diminuisce, diminuisce b) non cambia, aumenta, aumenta c) diminuisce, aumenta, diminuisce d) diminuisce, non cambia, diminuisce. [13]
13. Enunciare con precisione il teorema della energia cinetica soffermandosi sul suo ambito di validità. [14]
14. Illustrare l'uso che si può fare del teorema dell'energia cinetica. [15]
15. Discutere i parametri che influenzano lo spazio di frenata di un'auto di massa m dotata di velocità v orizzontale in presenza di attrito con coefficiente μ. Discutere successivamente la influenza del tempo di reazione Δt_r. [16]
16. Dimostrare che, noto il lavoro $\mathscr{L}$ compiuto da una forza che agisce su una particella di massa m dotata di energia cinetica iniziale $\mathcal{E}_{k0}$, la velocità finale vale: $\sqrt{\frac{2\,(\mathscr{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}}$ [17]

---

[12] a) Vero: la velocità raddoppia e la massa diventa un terzo ma la energia cinetica è proporzionale al quadrato della velocità b) Falso: se perde 2/3 la massa finale è 1/3 c) Falso: quadrato della velocità d) Falso: l'energia cinetica non tiene conto della storia del processo

[13] a) Falso, quantità di moto non cambia (la neve non ha quantità di moto lungo l'orizzontale) b) Falso: la velocità diminuisce per effetto delle forze d'attrito che fanno annullare la velocità relativa tra neve e carrello c) Falso: vedi caso a d) Vero: la velocità diminuisce per il lavoro delle forze d'attrito, la quantità di moto non cambia (sistema isolato) la energia cinetica diminuisce perché il lavoro compiuto dalle forze d'attrito sulla neve (positivo) e sul carrello (negativo) hanno moduli diversi e il bilancio produce un lavoro negativo. Il secondo è più grande perché è maggiore lo spostamento e per il teorema della energia cinetica la energia cinetica diminuisce.

[14] Non dimenticarsi di precisare quali sono le forze per le quali va eseguito il calcolo del lavoro. Si tratta della risultante di tutte le forze in gioco. Solitamente, nel risolvere i problemi si trascurano le reazioni vincolari che, essendo perpendicolari al vincolo, non lavorano. Spesso si ignora anche il peso, ma ciò è lecito solo se si ha perpendicolarità tra peso e piano d'appoggio.

[15] Quando il calcolo del lavoro è semplice consente di determinare l'energia cinetica (velocità) finale, una volta nota quella iniziale.

[16] Lo spazio di frenata si ottiene tramite il teorema dell'energia cinetica: $-F_a\,\Delta x = 0 - \frac{1}{2}\,m\,v^2$ con $F_a = \mu\,mg$. Si ha pertanto: $\Delta x = \frac{v^2}{2\,\mu\,g}$ dunque possiamo concludere che lo spazio di frenata è proporzionale al quadrato della velocità e inversamente proporzionale al coefficiente d'attrito. Non dipende invece, come si è già osservato, dalla massa del corpo.

[17] Se si applica il teorema della energia cinetica si ha che $\frac{1}{2}\,m\,v^2 - E_{k0} = \mathscr{L} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2\,(\mathscr{L} + E_{k0})}{m}}$

17. Alla luce del teorema della energia cinetica si spieghi perché quando la terra si avvicina al sole (nella sua orbita ellittica) la sua velocità aumenta e raggiunge il suo valore massimo in perielio [18]
18. Un corpo di massa m scivola lungo un piano di inclinazione α con coefficiente d'attrito μ. Calcolare il lavoro della risultante per uno spostamento Δl. [19]
19. Un corpo di massa m scivola lungo un piano di inclinazione α con coefficiente d'attrito μ. Calcolare il lavoro della risultante per un dislivello Δh. [20]
20. Dimostrare che il lavoro compiuto dalla forza peso nello spostare un corpo per un dislivello Δh non dipende dalla inclinazione del piano inclinato su cui il corpo scivola. [21]
21. Un corpo di massa m viene spostato lungo una traiettoria rettangolare di lati a e b in presenza di coefficiente d'attrito μ, Calcolare il lavoro compito dalla forza d'attrito. [22]
22. Ricerca di *Vero*; Potenza: a) La *potenza media e quella istantanea* sono sempre uguali perché dividendo per il tempo le differenze si annullano; b) Due macchine di potenza diversa non possono compiere lo stesso lavoro; c) Se è noto l'andamento della potenza nel tempo, per calcolare l'energia consumata in un intervallo Δt bisogna calcolare un'area; d) Il rendimento di una macchina può essere maggiore di 1. [23]
23. Ricerca di *vero*; Un corpo dotato di energia cinetica $\mathcal{E}_k = 220$ J *decelera sino ad arrestarsi* per effetto della forza d'attrito. Il lavoro compiuto dalla forza d'attrito è: a) Pari a 220 J; b) Negativo; c) Un po' più alto di 220 J perché bisogna tener conto del lavoro della forza peso; d) Un po' più alto di 220 J perché il coefficiente d'attrito statico è maggiore di quello dinamico. [24]
24. Ricerca di *vero*; Unità di misura a) Una forza di 1 N che sposta il punto di applicazione di 1 m compie sempre il lavoro di 1 J; b) Se si alza di 1 m la massa di 1 kg con una forza pari al peso si compie il

---

[18] Durante la fase di avvicinamento l'angolo tra la forza di gravitazione diretta verso il sole e la velocità è acuto; pertanto il lavoro elementare è positivo e ciò determina aumenti di energia cinetica. Durante le fasi di allontanamento accade il contrario.

[19] Basta calcolare la componente della risultante nella direzione dello spostamento; si ottiene $\mathcal{L} = m\, g\, (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\, \Delta l$

[20] Come per l'esercizio precedente ma ora $\Delta h = \Delta l \sin\alpha$ e pertanto si ottiene:

$$\mathcal{L} = m\, g\, (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\frac{\Delta h}{\sin\alpha} = m\, g\, (1 - \mu / \tan\alpha)\, \Delta h$$

[21] Risulta sempre $m\, g\, \Delta h$

[22] Risulta $-2\mu\, m\, g\, (a + b)$

[23] a) Falso, insensato; b) Falso; basta che quella di potenza inferiore agisca per un tempo più lungo c) Vero; si tratta di calcolare la somma dei $\delta\mathcal{E} = P\,\delta t$. d) Falso: per definizione il rendimento è pari al rapporto tra la energia in uscita e quella in ingresso e queste, al più possono essere uguali, quando non si hanno perdite nel processo di conversione.

[24] a) Falso: è –220 J; b) Vero: la forza d'attrito è sempre opposta ad ogni spostamento elementare; c) Falso, il lavoro della forza peso è nullo; d) Falso e insensato.

lavoro di 1 J; c) La caloria corrisponde ad una energia compresa tra 4.18 e 4.19 Joule; d) 1 J = $1.6 \cdot 10^{-19}$eV [25]

25. Ricerca di *vero*; Unità di misura a) 1 caloria termodinamica corrisponde a $6.669 \cdot 10^{-19}$eV; b) 1 J = $1.6 \cdot 10^{-25}$ MeV; c) 1 kWh corrisponde alla potenza di 3'600'000 W; d) 1 TeV = $1.6 \cdot 10^{-7}$ J [26]
26. Ricerca di *vero*; unità di misura: a)Il lavoro, la energia e la potenza hanno le stesse unità di misura; b) L'elettronvolt vale circa 10^{-20} J; c) La caloria ha un valore compreso tra 4.18 J e 4.19 J e la sua definizione si basa sul calcolo della energia legata a certi processi di riscaldamento dell'acqua; d) La espressione dimensionale del lavoro è $M L^2 T^{-1}$. [27]
27. Ricerca di *falso*; unità di misura: a) 1 J/s = 1 W; b) 1 kcal/h = 1.16 W; c) 1 kWh/giorno = 41.7 W; d) 1 eV/μs = $1.6 \cdot 10^{-25}$ W [28]
28. Dare la definizione di potenza e spiegare la differenza tra potenza media e potenza istantanea. [29]
29. Se è noto il diagramma che dà la potenza di un motore nel tempo come si può calcolare la potenza media relativa ad un intervallo di tempo Δt. [30]
30. Definire il rendimento di una macchina, dopo aver precisato cosa si intenda, fisicamente, con macchina. [31]
31. Illustrare le unità di misura della energia, del lavoro e della potenza (comprese quelle non appartenenti al S.I. ancora usate).
32. Una macchina deve fornire una energia pari a 54'000 J nel tempo di 20 s. Il rendimento della macchina è $\eta = 0.74$. Determinare la potenza del motore utilizzato. [32]
33. Un elettrone si muove a velocità $v = 0.9998\ c$. Determinare la sua energia di riposo e la sua energia totale. [33]

---

[25] a) Falso: bisogna che lo spostamento avvenga nella direzione e verso della forza. b) Falso il lavoro è di circa 10 J c) Vero d) Falso: il rapporto è quello inverso

[26] a) Falso 1 caloria termodinamica = 4.184 J = $\frac{4.184\ \text{J}}{1.6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 2.615 \cdot 10^{19}$ eV b) Falso 1 J = $\frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19}}$ eV = $6.25 \cdot 10^{18}$ eV = $6.25 \cdot 10^{12}$ MeV c) Falso corrisponde alla energia di 3'600'000 J d) Vero

[27] a) Falso; la potenza è una energia divisa per un tempo. b) Falso. L'ordine di grandezza è 10^{-19} c) Vero d) Falso. Si ha $[\mathscr{L}] = [F\ L] = M\ L\ T^{-2}\ L = M\ L^2\ T^{-2}$

[28] a) Vero b) Vero: 4180/3600 =1.16 W c) Vero: 3'600'000/(3'600·24) = 41.7 W d) Falso: $1.6 \cdot 10^{-19}/10^{-6} = 1.6 \cdot 10^{-13}$ W

[29] La potenza rappresenta la rapidità delle conversioni energetiche e la distinzione tra potenza media ed istantanea dipende dall'intervallo di tempo considerato (finito od elementare)

[30] Bisogna sommare tutti i contributi $P\ \delta t$ e così facendo si trova l'energia (lavoro) coinvolta nella conversione. Dividendo per Δt si ottiene la potenza media. In altri termini la potenza media è l'altezza di un rettangolo con la stessa area.

