

## IV.4. La fotometria, l'occhio e i suoi aiutanti

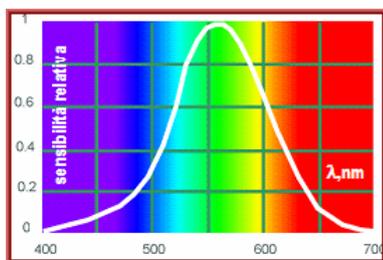
- ⌘ Come misuriamo la radiazione luminosa
- ⌘ L'occhio umano
- ⌘ La lente di ingrandimento ci aiuta a vedere meglio
- ⌘ La macchina fotografica e il proiettore
- ⌘ Il microscopio
- ⌘ Il telescopio
- ⌘ I microscopi non ottici
- ⌘ Quesiti di fine capitolo
- ⌘ Problemi di fine capitolo

### 4.1 Come misuriamo la radiazione luminosa

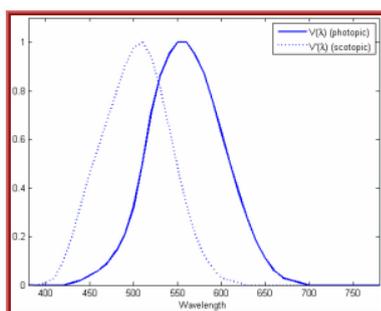
#### 4.1.1 LUCE VISIBILE E SENSIBILITÀ DELL'OCCHIO UMANO

Se si considera l'intera estensione dello spettro elettromagnetico si osserva subito che l'occhio umano è in grado di percepirne solo una minima parte che viene *luce visibile*.

Inoltre la *sensibilità dell'occhio umano* è diversa al variare della lunghezza d'onda: presenta un massimo per  $\lambda \approx 5.5 \times 10^{-7} \text{ m}$  (550 nm) nella zona del verde e cade rapidamente a zero quando ci si allontana da questo valore sia in aumento sia in diminuzione. Il diagramma e la immagine qui a lato esprimono le sensibilità relative per le diverse lunghezze d'onda (la lunghezza d'onda è indicata in nm ( $10^{-9} \text{ m}$ )).



la sensibilità relativa dell'occhio al variare di  $\lambda$  presenta un massimo molto netto nella zona della luce verde ed una rapida caduta nel rosso e nel viola; inoltre, come mostra l'immagine qui sotto c'è una grande variazione tra visione diurna e notturna perché vengono messi in gioco recettori diversi



La *variabilità nella sensibilità* va tenuta presente nella definizione delle grandezze fisiche che descrivono la intensità dei fenomeni luminosi in modo di operare la necessaria distinzione tra aspetti di natura fisiologica (che misurano le percezioni) ed aspetti di natura oggettiva che devono invece esaminare gli apporti energetici della radiazione luminosa.

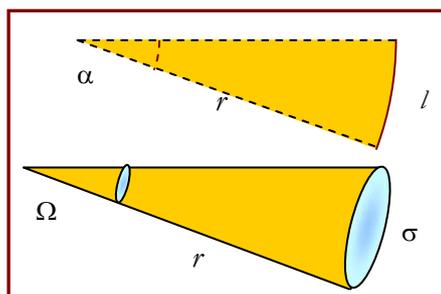
#### 4.1.2 IL CONCETTO DI ANGOLO SOLIDO

Se è vero che la propagazione luminosa è tendenzialmente isotropa ed ha natura radiale, per apprezzarne la distribuzione spaziale sorge la necessità di introdurre una grandezza geometrica che sia in grado di farci misurare la estensione spaziale del fenomeno in maniera indipendente dalla distanza dalla sorgente di emissione.

Questa grandezza che è di uso comune in tutti i calcoli di teoria dei campi si chiama *angolo solido* e corrisponde alla misura dell'area individuata da un cono che si origina nel centro di una sfera.

Così come l'angolo in radianti è misurato come rapporto costante tra la lunghezza dell'arco e quella del raggio corrispondente, l'angolo solido  $\Omega$  è definito come rapporto costante tra l'area della calotta sferica e il raggio al quadrato della sfera corrispondente.

La definizione si fonda sul fatto che al crescere di  $r$  la misura della calotta sferica individuato da un dato insieme di raggi originati dal centro della sfera cresce proporzionalmente a  $r^2$ .



dall'angolo piano all'angolo solido

$$\Omega = \frac{\sigma}{r^2} = \text{costante} \tag{IV.4.1}$$

L'unità di misura si chiama *steradiante* e corrisponde all'angolo per il quale  $\sigma = r^2$ .

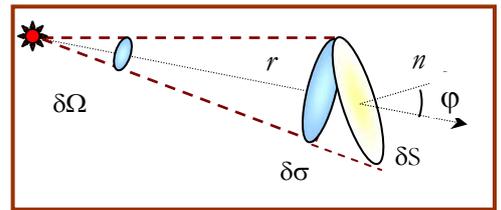
Ovviamente, visto che la superficie della sfera vale  $4\pi r^2$  l'angolo solido corrispondente all'intero spazio vale  $4\pi$ . Per questa ragione quando si valutano distribuzioni spaziali estese all'intero spazio si fa comparire in molte delle costanti che riguardano il fenomeno elementare il fattore  $1/4\pi$  in modo che nei risultati si ottengano valori senza la presenza di

questo termine fastidioso. Ciò che accade, per esempio, in molte leggi di elettromagnetismo.

Ci chiediamo a questo punto che relazione esista tra l'angolo solido ed una generica superficie elementare non necessariamente ortogonale ai raggi.

Poiché in generale  $\delta\sigma = \delta S \cos \varphi$  la relazione tra l'angolo solido e una generica superficie elementare  $\delta S$  non ortogonale risulta mediata dal coseno dell'angolo tra il raggio e la normale alla superficie.

$$\delta\Omega = \frac{\delta\sigma}{r^2} = \frac{\delta S \cos\varphi}{r^2} \tag{IV.4.2}$$



### 4.1.3 IL FLUSSO LUMINOSO

La capacità di una sorgente di luce di indurre nell'occhio una determinata sensazione visuale data è misurata attraverso una grandezza chiamata *flusso luminoso* e viene misurata in *lumen*.

Il *lumen* corrisponde alla potenza emessa da una sorgente luminosa puntiforme che emetta radiazione in tutte le direzioni e operi in luce monocromatica alla frequenza della massima sensibilità dell'occhio umano con una potenza  $P = 1/683 \text{ W} = 0.00146 \text{ W}$ .

Dunque il *flusso luminoso* (*luminous flux*) esprime una misura di potenza, ma si differenzia dal *flusso radiante*, per la presenza di un fattore correttivo rapportato alla particolare sensibilità dell'occhio umano e quando la sorgente emette su frequenze diverse da quella di massima sensibilità si deve operare, a parità di potenza, un corrispondente abbattimento di flusso sulla base di quanto stabilito dal diagramma sulla sensibilità relativa alle diverse lunghezze d'onda.

Per la precisione se indichiamo con  $p_\lambda$  la densità di potenza emessa nell'intervallo  $\delta\lambda$  intorno a  $\lambda$  in modo che  $p_\lambda\delta\lambda$  ci dia la potenza emessa in tale intervallo, se indichiamo con  $\alpha_\lambda$  il coefficiente di sensibilità dell'occhio umano ai diversi colori (lunghezze d'onda) avremo che il flusso luminoso (in lumen) è pari a:

$$\Phi = \frac{1}{683} \sum \alpha_\lambda p_\lambda \delta\lambda$$

Il significato del numero 683 è legato alla scelta di una particolare unità fotometrica di cui ci occuperemo nel prossimo paragrafo. Per apprezzare in senso meno astratto il significato del *lumen* si tenga presente che una lampada ad incandescenza ha mediamente una luminosità di circa 14 lumen/W mentre un tubo fluorescente arriva a circa 45 lumen/W.

Si spiega così lo strano messaggio che compare sulle lampade a risparmio energetico che recano sulla confezione informazioni apparentemente contraddittorie del tipo  $20 \text{ W} = 100 \text{ W}$ . Con ciò si vuol dire che la lampadina ha un consumo elettrico di 20 W e fa la *stessa luce* che farebbe una normale lampada a filamento da 100 W. Nella *tabella* (IV.4.1) sono riportati i flussi luminosi di alcune lampade tipiche con la indicazione della potenza elettrica di alimentazione.

TIPO DI LAMPADE	EFFICIENZA LUMINOSA (Lm/W)	VITA MEDIA (ore)	TEMPERATURA DI COLORE (K)
INCANDESCENZA <i>La luce del passato</i>	12	1.000	2.000/3.000
ALOGENE <i>La luce più bella</i>	12-18	1.500 2.000	2.900/3.000
ALOGENE IRC <i>La luce più bella</i>	12-5	2.000 5.000	2.900/3.000
FLUORESCENTI COMPATTE <i>I consumi più bassi</i>	50-75	6.000 15.000	2.700/6.000
FLUORESCENTI TUBOLARI <i>I consumi più bassi</i>	70-120	10.000 15.000	2.700/6.500
LED <i>La durata maggiore</i>	10-120	30.000 50.000	3.000/9.000

L'evoluzione della efficienza delle sorgenti luminose dalla vecchie lampade ad incandescenza a quelle a LED. Osservare anche i valori sulla durata e sulla temperatura di colore che ci dà una informazione sulla gradevolezza rispetto alla luce solare

	POTENZA [W]	FLUSSO [lumen]
Lampada alogena	300	5.000
Lampada a vapori di mercurio con bulbo fluorescente	125	6.300
Lampada a LED (2008)	12	650
Lampada fluorescente compatta	24	1.800
Lampada fluorescente lineare (tubolare)	36	3.350
Lampada a vapori di alogenuri (ioduri metallici)	140	16.500
Lampada a vapori di sodio alta pressione (tubolare)	400	56.000
Lampada a vapori di sodio bassa pressione	90	13.500

<sup>1</sup>  $p_\nu$  dipende dalla temperatura della sorgente oltre che dalle sue caratteristiche fisiche. Questi argomenti saranno ripresi nel II capitolo della VI parte quando si discuterà dello spettro del corpo nero.

Per finire ricordiamo che la definizione del flusso luminoso può portare a valutazioni falsate, poiché le grandezze fotometriche sono calibrate sulla curva di visibilità in condizioni di visione diurna che, come si vede dalla immagine di pagina 1 non corrisponde a quanto percepiamo in quella notturna.

#### 4.1.4 L'INTENSITÀ LUMINOSA

Mentre il flusso luminoso prescinde dalla distribuzione spaziale della potenza, l'intensità luminosa confronta il flusso con la sua apertura; precisamente si chiama *intensità luminosa I (luminous intensity)* di una sorgente puntiforme il rapporto tra il flusso luminoso  $\Delta\Phi$  in una data direzione spaziale e l'angolo solido a cui tale direzione si riferisce:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \tag{IV.4.3}$$

Quando una sorgente luminosa è caratterizzata da isotropia di emissione si ha:

$$I = \frac{\Phi_{\text{totale}}}{4\pi} \tag{IV.4.4}$$

L'intensità luminosa è una grandezza fondamentale del S.I. e dunque la sua unità viene definita operativamente realizzando un campione. L'unità di misura è la *candela (cd)* che viene realizzata utilizzando una opportuna sorgente di cui sono state fissate le caratteristiche con criteri di riproducibilità (materiale, caratteristiche geometriche e temperatura della sorgente utilizzata).

Si spiega così, a posteriori, il valore di 683 W che compare nella definizione del lumen. In base a quanto detto possiamo affermare che dividendo i lumen per 10 si ottiene un decente valor medio della intensità.

Una sorgente luminosa presenta una intensità più o meno elevata quanto più un dato flusso luminoso (potenza complessiva) viene concentrato in un angolo solido piccolo

#### 4.1.5 L'ILLUMINAMENTO

Mentre l'intensità luminosa va a vedere la concentrazione angolare del flusso, l'*illuminamento va a vedere quanto flusso cade su una determinata superficie*. Tra le due grandezze c'è una relazione perché una data intensità illumina sempre meno man mano che ci si allontana dalla sorgente visto che lo stesso flusso va ad interessare superfici via via grandi.

L'*illuminamento (illumination)* è la grandezza che confronta il flusso luminoso con la estensione della superficie su cui quel flusso va a cadere.

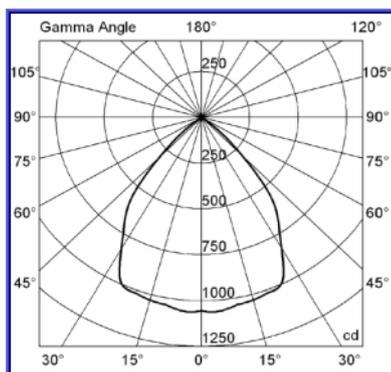
$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \tag{IV.4.5}$$

e la sua unità di misura è detta *lux*

$$1 \text{ lux} = 1 \text{ lumen} / 1 \text{ m}^2$$

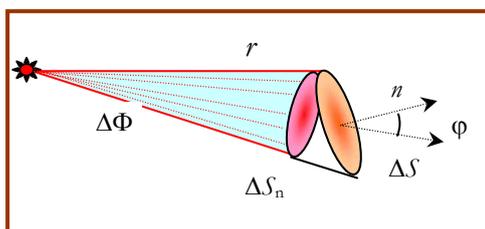
Vista la relazione esistente tra superficie ed angolo solido ne discende una corrispondente relazione tra intensità luminosa e illuminamento. In effetti:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{I \Delta\Omega}{\Delta S} = I \frac{\cos \varphi}{r^2} \tag{IV.4.6}$$



Quando si considera una sorgente la intensità in un piano verticale è variabile e va letta sulla corrispondente curva fotometrica

intensità luminosa ⇒ candela  
potenza riferita all'angolo solido



illuminamento ⇒ lux = lumen/m<sup>2</sup>  
concentrazione superficiale del flusso

Questa legge nota come *legge dell'inverso del quadrato* ci dice che ad una data intensità luminosa corrisponde un illuminamento decrescente con legge quadratica. Il fattore  $\cos \varphi$  si può facilmente interpretare osservando che, a parità di angolo solido, non conta tanto la superficie esposta quanto piuttosto quella in direzione ortogonale al raggio.

La relazione è particolarmente importante in astronomia perché consente di stabilire una relazione tra la *luminosità assoluta* di una stella e la sua distanza dalla terra attraverso la valutazione della sua *luminosità apparente* legata all'illuminamento che è l'unica informazione che possiamo misurare stando sulla terra.

La *tabella* IV.4.2 fornisce alcuni valori di illuminamento in situazioni tipiche; l'occhio umano è già sensibile a  $10^{-6}$  lux.

Contesto	Illuminamento [lux]
Pieno sole, cielo sereno	100.000
Cielo nuvoloso	10.000
Cielo stellato senza luna	4 - 10
Illuminazione stradale media	5-30
Minimo necessario ai pedoni per evitare ostacoli	0,2 - 1
Ambiente domestico	100 - 200
Esercizi commerciali	200 - 3.000
Uffici e scuole	300 - 2.000

#### 4.1.6 LE SORGENTI LUMINOSE NON PUNTIFORMI: LA RADIANZA E LA LUMINANZA O BRILLANZA

Quando si opera con sorgenti non puntiformi tutte le definizioni precedenti devono essere adattate al fatto che la sorgente è estesa. E' per esempio interessante valutare il grado di luminosità di una porzione di sorgente.

Le grandezze utilizzate sono due la *radianza* (o luminosità) che ci fornisce una informazione complessiva sulla energia luminosa emessa da una porzione di sorgente e la *luminanza* o *brillanza* (luminous emittance) che tiene invece conto della diversa distribuzione direzionale di tale energia

Poiché una porzione di una sorgente estesa e tridimensionale in generale non invia energia in tutto lo spazio, ma solo nel semispazio che le sta di fronte, si chiama *radianza*  $R$  di una porzione di sorgente il rapporto tra il flusso luminoso emesso su un angolo solido di  $2\pi$  radianti (semispazio) da un elemento di sorgente di estensione  $\Delta S$  e la superficie stessa:

$$R = \frac{\Delta \Phi}{\Delta S} \quad (IV.4.7)$$

L'unità di misura è il *Lambert* ( $\text{lumen}/\text{m}^2$ ) ma la *radianza non va confusa con l'illuminamento*: la prima si riferisce ad una sorgente mentre la seconda ad un corpo illuminato.

La *luminanza* o *brillanza* (luminance) di una sorgente in una data direzione è definita come rapporto tra la intensità luminosa corrispondente ad un dato angolo solido che racchiuda una superficie  $\Delta S$  e la superficie  $\Delta \sigma$  proiezione di  $\Delta S$  in direzione ortogonale alla direzione considerata.

Essa si misura in  $\text{cd}/\text{m}^2$  ed è espressa da:

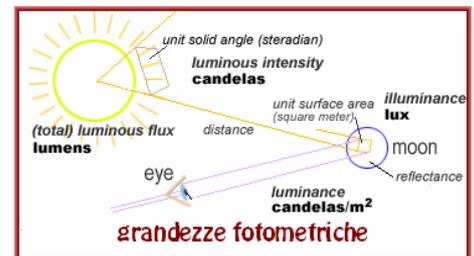
$$B = \frac{\Delta I}{\Delta \sigma} = \frac{\Delta I}{\Delta S \cos \varphi} \quad (IV.4.8)$$

Nella *tabella* IV.4.3 vengono rappresentati alcuni valori tipici di luminanza espressi in  $\text{cd}/\text{m}^2$ .

La soglia di percezione è  $10^{-6}$ , il cielo senza luna e  $10^{-4}$ .

Quando la sorgente che emette è una superficie riflettente si parla anche di *chiarezza* della sorgente.

Per definire la brillantezza degli schermi, i costruttori di monitor LCD (Liquid Crystal Display) o degli ormai obsoleti CRT (Catode Ray Tube) utilizzano il *nit* (non previsto nel Sistema Internazionale):



radianza  $\Rightarrow$  Lambert =  $\text{lumen}/\text{m}^2$   
concentrazione del flusso sulla sorgente

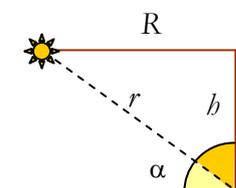
luminanza  $\Rightarrow$   $\text{cd}/\text{m}^2$   
intensità di una porzione di sorgente

Contesto	[ $\text{cd}/\text{m}^2$ ]
Sole a mezzogiorno	$16 \times 10^3$
Sole al tramonto	$6 \times 10^5$
Cielo sereno	8.000
Cielo nuvoloso	2.000
Terreno a prato	800
Manto nevoso	$3,2 \times 10^4$
Candela stearica	5.000
INC 60W bulbo chiaro	$5 \times 10^6$
FL 18W	4.000
IM 70W	$1,5 \times 10^7$

1 nit = 1 cd/m<sup>2</sup>

Per dare un'idea del suo valore: un monitor CRT ha una luminanza di circa 150 nit, mentre i monitor a LCD possono arrivare a 3 volte tanto, inoltre, per essere visibile alla luce solare diretta, uno schermo deve avere una luminosità di almeno 700 nit.

### L'illuminamento delle diverse parti di un locale



*Esercizio:* Un locale di forma cilindrica con raggio  $r$  e altezza  $h$  viene illuminato da una lampada posta al centro del soffitto. Determinare il raggio  $R$  sapendo che il locale è alto  $h = 6.50$  m e che nei bordi inferiori dove si ha la minore illuminazione l'illuminamento delle pareti è pari a 1.80 volte quella del pavimento.

☹

Si tratta di utilizzare opportunamente la relazione (IV.4.6)  $E = I \frac{\cos \varphi}{r^2}$  dove  $r$  rappresenta la distanza tra la sorgente e il punto considerato e  $\varphi$  è l'angolo tra la normale alla superficie e la direzione del raggio luminoso. In corrispondenza dello spigolo inferiore  $\varphi$  è pari ad  $\alpha$  per le pareti e a  $\beta = 90 - \alpha$  per il pavimento. La intensità luminosa è la stessa perché proviene dalla stessa sorgente. Indichiamo con indice 1 la parete e con 2 il pavimento.

