

4 La corrente elettrica e la conduzione

4.1 L'elettricità come fenomeno unitario

4.1.1 COSÌ NE PARLA ALESSANDRO VOLTA NEL MARZO 1800

Tra la fine del XIX e i primi decenni del XX secolo l'elettricità è divenuta talmente presente nella nostra esperienza che raramente si riflette sul processo storico che ha portato a vederla come un fenomeno unitario e su quali siano state le esperienze che ci fanno oggi parlare di *elettricità come di un tutt'uno* e non più di *elettricità comune*, *elettricità galvanica*, *elettricità atmosferica*, *elettricità termoelettrica*, *elettricità animale*, *elettricità magnetoelettrica* come si diceva alle origini.

Quelli citati in corsivo sono i termini che utilizza Michael Faraday quando, nel 1833, prende in esame le diverse forme di elettricità conosciute e si domanda se sia lecito considerarle come un tutto unico.

Nella mentalità di uno studioso del primo 800 si trattava certamente di fenomeni di origine e fenomenologia diversa che presentavano conseguenze identiche, simili o dissimili a seconda delle circostanze e dei fenomeni considerati.

La risposta alla domanda se si trattasse della stessa cosa poteva venire solo dalla esecuzione di esperimenti nei quali le eventuali difformità di comportamento venissero spiegate o comunque interpretate; in ogni caso le difformità di comportamento dovevano essere poche per affermare che si trattasse di un fenomeno unitario.

La *prima forma di elettricità*, chiamata non a caso *elettricità comune*, è quella che noi oggi indichiamo come *elettricità statica*. Si tratta di una forma di elettricità studiata prevalentemente nel 700, che dava luogo ad effetti di tipo fisiologico, che interferiva con i nostri organi di senso, che era in grado di produrre scintille e che si dimostrava utile in alcune ricerche sui gas nell'ambito della chimica nascente.

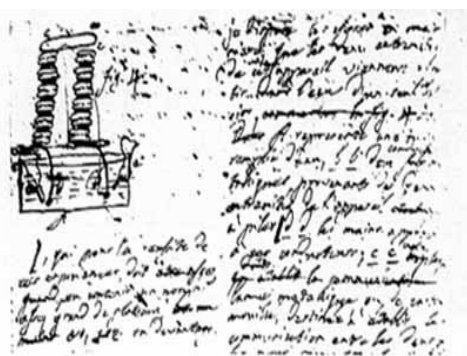
Quando Alessandro Volta descrive la sua pila nella lettera a sir J. Banks della Royal Society sottolinea numerosi aspetti oggi ignorati che vale la pena di richiamare:

Cosa si è costruito?

Un apparecchio che per gli effetti, cioè per la commozione che è capace di far risentire nelle braccia, rassomiglia alle bottiglie di Leyda e meglio ancora alle batterie elettriche debolmente caricate ⁽¹⁾, che agiscono però senza posa, ossia la cui carica dopo ciascuna esplosione, si ristabilisce da sé stessa, in una parola che fruisce di una carica indefettibile, d'una azione o impulso perpetuo sul fluido elettrico.

Che modello ha in mente Volta?

Questo apparecchio, simile nella sostanza, come farò vedere, e simile per il modo come io lo costruisco, anche nella forma, all'organo elettrico naturale della torpedi-



estratti della lettera con cui Volta comunica a sir J. Banks la invenzione della pila; nella immagine sottostante riproduzione della presentazione della pila a Napoleone



¹ combinazioni di bottiglie di Leyda – le bottiglie di Leyda sono state il primo strumento per accumulare elettricità (si veda il cap. 0503)

ne, dell'anguilla tremante, ecc, assai più che alla bottiglia di Leyda...vorrei chiamarlo organo elettrico artificiale. ⁽²⁾

Quali effetti produce la apparecchiatura?

Su questo punto Volta si dilunga ad esaminare la estensione delle commozioni al dito, al polso al gomito a seconda del numero di dischi usati o del modo di immergere la mano.