[31] Una macchina è qualsiasi dispositivo in grado di trasformare l'energia da una forma ad un'altra. Il rendimento è sempre il rapporto tra l'effetto utile e il costo ovvero il rapporto tra potenza (energia) in uscita e potenza in ingresso.

[32] 3'650 W

34. Ricerca di *vero*: *Il potere energetico del burro* è 31.4 MJ/kg contro un potere energetico dell'olio pari a 37 MJ/kg. a) I grassi del burro danno meno apporto energetico di quelli dell'olio; b) La differenza è dovuta alla presenza di acqua emulsionata nel burro; c) I grassi animali danno meno energia dei grassi vegetali ma fanno male perché contengono il colesterolo; d) Non si possono svolgere confronti se non si conosce anche l'apporto energetico dei sali e delle proteine presenti nel burro. [34]
35. Ricerca di *vero*; Potere energetico: a) I grassi danno un apporto energetico circa doppio di quello delle proteine; b) I grassi danno un apporto energetico leggermente superiore a quello dei carboidrati; c) Il fabbisogno energetico legato al dormire è uguale a quello del giacere svegli; d) Per camminare è richiesto un fabbisogno energetico triplo di quello richiesto per dormire. [35]
36. Determinare il fabbisogno energetico in J in un anno nella ipotesi di un consumo giornaliero di 3'000 kcal. [36]
37. Spiegare perché le esigenze energetiche per unità di massa sono maggiori negli animali di piccola taglia che non negli animali di grande taglia. [37]
38. Due corpi della stessa massa in moto rettilineo subiscono la stessa variazione di quantità di moto. Perché è sbagliato affermare che subiscono la stessa variazione di energia cinetica? (68 parole) [38]
39. In una data regione di spazio agisce una forza $\vec{F}$ costante e che forma un angolo α con l'orizzontale. Il punto di applicazione della forza si sposta di Δl lungo la direzione e il verso della forza. Il lavoro compiuto $\mathscr{L}$ vale a) $F\,\Delta l$ b) Non si può calcolare perché non si sa se la forza è conservativa c) Vale $F\,\Delta l \cos\alpha$ d) Vale $F\,\Delta l \sin\alpha$ e) Vale $F\,\Delta l \tan\alpha$ [39]
40. Quando un corpo puntiforme sotto si muove sotto l'azione di una forza centripeta di intensità F costante lungo una traiettoria circolare di raggio r a) Il lavoro $\mathscr{L}$ per fare un giro vale $F\,\pi r$ b) Il lavoro $\mathscr{L}$ per fare mezzo giro vale $F\,\pi r$ c) Il lavoro compiuto in un giro com-

---

[33] $\beta = v/c = 0.9998$ e dunque $\mathcal{E} = m\,c^2 = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = 4.09\times10^{-12}$ J

[34] a) Falso b) Vero c) Falso d) Falso.

[35] a) Vero b) Falso: doppio c) Falso è inferiore d) Falso: quadruplo

[36] $3'000\cdot365\cdot4'184 = 4.58\cdot10^9$ J. Ancora una volta abbiamo una buona immagine del fatto che, dal punto di vista energetico, il calore contenga grandi quantità potenziali di energia

[37] Riflettere sul fatto che la dispersione dipende dalla superficie corporea mentre la energia prodotta o trasformata dipende dal volume e sviluppare l'argomento.

[38] Se subiscono la stessa variazione di quantità di moto subiscono la stessa variazione di velocità. Ma la variazione di energia cinetica è proporzionale alla differenza dei quadrati $v_2^2 - v_1^2 = (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = \Delta v\,(v + \Delta v)$ e dunque la variazione di energia cinetica dipende sia da Δv sia da v. Se i due corpi avevano velocità diverse si determinano diverse variazioni di energia cinetica

[39] La forza è costante, lo spostamento è rettilineo ed è nel verso e nella direzione della forza dunque $\mathscr{L} = F\,\Delta l$. L'angolo era stato fornito come distrattore per vedere se si sanno applicare le definizioni

pleto è 0 perché la forza centripeta è conservativa d) Il lavoro compiuto è zero perché la forza centripeta è equilibrata dalla forza centrifuga e) Il lavoro compiuto nel percorrere qualsiasi arco è sempre nullo [40]

41. Un corpo è soggetto all'azione di una forza d'attrito dinamico di intensità costante F e si sposta lungo un traiettoria curva e chiusa di lunghezza l sino a tornare al punto di partenza. Il lavoro compiuto dalla forza d'attrito vale: a) $\mathscr{L} = F\,l$ b) $\mathscr{L} = -F\,l$ c) $\mathscr{L} = 0$ visto che si ritorna al punto di partenza d) non si può rispondere se non è nota la forma della traiettoria e) $\mathscr{L} = F\,l +$ il lavoro compiuto dal peso. [41]
42. Il lavoro di una forza costante lungo uno spostamento rettilineo è dato dal prodotto dello spostamento per la proiezione della forza. Come mai il lavoro della risultante è la somma dei lavori di ogni forza? [42]
43. In un piano inclinato di base b, altezza a e coefficiente d'attrito μ un corpo scivola sotto l'azione combinata del peso e delle forza d'attrito. Il valore assoluto del lavoro della forza d'attrito vale: [43]
    A…μmgb B…μmga C…$\mu mg\sqrt{a^2 + b^2}$
    D…0 E…$mg(\mu - \sqrt{a^2 + b^2})$
44. Stanlio ha una massa pari a 1/3 di quella di Olio e i due stanno andando su due biciclette identiche. Stanlio mantiene una velocità di 8m/s e Olio di 2m/s. Quanto vale il rapporto tra l'energia cinetica di Stanlio e quella di Olio …
    A …16/3 B …4/3 C …1/3
    D …mancano dei dati E: …3/16
45. Due oggetti hanno la stessa quantità di moto e massa diversa. Vengono fatte le seguenti affermazioni: a) L'oggetto con massa minore ha energia cinetica maggiore. b) L'oggetto con massa maggiore ha bisogno di un maggiore impulso per acquistare, da fermo, la data quantità di moto c) Quello di massa maggiore richiede un minore lavoro per raggiungere quella quantità di moto. Quali sono corrette? [44]
    A … solo a) B … solo b) C … solo c)
    D … a) e b) E … a) e c)

---

[40] La forza è ortogonale allo spostamento, dunque il lavoro elementare è sempre nullo e pertanto è nullo il lavoro lungo qualsiasi arco

[41] La forza varia in direzione è sempre opposta allo spostamento elementare e pertanto $\mathscr{L} = \sum \delta\mathscr{L} = \sum -F\delta l = -F \sum \delta l = -F\,l$

[42] Perché la proiezione della risultante è la somma delle proiezioni delle singole forze

[43] Se indichiamo con l la lunghezza del piano, avremo che $|\mathscr{L}| = F_a\,l$ con $F_a = \mu$ N dove N $= p\,b/l = m\,g\,b/l$ e sostituendo si ottiene μmgb

[44] Se si usa la relazione $p^2/(2m)$ si nota che, a parità di qdm, la energia cinetica è inversamente proporzionale alla massa e dunque la a) è vera. La b) è falsa perché per acquistare una data quantità di moto serve sempre lo stesso impulso indipendenetemente dalla massa. La c) è vera per le stesse considerazioni svolte con la a) visto che il lavoro si trasforma in energia cinetica.

46. Discutere in quali contesti sia più utile utilizzare l'espressione per la energia cinetica nella forma ½ mv^2 rispetto a $p^2/(2m)$ [45]

[45] Le due espressioni sono equivalenti ma in contesti in cui, per esempio si conserva la quantità di moto del sistema, è più conveniente, per risparmiare calcoli inutili, utilizzare la II.

11.6 Quesiti dalle Olimpiadi della Fisica

1. Assumendo che l'accelerazione di gravità sia di 10 ms^{-2}, qual è la potenza di un motore elettrico capace di sollevare un pacco di 12 kg a 2.0 m di altezza in 8.0 s? … (Juniores 1995) [46]

   A …3.0W B …7.5W C …19.2W D …30W E …480W

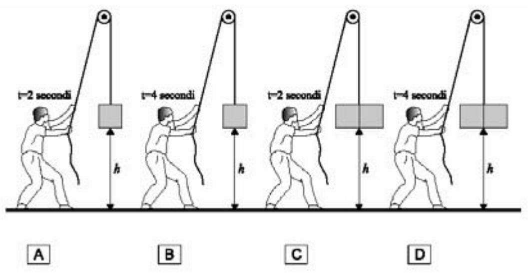
2. Di seguito viene descritto in sintesi il funzionamento di quattro tipi di centrali elettriche. Quale di queste centrali trasforma energia chimica per produrre elettricità? … (Juniores 2003)

   A …Geotermica, l'acqua, surriscaldata dalle rocce calde, emette vapore che fa girare la turbina e il generatore.