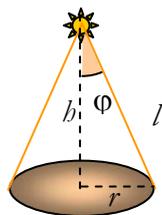
$$E_1 = I \frac{\cos \alpha}{r^2} \quad E_2 = I \frac{\sin \alpha}{r^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 1.80 = \tan \alpha = \frac{h}{R} \text{ pertanto } R = \frac{h}{1.80} = 3.61 \text{ m}$$

☺

### Illuminamento di un tavolo posto sotto una lampada

*Esercizio:* Una lampada viene appesa al centro di una tavola rotonda di raggio  $r$  ad una altezza  $h$ . Determinare il rapporto tra l'illuminamento al centro della tavola e quello ai bordi della stessa. Determinare il risultato per valori di  $r/h = 2, 1, 1/2, 1/3$



☹

In questo problema l'illuminamento al centro e sui bordi è diverso sia perché è diversa la distanza dalla sorgente sia perché la luce incide ortogonalmente al centro mentre sul bordo incide con un angolo:

$$\varphi = \arctan \frac{r}{h}. \quad E_c = I \frac{1}{h^2} \quad E_b = I \frac{\cos \varphi}{l^2} = \frac{h/l}{l} = I \frac{h}{l^3}$$

$$\text{Dunque } \frac{E_c}{E_b} = \frac{l^3}{h^3} = \frac{\sqrt{(r^2+h^2)}^3}{h^3} = \sqrt{\left(\frac{r^2}{h^2}+1\right)^3}$$

Si hanno così i valori:

$r/h$	2	1	1/2	1/3
$E_c/E_b$	11.2	2.83	1.40	1.17

Come si nota la differenza di illuminamento è molto alta quando la lampada è bassa e poi tende a 1 man mano che la lampada si alza.

☺

## 4.2 L'occhio umano

### 4.2.1 COME È FATTO

L'*occhio* è l'organo di senso che consente la formazione delle immagini ed è schematicamente rappresentato nella figura qui a lato.

Il globo oculare è racchiuso da una membrana, la *sclera*, che ha una funzione protettiva e di contenimento. Sul davanti la sclera diventa trasparente e forma una sottile superficie rifrangente detta *cornea*. Dietro la cornea si trova l'*iride* un muscolo pigmentato e circolare che si può espandere e contrarre per controllare la dimensione della apertura centrale (la *pupilla*) e con essa la quantità di luce che penetra nell'occhio.

Dietro l'iride si trova il *crystallino* una lente biconvessa flessibile sospesa attraverso i *muscoli ciliari* e fatta a strati di indice di rifrazione variabile; il cristallino ha una curvatura variabile e può essere contratto o stirato con cambiamento della sua distanza focale.

La zona anteriore tra il cristallino e la cornea è riempita da un liquido acquoso detto *umor acqueo*, mentre la zona posteriore al cristallino contiene una sostanza gelatinosa detta *umor vitreo*. L'umor vitreo e l'umor acqueo hanno un indice di rifrazione simile e pari a 1.336 mentre la cornea ha un indice di 1.376. Infine il cristallino ha un indice di rifrazione variabile nelle diverse sue parti tra 1.40 e 1.45.

La cornea, l'umor acqueo, il cristallino e l'umor vitreo costituiscono, a riposo, un unico sistema ottico equivalente ad una lente di circa 58.6 diottrie ( $f = 17.1$  mm). Il centro ottico del sistema si trova circa 2 mm dopo la cornea, mentre l'asse orizzontale passante per il centro della cornea fa da asse ottico principale.

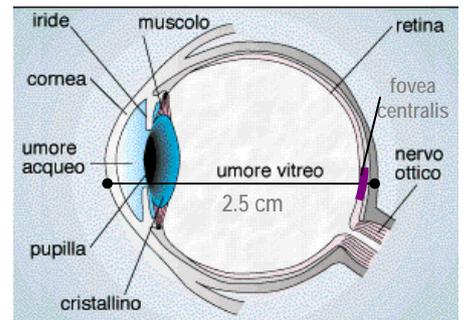
Poiché la distanza tra il centro ottico e la retina è fissata, la formazione delle immagini sulla retina viene garantita dalla variazione continua della distanza focale del sistema al variare della distanza tra l'occhio e l'oggetto osservato (il *potere diottrico* passa da 58.6 a 70.6 in massima contrazione).

L'analisi del funzionamento dell'occhio è più o meno complessa a seconda delle approssimazioni adottate. Volendo procedere in maniera rigorosa occorrerebbe prendere in esame ben 4 diottri (aria–cornea, cornea–umor acqueo, umor acqueo–cristallino, cristallino–umor vitreo) ed introdurre più fuochi. Si semplifica il tutto assimilando l'*occhio* ad un unico diottero sferico con le seguenti caratteristiche:

- o vertice 2 mm oltre la cornea
- o indici di rifrazione 1 e 1.337
- o raggio di curvatura a riposo circa 6 mm
- o centro di curvatura a 17 mm dalla retina
- o valore di q circa 23 mm

o equazione  $\frac{1}{p} + \frac{1.337}{q} = \frac{1}{f}$

- o per poter continuare ad utilizzare l'equazione delle lenti sottili basta prendere  $q' = q/1.337 = 17$  mm; questa quantità viene chiamata profondità dell'occhio e quando la si utilizza bisogna anche avere l'accortezza di spostare il centro del sistema verso l'interno in modo di far tornare i conti con le dimensioni dell'occhio.



#### i parametri caratteristici dell'occhio

diametro del globo .....	2.5 cm
distanza focale .....	17.1 mm
centro ottico: dalla cornea .....	2 mm
indice medio del cristallino .....	1.42
indice umor acqueo e vitreo .....	1.34
indice cornea .....	1.38
numero bastoncelli .....	125·10 <sup>6</sup>
numero coni .....	6.5·10 <sup>6</sup>
distanza interpupillare .....	5 cm
profondità dell'occhio, q' .....	17 mm
acuità visiva a 5 lux .....	1'

#### 4.2.2 COME FUNZIONA LA RETINA



La parete interna che contiene l'umor vitreo è coperta da uno strato sensibile, la *retina*. Essa ha la forma di una semisfera ricoperta di fotorecettori di due tipi detti *coni* e *bastoncelli*. Nell'occhio umano sono presenti circa 125 milioni di bastoncelli e 6.5 milioni di coni. Queste cellule fotosensibili sono impiantate nella retina in uno strato vascolarizzato. Le cellule nervose della retina convergono lateralmente all'asse ottico verso il *nervo ottico*.

Dove il nervo ottico penetra nella retina c'è un punto in cui non sono presenti coni e bastoncelli e si parla di *macchia oscura*. In compenso dove l'asse ottico interseca la retina esiste un punto di alta sensibilità detto *fovea centrale* che corrisponde al punto di migliore visione per l'occhio. La fovea ha le dimensioni di soli 0.2×0.3 mm ma praticamente tutte le immagini della visione diurna si formano in questa zona.

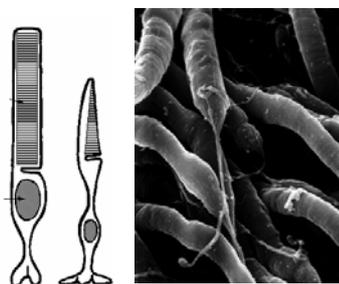
Questa è la zona dove sono concentrati quasi tutti i coni mentre la restante parte della retina è prevalentemente coperta di bastoncelli.

Nei *bastoncelli*, la luce che penetra nell'occhio determina una trasformazione proteica e quando ciò avviene il bastoncello produce un impulso elettrico che viene trasferito al cervello attraverso il nervo ottico. Gli impulsi elettrici vengono generati nel bastoncello con un valore energetico indipendente dall'intensità luminosa che ha solo una funzione di innesco. Ciò spiega perché i bastoncelli sono altamente sensibili alla luce; ogni bastoncello è in grado di reagire ad un singolo quanto di luce.

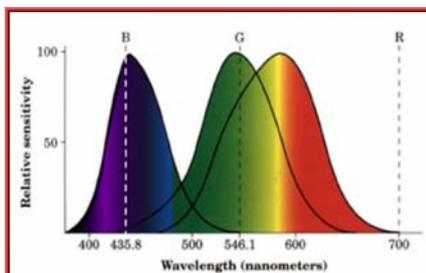
I bastoncelli sono responsabili della visione al buio, non distinguono i colori ma individuano solo la forma e la dimensione degli oggetti.

Il colore è invece di pertinenza dei *coni* e della cosiddetta *visione diurna* e dunque i colori sono percepiti solo quando le immagini si formano nella parte centrale della retina dove si trovano i coni.

Allo stato attuale non esiste una teoria definitiva della visione dei colori. Probabilmente esistono almeno tre tipi di coni specializzati nella percezione del rosso, del verde e del blu. I colori intermedi sono generati dalla stimolazione simultanea dei diversi tipi di cono. A seconda della quantità di eccitazioni si ha così la formazione dei colori nel cervello come sovrapposizione di treni di impulsi elettrici. Nella immagine qui a lato sono indicate le sensibilità relative dei tre tipi di coni.



struttura di bastoncelli e coni ed immagine ingrandita di un fascio di bastoncelli



il grosso della rifrazione avviene nella *cornea* il *cristallino* si occupa dell'accomodamento

#### 4.2.3 L'ACCOMODAMENTO E LA VISIONE BINOCULARE

L'occhio deve essere in grado di vedere egualmente bene oggetti posti a distanza variabile con formazione di una immagine nitida sulla retina e perché ciò avvenga, se teniamo conto della equazione dei punti coniugati, occorre che il sistema cambi la sua distanza focale. Ciò avviene attraverso variazioni di curvatura del cristallino e questa proprietà dell'occhio è detta *accomodamento*.

Poiché il salto più netto di indice di rifrazione si ha nel passaggio aria - cornea è proprio la cornea a dare il massimo contributo alla rifrazione del sistema mentre il cristallino si occupa solo delle variazioni fini (di quella che chiamiamo *messa a fuoco* dell'immagine).

Il potere di accomodamento è di tipo involontario. Quando l'occhio si sposta da un oggetto ad un altro il cristallino si adegua in modo di formare sempre immagini a fuoco sulla retina; ciò avviene perché quando

l'immagine perde di nitidezza viene inviato un apposito segnale al cervello. Il cervello, a sua volta manda un segnale al muscolo ciliare che causa una estensione o contrazione del cristallino finché l'immagine non torni nitida.

Nel *processo di accomodamento* intervengono tre riferimenti:

- *il punto remoto*: è il punto che viene messo a fuoco dall'occhio quando il cristallino è completamente rilasciato. In un occhio normale tale punto si trova all'infinito;
- *il punto prossimo*: è il punto più vicino a cui si può formare una immagine nitida quando il muscolo ciliare corrisponde alla situazione di massima contrattura. In un occhio normale il punto prossimo cambia con l'età dai 7÷8 cm a 10 anni sino ai 25 cm intorno ai 40 anni. Dopo i 40 anni il punto prossimo si allontana progressivamente e ciò determina un *malfunzionamento fisiologico* che richiede una correzione mediante lenti per consentire la lettura.
- *il punto della visione distinta*: è il punto, un po' più lontano del punto prossimo, a cui il nostro occhio riesce a *mettere a fuoco le immagini senza sforzo* (è il punto che utilizziamo per leggere cercando un buon compromesso tra la necessità di vedere grandi le lettere (per questo ci avviciniamo) e il non affaticamento dell'occhio (dovuto alla non eccessiva contrazione del cristallino)); lo indicheremo con *d*. Il punto della visione distinta viene assunto convenzionalmente pari a 25 cm.

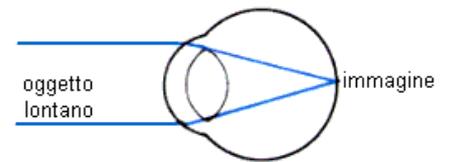
➤ In un *occhio miope* il punto remoto si sposta dall'infinito a distanza finita e può diventare anche molto breve. Anche il punto prossimo si avvicina ed è questa la ragione per cui una persona miope tiene gli oggetti che vuole osservare molto vicini agli occhi. Il difetto può essere dovuto sia ad un globo oculare troppo allungato sia ad una eccessiva convessità del cristallino lenti per la spasmodica contrazione del muscolo ciliare. La correzione consiste nell'uso di lenti divergenti e nei casi più gravi nella ablazione di una parte della cornea con rimodellamento della stessa.

➤ In un occhio *ipermetrope* il punto remoto si allontana ulteriormente ed il difetto è quello opposto alla miopia. Solitamente la *ipermetropia* si accompagna con la *mezza età* quando il cristallino incomincia a perdere la sua elasticità anche se, episodicamente, esso può avvenire anche in giovane età. Questo difetto viene corretto con l'uso di lenti convesse e si parla di *presbiopia*.

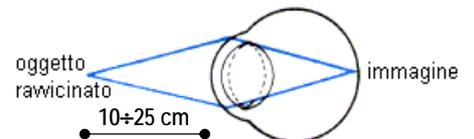
Il fatto di avere due occhi fa sì che lo stesso oggetto venga osservato da due posizioni leggermente diverse e si formino quindi due immagini diverse sulle due retine. Grazie all'esperienza, il cervello si adegua a questa situazione e riesce ad interpretare le due immagini sovrapposte attraverso la sensazione di rilievo (visione stereoscopica).

La percezione della *profondità spaziale* avviene perché nel tentativo di inquadrare lo stesso oggetto con entrambi gli occhi i muscoli oculari ruotano i bulbi in modo che entrambi gli assi ottici convergano sullo stesso oggetto con un occhio che guarda le cose un po' più da sinistra e l'altro un po' più da destra.

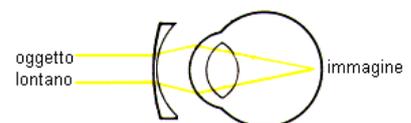
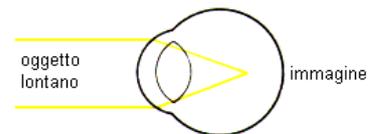
L'angolo tra gli assi ottici è detto angolo di convergenza. Poiché la distanza interpupillare è di circa 5 cm e la distanza dell'oggetto va da 25



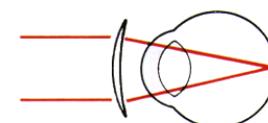
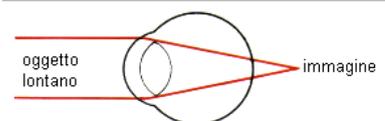
punto remoto all'infinito: cristallino rilasciato



punto prossimo: cristallino contratto al massimo;  
punto della visione distinta: visione vicina senza sforzo



miopia e sua correzione con lente divergente

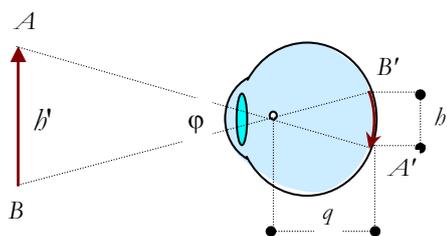


ipermetropia e sua correzione con lente convergente

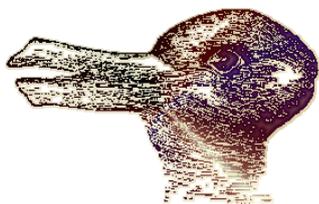
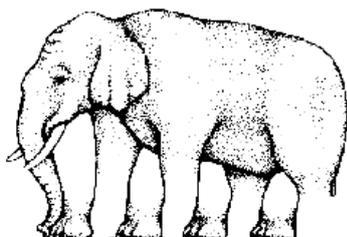
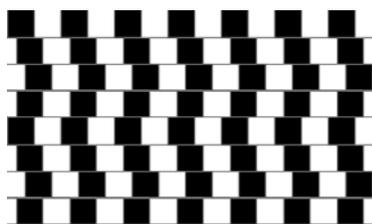


l'angolo di convergenza consente di operare una stima della distanza degli oggetti

potere risolvete e distanza dei fotorecettori



l'angolo visuale determina la dimensione della immagine sulla retina



il cervello ci mette la sua: le rette sono parallele? quante gambe ha l'elefante? vedi un papero o un coniglio?

cm all'infinito ne consegue che l'angolo di convergenza massimo si ha per  $\alpha \approx 5/25 = 0.2 \text{ rad} = 11^\circ$  mentre all'infinito  $\alpha \rightarrow 0$ .

L'accomodamento dell'immagine accoppiato alla convergenza dei bulbi oculari ci mette in grado di percepire la profondità e di dare una buona stima della distanza degli oggetti meglio di quanto non si possa fare con un occhio solo. Questa capacità può essere aumentata artificialmente attraverso l'uso dei binocoli o di apparati di profondità che aumentano artificialmente la distanza interpupillare.

#### 4.2.4 ANGOLO VISUALE DI UN OGGETTO E POTERE RISOLVENTE DELL'OCCHIO NORMALE

La dimensione dell'immagine di un oggetto è esclusivamente determinata dall'angolo visuale  $\varphi \approx b/q$  dove  $b$  è la dimensione dell'immagine e  $q$  è la distanza (fissa) tra il centro del sistema e la retina che viene chiamata *profondità dell'occhio* e si assume solitamente pari a 17 mm (le contrazioni del cristallino fanno variare la distanza focale in modo che  $q$  rimanga costante).

L'angolo visuale può essere aumentato avvicinando l'oggetto agli occhi ma ciò affatica i muscoli ciliari e si prova una sensazione sgradevole. Ciò si verifica quando l'oggetto viene posto più vicino rispetto al punto prossimo.

La distanza migliore per la visione di un oggetto è dunque quella che corrisponde al massimo angolo visuale compatibilmente con l'obiettivo di non affaticare l'occhio. Per un occhio normale questa distanza (punto della visione distinta) è di circa 25 cm mentre è minore per un occhio miope e maggiore per un occhio presbite.

Due punti di un oggetto vengono percepiti come distinti se le loro immagini vanno a cadere su due fotorecettori diversi della retina. Se invece i due punti immagini vanno a finire su uno stesso fotorecettore si ha la visione di un solo punto e si dice che l'occhio non è in grado di *risolvere l'oggetto*. Si chiama *potere risolvete dell'occhio umano* l'abilità dell'occhio di distinguere punti ravvicinati. Tale abilità si stima attraverso l'angolo minimo sotto il quale due punti adeguatamente illuminati vengono visti come distinti.

Si osserva sperimentalmente che con una illuminazione di 5 lux l'angolo visuale minimo è di circa  $1/60^\circ$  (1') e ciò è in perfetto accordo con il fatto che la distanza media tra i fotorecettori è di circa 5  $\mu\text{m}$ .

Per avere un'idea più immediata della acuità visiva si tenga presente che essa corrisponde alla percezione di un oggetto delle dimensioni di 1 cm alla distanza di oltre 30 metri.

$$\text{In effetti: } l \approx \frac{\overline{AB}}{\varphi} = \frac{10^{-2}}{\frac{1}{60} \frac{\pi}{180}} \approx 34 \text{ m}$$

Si chiama *acuità visuale* il reciproco dell'angolo minimo (espresso in minuti di grado) con cui l'occhio percepisce come distinti due punti di un oggetto molto vicini tra loro.

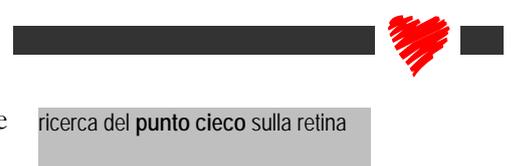
Tale grandezza risulta fortemente influenzata dall'illuminamento ed oscilla da 0.3 per illuminamenti minori di 0.1 lux sino a 1.3 per un illuminamento di 100 lux.

#### 4.2.5 UN PAIO DI ESPERIMENTI CON I PROPRI OCCHI

Si sarà osservato che le immagini reali che si formano sulla retina sono rovesciate.