Nella parte finale della lettera vengono esaminati dettagliatamente gli effetti sugli organi di senso che sono sintetizzati così: non suscita soltanto contrazioni e spasimi nei muscoli e convulsioni più o meno violente nelle membra ch'esso attraversa nel suo corso, ma esso irrita anche gli organi del gusto, della vista, dell'udito e dell'olfatto propriamente detto e produce delle sensazioni proprie a ciascuno. ⁽³⁾

4.1.2 LA MEMORIA DI FARADAY DEL 1833

Faraday legge la sua memoria il 10 e 17 gennaio 1833 davanti alla Royal Society e la intitola *sulla identità di elettricità derivate da sorgenti diverse e sulle relazioni nella misura di elettricità comune ed elettricità voltaica*.

In questa memoria egli riassume esperimenti condotti da altri e ripresi e perfezionati da lui e termina la sua comunicazione con una tabella nella quale vengono esaminate le 5 sorgenti di elettricità in relazione ad 8 fenomeni tipici. Faraday mette delle X in corrispondenza di fenomeni per i quali l'effetto sia stato osservato.

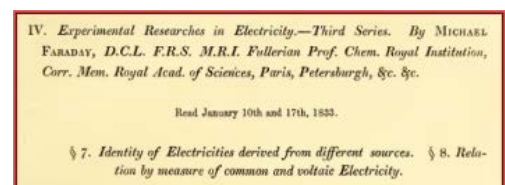


Table of the experimental Effects common to the Electricities derived from different Sources.

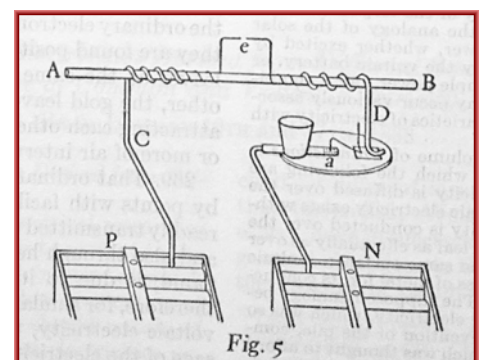
	Physiological Effects.	Magnetic Deflection.	Magnets made.	Spark.	Heating Power.	True chemical Action.	Attraction and Repulsion.	Discharge by Hot Air.
1. Voltaic Electricity . . .	×	×	×	×	×	×	×	×
2. Common Electricity ..	×	×	×	×	×	×	×	×
3. Magneto-Electricity ..	×	×	×	×	×	×	×	
4. Thermo-Electricity ..	×	×	?		?			
5. Animal Electricity . . .	×	×	×	?		×		



Nella tabella sono presenti anche dei ? che indicano fenomeni ignoti nel 1833 ma scoperti entro il 1838 (data della pubblicazione).

Il lavoro di Faraday è un misto di richiami a ricerche già svolte da altri e dalla esecuzione in proprio di esperimenti sia qualitativi sia quantitativi caratterizzati da una notevole disinvoltura metodologica. Egli si concentra in particolare sulla identità di elettricità comune, voltaica e magnetoelettrica.

E' convinto che l'insuccesso di alcune evidenze sia dovuto alla debolezza di quella certa fonte rispetto a ciò che è rilevante nel fenomeno che si cerca di evidenziare e così inventa apparecchiature che gli consentono, a seconda dei casi, di sfruttare la deviazione di un galvanometro, una de-



Una pila collegata a due elettrodi di platino (e) che conducono se si riscalda l'aria e producono elettrolisi in (a) – dalla memoria di Faraday del 1831

² Il nome *pila* è stato adottato dai francesi che lo hanno preferito al termine voltiano di *apparecchiatura a colonna* contrapposto ad *apparecchiatura a tazze* per distinguere le due modalità di connessione dei tre elementi base rame-zinco-elettrolita.

³ Le citazioni sono tratte dalla lettera intitolata *Sull'elettricità eccitata dal semplice contatto di sostanze conduttive di diversa natura* in A. Volta, opere scelte, ed. Utet

composizione chimica, una scintilla o la magnetizzazione indotta in un ago di ferro dolce.