   B …A carbone, il carbone brucia per riscaldare l'acqua il cui vapore mette in moto la turbina e il generatore.

   C …Nucleare, il combustibile nucleare riscalda l'acqua che, trasformata in vapore, fa girare la turbina e il generatore.

   D …Idroelettrica, l'acqua, scendendo dai bacini di montagna, fa girare la turbina e il generatore.



3. Quattro persone devono sollevare dei mattoni da terra fino ad una certa altezza h, uguale per tutti, facendo uso di una corda e una carrucola. Alcuni sollevano un maggior numero di mattoni e altri sollevano i mattoni più velocemente. Quale persona sviluppa una potenza maggiore? … (Juniores 2003)

   A …10 mattoni in 2 secondi

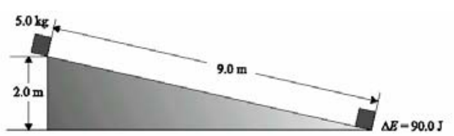
   B …10 mattoni in 4 secondi

   C …20 mattoni in 2 secondi

   D …20 mattoni in 4 secondi

4. L'energia necessaria per portare un veicolo da fermo alla velocità di 20 km/h rispetto all'energia che ci vuole per portare lo stesso veicolo da 20 km/h a 40 km/h è … (Juniores 2004) [47]

   A … la stessa. B … la metà. C … un terzo. D … un quarto.



5. Nella figura qui a lato è mostrato un blocco con massa di 5.0 kg che scivola lungo un piano inclinato dall'altezza di 2.0 m. Il blocco percorre in 3.0 secondi tutta la lunghezza di 9.0 m dello scivolo e, arrivato in fondo, la sua energia cinetica ha subito un incremento di 90 J. Quanta energia è stata dissipata a causa della forza di attrito lungo i 9.0 m del percorso? … (Juniores 2004) [48]

   A …0 J B …8 J C …45 J D …90 J

---

[46] In effetti la potenza del motore deve essere pari a $\frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta t}$ mentre $\Delta\mathcal{E}$ è la variazione di energia potenziale *mgh* e dunque $P = \frac{12 \cdot 10.0 \cdot 2.0}{8.0} = 30.0$ W

[47] $20^2 – 0^2 = 400$; $40^2 - 20^2 = 1200$

[48] Il lavoro svolto dalla forza peso, tenuto conto che lo spostamento in direzione della forza è di 2 m vale 5·9.8·2 = 98 J e tenuto conto della energia finale sono stati dissipati 8 J. Il dato sul tempo è inutile e fa da distrattore.

6. Una forza di 20N che agisce su un carrello di 2 kg spostandolo su di un piano orizzontale lungo la direzione della forza stessa fa un lavoro di 100 J. Lo spostamento del carrello è di …(I livello 1995)

A … 0.40 m B … 2.5 m C … 5.0 m
D … 6.2 m E … 10 m

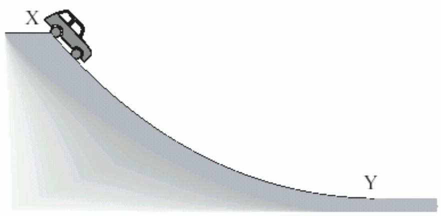
7. Due oggetti hanno la stessa quantità di moto e massa diversa. Quale delle seguenti affermazioni è valida? …(I livello 1996) [49]

A …L'oggetto con massa minore ha energia cinetica maggiore.
B …L'oggetto con massa maggiore ha bisogno di un maggiore impulso per acquistare, da fermo, la data quantità di moto.
C …Ambedue richiedono di fare lo stesso lavoro per raggiungere quella quantità di moto.
D …I due oggetti hanno la stessa velocità
E …Nessuna delle precedenti affermazioni è corretta

8. Per un oggetto che parte da fermo e cade liberamente sotto l'azione della sola forza di gravità, l'energia cinetica è proporzionale…(I livello 1998) [50]

A …al prodotto tra il tempo di caduta e la distanza percorsa
B …alla velocità
C …al quadrato della distanza percorsa
D …al quadrato del tempo di caduta
E …al tempo di caduta

9. Due automobiline, di massa rispettivamente M e 2M, vengono lasciate da ferme nel punto X e si muovono, lungo la guida mostrata in figura, sino al punto Y. Tutti gli attriti sono trascurabili. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? 1) Entrambe le automobiline avranno acquistato la stessa energia cinetica quando saranno arrivate al punto Y. 2) L'automobilina di massa 2M percorrerà il tratto XY più rapidamente dell'automobilina di massa M. 3) Nel punto Y la quantità di moto di un'automobilina è doppia di quella dell'altra. …(I livello 1999) [51]



A …Tutte e tre B …Sia la 1 che la 2
C …Sia la 2 che la 3 D …Soltanto la 1 E …Soltanto la 3

10. La massa totale di una motocicletta e della persona che la pilota è 250 kg. Una frenata riduce la velocità da 15 m/s a 0 in 10s. La massima quantità di energia che può essere convertita in calore dai freni è ? … (I livello 1999) [52]

A … 3.75 kJ B … 28.1 kJ C … 37.5 kJ
D … 56.3 kJ E … 375 kJ

[49] $E_k = p^2/(2m)$

[50] L'energia cinetica è proporzionale al quadrato della velocità e questa, trattandosi di mua è proporzionale al tempo

[51] La velocità finale dipende solo dal dislivello e dunque, poiché le due automobili arrivano con la stessa velocità le quantità di moto sono proporzionali alle masse.

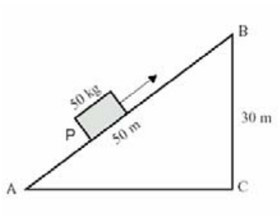
[52] La variazione di energia cinetica è ½ 250·15² = 28'125 J il tempo non ha rilevanza

11. Un pallone di massa m urta contro una parete a velocità v e rimbalza lungo la stessa direzione, con la stessa velocità. Il lavoro compiuto dal pallone sulla parete è … (I livello 2000)

A mv^2 B $\frac{1}{2} mv^2$ C mv
D $2mv$ E *zero*

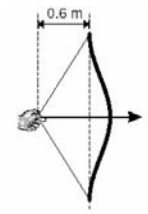
12. Una particella viene spostata dalla posizione $2\,i - j$ nella posizione $3\,i + 2\,j$ sotto l'azione della forza $2\,i + j$. Il lavoro fatto dalla forza (in unità arbitrarie) è: (I livello 2000) [53]

A 5 B 7 C 9 D 11 E 13



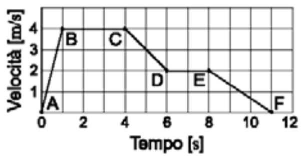
13. La figura mostra un piano inclinato sul quale un corpo P viene trascinato, a velocità costante, da A fino a B. Il coefficiente di attrito è 0.4. NOTA: si *assuma in questo caso* $g = 10 m/s^2$. Il lavoro che deve essere compiuto è … (I livello 2000) [54]

A 10 kJ B 15 kJ C 23 kJ D 25 kJ E 28 kJ



14. Un indiano, per scoccare una freccia, tende il suo arco con una forza media di 20 N, spostando indietro la corda di un tratto di 60 cm. Quando la freccia lascia l'arco la sua energia cinetica è, al massimo, (I livello 2004)

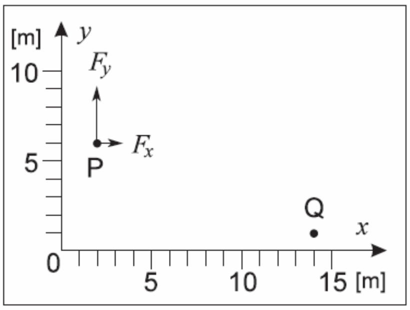
A 3.6 J B 6.0 J C 12 J D 24 J E 36 J



15. Si faccia riferimento alla situazione descritta nel grafico. In quale dei seguenti tratti non viene fatto lavoro sull'oggetto? (I livello 2005)
A … AB B … EF C … CD D … DE
E Non viene mai fatto lavoro sull'oggetto.

16. Una ragazza di 40 kg corre su per le scale fino al piano superiore, che si trova 5 m più in alto del livello di partenza, impiegando 7 s. La potenza (media) sviluppata dalla ragazza può essere stimata almeno pari a… (I livello 2007) [55]

A …29.0W B …140W C …280W
D …560W E …1.4 kW



17. La figura si riferisce all'azione di una forza costante $\boldsymbol{F}$ di componenti $F_x = 5$ N e $F_y = 12$ N che agisce su un corpo puntiforme spostandolo dal punto P≡(2,6) al punto Q≡(14,1). Quanto lavoro viene esercitato dalla forza durante lo spostamento sul corpo? [56]

---

[53] Bisogna rifarsi al fatto che il lavoro è un prodotto scalare e a quanto visto nel capitolo sui vettori circa la espressione del prodotto scalare tramite le componenti. Lo spostamento è i + 3j e dunque il lavoro è $2\cdot1 + 1\cdot3 = 5$

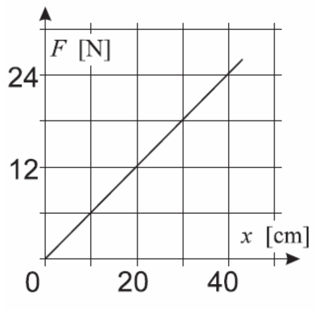
[54] Se sale a velocità costante bisogna applicare una forza F parallela al piano tale che $R_t = 0$ e dunque $F = mg \sin\alpha + \mu\, mg \cos\alpha$. Dalla figura si evince che $\sin\alpha = 3/5$ e dunque $\cos\alpha = 4/5$. Il lavoro compiuto dalla forza traente è dunque: $50\cdot10\cdot(3/5 + 0.4\cdot4/5)\cdot50 = 23'000$ J

[55] $40\cdot10\cdot5/7 = 286$ J il dato è stimato, decisamente per difetto, perché non si conteggiano problemi di rendimento che, nella macchina uomo, sono importanti.