Come mai allora noi vediamo dritto? Si tratta semplicemente di un adattamento dovuto alle nostre strutture cerebrali e c'è un modo molto semplice di rendersene conto.

- Si fori un foglio di carta con uno spillo in modo di avere a disposizione una sorgente di luce piccola e schermata da altre immagini che potrebbero disturbare la visione. A questo punto si metta uno spillo tenuto in verticale molto vicino alla cornea e lo si illumini con il diaframma che si è costruito. L'oggetto è troppo vicino alla cornea perché si riesca a formare una immagine per rifrazione, in compenso si proietta sulla cornea l'ombra diritta dello spillo. Il cervello non può adattarsi a questa variante ed effettua la sua solita inversione e noi osserveremo la immagine rovesciata di un'ombra diritta.
- Il secondo esperimento consente di osservare la esistenza di una zona in vicinanza della fovea in cui la retina è opaca perché coperta dalle terminazioni che confluiscono nel nervo ottico. Si copra l'occhio sinistro e con il destro si fissi con attenzione la croce della figura qui a lato e ci si avvicini alla immagine.



Ad un certo punto si noterà la scomparsa del cuore rosso mentre la linea nera occuperà il posto del cuore. Sono accadute due cose: l'immagine del cuore è caduta sul punto cieco dell'occhio destro e pertanto il cuore è sparito dalla visione; il cervello nel tentativo di riparare alla mancanza ha colmato l'immagine con quanto stava nelle vicinanze. In effetti se si ripete l'esperimento su sfondo bianco il cuore rosso risulterà solo assente venendo sostituito da una macchia bianca.

#### Come legge un miope con gli occhiali?

*Esercizio:* Una persona miope ha un potere di accomodazione che varia da  $p_1 = 10\text{cm}$  a  $p_2 = 50\text{cm}$ . Il miope si dota di occhiali che gli consentono di ripristinare la corretta visione all'infinito. Stabilire il potere diottrico della lente correttiva. A quale distanza  $p$  deve tenere un libro durante la lettura?



Indichiamo con  $q$  la profondità dell'occhio (distanza tra il centro e la retina), con  $f'$  e  $f''$  la distanza focale minima e massima (dovute alle variazioni di curvatura del cristallino) dell'occhio miope e con  $f$  la distanza focale degli occhiali.

Senza gli occhiali, in base alla equazione dei punti coniugati sarà:

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f''}$$

Con gli occhiali, se si ipotizza che le lenti siano molto vicine all'occhio, il potere diottrico si somma (come si è visto in uno degli esercizi del capitolo precedente) e pertanto quando si guarda all'infinito (visto che  $\frac{1}{\infty} = 0$ ) si ha:

$$0 + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f''}$$

Sottraendo le due equazioni si ha immediatamente che:

$\frac{1}{f} = -\frac{1}{p_2}$  o anche  $f = -p_2$  (l'occhio miope viene curato con una lente divergente).

Il potere diottrico correttivo è dunque:  $\frac{1}{f} = -\frac{1}{p_2} = -\frac{1}{0.50} = -2$  diottrie.

Calcoliamo ora il punto della visione distinta: senza occhiali si ha:

$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ , mentre con gli occhiali:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f}$$

anche in questo caso, operando per differenza, si ha:

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{f} \text{ e dunque } p = \frac{1}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{f}} = \frac{1}{\frac{1}{0.1} - 2} = \frac{1}{8} = 12.5 \text{ cm}$$

Un miope corretto continua comunque a leggere avvicinando gli oggetti agli occhi.



## 4.3 La lente di ingrandimento ci aiuta a vedere meglio

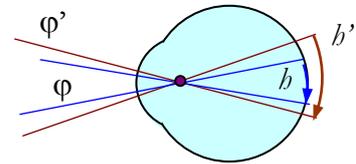
### 4.3.1 COME INGRANDIRE L'ANGOLO VISUALE

Quando diminuisce la distanza tra l'occhio e un oggetto l'angolo visuale aumenta e dunque l'oggetto appare più grande ma c'è un limite nell'avvicinamento, quello del punto prossimo o, meglio, del punto della visione distinta ( $\approx 25$  cm). Per superare questa limitazione si utilizzano due tipi di apparati ottici:

- quelli che ingrandiscono l'immagine dell'oggetto osservato (lente di ingrandimento e microscopio)
- quelli che avvicinano oggetti molto lontani (telescopio, cannocchiale).

Si chiama *ingrandimento angolare* di un apparato ottico il rapporto tra l'angolo sotto cui l'oggetto viene osservato con l'ausilio dello strumento e l'angolo sotto cui lo stesso oggetto verrebbe osservato dall'occhio normale. Come si vede dalla figura

$$\eta = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{b'}{b} \quad (\text{IV.4.9})$$



L'ingrandimento angolare

### 4.3.2 GIOCHIAMO CON LALENTE DI INGRANDIMENTO

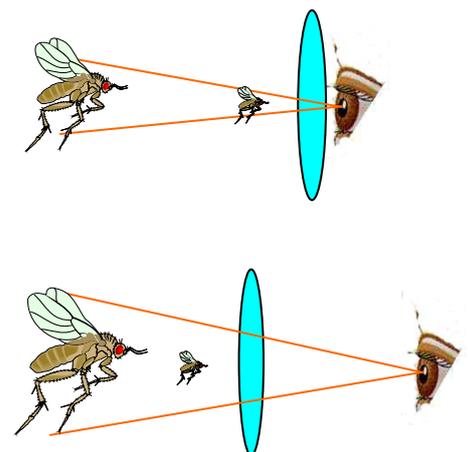
In tutti gli ipermercati, nei reparti di cancelleria, sono in vendita a costo molto basso lenti biconvesse del diametro di 5 o 6 cm e di distanze focali variabili da qualche centimetro a una ventina di centimetri con cui si possono condurre semplici esperienze di ottica geometrica che consentono di imparare e memorizzare molto di più di quanto non si possa ottenere dalla lettura di un testo. Per questo consigliamo di acquistare un paio di lenti e di esercitarsi al loro uso.

Con una lente si possono sperimentare due tipi di ingrandimento:

- se la lente viene posta a contatto con l'occhio si sperimenta immediatamente che sia il punto prossimo, sia il punto della visione distinta, si riducono notevolmente; ciò permette di osservare gli oggetti da vicino e pertanto di osservarli sotto un angolo visuale maggiore
- se invece si osserva un oggetto alla distanza della visione distinta e poi si interpone una lente mettendola a ridosso dell'oggetto si osserva una immagine con le stesse dimensioni ma che cresce man mano che la lente viene staccata dall'oggetto stesso sino a raggiungere la dimensione massima quando tale distanza risulta leggermente inferiore alla distanza focale della lente; se si continua l'allontanamento l'immagine si distorce e, superata la distanza focale ricompare rovesciata e inizia a rimpicciolire.

### 4.3.3 CALCOLIAMO L'INGRANDIMENTO

Quando si osserva un oggetto attraverso una *lente di ingrandimento* posta in corrispondenza dell'occhio vale una relazione abbastanza semplice per l'ingrandimento angolare, precisamente, se indichiamo con  $\varphi_1$  l'angolo sotto cui un oggetto viene visto alla distanza della visione distinta  $d$  e con  $\varphi_2$  quello sotto cui lo stesso oggetto viene visto attraverso la lente



due utilizzi della lente di ingrandimento

quando questa è collocata in modo che l'oggetto si trovi tra il fuoco e la lente quasi in corrispondenza del fuoco si ha:

$$\eta = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{d}{f} \tag{IV.4.10}$$

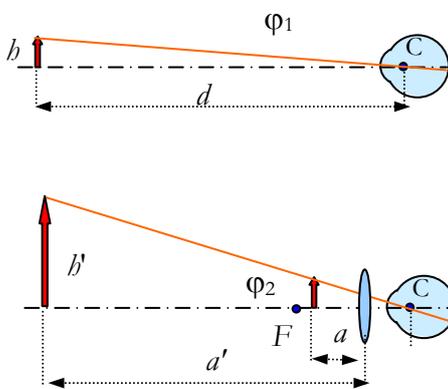
Se si assume per  $d = 250$  mm e per  $f$  il valore di 50 mm si ottiene pertanto un ingrandimento pari a 5.

I valori tipici per  $f$  garantiscono in genere ingrandimenti che non vanno oltre qualche unità perché, al diminuire del valore di  $f$ , si fanno sempre più rilevanti le aberrazioni di sfericità e si è costretti a lavorare con lenti di diametro molto piccolo il che riduce notevolmente il campo visuale. Il valore massimo di ingrandimento cui si può arrivare con la lente non è superiore mai a 30 o 40.

La relazione (IV.4.10) si dimostra in maniera abbastanza semplice usando le definizioni e le semplificazioni adottate.

$$\varphi_1 = \frac{b}{d} \quad \varphi_2 \approx \frac{b'}{a'}$$

$$\text{pertanto } \eta = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{b' d}{b a'} = \frac{a' d}{a a'} = \frac{d}{a} \approx \frac{d}{f}$$



## 4.4 La macchina fotografica e il proiettore

### 4.4.1 LA MACCHINA FOTOGRAFICA

La *macchina fotografica* è un occhio artificiale: si tratta di un apparato ottico in grado di formare immagini su una zona sensibile (la pellicola al posto della retina) attraverso la possibilità di modificare la distanza tra la pellicola e il centro della lente (obiettivo). In questo modo quando si inquadra un oggetto posto a distanza  $p$  si viene a formare una immagine a fuoco alla distanza  $q$  nel rispetto della equazione dei punti coniugati.

Nell'occhio la pupilla si apre e chiude a seconda della quantità di luce disponibile, nella macchina fotografica si agisce (manualmente o in modo automatico a seconda dei modelli e delle esigenze) per adeguare la apertura del diaframma alle condizioni di luce e alla sensibilità della pellicola che si sta utilizzando.

Operando con il diaframma chiuso il più possibile si acquista in nitidezza della immagine ma si perde in luminosità; infatti ci si avvicina ai principi di funzionamento delle lenti sottili ma in compenso sulla pellicola arriva una minor quantità di raggi emessi dalla sorgente.

Chi ha maneggiato una macchina fotografica manuale o semiautomatica avrà notato la presenza di alcuni componenti principali o strutture di regolazione che ci apprestiamo a descrivere.

#### Obiettivo

L'*obiettivo* è formato da un sistema di lenti convergenti disposte in modo di minimizzare le aberrazioni e dare il massimo in termini di angolo di apertura. Poiché la dimensione della pellicola è fissata, al diminuire della distanza focale aumenta l'angolo di apertura (grandangoli) mentre al suo crescere l'angolo di apertura diminuisce e si ottengono i teleobiettivi spesso muniti di zoom con focali da 70 sino a 300 mm.

Essi consentono di ottenere con campi ridotti delle buone immagini di oggetti lontani.

#### Oculare

L'*oculare* serve ad effettuare il puntamento degli oggetti da fotografare; l'oculare è fatto in modo di dare una visione diretta delle parti che saranno fotografate e nelle macchine più evolute consente di pilotare in automatico le funzioni di messa a fuoco e di apertura ottimale del diaframma

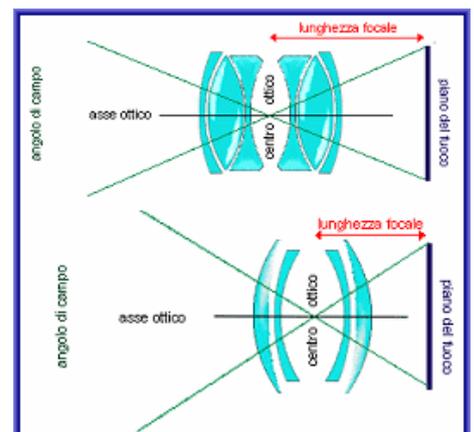
#### Regolatore della distanza tra obiettivo e pellicola

Il *regolatore della distanza tra obiettivo e pellicola* serve a fare in modo che sulla pellicola risultino a fuoco gli oggetti che si desiderava fotografare e non altri eventuali oggetti di contorno.

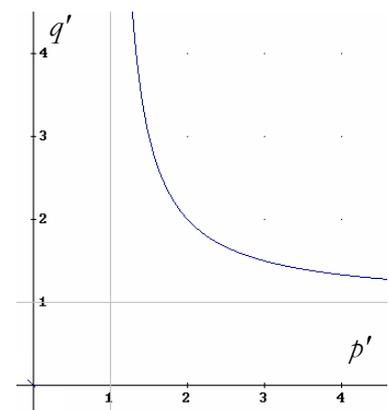
La regolazione può essere molto fine per gli oggetti vicini, mentre tende ad essere grossolana per quelli lontani. La ragione di questo fatto è facilmente spiegabile se si esplicita  $q$  in funzione di  $p$  nella equazione delle lenti sottili e si esprimono le distanze in unità di  $f$ . Si ottiene infatti la relazione:

$$q' = \frac{q}{f} = \frac{p/f}{p/f - 1} = \frac{p'}{p' - 1}$$

dove si è indicato con  $q'$  e  $p'$  il valore di  $q$  e  $p$  misurato in unità di  $f$ .



interdipendenza tra focale dell'obiettivo e angolo di apertura del campo



Tale relazione corrisponde ad una iperbole traslata di centro (1,1) e dalla sua rappresentazione data qui a lato si vede che il campo di variabilità di  $q'$  si schiaccia molto rapidamente al crescere di  $p'$ . Il fatto di operare rapportando  $p$  a  $f$  consente di svolgere considerazioni indipendenti dal valore di  $f$  dell'obiettivo.

Supponiamo che sia  $f = 50$  mm. In quel caso una macchina fotografica riesce a fotografare oggetti a partire dalla distanza di 1 m ( $p' = 20$ ) per due ragioni: perché al di sotto di tale valore si hanno distorsioni consistenti della immagine e per ragioni legate alla dimensione della pellicola. Da  $p' = 20$  sino a  $p' = 60 \div 70$  si nota che  $q'$  risulta ancora variabile ma al di sopra di tali valori siamo ormai in vicinanza dell'asintoto orizzontale. Fisicamente ciò significa che un oggetto a 10m ( $p' = 100$ ) e uno all'infinito sono entrambi a fuoco.



medesima inquadratura eseguita con un obiettivo da 28 e da 135 mm

La distanza a cui avviene la regolazione della messa a fuoco, cioè la distanza minima per cui un oggetto risulta a fuoco insieme a tutti gli altri sino all'infinito è detta *distanza iperfocale*. La distanza iperfocale è piccola per gli obiettivi di piccola distanza focale (che mettono a fuoco tutto e male) mentre è maggiore per quelli di grande distanze focali.

Supponete, per esempio, di trovarvi in un dato punto e di fotografare la stessa scena con un obiettivo grandangolare da 28mm e con un teleobiettivo da 300mm. Con il 28mm potrete regolare la distanza iperfocale in modo che la zona di nitidezza si estenda approssimativamente da 2,4 m all'infinito; con il 300mm, invece, la distanza iperfocale andrà, al massimo, da circa 45m all'infinito.

### Un regolatore del tempo di esposizione

Un *regolatore del tempo di esposizione* che regola la durata della apertura del diaframma. Minore è il tempo di esposizione e meno luce arriva sulla pellicola ma l'immagine è anche più nitida e non si corre il rischio di sfocature legate a movimenti accidentali della macchina o dell'oggetto. Il tempo di esposizione va scelto tenendo conto della sensibilità della pellicola che si sta usando. Nelle macchine automatiche, una volta scelta la sensibilità il tempo di esposizione ottimale viene regolato automaticamente.

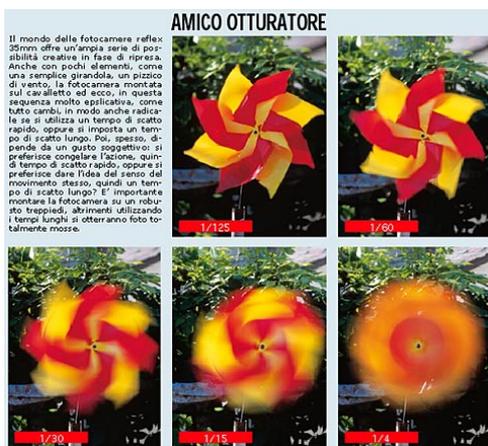
### Un regolatore di apertura del diaframma

*Regolatore di apertura del diaframma*: In base a quanto si è detto sulle lenti è evidente che più il diaframma è chiuso e meno distorsioni si hanno, ma è anche vero che l'immagine risulta meno luminosa.

La luminosità di una immagine dipende infatti dal rapporto tra il flusso luminoso che attraversa il diaframma e la superficie dell'immagine. Il flusso luminoso dipende dal tempo di esposizione, dalle condizioni di luce e soprattutto dalla apertura del diaframma essendo proporzionale a  $d^2$ .

La superficie dell'immagine a sua volta è proporzionale al quadrato delle dimensioni lineari e queste sono proporzionali a  $q$ . Ma come abbiamo visto ai punti precedenti  $q$  è molto prossimo a  $f$  e pertanto la luminosità di una immagine è proporzionale a  $(d/f)^2$ .

La quantità  $d/f$  è detta *apertura relativa* e il suo reciproco  $f/d$  è detto numero  $f$ . Esso per convenzione internazionale assume solitamente valori discreti che variano in progressione geometrica di ragione  $\sqrt{2}$  quali 1.4,



fotografia di una girandola con tempi di esposizione di 1/125 s, 1/60, 1/30, 1/15 e 1/4 di s.

2, 2.8, 4, 5, 6, 8, 11, 16, ...64. Il numero  $f$  ci dice, al suo crescere quanto più l'obiettivo è ristretto (immagine migliore ma meno luminosa).

La immagine qui a lato consente di vedere l'azione combinata della apertura e delle caratteristiche dell'obiettivo. L'obiettivo è stato messo a fuoco sul pomodoro in primo piano.

Man mano che il diaframma si stringe si osserva il crescere della profondità di campo.

Inoltre si noti come l'obiettivo di maggiore distanza focale presenti, a parità di apertura, una minore profondità di campo.



### Fotografare da vicino

*Esercizio:* Una macchina fotografica consente di fotografare oggetti ad una distanza minima  $p = 120$  cm. Per poter fotografare oggetti più ravvicinati davanti all'obiettivo viene montata una lente di potere diottrico  $D = 3$  diottrie. Determinare il nuovo valore minimo  $p'$  a cui si può fotografare.

☹

Ricordiamo preliminarmente che il potere diottrico è l'inverso della distanza focale e che nei due casi la distanza massima tra obiettivo e pellicola non cambia (la indicheremo con  $q$ ).

Basta ora scrivere l'equazione dei punti coniugati nei due casi ed eliminare per differenza le due grandezze sconosciute e cioè  $f$  e  $q$ .

$$1/p + 1/q = 1/f$$

$$1/p' + 1/q = 1/f + D$$

Si ottiene  $1/p' - 1/p = D$  da cui:

$$p' = \frac{1}{D + 1/p} = \frac{1}{3 + 1/1.20} = 0.26 \text{ m}$$

☺

### Calcolo del tempo di esposizione per il fermo immagine

*Esercizio:* Un fotografo dilettante riprende da una distanza di 10 metri l'arrivo di una gara di atletica leggera dei 100 m. Viene utilizzato un obiettivo di focale  $f = 80$  mm. Determinare il tempo minimo di esposizione che consente di ridurre lo sfuocamento delle immagini sulla pellicola ad una dimensione inferiore a  $\Delta x = 0.2$  mm.

☹

Poiché  $p \gg q$  si può tranquillamente ammettere che sia  $q = f$ . Lo sfuocamento della immagine è dovuto allo spostamento del soggetto durante l'apertura del diaframma.