Faraday conclude la sua presentazione così: *la conclusione generale che io penso si debba trarre da questo elenco di fatti è che la elettricità, qualunque sia la sua origine, sia identica nella sua natura. I fenomeni nelle cinque specie di elettricità non differiscono sostanzialmente se non in termini di grado; e in accordo a ciò cambiano al variare delle diverse circostanze di quantità ed intensità.*



Dunque si ha la deviazione dell'ago magnetico non solo quando si collega una pila di Volta ad un conduttore metallico, ma anche quando una coppia di due metalli saldati assieme viene posta con le saldature a temperature diverse, o quando il metallo viene collegato alla torpedine o quando si usa una macchina elettrostatica o, infine, quando l'elettricità è stata indotta attraverso movimento di campi magnetici.

Nel paragrafo successivo Faraday, che negli anni immediatamente precedenti ha scoperto il fenomeno della induzione elettromagnetica e le leggi quantitative della elettrolisi, stabilisce la prima connessione diretta (di tipo quantitativo) tra gli effetti elettrodinamici delle correnti elettriche e le capacità di indurre dissociazione elettrolitica ponendo le basi per la creazione di un sistema di unità di misura dei fenomeni elettromagnetici.

4.1.3 PERCHÉ QUESTA DIGRESSIONE STORICA?

Oltre che per ragioni di correttezza sul piano storico, la precedente digressione si origina dalla necessità di riflettere sul fatto che alcune delle leggi e dei concetti che introdurremo in questo capitolo devono essere maneggiati con cura.

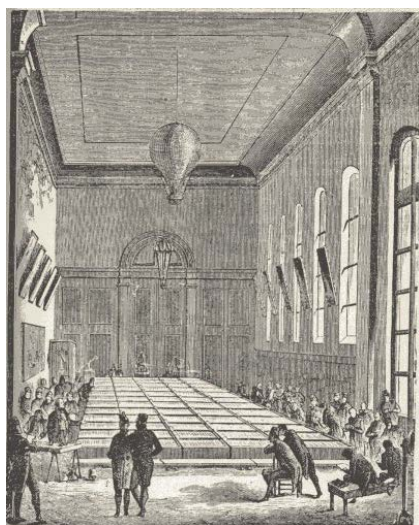
Per esempio, il concetto di corrente elettrica è stato introdotto in fisica solo dopo la scoperta della capacità delle sorgenti voltaiche di produrre deviazioni degli aghi magnetici e ciò ha consentito di distinguere tra *tensione* e *corrente elettrica* (Ampere, 1820) oltre che di domandarsi se anche le sorgenti di elettricità comune (le macchine elettrostatiche) fossero in grado di produrre gli stessi effetti.

Inoltre si ritiene importante far osservare che la scoperta, lo studio e la applicazione dei fenomeni elettrici che ormai noi siamo abituati a trattare con tale naturalezza da sfiorare la naturalità, naturali non sono; i concetti e le grandezze che utilizziamo per descrivere i fenomeni elettrici sono stati grandi acquisizioni della capacità umana di comprendere la natura. Il fatto di esserne coscienti aiuta a collocare meglio l'uomo nel suo rapporto con la sua storia e con la natura.

Un altro elemento da tenere presente è la fortissima connessione che si ha, sin dall'inizio, tra correnti elettriche e fenomeni magnetici. Ampere era convinto che il magnetismo (anche quello naturale) fosse riconducibile alle correnti elettriche, Faraday (in assenza di evidenze sperimentali sulle correnti elementari di Ampere) pensava invece ad una equivalenza dei due fenomeni.

Nella sintesi di Maxwell, qualche decennio più tardi, i due campi elettrico e magnetico saranno uniti in maniera inscindibile⁴, ma già in teoria della relatività si scopre che il campo magnetico non ha una natura fon-

⁴ Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico e viceversa e i due campi sono uniti in maniera inscindibili nelle onde elettromagnetiche



La pila posta nei sotterranei della Royal Society di Londra e quella fatta realizzare da Napoleone presso l'Ecole Polytechnique all'inizio dell'800

damentale ma è solo un effetto relativistico di quello elettrico; passa qualche decennio ed emerge che le particelle elementari sono dotate di proprietà magnetiche intrinseche (lo spin) anche quando non sono portatrici di cariche elettriche ed il gioco sembra ricominciare.