[56] Come si vedrà nel capitolo dedicato alla energia potenziale tutte le forze costanti sono conservative (il lavoro non dipende dal percorso) pertanto possiamo scegliere un percorso qualsiasi e noi useremo uno spostamento orizzontale seguito da uno verticale; dunque il lavoro vale: $5\cdot(14-2)+12\cdot(1-6) = 0$. In effetti i due vettori risultano tra loro ortogonali.

A … 0J B … 30J C … 46J D … 56J E … 169J

18. Il grafico rappresenta la forza elastica di una molla in funzione dell'allungamento della molla stessa. Quanto lavoro si compie per allungare questa molla di 40 cm? *I livello 2011* [57]



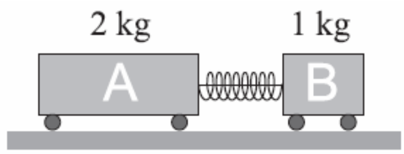
A 4.8 J B 6.0 J C 9.6 J D 9.8 J E 24 J

19. Un motore che ha una potenza massima di $8.1\cdot10^4$W viene utilizzato per un montacarichi che pesa $1.8\cdot10^4$ N. Qual è il massimo peso del carico posto nel montacarichi che questo motore può sollevare ad una velocità media di 3.0m/s? *I livello 2012* [58]

A $0.9\cdot10^4$N B $1.8\cdot10^4$N C $2.4\cdot10^4$N D $2.7\cdot10^4$N

E $9.0\cdot10^4$N

20. La figura mostra una molla compressa fra due carrelli legati da un filo. I carrelli sono inizialmente fermi su un piano orizzontale senza attrito. Il carrello A ha una massa di 2 kg, il carrello B ha una massa di 1 kg. Che cosa succede quando il filo viene tagliato e i carrelli si allontanano muovendosi in verso opposto? *I livello 2013* [59]



A …L'intervallo di tempo durante il quale la forza agisce sul carrello A è il doppio di quello durante il quale la forza agisce sul carrello B.

B …L'intensità della forza che agisce sul carrello A è la metà dell'intensità della forza che agisce sul carrello B.

C …L'impulso della forza che agisce sul carrello A è il doppio dell'impulso della forza che agisce sul carrello B.

D…L'energia cinetica acquistata dal carrello A è il doppio dell'energia acquistata dal carrello B.

E …L'accelerazione del carrello A è metà dell'accelerazione del carrello B.

21. Quali, tra le grandezze seguenti, vengono espresse con le stesse unità di misura? *I livello 2013* [60]

A Energia e potenza.
B Lavoro e potenza.
C Impulso e potenza.
D Calore ed energia meccanica.
E Quantità di moto e lavoro.

22. Due blocchi, il primo di massa M e il secondo di massa 2M, sono appoggiati su un piano orizzontale senza attrito e sono inizialmente fermi. A ciascun blocco viene applicata la stessa forza orizzontale, di modulo F, per lo stesso intervallo tempo, Δt. Qual è il rapporto

---

[57] Basta calcolare l'area e ricordarsi che le lunghezze vanno espresse in m e non in cm.

[58] Ricordare che nel caso di moti rettilinei e forze costanti P = F v e tener conto che bisogna metterci anche il peso del montacarichi

[59] Le forze sono eguali e agiscono per lo stesso tempo; lo stesso accade per gli impulsi e per le quantità di moto uguali ed opposte. Le energie cinetiche a parità di quantità di moto sono inversamente proporzionali alle masse mentre durante la fase di interazione le accelerazioni, a parità di forza sono inversamente proporzionali alle masse.

[60] A) Energia, lavoro e calore in Joule, Potenza in watt, impulso e quantità di moto in N · s o in maniera equivalente in kg m/s

tra l'energia cinetica del secondo blocco e quella del primo, quando la forza ha cessato di agire? *I livello 2013* [61]

A 0.0625 B 0.125 C 0.25 D 0.5 E 1

[61] I due corpi subiscono lo stesso impulso e dunque acquistano la stessa quantità di moto. Poiché, a parità di quantità di moto l'energia cinetica è inversamente proporzionale alla massa la risposta è la D

11.7 Problemi di fine capitolo

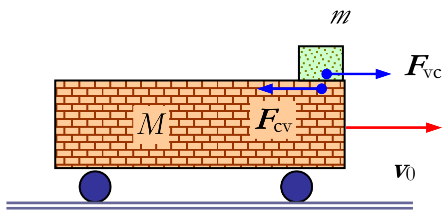
Per risolvere i problemi proposti tieni presenti le leggi dei capitoli precedenti ed inoltre:

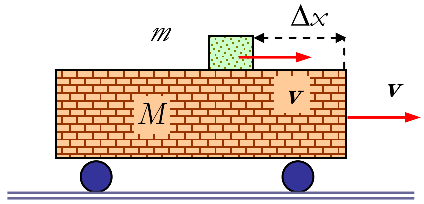
per affrontare i problemi tieni presente che

- Si chiama lavoro compiuto da una forza F costante che sposta il proprio punto di applicazione di un vettore Δx la quantità $\mathscr{L} = F\ \Delta x \cos\alpha$ dove α è l'angolo formato dai vettori forza e spostamento.
  Poiché $F \cos\alpha = F_{\Delta x}$ e $\Delta x \cos\alpha = \Delta x_F$ si parla anche nella definizione di lavoro di prodotto della forza per la proiezione dello spostamento o, indifferentemente, di prodotto della proiezione della forza per lo spostamento.
- Se la forza non è costante o lo spostamento non è rettilineo si divide lo spostamento in tanti spostamenti elementari lungo i quali si possa applicare la definizione precedente. Dopo di che si definisce il lavoro come somma dei lavori elementari.
  $\mathscr{L} = \Sigma\ \delta\mathscr{L}$ con $\delta\mathscr{L} = F\ \delta x \cos\alpha$.
  Se si rappresenta su un diagramma la proiezione della forza sullo spostamento in funzione dello spostamento il lavoro elementare è pari all'area di un rettangolino di base δx e altezza F_x e pertanto il lavoro è pari all'area racchiusa sotto il diagramma.
- L'unità di misura del lavoro è il Joule = 1 Newton · 1 metro
  Accanto al Joule bisogna ricordare altre 2 unità che, pur non facendo parte del S.I. sono di uso comune:
  - cal (caloria, o piccola caloria) quantità di calore necessaria per innalzare da 14.5 a 15.5 gradi centigradi la temperatura di 1 g di acqua.
  - eV (elettronvolt) lavoro compiuto dalle forze elettriche per spostare la carica di 1 elettrone attraverso la d.d.p. di 1 volt.

  1 cal = 4.18 Joule 1 eV = 1.6 10–19 Joule
- Si chiama energia cinetica di un corpo puntiforme di massa m, indicata con $\mathscr{E}_k$ (abbreviazione di Kinetic Energy) la quantità $\mathscr{E}_k = ½\ mv^2$. Nel caso di un sistema di n corpi si sommano le energie di ciascuno.
- Il teorema della energia cinetica afferma che il lavoro compiuto dalla risultante di tutte le forze applicate ad un corpo è pari alla sua variazione di energia cinetica.
  La definizione di lavoro come somma dei lavori elementari deriva proprio dal fatto che, così facendo, si estende la validità del teorema al caso di forze variabili.

1. Moto relativo tra oggetti in moto





Esercizio: Un vagone di massa M si muove lungo una rotaia rettilinea con velocità v_0. Si appoggia sul vagone in corpo di massa m con velocità iniziale $v_i = 0$. Tale corpo inizia a strisciare finché, per effetto dell'attrito si ferma sul vagone. Supponendo che il coefficiente d'attrito valga μ si determinino: a) la velocità finale del vagone v b) lo spazio percorso dal corpo rispetto al vagone Δx c) la perdita relativa di energia cinetica. Applicare le relazioni trovate al caso in cui $M = 2.00 \cdot 10^4$ kg, $m = 3.00 \cdot 10^3$ kg, $v_0 = 25.0$ m/s, $\mu = 0.80$.