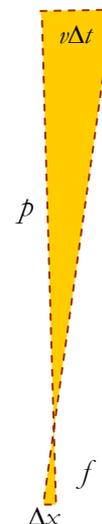
Si avrà pertanto la seguente proporzionalità:

$$p : (v \Delta t) = f : \Delta x \text{ e dunque: } \Delta t = \frac{p \Delta x}{f v}$$

Assumendo che la velocità finale nella gara dei 100 metri sia circa 10 m/s si avrà:

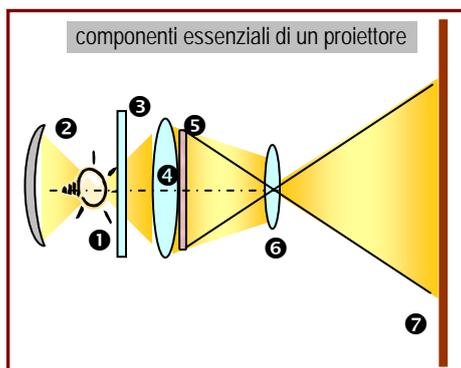
$$\Delta t = \frac{10 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 0.08} = 2.5 \text{ ms}$$

☺



### 4.4.2 IL PROIETTORE

Un qualunque *apparato di proiezione* (proiettore cinematografico, proiettore per diapositive, lavagna luminosa, episcopio) consta di almeno 2 lenti: una prima lente detta *condensatore* che ha lo scopo di produrre una illuminazione uniforme dell'oggetto che si intende proiettare, un *obiettivo* che ha lo scopo di proiettare su schermo una immagine, solitamente ingrandita dell'oggetto che è stato illuminato.



Il proiettore è formato da una lampada ① il più possibile puntiforme che, grazie al contributo di uno specchio concavo ② convoglia i suoi raggi luminosi verso una lente di piccola distanza focale ④ detta *condensatore*. Tra la lampada e il condensatore viene interposta una lastra di vetro speciale che ha lo scopo di bloccare la elevata energia termica che potrebbe deformare il condensatore o rovinare la diapositiva. Il condensatore ha lo scopo di formare una immagine ingrandita della lampada sulla vera e propria lente di proiezione (l'obiettivo ⑥). Subito dopo il condensatore viene collocata la diapositiva da proiettare ⑤. In questo modo essa viene illuminata in maniera uniforme e i raggi della lampada trasportano sull'obiettivo senza attenuazioni o disuniformità tutte le informazioni ottiche dell'oggetto da riprodurre.

In altri termini la diapositiva diventa una nuova sorgente fortemente luminosa. Attenzione a non pensare che il condensatore debba concentrare i raggi della lampada sulla diapositiva; così facendo si perderebbero sia la uniformità di illuminazione sia un buon numero di raggi che, dopo essersi concentrati sulla diapositiva, potrebbero divergere e non raggiungere nemmeno l'obiettivo.

La distanza tra il condensatore e l'obiettivo è regolabile in maniera che la diapositiva si venga a trovare tra il fuoco e il doppio fuoco dell'obiettivo alla distanza tale da formare una immagine nitida sullo schermo (che si trova invece ad una distanza prestabilita dal proiettore).

#### Dimensionamento di un proiettore

*Esercizio:* Un proiettore per diapositive (24x35 mm) utilizza una lampada delle dimensioni lineari  $d_s = 3$  mm e un obiettivo con un diametro  $d_o = 3$  cm; il condensatore ha una distanza focale  $f = 6$  cm.

1. Determinare la distanza  $l$  tra la sorgente e l'obiettivo e il diametro minimo  $d_c$  del condensatore necessario per illuminare la diapositiva.
2. Quanto deve essere la distanza focale  $f_o$  dell'obiettivo se la diapositiva viene proiettata su di uno schermo a distanza  $q_s = 3$  m?

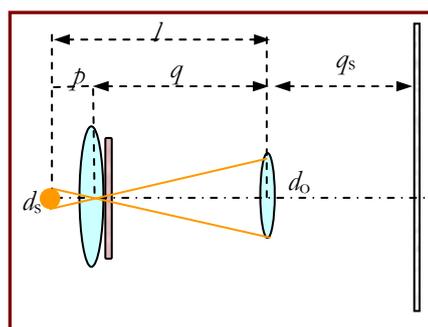


1. La quantità  $l$  richiesta è data dalla somma  $p + q$  mentre le due quantità  $p$  e  $q$  sono correlate dalla equazione dei punti coniugati e dalle condizioni legate all'ingrandimento della sorgente che deve illuminare completamente l'obiettivo; precisamente:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \text{ equazione delle lenti} \quad \frac{p}{q} = \frac{d_s}{d_o} = 0.1 \text{ similitudine}$$

Anche se non utilizzeremo questo risultato consigliamo al lettore di risolvere il sistema; si otterrà  $l = p + q = f \frac{(d_s + d_o)^2}{d_s d_o}$

Sostituendo i valori dati si ha  $p = 0.1$  q e  $\frac{11}{q} = \frac{1}{6}$



si ha così:  $q = 66$  cm e  $p = 6.6$  cm; infine  $l = p + q = 72.6$  cm

Il condensatore deve avere la forma di una circonferenza in grado di circoscrivere la diapositiva e pertanto dovrà essere, in base al teorema di Pitagora:

$$d_c = \sqrt{24^2 + 35^2} = 42.4 \text{ mm}$$

2. Ora che abbiamo calcolato le condizioni per la illuminazione ottimale della diapositiva vediamo di calcolare le caratteristiche ottiche dell'obiettivo. Poiché la diapositiva è a contatto del condensatore sarà:

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{q_s} = \frac{1}{f_o} \text{ e pertanto } f_o = \frac{1}{1/0.66 + 1/3} = 0.54 \text{ m}$$

L'ingrandimento (rapporto delle dimensioni trasversali è pari (per similitudine) al rapporto delle distanze e pertanto:

$$\alpha = \frac{q_s}{q} = \frac{3}{0.66} = 4.5$$



## 4.5 Il microscopio

### 4.5.1 IL MICROSCOPIO OTTICO: COME FUNZIONA

Il *microscopio* è costituito da un sistema (*obiettivo*) in grado di formare una *immagine ingrandita* di un oggetto di piccole dimensioni e da un secondo sistema (*oculare*) che consente di produrre una *immagine virtuale ingrandita della prima*. In questo modo, appoggiando l'occhio all'oculare si ha la visione della immagine doppiamente ingrandita.

Partendo dal basso della immagine qui a lato si ha il *piano porta oggetti* che viene illuminato dal di sotto mediante un *apposito condensatore* per la osservazione in trasparenza. Il piano porta campioni deve essere mobile per permettere la esplorazione del campo di indagine.

Il corpo del microscopio è mobile in modo di poter *regolare la distanza tra obiettivo e oggetto* per effettuare la messa a fuoco. Quasi tutti i microscopi sono dotati di un sistema di *obiettivi intercambiabili* in modo di poter passare ad ingrandimenti via via crescenti dopo che si è centrato sul campione il campo di indagine.

Nella parte superiore del microscopio si trova l'*oculare* (anch'esso intercambiabile) e in molti modelli (come in quello illustrato) si ha una coppia di oculari per permettere la *visione binoculare*.

L'oggetto viene posto *appena oltre il fuoco* dell'obiettivo in modo di produrre una immagine rovesciata e molto ingrandita. Si fa in modo che questa *immagine venga a trovarsi immediatamente prima del fuoco dell'oculare* che genera così una immagine virtuale e molto ingrandita che può essere osservata ponendo l'occhio davanti all'oculare.

In questa situazione e prescindendo da eventuali problemi di scarsa luminosità, se si volesse proiettare l'immagine basterebbe estrarre leggermente l'oculare dalla sua sede; ciò sposterebbe l'immagine dell'obiettivo appena oltre il fuoco e si determinerebbe una immagine reale ingrandita oggettivabile con uno schermo.

Gli elementi caratteristici del microscopio che determinano le sue capacità di ingrandimento sono solo tre: le due distanze focali e la distanza  $\Delta_f$  tra il fuoco posteriore dell'obiettivo e quello anteriore dell'oculare.

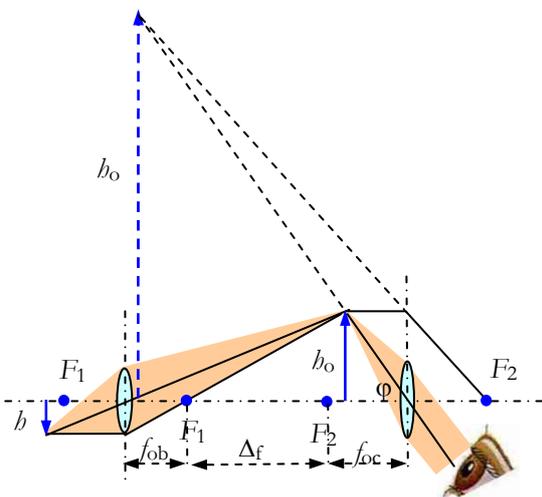
L'*ingrandimento angolare* è il rapporto tra l'angolo sotto cui si vede l'oggetto attraverso il microscopio e l'angolo sotto cui lo stesso oggetto verrebbe osservato alla distanza della visione distinta,  $\eta = \frac{\varphi}{\varphi_0}$ .

Ma, visto che si opera con angoli piccoli esso è anche pari al rapporto tra le tangenti di tali angoli e queste risultano facilmente valutabili per via geometrica:

$\tan \varphi = \frac{h_{ob}}{f_{oc}}$  mentre  $\tan \varphi_0 = \frac{h}{d}$  dove si è indicato con  $d$  la *distanza della visione distinta*.

Si ha così:

$$\eta = \frac{\varphi}{\varphi_0} \approx \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} = \frac{h_{ob}}{f_{oc}} \cdot \frac{d}{h}$$



Ma il rapporto  $\frac{h_{ob}}{h}$  è facilmente calcolabile per via geometrica attraverso una similitudine; nelle condizioni di osservazione si ha infatti:

$$\frac{h_{ob}}{h} = \frac{\Delta_f}{f_{ob}} \text{ e pertanto si ottiene:}$$

$$\eta \approx \frac{\Delta_f}{f_{ob}} \cdot \frac{d}{f_{oc}} = \eta_{ob} \cdot \eta_{oc} \tag{IV.4.11}$$

Per questa ragione quando si opera con un microscopio i diversi componenti recano già l'indicazione dell'ingrandimento distintamente per obiettivo e per oculare.

Come si è già detto le lenti del microscopio hanno valori di focale piuttosto bassi e ciò non va in contrasto con la approssimazione dei raggi parassiali perché gli oggetti osservati sono molto piccoli. Possiamo assumere come esempio:

$$f_{ob} = 2.5 \text{ mm} \quad f_{oc} = 15 \text{ mm} \quad \Delta_f = 160 \text{ mm}$$

In queste condizioni si ha:

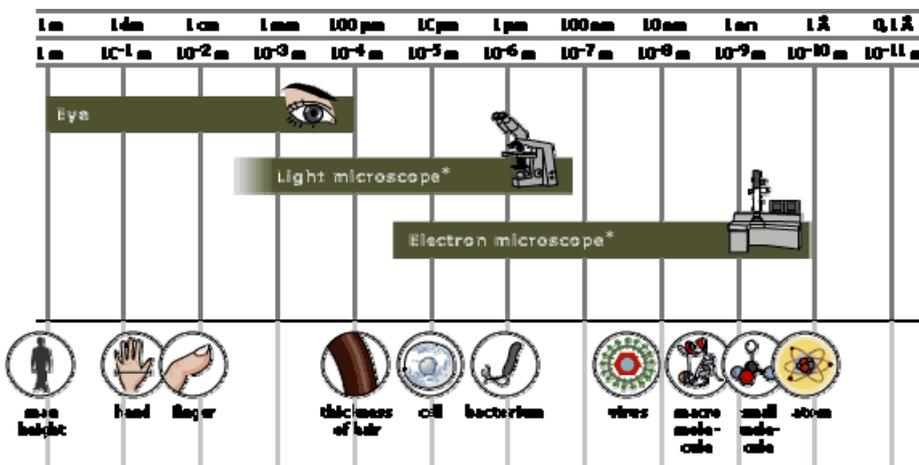
$$\eta_{ob} = \frac{\Delta_f}{f_{ob}} = \frac{160}{2.5} = 64 \text{ ingrandimenti}$$

$$\eta_{oc} = \frac{d}{f_{oc}} = \frac{250}{15} = 17 \text{ ingrandimenti}$$

mentre  $64 \cdot 17 \approx 1000$



#### 4.5.2 IL MICROSCOPIO OTTICO E LE LIMITAZIONI AL SUO UTILIZZO

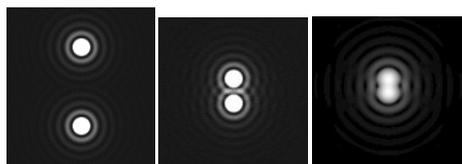


ad ogni dimensione corrisponde uno strumento di osservazione: fissare gli oggetti e gli ordini di grandezza

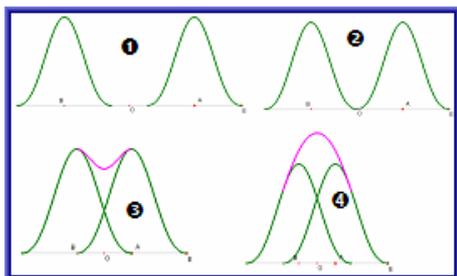
Il valore che abbiamo considerato può essere considerato un limite superiore nell'utilizzo del *microscopio ottico* in luce visibile perché, al di sopra di questo valore, incominciano a presentarsi sia *gravi problemi di aberrazione* sia le problematiche di mancata distinzione di oggetti vicini a causa del fenomeno della *diffrazione*.

I due fenomeni sono mutuamente antagonisti nel senso che se si stringono i diametri delle lenti per ridurre le aberrazioni compare il fenomeno della diffrazione e se si allargano i diametri per ridurre la diffrazione compaiono le aberrazioni.

Vediamo di cosa si tratta: sino ad ora abbiamo ipotizzato che i raggi si propaghino in linea retta e che la immagine di un punto sia un punto;



Il potere risolvibile di uno strumento misura la capacità di distinguere oggetti separati in presenza degli effetti della diffrazione



① oggetti ben separati ② oggetti distinti ③ limite di separabilità ④ oggetti non separabili

ma abbiamo già visto che quando una porzione di fronte d'onda viene delimitata da un ostacolo o da una fenditura qualunque fenomeno ondulatorio risulta in grado di propagarsi al di là producendo la scomparsa delle ombre nette e, possiamo aggiungere, di tutte le determinazioni esatte dell'ottica geometrica.

Ora, in qualunque sistema ottico si ha sempre una delimitazione del fronte d'onda: ciò avviene nei diaframmi quando si collimano i fasci e nel passaggio attraverso le lenti che presentano sempre una apertura limitata.

Nel paragrafo introduttivo si è visto che l'elemento cruciale nel determinare la ampiezza dell'allargamento di immagine dovuta alla diffrazione è il rapporto  $\lambda/d$  tra la lunghezza d'onda e la dimensione della delimitazione del fronte d'onda. Questo rapporto corrisponde al seno dell'angolo (o alla tangente o all'angolo visto che si tratta di angoli piccoli) che descrive la deflessione dei raggi dovuta alla diffrazione.

Nel caso del microscopio si tratta di valutare quanto possano essere spazialmente distinti due oggetti in modo che le corrispondenti immagini di *diffrazione* siano discriminabili. Affinché ciò accada bisogna che il minimo della prima non vada a sovrapporsi al massimo della seconda e ciò ci rimanda alle relazioni già viste nel capitolo precedente a proposito della diffrazione.

Consideriamo dunque due punti A e B separati di  $\varepsilon$  e le immagini A' e B' formate da un obiettivo posto a distanza  $p$  di diametro  $d$ . La delimitazione del fronte d'onda determina la comparsa di una figura di diffrazione: il criterio di ammissibilità per la risoluzione di due punti distinti richiede che la distanza tra i due massimi principali della figura di diffrazione sia maggiore delle distanza tra il massimo e il minimo. Nel capitolo dedicato all'ottica geometrica abbiamo visto che l'angolo che definisce la distanza angolare tra massimo e minimo è dato dalla condizione:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$$

d'altra parte la distanza angolare tra i due massimi A' e B' è data dalla condizione:

$$\tan \varphi = \frac{\varepsilon}{p}$$

dove  $\varepsilon$  rappresenta la distanza tra i due punti da risolvere mentre  $p$  è la distanza tra l'oggetto e l'obiettivo.

Poiché sia  $\varepsilon$  sia  $\lambda$  sono quantità piccole rispetto a  $p$  e a  $d$  possiamo identificare seno, tangente e arco e scrivere la condizione come:

$$\frac{\varepsilon}{p} \geq \frac{\lambda}{d} \text{ o anche:}$$

$$\varepsilon \geq p \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \tag{IV.4.12}$$

Negli obiettivi dei microscopi  $\sin \alpha$  è leggermente minore di 1 e pertanto si può affermare che il *potere risolvibile* sia dell'ordine della mezza lunghezza d'onda che (nella zona del visibile) varia tra 0.3 e 0.6  $\mu$ .

Per aumentare il potere risolvibile si utilizza un piccolo artificio quello di immergere il vetrino da osservare in olio in modo di avere una riduzione

del valore della lunghezza d'onda da  $\lambda$  a  $\lambda/n$  con un aumento del potere risolvete dell'ordine del 50%.

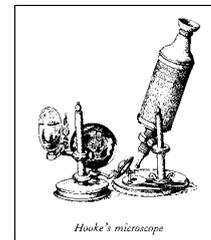
In questo modo, utilizzando il microscopio ottico si arriva, operando in luce monocromatica, a poteri solvete dell'ordine di  $0.2 \mu\text{m}$  e si possono osservare cellule e batteri. Non si arriva invece al mondo dei virus che richiedono l'uso del microscopio elettronico di cui si parlerà in uno dei prossimi paragrafi.

#### 4.5.3 L'IMPORTANZA DEL MICROSCOPIO NELLA STORIA DELLA SCIENZA

Oggi che viviamo nella società della miniaturizzazione e della microelettronica in cui si costruiscono circuiti con oggetti delle dimensioni del decimo di  $\mu\text{m}$  (grazie all'uso del microscopio elettronico) è facile non percepire appieno l'importanza che il *microscopio* (e in genere ogni strumento che ci ha consentito di approfondire la conoscenza dell'infinitamente piccolo) ha avuto nella costruzione della conoscenza scientifica e della comprensione del mondo.

- XIV secolo: fabbricazione artigianale delle prime lenti utilizzate per costruire occhiali
- 1590 due costruttori di lenti danesi Hans e Zacharias Janssen costruiscono il primo microscopio
- 1625 – prima immagine disponibile di un microscopio
- 1667 – Robert Hooke studia vari oggetti al microscopio e pubblica i suoi risultati
- 1675 – *Anton van Leeuwenhoek* utilizza un microscopio a singola lente per osservare il sangue, cellule e batteri
- XVIII secolo perfezionamento del microscopio con l'utilizzo delle prime lenti acromatiche ottenute utilizzando vetri con caratteristiche diverse.
- 1830 – Joseph Jackson Lister introduce i primi obiettivi ed oculari composti da più lenti riducendo a ridurre le aberrazioni di sfericità.
- 1878 – Ernst Abbe studia le problematiche relative al potere risolvete; nascono i microscopi Zeiss ad obiettivo rotante
- 1903 – Richard Zsigmondy sviluppa il primo microscopio in grado di risolvere oggetti di dimensione inferiore alla  $\lambda$  della luce. Premio Nobel per la Chimica nel 1925
- 1932 – *Frits Zernike* inventa il microscopio a contrasto di fase che consente di osservare tessuti biologici incolori e materiali trasparenti; premio Nobel per la Fisica nel 1953
- 1936 – Il fisico Erwin Mueller (1911-77) inventa il microscopio ad emissione di campo
- 1938 – *Ernst Ruska* inventa e perfeziona il microscopio elettronico; premio Nobel per la Fisica nel 1986
- 1981 – Gerd Binnig e Heinrich Rohrer inventano il microscopio ad effetto tunnel che consente di ottenere immagini tridimensionali alla scala atomica; premio Nobel per la Fisica nel 1986

1625 - la prima riproduzione di un microscopio



1667 - il microscopio di Robert Hooke

1675 - il microscopio di van Leeuwenhoek



1825 - il microscopio di Amici con obiettivo verticale ed oculare orizzontale usa lenti acromatiche

1870 - 1912 Carl Zeiss migliora le lenti ed inventa gli obiettivi rotanti



1925 - la meccanica quantistica associa le onde alla materia e crea le basi per il microscopio elettronico

1932 - il microscopio a contrasto di fase di Frits Zernike

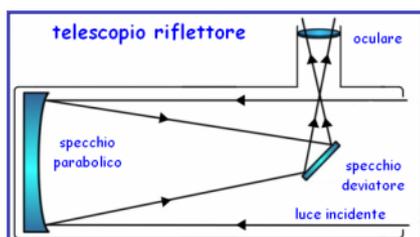


## 4.6 Il telescopio

### 4.6.1 IL TELESCOPIO: COME FUNZIONA

Il *telescopio* è un microscopio che funziona all'altro estremo delle problematiche della visione rispetto al microscopio: si tratta in questo caso di osservare oggetti grandi ma distanti e di riportarne l'immagine vicino in modo che possano essere visti sotto angoli visuali più grandi.