4.2 I campi non elettrostatici, il voltaggio e la forza elettromotrice

4.2.1 I CIRCUITI E I CAMPI ESTRANEI

Si indica con il nome di *corrente elettrica* un moto ordinato di cariche elettriche; tale movimento è sempre dovuto all'effetto di una forza di tipo elettrico anche se, non necessariamente, si tratta di una forza di origine coulombiana. Vediamo perché.

Se in un conduttore esiste una distribuzione di cariche squilibrata le cariche mobili si ridistribuiscono, dando luogo transitoriamente ad una corrente elettrica che dura sino al raggiungimento dell'equilibrio. Tale equilibrio è caratterizzato dalla distruzione del campo elettrico all'interno del conduttore e dalla scomparsa di punti a potenziale diverso.

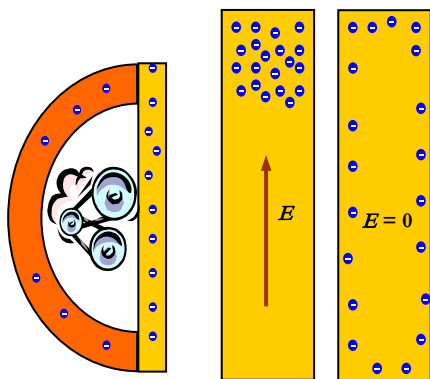
Se si vuole che la corrente duri nel tempo bisogna fare in modo che la presenza di punti a potenziale diverso non scompaia, ma perché ciò si verifichi bisogna continuamente ricreare la condizione di equilibrio, bisogna cioè spostare in senso inverso gli elettroni che si erano mossi dai punti a potenziale più basso verso quelli a potenziale più alto e che con il loro spostamento avevano determinato l'annullamento della d.d.p.

Ma il campo coulombiano non è in grado di fare ciò perché, trattandosi di un campo conservativo, il lavoro da esso compiuto lungo una traiettoria chiusa è sempre uguale a zero. Ciò significa che se durante il processo si presentano effetti dissipativi le forze coulombiane non sono in grado di compensare le perdite di energia. Il fatto che le linee di forza del campo elettrostatico non siano mai linee chiuse esprime proprio questo fatto. Quando il campo determina uno spostamento da 1 a 2 per avere lo spostamento inverso, qualunque traiettoria si percorra, il lavoro compiuto è uguale ed opposto.

Dunque: o siamo in grado di fornire continuamente cariche squilibrate dal nulla, ma ciò è in contrasto con il principio di conservazione della carica, oppure dobbiamo pensare ad un sistema in cui le cariche in moto sono sempre le stesse e quando esse raggiungono la posizione di energia potenziale minima (cioè la condizione di equilibrio) qualcosa (che non può essere il campo elettrostatico) interviene a ripristinare la situazione di equilibrio originario. In conclusione servono:

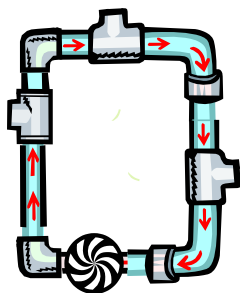
- un *circuito chiuso* che consenta alle cariche di girare continuamente sullo stesso percorso
- un campo elettrico di tipo nuovo (*campo estraneo*) non conservativo che sia in grado di far crescere l'energia potenziale delle cariche in modo di ripristinare lo squilibrio. Questo secondo campo è necessario perché mentre le cariche si muovono nei conduttori esse trasformano una parte dell'energia ricevuta dal campo elettrostatico in altre forme di energia e il campo elettrostatico (conservativo) lungo una traiettoria chiusa compie un lavoro nullo.