☹

a) Nel sistema vagone corpo, le uniche forze che agiscono lungo l'orizzontale sono le due forze interne di attrito, indicate con F_{cv} e F_{vc} (il cui valore assoluto F durante la fase di strisciamento è pari al valore massimo e cioè μmg) possiamo pertanto applicare la conservazione della quantità di moto e scrivere: $M\, v_0 = (M + m)\, v$ pertanto $v = \dfrac{M}{M+m} v_0$ ①

$$v = \frac{M}{M+m} v_0 = \frac{20.0}{23.0} 25.0 = 21.7 \text{ m/s}$$

b) Durante la fase di strisciamento le due forze compiono lavori di segno contrario. Se indichiamo con x_c e x_v le posizioni finali del corpo e del vagone rispetto alle rotaie potremo scrivere, applicando il teorema della energia cinetica, che:

$-F\, x_v = ½\, M\, v_0^2 - ½\, M\, v^2$ e che $F\, x_c = ½\, m\, v^2 - 0$

Avremo dunque che:

$$\Delta x = x_v - x_c = \frac{1}{\mu\, m\, g}(½\, M\, v_0^2 - ½\, M\, v^2 - ½\, m\, v^2) =$$

$$= \frac{1}{2\, \mu\, m\, g}[M\, v_0^2 - (M+m)\, v^2] =$$

$$= \frac{1}{2\, \mu\, m\, g}\left(M\, v_0^2 - (M+m)\frac{M^2}{(M+m)^2} v_0^2\right) =$$

$$= \frac{M\, v_0^2}{2\, \mu\, m\, g}\left(1 - \frac{M}{M+m}\right) = \frac{M\, v_0^2}{2\, \mu\, g\, (m+M)}$$

Se indichiamo con β il rapporto $\dfrac{m}{M}$ avremo dunque:

$$\Delta x = \frac{M\, v_0^2}{2\, \mu\, g\, (m+M)} = \frac{v_0^2}{2\, \mu\, g\, (\beta + 1)} \quad ②$$

$$\Delta x = \frac{25.0^2}{2 \cdot 0.80 \cdot 9.81 \cdot (0.15+1)} = 34.6 \text{ m}$$

E poiché un vagone è più corto di 34 m ne segue che, con i dati forniti il carico casca sulle rotaie.

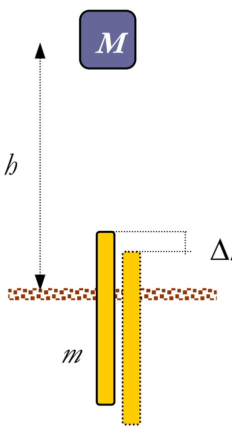
Per quanto riguarda la variazione relativa di energia cinetica sarà invece:

$$\frac{\Delta \mathcal{E}_k}{\mathcal{E}_k} = \frac{(M+m)\, v^2 - M\, v_0^2}{M\, v_0^2} = \frac{M+m}{M}\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 - 1 = \frac{-m}{M+m} =$$

$$\frac{-\beta}{1+\beta} = -\frac{0.15}{1.15} = 0.13$$

☺

2. Palo e battipalo



Esercizio: Un palo di massa m viene conficcato nel terreno da un battipalo di massa M che cade da una altezza h e conficca il palo, ad ogni colpo di Δh. Si determini la resistenza del terreno supponendo che h >> Δh.

Determinare il valore di F nella ipotesi che sia m = 20.0 kg, M = 254 kg, h = 15.5 m e Δh = 12 cm.

☹

Il fenomeno è composto da tre parti indipendenti: la prima è la caduta della massa M, la seconda è l'urto totalmente anelastico tra battipalo e palo, la terza è il processo di perdita di energia cinetica dovuto all'azione delle forze di resistenza del terreno.

Quando il battipalo cade la forza peso compie il lavoro Mgh mentre la variazione di energia cinetica è $\frac{1}{2} m v^2$ pertanto in base al teorema dell'energia cinetica si ha: $v = \sqrt{2 g h}$.

Il battipalo urta il palo e trattandosi di materiali non elastici i due corpi restano uniti. Applicando la conservazione della quantità di moto all'istante immediatamente precedente e a quello immediatamente successivo all'urto si ha: $M v = (M + m) v'$.

Da qui $v' = \dfrac{M}{M + m} v$.

A questo punto il palo e il battipalo iniziano la fase di penetrazione durante la quale la resistenza del terreno e il peso influenzano le variazioni di energia cinetica.

Detto Δh lo spostamento si ha:

$$(M + m) g \Delta h - F \Delta h = 0 - \tfrac{1}{2} (M + m) v'^2$$

Si ha pertanto:

$$F = (M + m) g + \tfrac{1}{2} (M + m) \frac{v'^2}{\Delta h} = (M + m) \left[g + \frac{v'^2}{2\Delta h}\right]$$

Con riferimento ai dati forniti si ha:

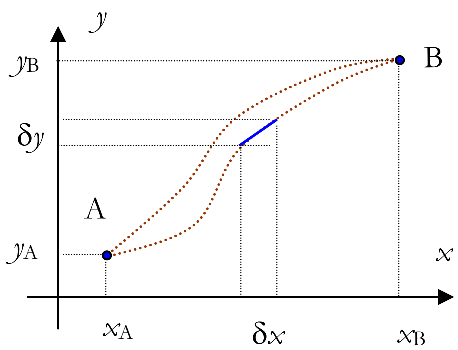
$$v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 15.5} = 17.4 \text{ m/s}$$

$$v' = \frac{M}{M + m} v = \frac{254}{254 + 20} 17.4 = 16.2 \text{ m/s}$$

$$F = (M + m) \left[g + \frac{v'^2}{2\Delta h}\right] = 274 \left[9.81 + \frac{16.2^2}{2 \cdot 0.12}\right] = 3.01 \cdot 10^5 \text{ N}$$

☺

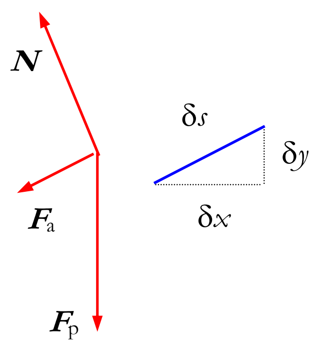
3. Il lavoro della forza d'attrito dipende dal percorso ma in maniera particolare



Esercizio : Dimostrare che il lavoro compiuto dalla forza d'attrito e dalla forza peso di un corpo di massa m in presenza di un coefficiente d'attrito μ per spostamenti curvilinei in cui non si ritorni indietro è lo stesso indipendentemente dal percorso e trovare tale valore.

Determinare la velocità finale supponendo che il corpo abbia una velocità iniziale $v_A = 15.2$ m/s nella ipotesi che sia Δx = 2.58 m, Δy = 1.29 m, μ = 0.49. Determinare inoltre tale velocità nel caso in cui durante il percorso da sinistra verso destra venga seguito un cappio le cui dimensioni siano di 0.25 m in orizzontale e 0.36 m in verticale.

☹



Consideriamo un corpo di massa m che si muove nel piano xOy da A verso B indichiamo il coefficiente d'attrito con μ e e supponiamo che che la forza peso sia diretta come l'asse y ma in verso contrario.

Come si nota dalla figura tra la reazione vincolare N e la forza peso vale la stessa relazione esistente tra δx e δs; precisamente $\dfrac{N}{F_p} = \dfrac{\delta x}{\delta s}$

Sia che ci si muova lungo il percorso (1) o lungo il percorso (2) il lavoro deve essere calcolato come somma dei lavori elementari $\delta\mathscr{L}$

e ciascuno di questi lavori è pari a $-F_p\,\delta y + (-F_a\,\delta s)$ dove $F_a = \mu N = \mu F_p \dfrac{\delta x}{\delta s}$

Pertanto $\mathscr{L} = \sum\delta\mathscr{L} = -mg\sum(\delta y + \mu\delta x) = -mg(\Delta y + \mu\Delta x)$

Se, durante lo spostamento si hanno cambiamenti di verso, cambia segno anche la forza d'attrito e pertanto gli spostamenti orizzontali vengono contati due volte.

Per rispondere alle domande di tipo numerico bisogna applicare il teorema della energia cinetica. Si osservi in proposito che la massa compare in forma moltiplicativa da entrambi i lati della equazione e pertanto si semplifica (per questa ragione non è stato fornito il dato relativo ad essa).

Si ha dunque: $-g(\Delta y + \mu\Delta x) = \dfrac{1}{2}(v_B^2 - v_A^2)$

e pertanto:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2g(\Delta y + \mu\Delta x)} = \sqrt{15.2^2 - 2\cdot 9.81\cdot(1.29 + 0.49\cdot 2.58)} = $$
$$= 13.45 \text{ m/s}$$

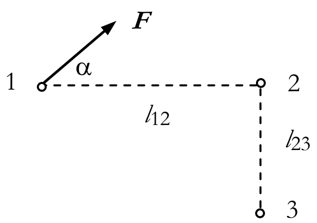
Nel caso in cui si percorra un cappio non cambia nulla lungo la verticale perché il segno del lavoro cambia insieme al verso dello spostamento; invece lungo l'orizzontale bisogna incrementare lo spostamento del doppio contributo di andata e ritorno perché quando cambia verso lo spostamento cambia verso anche la forza d'attrito e il lavoro non cambia segno. Si ha così:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2g(\Delta y + \mu(\Delta x + 2\cdot 0.25))} =$$
$$= \sqrt{15.2^2 - 2\cdot 9.81\cdot(1.29 + 0.49\cdot(2.58+0.50))} = 13.27 \text{ m/s}$$

La differenza non è percettibile se si lavora a 2 cifre significative come richiederebbe la precisione sui dati forniti.