Come nel microscopio abbiamo un *obiettivo* il cui scopo è quello di formare una immagine reale e rovesciata (necessariamente rimpicciolita visto che l'oggetto si trova all'infinito). L'obiettivo può essere costituito da una lente convergente (come nei telescopi di Galilei e Kepler che differivano per la scelta dell'oculare) e si parla in questo caso di *telescopio rifrattore* oppure da uno specchio sferico (o meglio parabolico) come nel telescopio di Newton e si parla in questo caso di *telescopio riflettore*.



Esiste poi un tipo di telescopio in cui attraverso l'uso combinato di specchi e di lenti si riesce ad aumentare il percorso dei raggi senza far crescere le dimensioni.

Tutti i telescopi consentono di osservare l'immagine formata dall'obiettivo attraverso un *oculare* che, nel telescopio di Galilei, era costituito da una lente divergente. Naturalmente nei telescopi veri sia l'obiettivo sia l'oculare sono costituiti da sistemi ottici complessi allo scopo di ridurre le aberrazioni.

Supponiamo dunque di osservare un oggetto lineare AB molto lontano e collochiamo l'asse ottico principale nella direzione del punto A. I raggi luminosi provenienti da B formeranno allora un angolo  $\varphi_0$  con l'asse ottico e giungeranno a noi praticamente paralleli trattandosi di un oggetto molto lontano. I raggi provenienti da AB formeranno, rifratti dall'obiettivo del telescopio una immagine  $A_1B_1$  rovesciata e rimpicciolita di AB e collocata sostanzialmente nel piano focale dell'obiettivo. Se indichiamo con  $h$  l'altezza della immagine sarà:

$$\tan \varphi_0 = \frac{h}{f_{ob}}$$

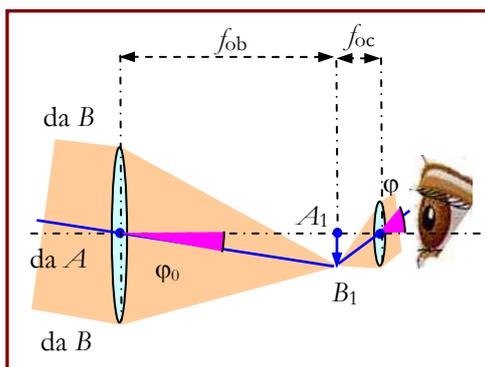
Se ora si colloca l'oculare in maniera che il suo fuoco coincida con il fuoco dell'obiettivo esso formerà una immagine virtuale all'infinito visibile appoggiando la pupilla all'oculare: ciò consente di osservare  $A_1B_1$  sotto un angolo  $\varphi$  decisamente maggiore di  $\varphi_0$  che è molto piccolo e tale per cui:

$$\tan \varphi = \frac{h}{f_{oc}}$$

L'*ingrandimento angolare* del telescopio (tenendo conto del fatto che stiamo operando con angoli piccoli <sup>2</sup>) sarà dunque:

$$\eta = \frac{\varphi}{\varphi_0} \approx \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \tag{IV.4.13}$$

<sup>2</sup> quando si osservano oggetti lontani l'ingrandimento angolare è l'unico ingrandimento che abbia senso; inoltre gli angoli sono dell'ordine del millesimo di radiante e anche meno

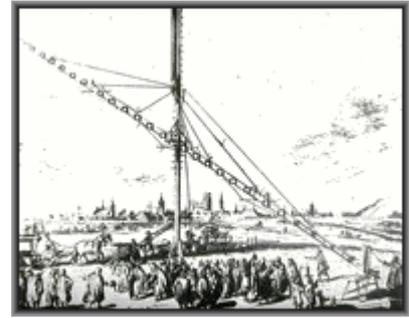


funzionamento e ingrandimento del telescopio a rifrazione  $\eta = f_{ob} / f_{oc}$

Per avere elevati ingrandimenti bisogna dunque operare con obiettivi di grande focale e con oculari di piccola focale mentre il tubo del telescopio ha lunghezza pari alla somma delle due distanze focali.

Per questa ragione si trovano nella frenetica storia della giovane astronomia immagini come quella qui a lato in cui si va alla ricerca di ingrandimenti elevati con telescopi sempre più lunghi.

Quanto abbiamo detto a proposito del telescopio a rifrazione vale anche per quello a riflessione che, come si è detto, presenta il vantaggio di una maggiore apertura dell'obiettivo.



telescopi sempre più lunghi nella speranza di vedere sempre più lontano - Hevelius 1673; obiettivo con 46 m di lunghezza focale

#### 4.6.2 CARATTERISTICHE TECNICHE E LIMITAZIONI CONNESSE ALL'USO DEL TELESCOPIO

Per ragioni geometriche ben evidenziate nella immagine qui a lato vale la relazione:

$$\frac{d_{ob}}{d_{oc}} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad (IV.4.14)$$

e pertanto, fissato l'ingrandimento, il diametro dell'obiettivo non risulta essere una variabile indipendente se si tiene conto del fatto che il diametro dell'oculare viene scelto in base all'utilizzo che si fa del telescopio (visione notturna o diurna) tenendo conto della apertura della pupilla.

Per esempio durante la visione notturna si ha:  $d_{pup} = 6 \text{ mm}$  e pertanto se il telescopio deve avere 100 ingrandimenti dovrà essere  $d_{oc} = 6 \text{ mm}$  e  $d_{ob} = 6 \cdot 100 = 600 \text{ mm}$ .

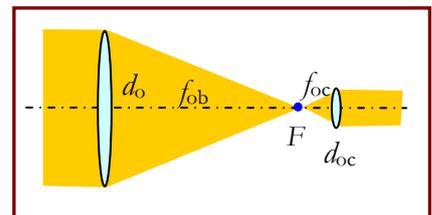
Diciamo subito che il problema principale del telescopio non è quello di aumentare l'ingrandimento, che pure è importante, ma piuttosto quello di *aumentare la luminosità dell'immagine* la qual cosa si realizza aumentando il più possibile il diametro dell'obiettivo. In questo modo non solo l'immagine risulta più nitida ma si eliminano o si riducono i fenomeni di diffrazione (l'immagine a lato rappresenta la foto di una porzione della nebulosa di Orione ripresa, a parità di diametro di apertura, con 50, 80 e 120 ingrandimenti).

La *apertura dell'obiettivo* è ciò che fa la differenza tra i telescopi rifrattori e quelli a riflessione. L'ultimo grande *telescopio* rifrattore costruito risale alla fine dell'800 e ha un diametro di circa 1 metro. Si tratta di un limite insuperabile per ragioni tecnologiche. Al crescere delle dimensioni aumentano infatti anche le tensioni interne agli apparati ottici dovute al peso e alla azione dei vincoli che determinano deformazioni delle lenti con conseguente perdita di qualità delle immagini.

Uno specchio presenta un solo lato di lavoro e può pertanto essere sorretto dal di sotto mentre, nel caso delle lenti il sistema deve essere sorretto solo dal bordo e bisogna evitare che il sistema di sospensione (che deve sopportare il peso del sistema ottico) deformi la lente. Inoltre lo specchio non ha problemi di assorbimento della radiazione ultravioletta cosa che invece accade al vetro.

Si oppongono all'ingrandimento arbitrario del diametro dell'obiettivo sia questioni di natura costruttiva sia le relazioni appena viste tra ingrandimento, dimensioni dell'obiettivo e dimensioni dell'oculare.

Infatti, fissato l'ingrandimento, al crescere del diametro dell'obiettivo deve crescere anche quello dell'oculare ma questo, se deve essere utilizzato per la visione diretta deve avere le dimensioni della pupilla perché



Nebulosa di Orione a 50, 80, 120 ingrandimenti; migliora il dettaglio ma si perde in luminosità

in caso contrario la luce della immagine virtuale non viene tutta utilizzata dal processo della visione. La situazione non migliora sostituendo all'occhio una macchina fotografica o un dispositivo rivelatore di natura elettronica perché, come abbiamo già visto, il diaframma deve essere tendenzialmente piccolo.

Il *telescopio* svolge due ruoli diversi a seconda che venga utilizzato per osservare oggetti relativamente vicini (interni al sistema solare) o le stelle.

Nel primo caso lo scopo del telescopio è quello di aumentare l'angolo di visuale ovvero di portare più vicini gli oggetti osservati. In questo caso viene sfruttata a pieno la capacità di ingrandire.

Se si guarda la Luna ad occhio nudo si possono semplicemente osservare macchie e variazioni di luminosità; ma se si fa la stessa cosa con un telescopio si osservano avvallamenti e montagne, crateri e così via. Con il telescopio di monte Palomar da 5 m si possono visualizzare dettagli delle dimensioni di 1 metro. La luminosità nei due casi rimane la stessa ma si vanno ad osservare dettagli altrimenti non percepibili.

Esemplifichiamo con la immagine qui a lato nella quale sono presentate due fotografie eseguite con un obiettivo da 50 mm e il dettaglio corrispondente ad una porzione della foto ottenuto montando un obiettivo da telescopio di 1000 mm.



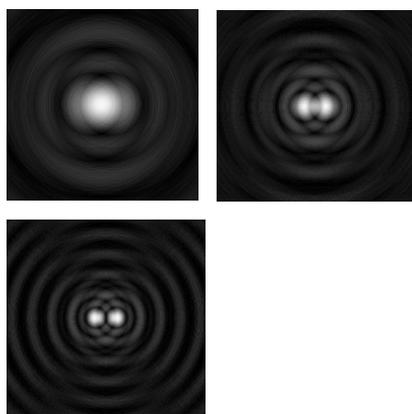
il telescopio come strumento capace di ingrandire senza aumentare la luminosità

La situazione è invece completamente differente quando si opera con le stelle. Le stelle sono così lontane da essere percepite come dei punti luminosi sia ad occhio nudo sia con l'ausilio del telescopio. Anche il telescopio più potente non riesce a farci vedere una stella con dimensioni angolari superiori a quel valore di 1' che corrisponde all'angolo visuale minimo percepibile dall'occhio umano. In questo caso cambia però completamente la luminosità; infatti il rapporto tra l'energia luminosa che riceviamo da una stella attraverso il telescopio e quella che riceviamo ad occhio nudo è pari al quadrato del rapporto tra il diametro dell'obiettivo e il diametro della pupilla. Se ci riferiamo ancora al telescopio di monte Palomar avremo che l'aumento di luminosità risulta pari a  $(5000 \text{ mm} / 3 \text{ mm})^2 \approx 3 \cdot 10^6$ .

Per questa ragione il telescopio è in grado di farci percepire stelle invisibili ad occhio nudo e di farci distinguere come entità separate gruppi di stelle vicine che ci apparivano come un unico punto luminoso.

Esiste poi il problema del *potere risolvete* legato ai fenomeni di diffrazione. Qualunque stella viene sempre ad essere osservata come il massimo centrale di una figura di diffrazione. Quanto minore è l'apertura dell'obiettivo, tanto maggiore è la sfocatura del massimo principale oltre alla presenza dei massimi secondari. Al crescere della apertura l'immagine centrale si fa più nitida mentre i massimi secondari si stringono intorno a quello principale.

Per non appesantire la trattazione già svolta con riferimento al microscopio ci limitiamo a presentare tre immagini simulate al computer delle figure di diffrazione relative ad una stella doppia con distanza di  $0.4 \text{ sec di } ^\circ$  nel caso di un telescopio da 3 m di focale e diametro 100 mm (caso a) e nei due casi successivi in cui si passa a 6 m e 200 mm (caso b) e infine a 9 m e 300 mm (caso c). La scelta dei dati numerici ha tenuto conto della necessità di far crescere la focale insieme al diametro in modo di utilizzare sempre integralmente l'energia luminosa raccolta.



risoluzione al telescopio di una stella doppia

Come si vede, nel caso c, la stella doppia si può considerare completamente risolta. Riassumendo le caratteristiche tipiche di un *telescopio* sono le seguenti:

**Apertura:** si riferisce al diametro dell'obiettivo e determina la luminosità dello strumento. Per esempio due telescopi con lo stesso ingrandimento ma con diversa luminosità consentono di distinguere in modo diverso dettagli nella osservazione di uno stesso pianeta. Si tenga presente che raddoppiando il diametro la quantità di energia luminosa che viene raccolta risulta quadrupla e se si tiene conto che anche l'illuminamento decresce con legge dell'inverso quadrato possiamo affermare che, a parità di condizioni, al crescere del diametro cresce proporzionalmente la distanza cui si riesce ad andare. Per esempio con un rifrattore da 60 mm si evidenzia il centro luminoso della galassia di Andromeda (2 milioni di anni luce) mentre con un 200 mm si riescono ad osservare i bracci a spirale di galassie lontane 30 milioni di anni luce.

**Risoluzione:** descrive la capacità di produrre immagini ben definite e di distinguere immagini ravvicinate; dipende dalla qualità delle ottiche utilizzate e dalla apertura dell'obiettivo. Le stelle da risolvere devono avere un angolo  $\theta \geq \lambda / d$

**Ingrandimento:** abbiamo già visto come si calcola, ma si tenga presente che esistono limitazioni legate alle aberrazioni e alle dimensioni dell'occhio umano; come regola pratica accettata si assume un ingrandimento massimo in condizioni ideali pari a 60 volte l'apertura espressa in pollici. Al di sopra di questi limiti l'immagine risulta poco contrastata e l'aumento di ingrandimento non produce ulteriori miglioramenti.

#### 4.6.3 EVOLUZIONE E TAPPE NELLA STORIA DEL TELESCOPIO E DELLA ASTRONOMIA

Benché le proprietà delle superfici vetrose di produrre rifrazione sia nota dalla antichità le prime lenti applicate alla soluzione del problema della presbiopia si hanno nel 13° secolo quando vengono prodotti i primi occhiali (a Firenze e Venezia) grazie anche alle migliori caratteristiche di trasparenza dei vetri e alle capacità di lavorarne le superfici. Il termine lente viene dalla forma a lenticchia che avevano le prime lenti biconvesse.

Dall'utilizzo delle lenti alla costruzione dei primi telescopi passano più di due secoli. In effetti non sono note le leggi dell'ottica geometrica e nella costruzione degli occhiali si procede più per esperienza pratica che per conoscenza.

Il primo riferimento ufficiale al *telescopio* viene dalla Olanda. Nell'ottobre del 1608 viene riconosciuta ad Hans Lipperhey di Middelburg la invenzione di un oggetto che serve a *guardare le cose lontane come se fossero vicine* e che consiste in una coppia di lenti concava e convessa inserite in un tubo con un ingrandimento di circa 3x.

La invenzione si propaga rapidamente in Europa e già nella primavera del 1609 i primi telescopi risultano in vendita a Parigi e poi in Italia.

Nell'autunno inverno del 1609 e poi nei due anni successivi *Galilei* utilizzando una serie di telescopi di sua costruzione osserva montagne e crateri della Luna, i 4 satelliti di Giove, le fasi di Venere, le macchie solari e la natura stellare della via lattea.



telescopi di Galilei conservati al museo della scienza di Firenze:

- 1) legno ricoperto di carta con focale di 1.33 m, apertura 26 mm e ingrandimento 14x
- 2) legno e pelle focale di 0.96, obiettivo con apertura di 16 mm ingrandimento 20x
- 3) la lente obiettivo con cui Galilei osservò i satelliti medicei



schema evolutivo del telescopio da quello di Newton con lo specchio piano posto prima del fuoco a quello di Cassegrain caratterizzato da una doppia riflessione e ancora oggi ampiamente utilizzato per la sua compattezza

Il telescopio di Galilei era formato da un obiettivo piano convesso (con una focale di circa 90 cm) e da un oculare piano concavo (con una focale di circa 5 cm e collocato in un tubo che consentisse la messa a fuoco attraverso spostamenti dell'oculare stesso).

L'apertura dell'obiettivo era mantenuta piuttosto bassa (tra 1 e 2.5 cm) per sopperire ai difetti di curvatura delle lenti e alla loro scarsa qualità (presenza di bolle in periferia) e scarsa trasparenza. Ne derivava un campo visuale piuttosto ristretto (circa 15' di arco)

A partire dal 1611 *Johannes Kepler* introduce il telescopio formato da due lenti convergenti (quello che abbiamo analizzato nei paragrafi precedenti). A differenza del telescopio galileiano che produce immagini diritte a causa della doppia inversione che si produce nella immagine reale e poi in quella virtuale, il telescopio kepleriano produce una immagine rovesciata. Ciò è irrilevante per le applicazioni astronomiche ma non lo è per quelle commerciali e militari e per questa ragione viene introdotta una terza lente in grado di raddrizzare l'immagine. Il telescopio di Kepler presenta, rispetto a quello di Galilei sia una maggiore luminosità sia una maggiore apertura di campo e pertanto diviene lo strumento standard nella seconda metà del 600.

Nel 1656 *Christian Huyghens* costruisce un telescopio della lunghezza di quasi 7 metri con una apertura dell'ordine del decimetro e con ingrandimento di 100x.

L'elemento di novità che caratterizza il 600 è lo sviluppo delle leggi dell'ottica geometrica (Descartes, Snell e Fermat) con l'approfondimento delle problematiche legate alle aberrazioni e la scoperta scientificamente fondata delle proprietà delle superfici sferiche e paraboliche rispetto alla riflessione. In questo contesto si collocano i lavori di *Newton*.

Newton affronta inizialmente problemi di miglioramento dei telescopi a rifrazione (compreso l'uso di lenti paraboliche già suggerite da Descartes) analizzando i diversi tipi di aberrazione finché si rende conto dei grandi vantaggi connessi all'uso della riflessione "col loro mezzo gli strumenti ottici potevano essere condotti a un qualsiasi grado di perfezione immaginabile, a condizione di trovare una sostanza riflettente levigabile altrettanto accuratamente del vetro, e capace di riflettere altrettanta luce quanto il vetro ne trasmette, e di riuscire anche a conseguire l'arte di conferire ad essa una forma parabolica..."

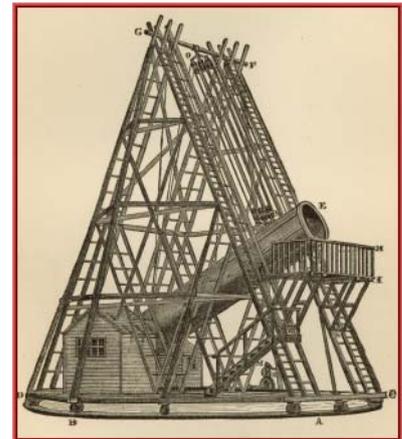
Nel 1668 Newton costruì il suo primo telescopio riflettore con apertura di soli 25 cm il che rendeva approssimabile il paraboloide con una superficie sferica. Lo specchio era in bronzo bianco e venne lavorato dallo stesso Newton. Lo strumento forniva circa trenta ingrandimenti e gli permise osservazioni dei satelliti di Giove.