Quando si passa dalla elettrostatica alla elettrodinamica si incontrano altri tipi di forze in grado di influenzare il moto delle cariche elettriche: tali forze, in alcuni casi, sono associabili ad enti precisi come nel caso dei campi magnetici, mentre in altri casi sono dovuti a fenomeni più complessi (diffusione di particelle, reazioni chimiche, ...).



Il campo elettrostatico dovuto allo squilibrio nelle cariche si autodistrugge nel processo di equilibrio e pertanto esso non può dar luogo a processi stazionari di moto delle cariche elettriche.

Per garantire la stazionarietà nel movimento delle cariche elettriche servono un circuito e un campo diverso da quello elettrostatico (campo estraneo).



Una analogia che aiuta a capire: l'acqua circola (corrente) nella conduttura (circuito). Nel suo movimento perde energia per attrito o la cede ad altre apparecchiature (trasformazione dell'energia elettrica). Per garantire la circolazione dell'acqua occorre una pompa (il generatore).

Le forze e i campi corrispondenti non vengono esaminati in dettaglio dall'elettromagnetismo ma ci si limita a prendere atto del fatto che l'energia interna di una sorgente decresce e compare al suo posto energia elettrica in grado di mantenere in moto le cariche.

Il quadro che abbiamo descritto è del tutto simile a quello dei circuiti idraulici nei quali è necessaria la presenza di una pompa che, creando differenze di pressione, mette in grado il fluido di circolare anche in verso opposto alle forze del campo gravitazionale e di vincere le perdite di pressione e di energia cinetica dovute agli attriti.

4.2.2 IL BILANCIO ENERGETICO TRA CAMPO COULOMBIANO E CAMPO ESTRANEO

La grandezza che caratterizza energeticamente il campo elettrico coulombiano è il potenziale. Per analogia introdurremo una grandezza che consente di caratterizzare energeticamente il *campo estraneo*.

La differenza di potenziale è definita come rapporto tra il lavoro compiuto dalle forze coulombiane che determinano lo spostamento, e la carica spostata:

$$V_1 - V_2 = V_{12} = -\Delta V = \frac{\mathcal{L}_{C,1 \rightarrow 2}}{q} \quad (5)$$

Se, oltre alle forze coulombiane, sono presenti forze estranee che contribuiscono a mettere in moto le cariche, il lavoro totale sarà:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_{\text{ESTR.}}$$

$\mathcal{L}_C$ è il lavoro compiuto dalle forze coulombiane mentre $\mathcal{L}_{\text{ESTR.}}$ è il lavoro compiuto dalle sorgenti di energia non elettrica: forze magnetiche, cambiamenti di energia interna (come nei processi di diffusione, reazioni chimiche), energia luminosa.

Se si dividono entrambi i membri per il valore della carica q trasportata si ha:

$$\frac{\mathcal{L}}{q} = \frac{\mathcal{L}_C}{q} + \frac{\mathcal{L}_{\text{ESTR.}}}{q}$$

Si chiama *voltaggio o caduta di tensione* relativo ad un tratto di circuito che va dal punto 1 al punto 2 il rapporto tra il lavoro totale compiuto nello spostare la carica lungo quel tratto di circuito e la carica stessa, e si scrive:

$$u = \frac{\mathcal{L}}{q} \quad (\text{V.4.1})$$

La caduta di tensione è una grandezza particolarmente significativa perché può essere misurata con estrema semplicità con uno strumento detto voltmetro. Il termine tensione viene dalla storia iniziale dell'elettricità; la *tensione* era pensata come una vera e propria azione in grado di determinare uno stato di *stress* (tensione) nei confronti del dielettrico (si veda in proposito la definizione che ne dà per primo Ampere e riportata alla pagina seguente).

Il Voltaggio o caduta di tensione $u = \frac{\mathcal{L}}{q}$ rappresenta il bilancio energetico complessivo relativo alla carica trasportata

⁵ Per tradizione consolidata nei capitoli sulla elettricità si indica la d.d.p. con il verso invertito e invece di utilizzare il simbolo Δ si usa semplicemente V_{12} . Nel seguito ci atteneremo a questa convenzione perché non esiste il rischio di confusione. In effetti le V della elettrodinamica sono sempre differenze.