☺

4. Calcolo del lavoro di una forza costante su spostamenti rettilinei

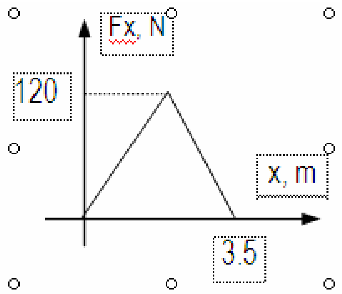


Esercizio : Una forza costante e con le caratteristiche indicate in figura sposta il proprio punto di applicazione da 1 a 3 passando per il punto 2. Determinare il lavoro complessivo svolto $\mathscr{L}$ attraverso la somma dei due lavori $\mathscr{L}_{1\to 2}$ e $\mathscr{L}_{2\to 3}$.

Dati numerici: $F = 25.5$ N, $l_{12} = 3.25$ m, $l_{23} = 2.48$ m, $\alpha = 39.2°$. [62]

☹

5. Calcolo del lavoro di una forza variabile con legge assegnata



Esercizio: Un corpo di massa $m = 2.50$ kg si muove lungo l'asse orizzontale x sotto l'azione della forza il cui andamento è rappresentato in figura con velocità iniziale $v_0 = 4.50$ m/s.

Determinare le velocità v_a e v_b con cui il corpo si muove nel punto $x' = 10.0$ m nelle due seguenti ipotesi:

- non agiscono forze d'attrito

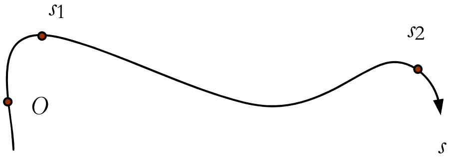
[62] $\mathscr{L}_{1\to 2} = 64.2$ J; $\mathscr{L}_{2\to 3} = -40.0$ J $\mathscr{L} = 24.2$ J

- agisce una forza d'attrito dinamico lungo tutto il percorso con coefficiente $\mu = 0.4$. (indicare con $\mathscr{L}$, $\mathscr{L}'$, $\mathscr{L}''$, $\mathcal{E}_{k0}$ ed $\mathcal{E}_k$ il lavoro della risultante, quello della forza impressa, quello della forza d'attrito e le energie cinetiche iniziali e finali). [63]

☺

6. Lavoro nel caso di una forza variabile con legge assegnata

Esercizio: Un corpo segue la traiettoria indicata in figura. La componente F_t della forza che agisce su di esso è data dalla relazione $F_t = k\, s^2 + hs + N$ dove s rappresenta la ascissa del corpo misurata lungo la traiettoria.



Precisare le unità in cui sono espresse le grandezze *k, s, N*

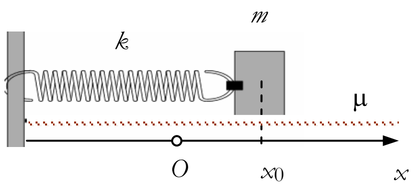
Supponendo che esse abbiano in unità del sistema i valori 0.25, –2.2 e 3.25 determinare il lavoro compiuto dalla forza tra le posizioni $s_1 = 2.5$ m e $s_2 = 13.5$ m.

Il modulo della velocità è $v_1 = 12.0$ m/s mentre $m = 2.58$ kg. Determinare la velocità v_2. [64]

☺

7. Lavoro di una forza elastica e moto di una massa ad essa collegata in presenza di attrito

Esercizio: Un corpo di massa m è soggetto all'azione di una forza elastica di costante k. Si studi il suo moto attraverso la ascissa con origine nel punto di riposo della molla (x indica lo scostamento dalla posizione di riposo e si scelga come verso positivo quello degli allungamenti). Il corpo si muove su un piano orizzontale dotato di coefficiente d'attrito μ. Indicata con x_0 la posizione iniziale (indifferentemente positiva o negativa) determinare:



- Il lavoro $\mathscr{L}_e$ svolto dalla forza elastica nel passare tra due posizioni qualsiasi x_1 e x_2.

---

[63] a) $\mathscr{L}' = \sum\delta\mathscr{L} = \sum F_x\, \delta x$ = area = ½ ·3.5·120 = 210 J

$\mathcal{E}_{k0} = ½\, mv_0^2 = ½ \cdot 2.50 \cdot 4.50^2 = 25.3$ J

In assenza di forze d'attrito si ha $\mathscr{L} = \mathscr{L}'$ perché le altre forze applicate non compiono lavoro e dunque, applicando il teorema della energia cinetica avremo che:

$$\mathscr{L} = \mathcal{E}_{ka} - \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow \mathcal{E}_{ka} = ½\, mv_a^2 = \mathscr{L} + \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow v_a = \sqrt{\frac{2(\mathscr{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot(210+25.3)}{2.50}} = 13.7 \text{ m/s}$$

In presenza della forza d'attrito si tratterà di conteggiare nel lavoro della risultante anche il lavoro compiuto dalla forza d'attrito. Essa vale: $F_a = \mu\, N = \mu\, m\, g = 0.4\cdot2.50\cdot9.81 = 9.81$ N

$\mathscr{L}'' = F_{ax}\, x' = -F_a\, x' = -9.81\cdot10.0 = -98.1$ J

In questo caso $\mathscr{L} = \mathscr{L}' + \mathscr{L}'' = 210 - 98.1 = 112$ J

$$\mathcal{E}_{kb} = ½\, mv_b^2 = \mathscr{L} + \mathcal{E}_{k0} \Rightarrow v_b = \sqrt{\frac{2(\mathscr{L} + \mathcal{E}_{k0})}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot(112+25.3)}{2.50}} = 10.5 \text{ m/s}$$

[64] k si misura in N/m², h in N/m e N in Newton

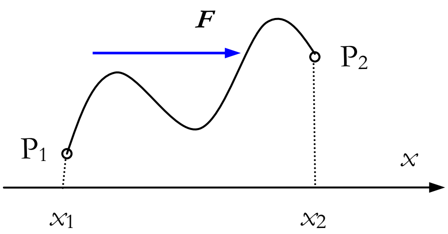
Con i valori dati si ottiene la parabola ad esse verticale $F_t = 0.25\, s^2 - 2.2\, s + 3.25$ e il lavoro corrisponde all'area sottesa dal diagramma. Tale area è determinabile attraverso il teorema di Archimede.

Applicando il teorema della energia cinetica si arriva ai valori richiesti

- La posizione x_1 che corrisponde all'annullamento dell'energia cinetica dopo la prima escursione completa (suggerimento: attenzione alla inversione della forza d'attrito)
- La posizione x_5 che si ha dopo 5 escursioni complete.
- Supposto che sia k = 250 N/m, m = 1.25 kg, μ = 0.25, x_0 = – 0.12 m trovi il numero di oscillazioni necessario a ridurre la posizione iniziale al 20% del valore originario. [65]

☺

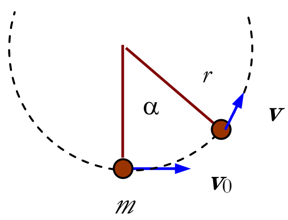
8. Il lavoro di una forza costante



Esercizio: Dimostrare che il lavoro compiuto da una forza ***F*** costante in direzione verso e intensità dipende esclusivamente dalla quote del punto iniziale e finale misurate lungo un asse con direzione e verso della forza e vale $F(x_2 - x_1)$ [66]

☺

9. Velocità e tensione in un pendolo al variare dell'angolo



Esercizio: Si consideri un corpo di massa m che ruota in un piano verticale sotto l'azione congiunta del peso e della tensione di una fune di lunghezza r e di massa trascurabile. Nel punto più basso della traiettoria il corpo possiede una velocità v_0.

Considerato un generico punto della traiettoria caratterizzato dall'angolo α tra la verticale ed il raggio vettore dimostrare, utilizzando il teorema dell'energia cinetica ed il risultato del problema precedente, che la velocità vale: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gr(\cos\alpha - 1)}$

Quanto vale la tensione della fune nel punto considerato? [67]

---

[65] a) Il lavoro svolto dalla forza elastica si trova calcolando l'area del diagramma forza posizione rappresentato dalla equazione $F_x = -k\,x$ e ciò porta a $\mathscr{L} = \frac{1}{2} k\,(x_1^2 - x_2^2)$

b) bisogna tener conto del lavoro della forza d'attrito e che tale lavoro è sempre negativo sia all'andata sia al ritorno (la forza si inverte insieme allo spostamento). Se si rompe il movimento da x_0 a x_1 nelle due fasi di andata e ritorno si ottiene $x_1 = \frac{4\mu mg}{k} + x_0$.

c) Nei movimenti successivi si applica la legge precedente e si ottiene una progressione aritmetica di ragione $\frac{4\mu mg}{k}$. Pertanto $x_5 = x_0 + 5\,\frac{4\mu mg}{k}$

d) Con i valori forniti si ha: $x_n - x_0 = n\,\frac{4\cdot 0.25\cdot 1.25\cdot 9.81}{250} = 0.049$ n.

$(x_0 - x_n)/\,x_0 = 1 - 0.20 = 0.049$ n x_0 e pertanto:

$n = \frac{0.80}{0.049\cdot 0.12} = 136$ oscillazioni complete

In realtà intervengono altre forme di attrito (nella molla e con l'aria) che rendono il processo molto più rapido.

[66] Riferirsi al lavoro elementare e poi osservare che la forza può essere messa in evidenza nella sommatoria.

[67] La tensione della fune non compie lavoro (perpendicolare allo spostamento) e pertanto la variazione di energia cinetica è dovuta al solo lavoro della forza peso.