Il secondo strumento è del 1672 e fu grazie ad esso che Newton entrò a far parte della Royal Society. Lo specchio aveva un raggio di curvatura di 32 cm. circa, quello della superficie sferica della lente (l'oculare) circa 4 cm mentre la distanza tra lo specchio sferico e la lente (dopo la riflessione sullo specchio piano) era circa 16 cm. Lo specchio primario (l'obiettivo) era realizzato in una lega di bronzo ed argento; ma Newton suggerisce di aggiungere dell'arsenico alla lega per aumentarne la durezza e quindi ottenere una superficie ad un livello di finitura più elevato. Con l'aumento delle prestazioni incominciarono a porsi problemi di aberrazione sferica che avrebbero richiesto una lavorazione parabolica delle superfici.

Dello stesso periodo sono i *telescopi di Cassegrain* che sfruttano una doppia riflessione interna al tubo attraverso l'uso di specchi forati. Questo tipo di telescopio si rivelerà vincente sul lungo periodo perché i due specchi concavo e convesso possono essere accordati in modo di ridurre le aberrazioni di sfericità

Molti anni più tardi, dopo essersi dedicato alla meccanica e alla gravitazione, nel 1704 dopo la morte di Robert Hooke con cui aveva lungamente polemizzato, Newton pubblicò "*Opticks*", il suo grande trattato sull'ottica in cui rientrano anche le problematiche di costruzione dei telescopi.

- 1687 J. Hevelius compila un catalogo di 1500 stelle
- 1682 *cometa di Halley*; E. Halley cataloga 341 stelle australi
- 1726 scoperta della *aberrazione stellare* da parte di J. Bradley
- 1744 L. Eulero teoria sul moto dei pianeti e delle comete
- William *Herschel* che operò nella seconda metà de 700 fu insieme un grande astronomo (scoperta di Urano 1781 e analisi della radiazione infrarossa nel Sole 1800) e un grande costruttore di specchi e di telescopi (prevalentemente a riflessione con varianti nello schema di Newton e di Cassegrain). Nel 1789 venne realizzato un telescopio con un tubo di 12 m una apertura di 1.47 m del peso di una tonnellata.
- Nel 1800 Adams e LeVerrier prevedono l'esistenza di *Nettuno* in base ad anomalie nell'orbita di Urano. Nel 1846 il pianeta viene osservato da Johan Galle. Nel corso dell'800 si fa ancora un largo uso dei rifrattori che, benché più limitati danno immagini migliori dei riflettori e ciò, in un periodo in cui la astronomia è ancora largamente interna al sistema solare è importante.
- 1801 G. Piazzi scopre *Cerere il primo pianetino*
- 1838 Bessel annuncia la determinazione della *prima distanza stellare*
- 1866 Schiapparelli dimostra che le stelle cadenti sono residui di comete
- 1888 misura delle *velocità di recessione delle galassie* tramite il red shift
- 1905 inaugurazione dell'*osservatorio di monte Wilson*
- 1908 Hertzsprung *classifica le stelle nane e le giganti*
- 1912 legge sulla relazione tra periodo e luminosità per le *stelle variabili cefeidi* che consentirà di assegnare distanze assolute alle cefeidi
- 1913 Russel teoria dell'*evoluzione stellare*
- 1923 Hubble dimostra che *le galassie sono esterne alla via lattea*
- 1910 Harlow Shapley dà una stima delle dimensioni della via Lattea
- 1924 *Edwin Hubble* scopre che molte *nebulose sono in realtà galassie lontane*
- 1929 Hubble scopre la legge sulla *espansione dell'universo (red shift)*
- 1930 Clyde Tombaugh scopre Plutone.
- 1938 *Hans Bethe* avanza le teorie sull'*origine termionucleare dell'energia delle stelle* e del Sole in particolare
- 1940 nasce la *radioastronomia* con la scoperta che la via lattea e altre galassie emettono onde radio; la scoperta del radar consente applica-



il gigantesco telescopio di sir W. Herschel

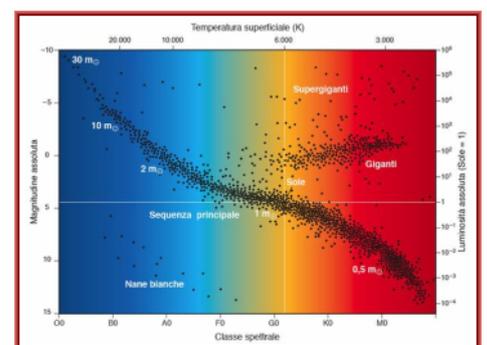
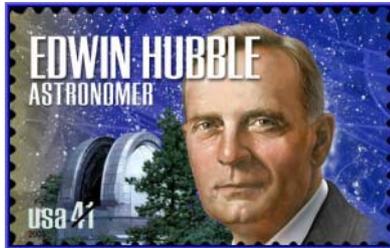


diagramma di Hertzsprung Russel per la classificazione stellare e la loro evoluzione

zioni astronomiche. La radioastronomia consentirà, pur operando a lunghezze d'onda superiori al visibile, la realizzazione di radiotelescopi molto grandi costituiti da antenne collegate tra loro e in grado di emulare telescopi del diametro di migliaia di chilometri. Martin Ryle riceverà nel 1974 il Nobel per i telescopi a struttura decentrata.



1946 con un razzo V2 si fotografa lo spettro ultravioletto del Sole fuori dall'atmosfera

1948 viene costruito il *telescopio a riflessione del Monte Palomar* con un diametro di 5 m che è in grado di captare circa mezzo milione di volte la luce percepibile dall'occhio umano.

1948 George Gamow avanza le prime ipotesi sull'origine dell'universo tramite una esplosione primordiale (*big bang*). Fred Hoyle avanza la teoria dello *stato stazionario*

1950 ipotesi sulle reazioni termonucleari con capacità di produzione di elementi pesanti per fusione nucleare (Fred Hoyle)

1954 scoperta delle Radio Galassie e conferma del red shift anche per esse

1957 *lancio dello Sputnik*: primo satellite artificiale

1959 Luna 3 fotografa la *faccia nascosta della Luna*

1960-63 Scoperta delle quasar (*quasi stellar radio source*) gli oggetti più lontani dell'universo e che esibiscono enormi emissioni energetiche

1960 *astronomia a raggi X* e all'infrarosso

1965 scoperta della *radiazione fossile* a 3 K che fa da impronta digitale del *big bang* da parte di Arno Penzias e Robert Wilson

1967 Jocelyn Bell e Anthony Hewish scoprono le *pulsar* (acronimo di *pulsating star*). Si tratta di stelle di neutroni in rapida rotazione con altissima densità di materia (una stella di neutroni con massa pari a 1.4  $M_{\odot}$  può avere diametri tra i 10 e i 20 km) che costituiscono l'antichambera dei buchi neri.

1973 prime *foto ravvicinate di Giove*

1975 prime immagini della superficie di Venere

1978 lancio dell'osservatorio Einstein per la astronomia a raggi X

1983 lancio dei *satelliti per la astronomia nell'infrarosso*

1989 lancio del *telescopio spaziale COBE*

1990 lancio del *telescopio spaziale Hubble* (i problemi di inquinamento luminoso dovuti alla presenza della atmosfera vengono risolti utilizzando i telescopi satellitari).

anni 90 del 900 si costruiscono telescopi ottici più grandi di quello di monte Palomar usando una *tecnica di tassellatura degli specchi*

- 2000: inaugurazione alla Hawaii del telescopio ottico con specchio da 8 metri sulla cima del Mauna Kea a 4000 m di altezza. Il telescopio opera nella zona dell'infrarosso prossima al visibile con una risoluzione di 0.07 secondi di grado.

2002 premio Nobel per la fisica al professor Giacconi per le ricerche di astronomia a raggi X.



## 4.7 I microscopi non ottici

### 4.7.1 LA RISOLUZIONE DEGLI STRUMENTI DIPENDE DA $\lambda$ : L'USO DELLE ONDE DI MATERIA

Abbiamo visto nei paragrafi precedenti che il limite principale nella possibilità di osservare (utilizzando il senso della vista) gli oggetti piccoli trova un limite dimensionale inferiore nelle problematiche della diffrazione che determina un limite nel potere risolvibile del microscopio.

Se vogliamo evitare inutili complicazioni di tipo numerico possiamo affermare (come si è detto nel capitolo dedicato all'ottica geometrica) che quando l'oggetto da osservare ha *dimensioni comparabili o inferiori alla lunghezza d'onda della radiazione utilizzata non si ha modo di produrre una immagine dell'oggetto*.

Nasce da qui, dopo che la fisica di fine 800 ha dimostrato la assimilazione delle onde luminose alle onde elettromagnetiche, l'idea di utilizzare radiazioni di lunghezza d'onda inferiore come strumento di potenziamento della capacità di osservazione degli oggetti più piccoli.

Ci sono comunque due limitazioni che si pongono lungo questa strada:

- per produrre dei microscopi all'ultravioletto o ai raggi X bisogna che si possano costruire lenti o specchi per questo tipo di radiazioni: orbene al crescere della frequenza della radiazione l'indice di rifrazione tende a 1 e inoltre aumenta di molto la opacità dei mezzi trasparenti;
- inoltre la radiazione di alta frequenza trasporta granuli di energia sempre più *duri*, potenzialmente in grado danneggiare le caratteristiche dell'oggetto che viene sottoposto ad indagine.

Per questa ragione la microscopia della luce invisibile non ha potuto dare contributi importanti alla evoluzione del microscopio.<sup>3</sup>

Uno dei primi passi sulla strada della meccanica quantistica è legato al *dualismo ondulatorio corpuscolare* di cui si tratterà in uno dei prossimi capitoli e, più diffusamente, nelle parti di fisica del 900.

Si è scoperto non solo che le radiazioni elettromagnetiche possiedono un comportamento corpuscolare sempre più evidente al crescere della frequenza, ma anche che la materia è dotata di proprietà ondulatorie secondo la *relazione di de Broglie*:

$$\lambda = \frac{h}{m v} = \frac{h}{p} \quad (\text{IV.5.5})$$

Si tratta di onde particolari associate alla probabilità di identificare la particella in una determinata posizione spaziale ma ciò che conta è che queste onde possono essere utilizzate per produrre immagini nel senso che è possibile, con particolari apparecchiature produrre l'equivalente dei fenomeni legati alla rifrazione ed alla riflessione.



<sup>3</sup> diverso è il problema dell'uso dei raggi X e dei raggi  $\gamma$  nella scienza dei materiali come strumenti per la effettuazione di radiografie. In questo caso non si va alla ricerca dell'ingrandimento ma ci si limita ad osservare la luce diffusa e diffratta dalle strutture dei reticoli cristallini.

### 4.7.2 IL MICROSCOPIO ELETTRONICO: PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO ED APPLICAZIONI

Il *microscopio elettronico* stato *inventato* nel 1933 da Ernst Ruska (premio Nobel 1986) che dopo i primi tentativi legati alla fattibilità dell'uso degli elettroni per produrre immagini riuscì ad abbattere il muro della risoluzione dei 200 nm limite inferiore per il microscopio all'ultravioletto.

Già dal 1936 la Siemens con cui Ruska collaborava mise a disposizione il primo microscopio elettronico destinato rapidamente a rivoluzionare la nostra visione dell'invisibile.

Il microscopio elettronico funziona sfruttando la capacità di campi elettrici e magnetici di accelerare e deflettere fasci di elettroni che possono così essere dotati della lunghezza d'onda (energia) desiderata e focalizzati e collimati a piacere.

Se un fascio di elettroni viene accelerato da un campo elettrico prodotto da una differenza di potenziale di 100'000 V ogni elettrone acquista una energia di  $100 \text{ keV} = 100 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \approx 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

A questa energia corrisponde una quantità di moto  $p$  tale che  $\mathcal{E}_k = \frac{p^2}{2m}$  e

$$p = \sqrt{2 m \mathcal{E}_k} = \sqrt{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-14} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} = 1.7 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$

Si ha pertanto:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{1.7 \cdot 10^{-22}} = 3.9 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Una lunghezza d'onda così bassa ci garantisce la possibilità di trascurare completamente gli effetti di diffrazione.

Esistono due tipi di microscopi elettronici, quello a trasmissione (TEM) e quello a scansione (SEM).

Nel *microscopio a trasmissione* TEM un catodo di tungsteno opportunamente riscaldato emette dei termoelettroni che vengono accelerati con d.d.p. tra i 40 e i 100 kV. Alcuni elettromagneti focalizzano il fascio e lo sparano contro il campione da esaminare. Nella interazione che ne segue alcuni elettroni vengono diffusi mentre gli altri sono nuovamente focalizzati su un sistema elettronico di formazione delle immagini. Il TEM, originariamente utilizzato sui tessuti biologici sfrutta la loro capacità di assorbire in modo selettivo gli elettroni.

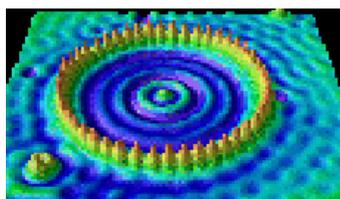
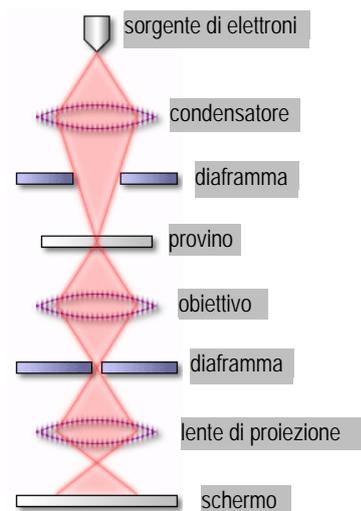
Un microscopio di tipo TEM può oggi operare con ingrandimenti da 20X a 510.000X con una risoluzione massima che si approssima alla dimensione atomica.

In effetti anche se l'apertura angolare del microscopio elettronico è piuttosto bassa (dell'ordine del  $^\circ$ ), grazie ai valori estremamente bassi di  $\lambda$  è possibile raggiungere risoluzioni elevate.

$$\epsilon \geq \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \approx \frac{3.9 \cdot 10^{-12}}{\sin 1^\circ} = 0.1 \text{ nm}$$



Ruska accanto ad uno dei microscopi elettronici Siemens degli anni 60



strutture atomiche artificiali viste al microscopio a scansione con visione diretta degli atomi

<sup>4</sup> Abbiamo trascurato gli effetti relativistici che, a questi valori di energia, in cominciano a farsi sentire, seppur debolmente, sugli elettroni.

L'idea del *microscopio a scansione* è quella di far muovere il pennello di elettroni sulla superficie da indagare ed andare ad esaminare gli elettroni secondari emessi nel corso della interazione.

Il campione da osservare dopo essere stato disidratato e reso conduttivo viene posto in una camera all'interno della quale viene fatto il vuoto. La quantità e l'energia degli elettroni secondari retrodiffusi da ogni punto del campione colpito dal fascio elettronico dipende dalla morfologia, oltre che dalla natura chimica, del campione in quel punto.

#### 4.7.3 LA FAMIGLIA DEGLI SCANNING PROBE MICROSCOPE

A partire dagli anni 80 è stato introdotto un nuovo tipo di microscopio (che sarebbe più corretto chiamare *nanoscopia*) realizzato presso il centro ricerche IBM di Zurigo; si tratta del microscopio elettronico con sonda a scansione che opera mediante una elettrodo in grado di sondare la superficie di qualunque materiale senza bisogno di operare nel vuoto.

I due inventori di questo strumento Gerd Binnig e Heinrich Rohrer hanno ricevuto nel 1986 il premio Nobel per una scoperta destinata a rivoluzionare tutto il mondo delle nanotecnologie. Sono stati infatti ridotte quasi a zero tutte le precedenti necessità di preparazione e le cautele nell'uso degli oggetti da indagare. Inoltre il perfezionamento del trattamento delle informazioni consente di ottenere immagini addirittura tridimensionali con applicazioni di altissimo livello in tutto il settore della scienza e della tecnologia.

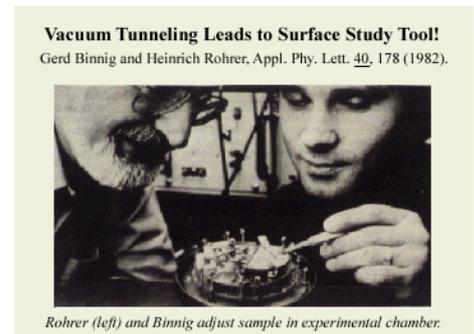
Nel giro di pochi anni sotto la sigla SPM (*scanning probe microscope*) si sono sviluppate diverse tecnologie che sfruttano tutte effetti di interazione a livello quantistico tra una sonda di dimensioni atomiche sulla punta e la superficie da indagare.

Con SPM si possono visualizzare superfici tridimensionali su scala del nm e inoltre si possono visualizzare proprietà fisiche di vario tipo quali quelle di durezza o di attrito o magnetiche o ancora i legami chimici. Un ago sottilissimo viene usato per fare uno *scan bidimensionale* della zona da indagare. Le informazioni raccolte vengono poi rielaborate per via informatica sino a formare una immagine.

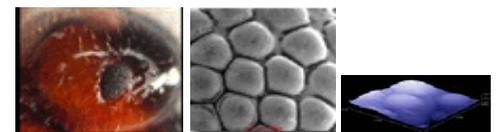
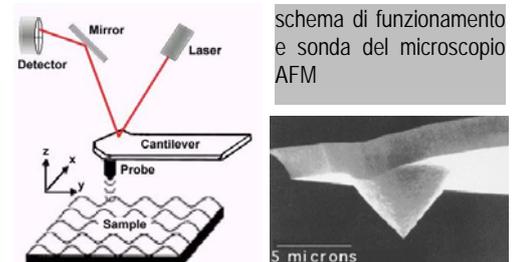
Quando gli atomi posti sulla punta della sonda si trovano di fronte (e molto vicini) a quelli sulla superficie da indagare alcuni degli elettroni della nube elettronica della superficie sono in grado di passare alla sonda anche se la condizione energetica non lo consentirebbe (*effetto tunnel* quantistico). Per questa ragione il primo tipo di SPM funziona utilizzando solo superfici conduttrici di elettricità ed è stato poi affiancato da AFM (atomic force microscope) in cui si amplificano le repulsioni tra sonda e superficie dovute alle repulsioni tra nubi elettroniche.

#### 4.7.4 IL MICROSCOPIO A EFFETTO DI CAMPO E QUELLO AD EFFETTO TUNNEL (UNA NOTA AUTOBIOGRAFICA)

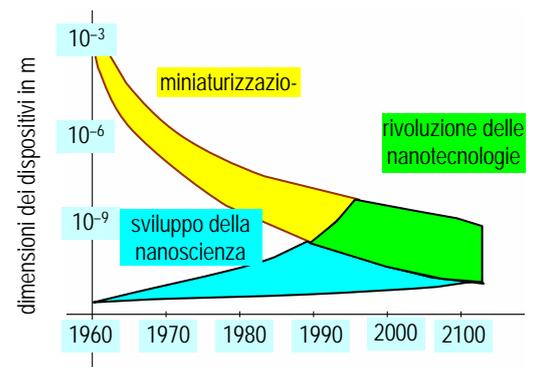
Erano i primi mesi del 1967 ed ero un giovane studente di fisica con tanta voglia sia di capire il mondo sia di cambiarlo; studiavo per prepararmi all'esame di Fisica II sullo splendido testo di R. Feynman e ricordo ancora una immagine come quella qui a lato e la pagina in cui Feynman, come applicazione dei campi elettrostatici, spiegava il funzionamento del *microscopio ad effetto ionico* inventato negli anni 50.



Rohrer (left) and Binnig adjust sample in experimental chamber.



occhio di formica visto al microscopio ottico, al microscopio elettronico a scansione e allo SPM



La scoperta dello SPM ci sta facendo entrare nell'era in cui le tecnologie esplorano ed intervengono sul mondo dei virus, delle molecole e degli atomi

Gli atomi esistono e si possono vedere sembra dire quella immagine: si vedono le strutture.