La Forza Elettromotrice (fem) rappresenta il bilancio energetico dovuto ai campi estranei relativamente alla carica trasportata

Si chiama *forza elettromotrice* (abbreviata in *f.e.m.*) relativa ad un tratto di circuito il rapporto tra il lavoro compiuto dalle forze non elettriche e la carica trasportata:

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{L}_{\text{estr}}}{q} \quad (\text{V.4.2})$$

La forza elettromotrice è la grandezza caratteristica delle sorgenti di energia elettrica (generatori). In base alla definizione data, entrambe queste grandezze, nel S. I. si misurano in volt (V).

Dalla combinazione delle definizioni di d.d.p., f.e.m., e caduta di tensione si ottiene:

$$u = V_{12} + \mathcal{E} \quad (\text{V.4.3})$$

e si dice che lungo un tratto di circuito la caduta di tensione è pari alla somma tra la forza elettromotrice e la d.d.p. (cambiata di segno).

Si possono presentare i seguenti casi particolari:

- se un tratto di *circuito non è soggetto a forze estranee*, la f.e.m. è nulla e la differenza di potenziale (cambiata di segno) è uguale alla caduta di tensione. Per questa ragione in contesti nei quali tale condizione è soddisfatta si tenderà ad identificare i due concetti (si veda per esempio la legge di Ohm) e si useranno come sinonimi caduta di tensione e differenza di potenziale.

$$u = V_{12}$$

- in un circuito chiuso la somma algebrica delle cadute di tensione è uguale alla somma algebrica delle f.e.m. perché (essendo la forza elettrica conservativa) la somma di tutte le d.d.p. lungo una linea chiusa dà sempre zero.

$$\sum_i u_i = \sum_i \mathcal{E}_i$$

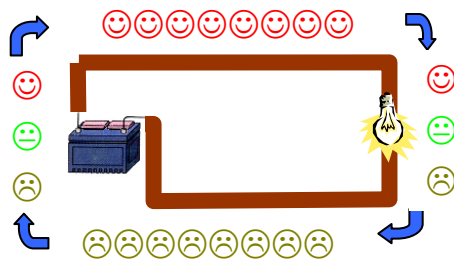


4.2.3 UNA VISIONE GRAFICA DI COSA ACCADE IN UN CIRCUITO E LA PRIMA DISTINZIONE TRA TENSIONE E CORRENTE

La figura qui a lato non ha nessuna pretesa di scientificità, ma può servire a comprendere meglio ciò che accade all'interno di un circuito chiuso dotato di un generatore e di un utilizzatore.

La funzione del generatore è quella di *ripristinare energeticamente* le cariche in moto, mentre la funzione dell'utilizzatore è quella di trasformare la energia delle cariche in moto in altre forme di energia. Pertanto, all'uscita dall'utilizzatore esse si presentano con una energia inferiore a quella che avevano all'ingresso.

Vediamo come Ampère, nel 1820, nell'ambito delle memorie dedicate alla interpretazione della recente scoperta della capacità delle *correnti galvaniche* di deviare gli aghi magnetici, introduce la prima distinzione tra *tensione e corrente*.⁶



Il generatore *ripristina lo stato energetico* delle cariche che viene modificato nell'utilizzatore e consente di rendere permanente il moto delle cariche

⁶ A. M. Ampère *Opere scelte* ed. UTET; *Dell'azione esercitata su una corrente elettrica da un'altra corrente, dal globo terrestre e da un magnete*, autunno 1820; pag. 161 e seguenti. Si chiamavano correnti galvaniche i risultati del collegamento di pile di Volta mediante conduttori. La citazione è piuttosto lunga, è interessante rispetto alla storia della fisica, ma non è indispensabile per la trattazione dell'argomento.

L'azione elettromotrice si manifesta con due specie di effetti che ritengo anzitutto necessario distinguere con una definizione precisa.

Chiamerò il primo *tensione elettrica*, il secondo *corrente elettrica*.