Per determinare la tensione della fune basta scrivere la II legge della dinamica in direzione normale; si ottiene così T = mg(3cos α – 2) + $m\,v_0^2/r$

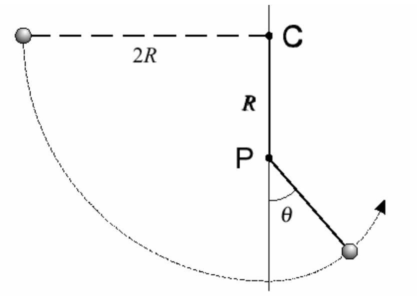
10. Effetti dissipativi in un pendolo

Esercizio: In una configurazione simile alla precedente la sfera parte in quiete da una posizione caratterizzata da un angolo α. Sapendo che in ogni semi oscillazione (in salita e in discesa) viene perduta per effetto delle forze d'attrito (della fune e con l'aria) il 10% della energia cinetica che si determinerebbe per il lavoro compiuto dal peso, determinare il valore di energia cinetica quando la massa ripassa per il punto più basso dopo aver compiuto 10 oscillazioni complete.

Suggerimento: determinare in via preliminare la energia cinetica $\mathcal{E}$ che la massa acquisterebbe durante la prima fase di discesa in assenza dell'attrito. Quindi osservare che le semi oscillazioni sono complessivamente 21.[68]

☺

11. Un pendolo con un fermo



Esercizio: Olimpiadi 2001 Gara nazionale Una pallina di massa M è legata a un piolo C rigido con un filo flessibile e inestensibile di lunghezza $2R$. Al di sotto di C e sulla verticale di esso, a distanza R, si trova un secondo piolo P, parallelo al primo.

Inizialmente la pallina si trova alla stessa altezza di C e il filo è teso (linea orizzontale tratteggiata): essa viene lasciata cadere e quindi si muove su un arco di circonferenza di raggio 2R. Quando i1 filo è verticale, cioè la pallina si trova esattamente al di sotto di C; il filo stesso urta contro il piolo P e il moto della pallina continua su un arco di circonferenza di raggio R. Da questo punto in poi. si indichi con θ l'angolo fra il filo oltre P e la verticale.

Si considerino trascurabili i diametri dei due pioli e della pallina, la massa del filo, eventuali attriti interni al filo e la resistenza dell'aria.

- Per quale valore di θ la tensione T del filo è pari a $\frac{7}{2} M g$?
- La pallina, risalendo, non giunge a colpire il piolo C. Si spieghi perché.
- Si calcoli il valore di θ per cui la pallina abbandona la traiettoria circolare di raggio R e il filo cessa di essere teso.
- Quando la pallina incrocia il piano verticale CP, a quale distanza da C si trova? (la si esprima in funzione di R)
- Nell'istante di cui al punto d, qual è (in modulo) la velocità della pallina? [69]

---

[68] Si ha, applicando il teorema dell'energia cinetica, $\mathcal{E} = mgr(1 - \cos\alpha)$.

D'altra parte se si indica con n il numero di semioscillazioni si ha $\mathcal{E}_1 = 0.9\,\mathcal{E}$, $\mathcal{E}_2 = 0.9\,\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_3 = 0.9\,\mathcal{E}_{2}$, …

Si ottiene allora $\mathcal{E}_{21} = 0.9^{21}\,\mathcal{E} = 0.11\cdot mgr(1 - \cos\alpha)$.

[69] a) Con tecniche analoghe a quelle già viste nei problemi precedenti si arriva a dimostrare che $T / M g = 2 + 3 \cos\theta$ da cui si trova $\theta = 60°$

b) Perché in C avrebbe velocità nulla e dunque non si creerebbero le condizioni per cui l'unica forza presente (quella del peso) possa dar luogo ad una accelerazione normale

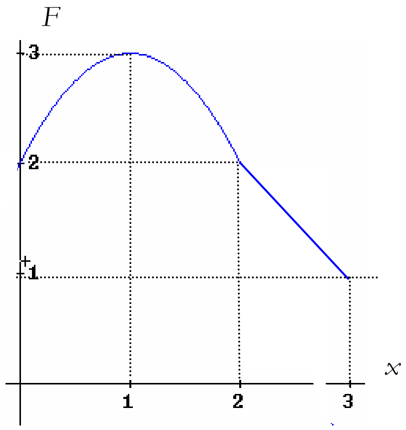
☺

12. Tempo di arresto in pianura e in discesa

Esercizio: Olimpiadi 2003 Gara regionale. Un'auto lanciata a una velocità di 90 km/h si arresta in 50 m frenando su una strada orizzontale. Schematizziamo l'azione dei freni come l'applicazione, all'auto, di una forza costante. Quale sarebbe la distanza di arresto dell'auto se, viaggiando alla stessa velocità, la frenata avvenisse su una strada in discesa con una pendenza del 10%.[70]

☹

13. Lavoro di una forza variabile – teorema di Archimede



Esercizio: Compito in classe marzo 2004. Una forza diretta lungo l'asse x varia con la posizione secondo il diagramma indicato in figura (i valori sono in N e m). Il tratto curvilineo del diagramma è un arco di parabola e pertanto è possibile determinarne l'area con il teorema di Archimede.

La forza è applicata ad una particella di massa m = 2.5 kg dotata di velocità iniziale v_0 = 3.20 m/s. Determinare:

Il lavoro compiuto dalla forza nel tratto da 0 a 3 m.

La variazione di quantità di moto subita dalla particella

Il valore di una forza costante in grado di determinare la stessa variazione di quantità di moto nel tempo Δt = 5.5 s. [71]

---

c) la situazione si può verificare per l'angolo ottuso in corrispondenza del quale la tensione della fune si annulla e ciò porta all'equazione 2 + 3 cos θ = 0 da cui si trova cos θ = –2/3 e $\theta_0 \approx 132°$

d) quando la tensione si annulla la pallina inizia a muoversi di moto parabolico con la velocità posseduta in quell'istante che risulta essere $v = \sqrt{\frac{2Rg}{3}}$ che forma proprio l'angolo θ_0 con l'orizzontale.

Dopo aver fissato un sistema di riferimento xOy in P e impostando le equazioni di composizione dei due moti (orizzontale e verticale) si arriva a determinare l'istante in cui la massa taglia l'asse y; ciò avviene per $\tau = -\frac{x_0}{v_{0x}} = -\sqrt{\frac{3R}{2g}}\cdot\tan\theta_0$

Il valore di τ condente di determinare il valore di y in cui ha luogo l'intersezione che avviene per $y = \frac{9}{16}R$

e) Sia con il teorema dell'energia cinetica, sia con le equazioni del moto parabolico si arriva a trovare per v il valore $\sqrt{\frac{7}{8}Rg}$

[70] Si trova d' = 59 m

[71] L'area del segmento parabolico è 2/3 area di un rettangolo di base 2 e altezza 1 pertanto l'area complessiva sottesa dalla curva è: 2·2 + 2/3(2·1) + ½(2 + 1)·1 = 4 + 4/3 + 3/2 = 6.83 J

Il valore trovato corrisponde alla variazione di energia cinetica della particella e ciò ci permette di trovare la energia cinetica finale e dunque anche la quantità di moto.

$\mathcal{E}_{k0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 2.5\cdot 3.20^2 = 12.8$ J mentre $p_0 = 2.5\cdot 3.20 = 8.00$ kg m/s

In base al teorema dell'energia cinetica $\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_{k0} + \mathcal{L} = 12.8 + 6.83 = 19.6$ J

$v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{m}} = 3.96$ m/s

$p = m v = 2.5\cdot 3.96 = 9.90$ kg m/s mentre $\Delta p = 9.90 - 8.00 = 1.90$ kg m/s

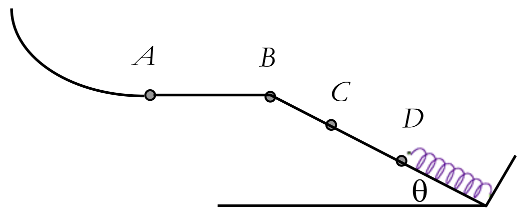
☺

14. Calcolo dei parametri di una frenata controllata

Esercizio: Un autocarro di massa M= 120 q sta viaggiando alla velocità di 90 Km/h ed in prossimità di una curva deve rallentare fino alla velocità di 50 Km/h frenando uniformemente. Sapendo che lo spazio di frenata è di 160 m calcolare:

- il tempo di frenata
- l'accelerazione di frenata
- la forza che hanno dovuto applicare i freni
- il lavoro durante la frenata
- la potenza dissipata durante la frenata

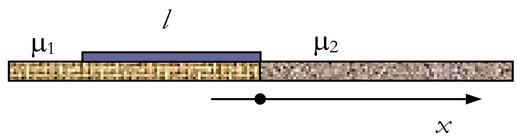
15. Piano inclinato, forza elastica e attrito



Una massa M = 4.0 kg percorre lo scivolo che appare in figura. È presente attrito soltanto fra i punti A e C con coefficiente $\mu = 0.25$. La molla ha costante elastica k = 125 N/cm e si ha AB = 2.0 m, BC = 1.3 m, CD = 1.8m, $\theta = 36°$. Rispondere alla seguente domanda: quanto vale il dislivello h della prima parte dello scivolo, perché la molla si accorci di 12 cm?