Nel microscopio ad effetto di campo (il progenitore di quello a campo ionico) un ago metallico viene posto in una camera a vuoto a bassissima temperatura ( $20 \div 100$  K) circondata da una ampolla su cui è depositata una sostanza fosforescente.

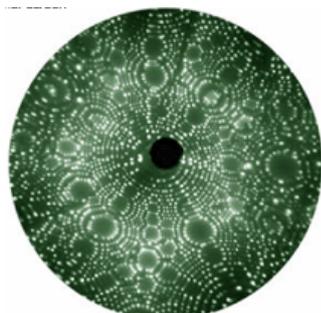
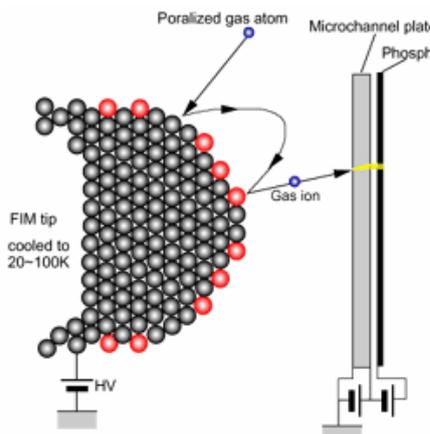
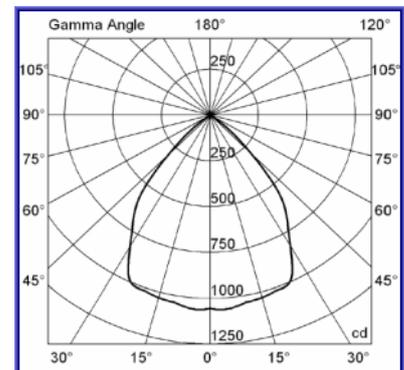


Immagine della punta di un ago di tungsteno ottenuta attraverso un microscopio a campo ionico



## 4.8 Quesiti di fine capitolo

1. Posta pari a 1 la sensibilità nella zona del verde che valore si ha nella zona del giallo? <sup>5</sup>
2. Di giorno l'occhio umano presenta la stessa sensibilità per il giallo e per il blu. E di notte? <sup>6</sup>
3. Dimostra che l'angolo solido generato da un cono di apertura  $\alpha$  vale  $2\pi(1 - \cos\alpha/2)$ .
4. Spiega come mai nella relazione per la misura di un angolo solido  $\delta\Omega = \frac{\delta S \cos\varphi}{r^2}$  compare  $\cos\varphi$  e come mai c'è  $r^2$  al denominatore.
5. Nel testo si parla in alcune tabelle di temperatura di colore. Sapresti dire cos'è?
6. Nel definire il flusso luminoso si fa una media *doppiamente ponderata*. Cosa vuol dire questa frase?
7. Una sorgente che emette nel rosso una potenza luminosa di 1 W determina un flusso nettamente superiore a 1 lm. Spiega.
8. Facendo riferimento alla tabella 4.1 fai un confronto sul flusso, a parità di potenza tra una lampada fluorescente compatta e una lampada a vapori di sodio a bassa pressione. <sup>7</sup>
9. Cosa vogliono dire, in maniera imprecisa, i costruttori di lampade che scrivono sulle confezioni frasi come 20 W = 100 W?
10. Perché il lumen è legato in maniera così bizzarra al watt?
11. Dal punto di vista concettuale in cosa differiscono l'intensità luminosa e l'illuminamento?
12. Cosa sono le curve fotometriche?
13. Con riferimento alla curva fotometrica rappresentata qui a lato: a) quanto vale l'intensità luminosa a 90°? b) individuare la regione angolare in cui l'intensità varia di poco c) individuare la regione in cui si hanno le massime variazioni di intensità d) quanto vale l'intensità per angoli di 30°? <sup>8</sup>
14. Discutere la relazione tra candela e lumen. <sup>9</sup>
15. Data una sorgente isotropa si può affermare che l'illuminamento di due sezioni uguali sia lo stesso. <sup>10</sup>
16. Come mai se il cielo stellato senza luna va da 4 a 10 lux e l'illuminamento minimo per evitare un ostacolo è di 1 lux al buio, di notte, gli ostacoli non si vedono? <sup>11</sup>



<sup>5</sup> Dal diagramma si legge circa 0.7

<sup>6</sup> Si vede meglio il blu come si vede dal diagramma della visione notturna che trasla verso il blu.

<sup>7</sup> Confrontare i valori dei lm/W

<sup>8</sup> a) 0 b) tra 0° e 20° c) tra 20° e 40° d) intorno alle 850 cd

<sup>9</sup>  $I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}$  e al variare della direzione prescelta si possono avere per uno stesso angolo solido valori di intensità diverse.

<sup>10</sup> Falso: dipende dalla distanza a cui sono e anche dall'angolo tra i raggi e la normale

17. Come mai la tabella degli illuminamenti dà per le scuole e gli uffici un range così ampio? <sup>12</sup>
18. Qual è il valore in lux della sensibilità dell'occhio umano?
19. Discuti la relazione  $E = I \frac{\cos \varphi}{r^2}$
20. Cos'è la luminanza e in cosa si distingue dall'illuminamento?
21. Se due sorgenti hanno la stessa intensità ma presentano delle luminanze diverse in cosa possono differire? <sup>13</sup>
22. In una ventina di righe riassumere gli elementi quantitativi legati al modello di occhio umano (dimensioni, indici di rifrazione, ...)
23. Definire il punto remoto, il punto prossimo e il punto della visione distinta con riferimento a cornea e cristallino. <sup>14</sup>
24. Dal punto di vista ottico in cosa differiscono l'occhio e una macchina fotografica? <sup>15</sup>
25. Perché sott'acqua si vede male? <sup>16</sup>
26. L'occhio umano associa in una unica informazione il rapporto tra dimensione e distanza di un oggetto. <sup>17</sup>
27. Se l'angolo visuale inserisce in una unica informazione la dimensione di un oggetto e la distanza dall'occhio come facciamo a percepire le distanze?
28. Per poter osservare un oggetto con le dimensioni massime, occorre porlo alla distanza della visione distinta. <sup>18</sup>

---

<sup>11</sup> L'illuminamento del cielo non è quello della terra

<sup>12</sup> Il valore dipende dall'utilizzo che si fa dei diversi spazi; sicuramente in un'aula dovrà essere più alto che in un ufficio e questo sarà più alto del valore in un deposito.

<sup>13</sup> Nella dimensione superficiale della sorgente; più è piccola e più elevata sarà la luminanza.

<sup>14</sup> L'occhio è un sistema con  $q$  fisso, pertanto al variare di  $p$  deve variare  $f$ . Il punto remoto è il punto più lontano a cui la cornea, con il cristallino rilasciato, riesce a mettere a fuoco gli oggetti. Il punto prossimo è il punto più vicino a cui la cornea, con il cristallino contratto al massimo, riesce a mettere a fuoco gli oggetti. Il punto della visione distinta è il punto più vicino a cui la cornea, con il cristallino contratto, riesce a mettere a fuoco gli oggetti senza affaticamento della muscolatura oculare.

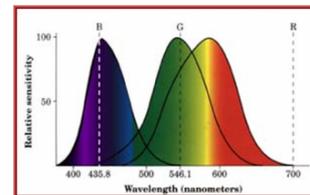
<sup>15</sup> In entrambi i casi si ha la formazione di immagini reali rovesciate e rimpicciolite da parte di un sistema ottico. Nella macchina fotografica c'è un obiettivo di focale fissa e la messa a fuoco avviene spostando l'obiettivo rispetto alla pellicola (cambia  $q$ ). Nell'occhio la distanza tra il centro ottico e la retina è fissa e si hanno piccole variazioni di distanza focale da parte del cristallino che si contrae più o meno a seconda della distanza dall'oggetto osservato.

<sup>16</sup> Perché la rifrazione dell'occhio avviene prevalentemente nel passaggio tra l'aria e l'umor acqueo che sta dietro la cornea. Quando l'occhio è immerso in acqua i due mezzi hanno quasi lo stesso indice di rifrazione e pertanto non si ha una corretta messa a fuoco delle immagini. Il cristallino non c'entra; o meglio va citato per dire che poiché la cornea non riesce a rifrangere, il cristallino, il cui ruolo è solo residuale, ridotto non riesce ad effettuare la messa a fuoco.

<sup>17</sup> Vero: la dimensione di un oggetto sulla cornea è associata ad un angolo il cui valore è il rapporto tra dimensione dell'oggetto e distanza dall'occhio.

<sup>18</sup> Falso: si potrebbe portarlo al punto prossimo che è più vicino del punto della visione distinta. In questo caso la visione è però difficoltosa a causa dello sforzo di contrazione richiesto al cristallino.

29. Cos'è l'ingrandimento di una lente e in che relazione è con la sua distanza focale?
30. Quanto è il potere diottrico dell'occhio e quanto è quello del cristallino? Su quali basi conosciamo questi due dati?
31. Se l'immagine che si forma sulla retina è una immagine rovesciata come mai vediamo dritto?
32. Descrivi l'esperimento che ci consente di affermare che il raddrizzamento delle immagini avviene nel cervello e non nell'occhio.
33. Sulla retina i coni e i bastoncelli sono egualmente distribuiti? Nella risposta fornisci qualche elemento quantitativo.
34. Nel sistema diottrico *occhio umano* quanto vale all'incirca la distanza focale con il cristallino a riposo e dove si trova il centro ottico? Di quanto cambia la distanza focale per effetto delle contrazioni del cristallino? <sup>19</sup>
35. Se un presbite utilizza delle lenti di 3 diottrie di quanto è diminuito il potere di contrazione del cristallino? <sup>20</sup>
36. L'indice di rifrazione del cristallino è 1.42 mentre quello dell'umor acqueo e vitreo è circa 1.34. Cosa ne deduci circa il contributo del cristallino alla rifrazione ?
37. Se il centro dell'occhio è 2 mm dopo la retina e se l'occhio ha un diametro di 2.5 cm cosa si deduce circa il valore di q?
38. Una lente di ingrandimento simula la possibilità di portare l'oggetto ad una distanza dall'occhio inferiore al punto della visione distinta consentendo così un aumento dell'angolo sotto cui viene visto. <sup>21</sup>
39. Nell'occhio il processo di focalizzazione è dovuto al cristallino. <sup>22</sup>
40. Il difetto della miopia è dovuto ad un eccesso di potere convergente e pertanto la correzione viene fatta con lenti divergenti. <sup>23</sup>
41. Cos'è la fovea centrale?
42. Distingui il ruolo dei coni e dei bastoncelli (tipo di funzione svolta e dislocazione sulla cornea)
43. Questa immagine, se correttamente interpretata, è in grado di spiegarci il difetto genetico del *daltonismo*. Perché?
44. Cos'è l'accomodamento?



<sup>19</sup> 58.6 diottrie e il centro sta un paio di mm dopo la cornea. Cambia di 12 diottrie.

<sup>20</sup> Di un quarto

<sup>21</sup> Vero: in condizioni normali l'angolo sotto cui viene visto un oggetto di dimensione  $y$  è dato da  $\theta = y/x_{pp}$ . Se si colloca l'oggetto nel fuoco di una lente con  $f < x_{pp}$  l'oggetto viene osservato sotto un angolo  $\theta' = y/f$  e l'immagine virtuale si forma all'infinito. Ciò consente all'osservatore di scrutare l'oggetto senza sforzo e con un ingrandimento angolare  $G_{\theta} = \theta'/\theta = x_{pp}/f > 1$ . L'ingrandimento è tanto maggiore quanto è piccola la distanza focale.

<sup>22</sup> Falso: il cristallino serve a far variare leggermente la distanza focale del sistema, ma il processo di focalizzazione è in larga misura dovuto alla curvatura della cornea. Infatti tenendo presente che il globo oculare ha un diametro di circa 2.5 cm si può affermare che quando lo sguardo è accomodato all'infinito (cristallino rilassato) è  $1/q = 1/f \Rightarrow f = q = 2.5$  cm. Supponendo che il punto della visione distinta sia a 25 cm (cristallino attivo) si ha  $1/25 + 1/2.5 = 1/f \Rightarrow f = 2.27$  cm. Ovvero la presenza del cristallino fa cambiare la distanza focale di 0.23 cm. Se ci si esprime in diottrie (inverso della distanza focale espressa in metri) si passa da 40 a 44 diottrie.

<sup>23</sup> Vero: nel miope le immagini si formano prima della retina e con una lente divergente si fanno divergere i raggi di quanto basta a riportare sulla retina il punto di formazione dell'immagine.

45. Perché le persone con un deficit visivo importante ad uno dei due occhi hanno limitazioni nell'ottenimento della patente di guida? <sup>24</sup>
46. Quanto vale l'angolo massimo di convergenza? Come lo si ottiene? <sup>25</sup>
47. Quanto vale il potere risolvete dell'occhio umano e, dal punto di vista anatomico a cosa corrisponde?
48. Descrivi i due modi con cui si può utilizzare una lente convergente per ingrandire gli oggetti. <sup>26</sup>
49. Sapresti dimostrare ce in una lente di ingrandimento  $\eta = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx \frac{d}{f}$ .  
Cos'è  $d$ ?
50. Il cuore di una macchina fotografica è l'obiettivo o l'oculare? Spiega?
51. In una macchina fotografica come avviene la messa a fuoco? <sup>27</sup>
52. Cos'è la *distanza iperfocale* e qual è il suo rapporto con la focale dell'obiettivo?
53. Discuti, in una macchina fotografica, il nesso tra tempo di esposizione, apertura del diaframma e sensibilità della pellicola.
54. Cosa sono la *apertura relativa* e il suo reciproco numero  $f$ ?
55. Come è composto un proiettore per diapositive? Spiega in particolare il ruolo del condensatore e quello dell'obiettivo.
56. Nel microscopio dove viene posto l'oggetto rispetto all'obiettivo? Dove si trova il fuoco dell'oculare?
57. Se in un microscopio si estrae di qualche millimetro l'oculare cosa succede?
58. Fai uno schema grafico che illustri il funzionamento del microscopio?
59. Quanto vale e perché l'ingrandimento di un microscopio?
60. Perché le lenti di un microscopio hanno diametri piccoli?
61. Discuti le limitazioni nell'utilizzo del microscopio ottico fornendo anche qualche elemento di natura quantitativa.
62. Nel microscopio, per ragioni legate alla diffrazione, deve essere:  
$$\varepsilon \geq \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$
. Dopo aver definito i simboli che compaiono deduci la relazione.
63. Descrivi come è fatto un telescopio rifrattore e dimostra che l'ingrandimento vale  $\eta = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$
64. Perché nel telescopio l'obiettivo deve avere un diametro elevato?
65. Confronta dal punto di vista dei pregi e dei difetti il telescopio a riflessione e quello a rifrazione.
66. Discuti in 30 righe il rapporto tra apertura, ingrandimento e potere risolvete di un telescopio.

<sup>24</sup> La percezione delle distanze è legata alla visione binoculare.

<sup>25</sup> Riferirsi al punto prossimo e alla distanza interpupillare

<sup>26</sup> Distinguere il caso in cui si avvicina la lente all'occhio da quello in cui la si avvicina all'oggetto

<sup>27</sup> La focale e la pellicola sono fisse e pertanto si deve spostare in avanti e indietro l'obiettivo

67. Alla luce di questa relazione  $\frac{d_{ob}}{d_{oc}} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$  spiega perché, oltre un certo limite, la soluzione per aumentare l'ingrandimento di un telescopio non è quella di aumentare il diametro dell'obiettivo
68. Per quale ragione Newton introduce il telescopio a riflessione?
69. Come funziona il microscopio elettronico; distingui tra quello a trasmissione e quello a scansione.
70. Dai qualche elemento sulle dimensioni che si riescono ad indagare con i moderni microscopi elettronici.
71. Cosa c'entra la relazione di De Broglie  $\lambda = h/p$  con il funzionamento dei microscopi elettronici?

## 4.9 Problemi di fine capitolo

Gli esercizi di fotometria, appena si va al di là della semplice applicazione delle definizioni diventano altamente tecnici e, non a caso, ne potete trovare traccia o nelle esercitazioni dei corsi universitari di Fisica Tecnica o direttamente nei siti degli studi professionali che si occupano di progettazione della illuminazione di strade, piazze o ambienti.

Per questa ragione mi sono limitato a pochi problemi relativamente semplici che servono a verificare la capacità di mettere in pratica le definizioni.

### 1. Il potere diottrico del cristallino

*Esercizio:* Nell'occhio umano il punto della visione distinta (normale) si trova a  $p = 25$  cm. Quando si guarda all'infinito il cristallino è completamente rilassato e l'occhio presenta una distanza focale  $f_1$  e un potere diottrico  $\phi_1 = 1/f_1$ . Quando si guarda un oggetto posto a 25 cm il cristallino è contratto e l'occhio presenta una distanza focale  $f_2$  e un potere diottrico  $\phi_2 = 1/f_2$ . Tenendo presente che in entrambi i casi l'immagine si forma sulla retina dimostrare che il potere diottrico del cristallino (pari alla differenza dei due poteri diottrici) vale 4 diottrie.

☹

Indichiamo con  $q$  la distanza tra il vertice del sistema ottico occhio e la retina. Quando si guarda all'infinito (visto che  $1/p = 0$ ) si ha:  $1/q = \phi_1$ .

Quando si guarda un oggetto posto a 25 cm si ha  $1/0.25 + 1/q = \phi_2$ .

Se si fa la differenza delle due equazioni si elimina  $q$  e si ottiene  $\phi_2 - \phi_1 = 4$  diottrie.

Se si tiene presente che  $q$  ha grosso modo le dimensioni dell'occhio (2.5 cm) si ottiene per  $\phi_1 = 1/0.025 = 40$  diottrie.

☺



### 2. L'illuminamento prodotto da una lampada da tavolo

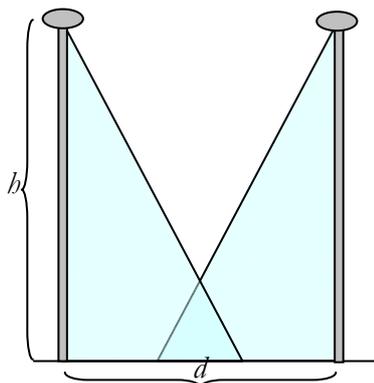
*Esercizio:* Una lampada da tavolo di intensità  $I = 60$  cd si trova ad una altezza  $h = 30$  cm rispetto ad un tavolo. Determinare l'illuminamento prodotto alla distanza  $b = 70$  cm rispetto alla verticale.

☹

Utilizzeremo la relazione (IV.4.6) che connette l'illuminamento alla intensità della sorgente  $E = I \frac{\cos \varphi}{r^2}$

$$\begin{aligned} \text{Nel nostro caso } E &= I \frac{h}{\sqrt{h^2 + b^2} (h^2 + b^2)} = I \frac{h}{\sqrt{(h^2 + b^2)^3}} = \\ &= 60 \frac{0.30}{\sqrt{(0.30^2 + 0.70^2)^3}} = 40.8 \text{ lux} \end{aligned}$$

☺



### 3. Dimensionamento della illuminazione stradale

*Esercizio:* Si vuole illuminare una strada con dei lampioni posti su un solo lato ad una altezza  $h = 12.0$  m utilizzando delle lampade di intensità  $I = 2550$  cd. A quale distanza  $d$  l'uno dall'altro vanno posti i pali supponendo che a metà tra i due pali si debba avere un illuminamento di 15 lux?

☹

Indichiamo con  $x$  la quantità  $d/2$ .