Si osserva il primo quando i due corpi fra i quali avviene l'azione elettromotrice sono fra loro separati da corpi non conduttori in tutti i punti della loro superficie all'infuori di quelli in cui l'azione è stabilita; il secondo è quello invece nel quale i due corpi fanno parte di un circuito di corpi conduttori che li fanno comunicare con punti della loro superficie diversi da quelli nei quali si produce l'azione elettromotrice. Nel primo caso, l'effetto di questa azione è di mettere i due corpi o i due sistemi di corpi fra i quali essa ha luogo in due stati di tensione la cui differenza è costante quando l'azione è costante, per esempio quando essa è prodotta dal contatto di due sostanze di natura differente; ...

Nel secondo caso non vi è più tensione elettrica, i corpi leggeri non sono più sensibilmente attirati e l'elettrometro ordinario non può più servire ad indicare quanto avviene nel corpo; tuttavia l'azione elettromotrice continua ad agire; infatti, se fanno parte del circuito ad esempio acqua, un acido, un alcali o una soluzione salina, questi corpi sono decomposti soprattutto quando l'azione elettromotrice è costante, come si sa da tempo; inoltre, come ha testé scoperto il sig. Oersted, quando l'azione elettromotrice è prodotta dal contatto dei metalli, l'ago magnetizzato è spostato dalla sua direzione quando viene posto vicino ad una porzione qualunque del circuito; ma questi effetti cessano, l'acqua non si decompone più, e l'ago ritorna nella sua posizione ordinaria, non appena si interrompa il circuito e le tensioni si ristabiliscano ...

Quando non c'è continuità di conduttori da uno dei corpi o dei sistemi di corpi, fra i quali l'azione elettromotrice si sviluppa, all'altro e questi corpi sono essi stessi conduttori, come nella pila di Volta, questa azione può essere concepita soltanto come un'azione che porti costantemente l'elettricità positiva in uno e l'elettricità negativa nell'altro: in un primo momento, in cui nulla si oppone all'effetto che essa tende a produrre, le due elettricità si accumulano ciascuna nella parte dell'intero sistema verso la quale essa è diretta; ma tale effetto si arresta quando la differenza delle tensioni elettriche dà alla loro attrazione mutua, che tende a riunirli, una forza sufficiente per fare equilibrio all'azione elettromotrice.

...

Ma quando i due corpi o i due sistemi di corpi fra i quali l'azione elettromotrice si manifesta sono in comunicazione con corpi conduttori fra i quali non vi sia un'altra azione elettromotrice uguale ed opposta alla prima, il che manterrebbe lo stato di equilibrio elettrico e per conseguenza le tensioni che ne risultano, queste tensioni scompaiono o per lo meno diventano piccolissime, e si producono i fenomeni indicati sopra come caratteristici del secondo caso.

Ma poiché d'altronde nulla è mutato nella sistemazione dei corpi fra i quali si sviluppa l'azione elettromotrice, non può esservi dubbio che essa non continui a manifestarsi; poiché l'attrazione mutua di due elettricità, misurata dalla differenza delle tensioni elettriche (differenza che in questo caso è diventata nulla, o è considerevolmente diminuita), non può più fare equilibrio a detta azione, si è generalmente d'accordo nel ritenere che essa continui a portare le due elettricità nei due sensi in cui li portava prima; dimodoché ne risulta una doppia corrente, l'una di elettricità positiva, l'altra di elettricità negativa, partenti in sensi opposti dai punti in cui si manifesta l'azione elettromotrice, elettricità che vanno a riunirsi nella parte del circuito opposta a quei punti.

Le correnti di cui parlo vanno accelerandosi fino a che l'inerzia dei fluidi elettrici e la resistenza che essi incontrano per l'imperfezione stessa dei migliori conduttori facciano equilibrio alla forza elettromotrice, dopo di che esse continuano indefinita-

Ampere è il primo a distinguere e definire tensione e corrente elettrica. La prima si ha quando l'azione elettromotrice avviene tra corpi non conduttori e in questo caso si crea tra essi uno stato di tensione.