☹

16. Sbarra in moto su un piano con due coefficienti d'attrito diversi



Esercizio: Una sbarra di massa m e lunghezza l è appoggiata su un piano orizzontale diviso in due parti con coefficienti d'attrito dinamico μ_1 e μ_2. La sbarra deve essere spostata da una parte all'altra. Dopo aver trovato, in funzione dello spostamento x l'equazione che fornisce il valore della forza d'attrito complessiva determinare il lavoro compiuto dalla forza d'attrito. [72]

☺

17. Calcolo del lavoro per uno stesso intervallo di velocità a velocità iniziali diverse

Esercizio: Determinare il rapporto tra i lavori compiuti dal motore di una automobile che accelera in maniera costante nei due casi seguenti: a) la velocità passa da 0 a v b) la velocità passa da v a $2v$. Si supponga che le forze d'attrito siano le stesse nei due casi e che la variazione di velocità venga effettuata in entrambi i casi nello stesso intervallo di tempo. [73]

☺

La forza media è quella che produce la stessa variazione di quantità di moto e pertanto $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1.90}{5.5} = 0.345$ N

[72] Si ottiene $F_a = m\,g\,\mu_1 - \frac{m\,g}{l}(\mu_1 - \mu_2)\,x$ per trovare il lavoro basta calcolare l'area sottesa dal diagramma (retta).

[73] La spinta del motore è la stessa nei due casi perché sono identiche sia le forze d'attrito sia le accelerazioni. Ma lo spazio percorso è proporzionale alla differenza dei quadrati delle velocità (v^2 nel caso a e $3v^2$ nel secondo). Dunque il rapporto dei lavori pari al rapporto degli spazi vale 3.

18. Moto di un proiettile in presenza di attrito

Esercizio: Un proiettile di massa m viene lanciato con inclinazione sconosciuta e atterra dopo un tempo Δt ed una gittata Δx.

Ipotizzando che durante il volo venga perduto per attrito il 12% della energia cinetica iniziale determinare il lavoro compiuto dalle forze sviluppate dalla combustione al momento dello sparo. [74]

☹

[74] Utilizzare i dati cinematici per determinare la velocità iniziale; il valore di energia cinetica va incrementato per tener conto del dato di perdita per attrito. Il lavoro corrisponde alla energia cinetica iniziale.

Indice analitico

calcolo del lavoro: casi particolari - 5

caloria: conversione in Joule - 8

cambio di velocità - 6

chilowattora: unità di energia derivata - 8

elettronvolt: conversione in Joule - 8

energia: comportamento di fronte a presunte violazioni - 2; Einstein; unificazione con la massa - 2; etimologia; energheia, dynamis - 1; idea base - 1; inseparabile dall'idea di conservazione - 1; Marx; le forze produttive - 1; molti ambiti, molti aggettivi - 1; relatività - 2

energia cinetica: definizione; legame con qdm - 3; vis viva - 3

energia e potenza: distinzione - 6

Esercizio: applicazione del teorema dell'energia cinetica - 8; calcolo dei parametri di una frenata controllata - 34; calcolo del lavoro di una forza costante su spostamenti rettilinei; da svolgere - 29; calcolo del lavoro di una forza variabile con legge assegnata - 29, 30; Calcolo del lavoro per uno stesso intervallo di velocità a velocità iniziali diverse - 34; calcolo di un lavoro - 8; consumo di grasso in una ascensione - 10; effetti dissipativi in un pendolo - 32; fabbisogno calorico - 11; Il lavoro di una forza costante è indipendente dal percorso - 31; lavoro delle forze d'attrito; elementi particolari - 28; Lavoro di una forza elastica e moto di una massa ad essa collegata in presenza di attrito - 30; lavoro di una forza variabile; teorema di Archimede - 33; moto di un proiettile in presenza di attrito - 35; palo e battipalo; resistenza del terreni - 27; potenza della macchina uomo; limitazioni - 11; potenza e rendimento - 9; sbarra in moto su un piano con coefficienti d'attrito diversi - 34; strisciamento relativo e bilanci energetici - 26; tempo di arresto in pianura e in discesa - 33; un pendolo con un fermo sulla fune - 32; velocità e tensione in un pendolo al vaiare dell'angolo - 31

forza: componente normale; cambia la direzione - 4; componente tangenziale; influenza la *speed* - 4

forze: in relazione agli spostamenti; lavoro elementare - 3

lavoro: equazione dimensionale - 7; spunti critici e puntualizzazioni - 5; unità di misura; Joule - 7

lavoro elementare: definizione - 4

macchina: scatola nera - 7

metabolismo basale: valori tipici - 11

potenza: unità; watt - 8

potenza istantanea: definizione - 6; e forza - 6; momento - 6

potenza media: definizione - 6

potere calorico di alimenti: tabella - 10

potere calorico di combustibili: tabella - 10

Problemi di fine capitolo - 26–35

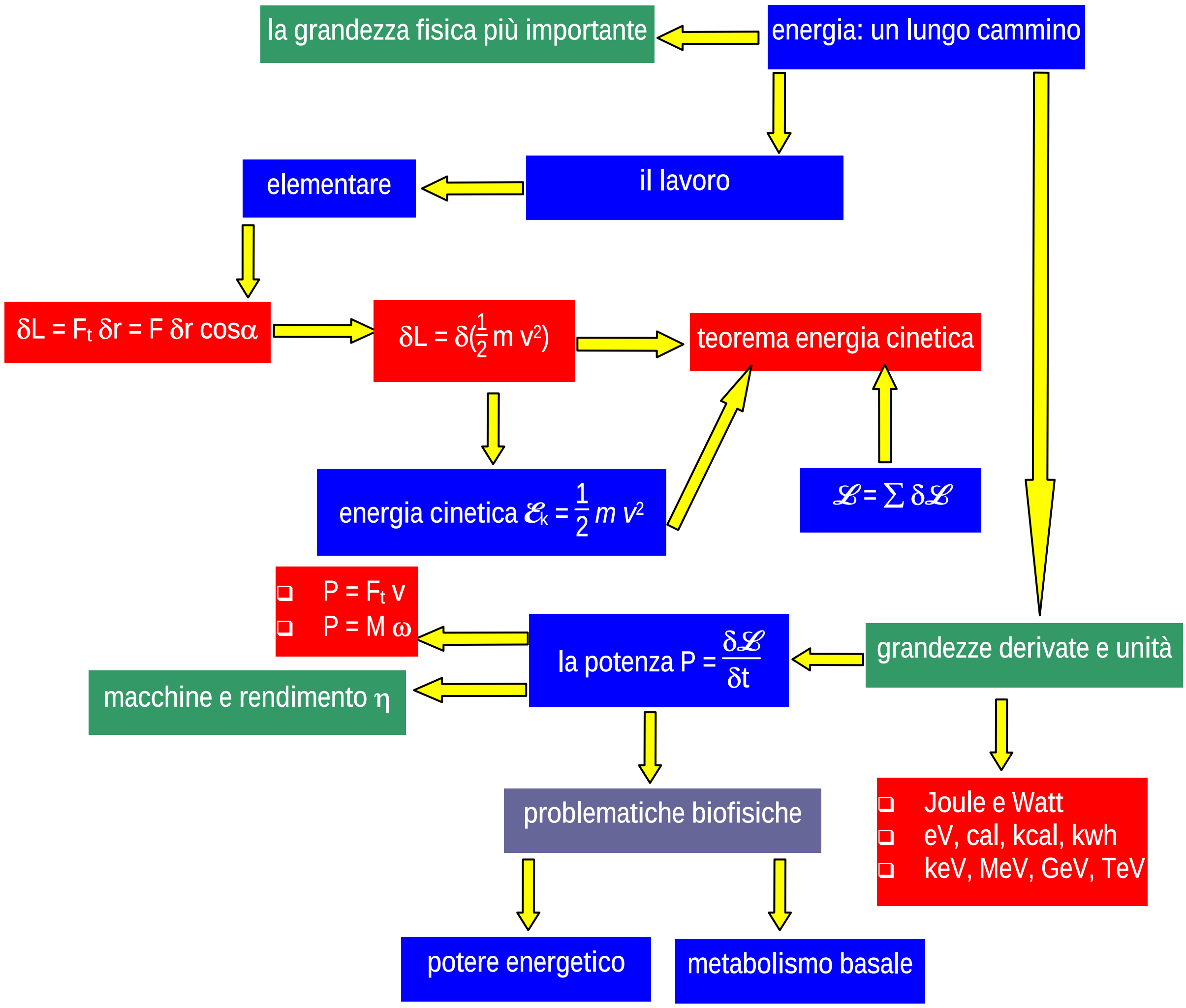
Quesiti dalle Olimpiadi della Fisica - 21–25

Quesiti di fine capitolo - 13–20

rendimento: di una macchina; definizione - 7 *teorema della energia cinetica*: definizione di lavoro come somma di lavori elementari - 5; per spostamenti elementari - 4

variatore di velocità - 6

vis viva: forza nello spazio, lavoro - 3; Leibnitz - 3



la grandezza fisica più importante
energia: un lungo cammino
elementare
il lavoro
$\delta L = F_t\,\delta r = F\,\delta r \cos\alpha$
$\delta L = \delta(\frac{1}{2} m v^2)$
teorema energia cinetica
energia cinetica $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m v^2$
$\mathcal{L} = \sum \delta\mathcal{L}$
$P = F_t v$
$P = M \omega$
la potenza $P = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta t}$
grandezze derivate e unità
macchine e rendimento η
problematiche biofisiche
Joule e Watt
eV, cal, kcal, kwh
keV, MeV, GeV, TeV
potere energetico
metabolismo basale