In base alla (IV.4.6)  $E = I \frac{\cos \varphi}{r^2}$  con  $\cos \varphi = h/r$  e  $r = \sqrt{x^2 + h^2}$  Si faccia attenzione che il valore di E da inserire è pari alla metà del totale pertanto:

$$(x^2 + h^2)^{3/2} = \frac{I}{E} h = \frac{2550}{7.5} \cdot 12.0 = 4080$$

$$x = \sqrt{4080^{2/3} - 12.0^2} = 10.6 \text{ m}$$

☺

#### 4. Variazioni dell'illuminamento

*Esercizio:* Il cantiere di scavo di un tunnel della metropolitana è illuminato da una lampada A di intensità I isotropa nelle direzioni verso il basso. Il tunnel ha un raggio r. Il piano di appoggio del massello per la stesura dei binari si trova ad un dislivello b rispetto alla lampada. Calcolare il rapporto degli illuminamenti nei punti B e C (le superfici sono orizzontali in entrambi i casi).

☹

$$\text{Il rapporto } E_B/E_C = \frac{\cos \varphi_B}{\cos \varphi_C} \cdot \frac{AC^2}{AB^2}$$

$$\varphi_B = \pi/4 \text{ e dunque } \cos \varphi_B = 1/\sqrt{2} \text{ mentre } AB = \sqrt{2} r$$

$$\cos \varphi_C = \frac{h}{AC} \text{ con } AC = \sqrt{h^2 + 2r^2} \text{ (I teorema di Euclide); pertanto:}$$

$$\cos \varphi_C = \sqrt{\frac{h}{2r}}$$

Abbiamo tutti gli elementi per rispondere alla richiesta:

$$E_B/E_C = \frac{\cos \varphi_B}{\cos \varphi_C} \cdot \frac{AC^2}{AB^2} = \sqrt{\frac{2r}{h}} \cdot \frac{2hr}{2r^2} = \frac{h}{r}$$

☺

#### 5. Massimizzare l'illuminamento

*Esercizio:* In una stanza rettangolare di lati a e b viene collocata sulla verticale del punto di incontro delle diagonali una lampada isotropa verso il basso. Determinare come varia nei quattro angoli l'illuminamento al variare della altezza h della lampada. Si consideri trascurabile la riflessione da parte delle pareti. Determinare infine la condizione per la quale si realizza l'illuminamento massimo.

Suggerimento: è consigliabile risolvere il problema per via goniometrica.

☹

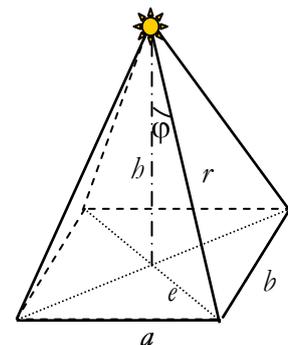
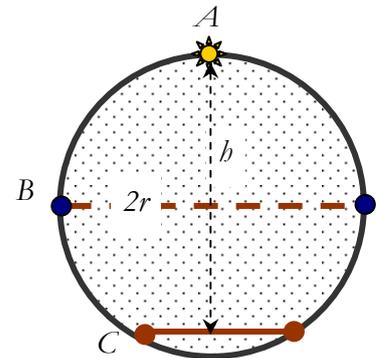
Per simmetria i quattro angoli hanno lo stesso illuminamento. La relazione che fornisce l'illuminamento  $E = I \frac{\cos \varphi}{r^2}$  ci mostra la opportunità di lavorare con la variabile

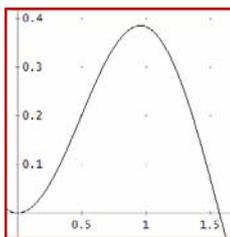
$\varphi$  visto che la semidiagonale  $e = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$  è completamente assegnata ed essa, tramite  $\varphi$  si correla sia ad h sia a r.

$$r = \frac{e}{\sin \varphi} \text{ inoltre } h = \frac{e}{\tan \varphi} \text{ con } 0 < \varphi < \pi/2 \text{ pertanto:}$$

$$E = I \frac{\cos \varphi}{r^2} = \frac{I}{e^2} \sin^2 \varphi \cos \varphi = \frac{I}{e^2} (\cos \varphi - \cos^3 \varphi) \text{ con la limitazione } 0 < \cos \varphi < 1$$

Dobbiamo massimizzare la funzione  $y = \cos \varphi - \cos^3 \varphi$





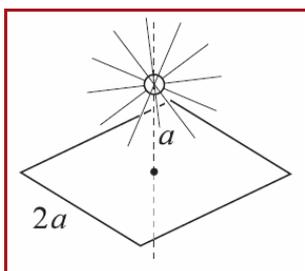
La derivata prima vale  $\sin \varphi (3 \cos^2 \varphi - 1)$  ed essa si annulla nell'ambito dei limiti per  $\cos \varphi = 1/\sqrt{3}$  da cui  $\varphi \approx 0.955$ ;  $\sin \varphi = \sqrt{1 - 1/3} = \sqrt{2/3}$

Volendo trovare  $h$  ci serve il valore di  $\tan \varphi = \sqrt{2/3} / 1/\sqrt{3} = \sqrt{2}$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} / \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{a^2 + b^2}$$

☺

### 6. Energia assorbita per irradiazione luminosa: Il livello Olimpiadi 2007



*Esercizio:* Una lampada puntiforme ed isotropa da 100 W è posta lungo l'asse di una superficie quadrata di lato  $2a$ , a distanza  $a$  dal suo centro; la superficie assorbe interamente la luce che incide su di essa. Calcolare l'energia assorbita dalla superficie quadrata in un'ora.

☹

Non occorre imbarcarsi con considerazioni sugli angoli solidi.

La superficie proposta può essere pensata come la faccia di un cubo di spigolo  $2a$  circoscritto alla lampada e pertanto la faccia assorbe 1/6 della energia emessa.

Dunque:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{6} P \Delta t = \frac{1}{6} 100 \cdot 3600 = 6.0 \cdot 10^4 \text{ J}$$

☺

### 7. Il telescopio di Galilei – Il livello Olimpiadi 2014

*Esercizio:* In questi giorni, 450 anni fa, nasceva a Pisa Galileo Galilei (15.02.1564 – 08.01.1642) universalmente riconosciuto come padre della scienza moderna. Nel *Sidereus Nuncius* egli racconta così la storia del cannocchiale astronomico: “Circa dieci mesi fa ci giunse notizia che era stato costruito da un certo Fiammingo un occhiale, per mezzo del quale gli oggetti visibili, pur distanti assai dall'occhio di chi guarda, si vedevan distintamente come fossero vicini; (...) Preparai dapprima un tubo di piombo alle cui estremità applicai due lenti, entrambe piane da una parte, e dall'altra una convessa e una concava; posto l'occhio alla parte concava vidi gli oggetti abbastanza grandi e vicini, tre volte più vicini e nove volte più grandi di quanto non si vedano a occhio nudo ...”

Un cannocchiale galileiano per osservazioni astronomiche è dunque realizzato con due semplici lenti sottili, una convergente (detta obiettivo) e l'altra divergente (oculare). Si supponga che la distanza focale dell'obiettivo sia 1m e quella dell'oculare  $-5$  cm (ricordiamo che per convenzione la distanza focale di una lente divergente viene assunta negativa). Per un occhio normale, una corretta visione si ha quando l'immagine del sistema ottico si forma all'infinito. Quale deve essere – in questo caso – la distanza fra le due lenti?

☹

Le sorgenti che si osservano in astronomia sono molto distanti, pertanto in assenza dell'oculare, l'obiettivo formerebbe immagini reali sul piano focale, quindi ad 1m da esso; per poter avere raggi paralleli in uscita dal cannocchiale (cioè per osservare l'immagine all'infinito) i prolungamenti geometrici dei raggi che incidono sull'oculare devono convergere nel fuoco oltre lo stesso; in altre parole le due lenti devono avere un fuoco (oltre che l'asse ottico) in comune. La distanza  $d$  tra le due lenti (detta “tiraggio”) deve quindi essere uguale alla somma delle distanze focali delle due lenti, cioè  $d = 95$  cm.

Osserviamo che la condizione per cui il tiraggio dev'essere uguale alla somma delle distanze focali delle due lenti vale anche per il cannocchiale astronomico, realizzato con lenti entrambe convergenti.

☺

### 8. Occhio umano e lenti di ingrandimento

*Esercizio:* supponiamo di guardare ad occhio nudo la lettera di un testo che si trova alla distanza della visione distinta  $L$  e sia  $l$  la dimensione della lettera.



1. Supponendo che sia  $l = 2 \text{ mm}$  e  $L = 25 \text{ cm}$ , quanto vale l'angolo visuale?
2. Mettiamo ora una lente di ingrandimento di distanza focale  $f$  proprio di fronte all'occhio e mettiamo il libro ad una distanza  $d$  in maniera che l'immagine virtuale della lente si formi proprio alla distanza  $L$ . Costruire la figura e determinare la relazione che fornisce  $d$  in funzione di  $L$  e di  $f$  e la si usi per trovare la dimensione  $l'$  della immagine virtuale.

3. Quanto vale il nuovo angolo visuale espresso rispetto al vecchio?

Supponendo che sia  $f = 10 \text{ cm}$  determinare anche i corrispondenti valori numerici.

☹

1. Poiché si opera con angoli piccoli  $\alpha_1 = \frac{l}{L} = \frac{2}{250} = 0.008 \text{ rad}$
2. La figura è costruita qui a fianco. Operando con i valori assoluti dalla equazione delle lenti sottili si ha:

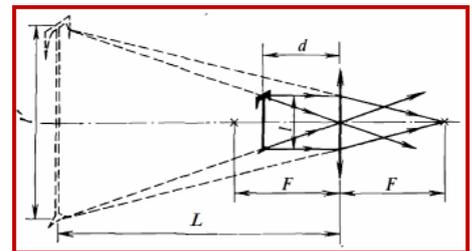
$$-1/L + 1/d = 1/f \text{ e dunque } d = \frac{fL}{f+L} = \frac{10 \cdot 25}{35} = 7.1 \text{ cm}$$

Le immagini hanno dimensioni lineari proporzionali alle distanze e dunque:

$$l' = l \frac{L}{d} = l \frac{f+L}{f} = 0.2 \frac{25}{7.1} = 0.7 \text{ cm}$$

$$3. \quad \alpha_2 = \frac{l'}{L} = \frac{l}{L} \frac{f+L}{f} = \alpha_1 \frac{f+L}{f} = 3.5 \alpha_1$$

☺



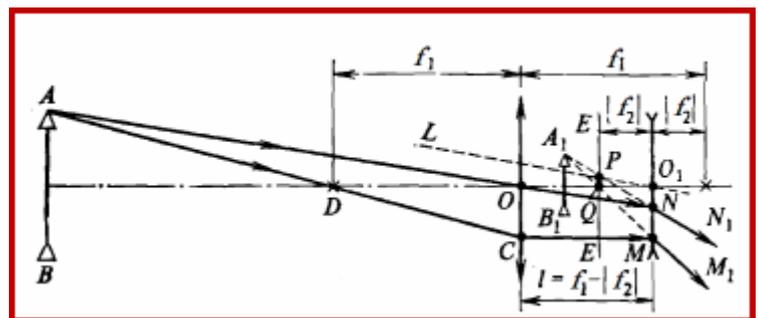
### 9. Il telescopio galileiano usato per oggetti vicini e per oggetti lontani

*Esercizio:* Costruire separatamente e discutere la formazione delle immagini di un telescopio galileiano nei due casi distinti: a) inquadramento di un oggetto relativamente vicino (cannocchiale terrestre) b) inquadramento di un oggetto celeste (la Luna).

☹

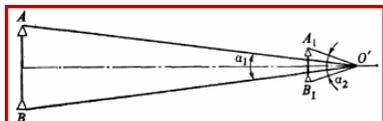
- a) Consideriamo un oggetto  $AB$  disposto lungo l'asse ottico del telescopio e ricordiamo che le due lenti con centri in  $O$  e in  $O_1$  sono convergente (focale  $f_1$ ) e divergente (focale  $f_2$ ) inoltre  $f_1 > |f_2|$ . Infine le due lenti, fissate agli estremi del tubo sono messe in maniera che i due fuochi coincidono in  $N_1$ .

Inviando da  $A$  due raggi passanti per il centro  $O$  e per il fuoco  $D$  dell'obiettivo.



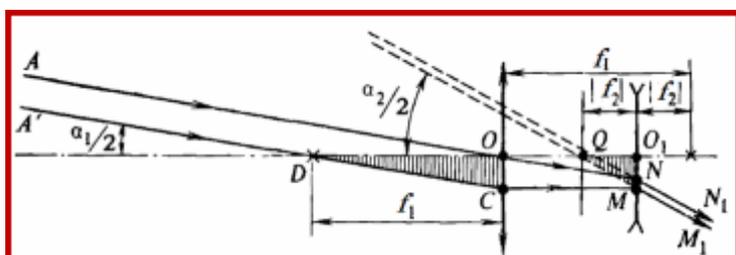
Il raggio AO colpisce l'oculare in N. Per seguirne il percorso tracciamo l'asse ottico secondario LO<sub>1</sub> parallelo ad ON che incontra il piano focale EE nel punto P (fuoco dell'asse ottico secondario). Dunque il raggio ON viene rifratto in NN<sub>1</sub> in modo che il prolungamento di esso passi per P.

Il secondo raggio AD esce parallelo all'asse ottico principale e dopo aver colpito l'oculare in M viene rifratto in MM<sub>1</sub> il cui prolungamento passa per il fuoco Q ed incontra NP in A<sub>1</sub>



Il punto B<sub>1</sub>, immagine di B è costruito in maniera simmetrica. Si forma dunque una immagine virtuale e diritta che, a differenza di quanto appare dalla figura è anche ingrandita. Infatti l'occhio dell'osservatore appoggiato all'oculare vede un angolo visuale decisamente più grande.

- b) Supponiamo ora di inquadrare un oggetto molto lontano. Se inquadrano, per esempio, la Luna avremo a che fare con un angolo di osservazione di  $\alpha = 0.5^\circ = 0.0087$  rad. Se il telescopio viene puntato verso il centro della Luna i due raggi AO e A'C che provengono dall'estremità superiore della Luna formeranno allora un angolo  $\frac{1}{2} \alpha$ . Rispetto a quanto discusso nel caso precedente accade ora che dopo aver colpito l'oculare i due raggi escono paralleli (esaminare la figura precedente per rendersene conto) ma l'angolo che formano è ora diverso.



Mentre  $\tan \frac{1}{2} \alpha_1 = OC/DO$ ,  $\tan \frac{1}{2} \alpha_2 = O_1M/QO_1 = OC/QO_1$

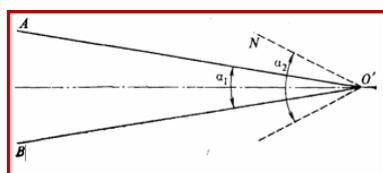
E dunque l'ingrandimento angolare:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \approx \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{DO}{QO_1} = \frac{f_1}{|f_2|}$$

Nella sezione di storia della astronomia abbiamo visto l'immagine di due dei telescopi di Galileo con 13 e 20 ingrandimenti.

grandimenti.

A prima vista sembrerebbe una cosa da nulla ma un ingrandimento di 10 corrisponde a vedere la Luna sotto un angolo di  $5^\circ = 0.09$  rad che è grosso modo l'angolo sotto cui vediamo una pagina di un libro alla distanza di un paio di metri.



## Indice analitico

*aberrazione* - 20

*angolo solido*: definizione - 1; relazione con la superficie - 2

*angolo visuale* - 9

*Anton van Leeuwenhoek* - 22

*apertura dell'obiettivo* - 24; telescopio - 24

*apparato di proiezione* - 17

*bastoncelli*: sensibili al singolo fotone - 7

*candela*: unità di intensità - 3

*condensatore* - 17; microscopio - 19

*coni*: colore; tre tipi - 7

*curve fotometriche* - 3

*diffrazione* - 20, 24, 25, 30, 31

*distanza iperfocale* - 15

*Ernst Ruska* - 22

*Esercizio*: Come legge un miope con gli occhiali? - 10; Dimensionamento della illuminazione stradale - 39; Dimensionamento di un proiettore - 17; Energia assorbita per irradiazione luminosa; Il livello Olimpiadi 2007 - 41; Fotografare da vicino - 16; Il potere diottrico del cristallino - 39; Il telescopio di Galilei – Il livello Olimpiadi 2014 - 41; Il telescopio galileiano usato per oggetti vicini e per oggetti lontani - 42; Illuminamento di un tavolo posto sotto una lampada - 5; L'illuminamento delle diverse parti di un locale - 5; L'illuminamento prodotto da una lampada da tavolo - 39; Massimizzare l'illuminamento - 40; Occhio umano e lente di ingrandimento - 42; tempo di esposizione per oggetti in movimento - 16; Variazioni dell'illuminamento - 40

*flusso luminoso*: cos'è - 2

*flusso radiante*: flusso luminoso; differenze - 2

*Frits Zernike* - 22

*Herschel* - 28

*Hubble* - 28

*Huyghens* - 27

*illuminamento*: definizione - 3; legame con l'intensità - 3

*ingrandimento angolare*: microscopio - 19; telescopio - 23

*intensità luminosa*: definizione; legame con il flusso - 3

*Kepler* - 27

*Lambert*: unità di radianza - 4

*legge dell'inverso del quadrato* - 4

*lente di ingrandimento*: valore dell'ingrandimento - 12

*luce visibile* - 1

*lumen*: unità del flusso luminoso - 2; Watt - 2

*luminanza*: definizione - 4

*luminosità apparente*: luminosità assoluta - 4

- lux*: unità di illuminamento - 3
- macchina fotografica: obiettivo*; relazione tra focale e angolo di apertura - 14;  
*oculare*; visione diretta della immagine - 14; principali componenti - 14;  
*regolatore della distanza*; messa a fuoco; regolazione fine e/o grossolana - 14
- Macchina fotografica: regolatore del tempo di esposizione* - 15; *regolatore di apertura del diaframma*; apertura relativa  $f/d$  - 15
- Microscopi non ottici* - 30
- microscopio* - 19; cronologia - 22
- microscopio a scansione* - 31
- microscopio a trasmissione* - 31
- microscopio ad effetto ionico* - 32
- microscopio elettronico* - 31
- microscopio ottico*: limitazioni all'utilizzo - 20
- Monte Palomar* - 29
- nanoscopio* - 32
- Newton* - 27
- nit*: unità pratica di luminanza - 4
- obiettivo* - 17; *microscopi* - 19; *telescopio* - 23
- occhio*: accomodamento - 7; acuità visuale - 9; coni e bastoncelli - 7; cornea - 6; cristallino - 6; descrizione - 6; diotro sferico; aspetti quantitativi - 6; esperimento; è il cervello a raddrizzare l'immagine - 10; innesto del nervo ottico - 10; fovea centrale - 7; ipermetropia - 8; messa a fuoco - 7; miope - 8; nervo ottico - 7; potere diottrico - 6; potere risolvibile - 9; profondità spaziale - 8; pupilla - 6; retina - 7; sistema ottico equivalente - 6; umore acqueo e umore vitreo - 6
- Occhio*: come ingrandire l'angolo visuale con una lente - 12; esperimenti domestici con una lente - 12
- oculare*: *microscopio* - 19; *telescopio* - 23
- osservatorio di monte Wilson* - 28
- potere risolvibile*: *microscopio* - 21; *telescopio* - 25
- presbiopia* - 8
- Problemi di fine capitolo*** - 39–43
- processo di accomodamento*: punto remoto, punto della visione distinta, punto prossimo - 8
- profondità dell'occhio* - 9
- Quesiti di fine capitolo*** - 34–38
- radianza*: definizione - 4
- radioastronomia* - 28
- relazione di de Broglie* - 30
- scanning probe microscope* - 32
- sensibilità dell'occhio umano*: variabilità - 1
- Sputnik* - 29
- steradiante* - 1

*tabella*: flussi luminosi - 2; valori tipici di illuminamento - 4; valori tipici di luminanza - 4

*tassellatura degli specchi*: telescopio - 29

*telescopi di Cassegrain* - 28

*telescopio*: apertura, risoluzione, ingrandimento - 26; cronologia - 26; doppio ruolo - 25; lenti o specchi? - 24; principi di funzionamento - 23; rifrattore e riflettore - 23

*telescopio spaziale COBE* - 29

*telescopio spaziale Hubble* - 29