La seconda è caratterizzata dalla scomparsa della tensione e dalla comparsa al suo posto di effetti di vario genere (magnetici o elettrochimici)



Volta definisce qui il verso convenzionale delle correnti elettriche che verrà adottato per sempre

mente con una velocità costante, finché questa forza conserva la stessa intensità; queste correnti cessano sempre nell'istante in cui il circuito viene interrotto.

È questo lo stato dell'elettricità in una serie di corpi elettromotori e conduttori che io chiamerò, per brevità, corrente elettrica; poiché dovrò continuamente parlare dei due sensi opposti secondo cui si muovono le due elettricità, sottintenderò, tutte le volte che ne sarà il caso, per evitare una fastidiosa ripetizione, dopo le parole *senso della corrente elettrica* le seguenti: *dell'elettricità positiva*; dimodoché, se si tratta per esempio di una pila voltaica, l'espressione *direzione della corrente elettrica nella pila* indicherà la direzione che va dall'estremità nella quale si sviluppa l'idrogeno nella decomposizione dell'acqua a quella in cui si ottiene ossigeno; e l'espressione *direzione della corrente elettrica nel conduttore che stabilisce la comunicazione fra le due estremità della pila* indicherà la direzione che va, invece, dalla estremità nella quale si produce ossigeno a quella in cui si sviluppa idrogeno.

4.2.4 CIRCUITI ELETTRICI E GENERATORI DI FEM

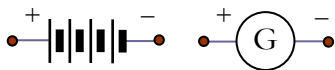
Affinché ci sia una circolazione continua di corrente elettrica servono due condizioni:

- un circuito chiuso che consenta alla cariche elettriche di fluire con continuità
- una sorgente di f.e.m. in grado di ripristinare quello squilibrio elettrico che dà luogo alla conduzione.

Senza entrare in dettaglio indicheremo questa sorgente di f.e.m. con uno dei simboli indicati qui a lato.

Ciò che li caratterizza è la polarità; l'estremo che corrisponde al punto a potenziale più alto viene solitamente indicato con il simbolo "+" mentre con il segno "-" si indica quello a potenziale più basso.

Il primo dei due simboli richiama l'idea delle pile (connessione più elementi *a pila* con un termine introdotto da A. Volta) mentre l'altro simbolo indica un generico e non specificato generatore come sorgente di una d.d.p.



I simboli utilizzati per rappresentare un generatore di f.e.m.- + e - indicano semplicemente punto a potenziale più alto e più basso

4.3 L'intensità e la densità di corrente

4.3.1 DEFINIZIONE DELLA INTENSITÀ DI CORRENTE

La intensità di corrente, insieme alla caduta di tensione, è la protagonista di tutte le considerazioni sulla elettricità circuitale. Per definirla consideriamo un tratto di circuito nel quale abbia luogo un movimento ordinato di cariche elettriche ed indichiamo con δq la carica che attraversa una sezione di circuito nel tempo δt .

Il rapporto tra le due quantità è chiamato *intensità di corrente*.

$$i = \frac{\delta q}{\delta t} \quad (\text{V.4.4})$$



Intensità di corrente $i = \frac{\delta q}{\delta t}$

Se ci si riferisce ad intervalli Δt finiti, invece che ad intervalli di tempo infinitesimi, si ottiene il *valore medio* della intensità di corrente mentre l'altro valore è detto *valore istantaneo*.

4.3.2 LA CORRENTE È LA STESSA IN TUTTI PUNTI DEL CIRCUITO

Se la corrente e il suo verso non cambiano nel tempo si parla di *corrente continua* (o più esattamente di corrente costante). In un circuito di tipo semplice (cioè senza diramazioni) caratterizzato da corrente continua, la corrente è la stessa in tutti i punti del circuito.

In effetti se così non fosse si avrebbe o un aumento o una diminuzione di carica e la conservazione della carica elettrica è una delle grandi leggi di conservazione della fisica moderna ampiamente verificata anche sul piano microscopico.

La comprensione di questo aspetto, che oggi si dà per ovvia, è stata oggetto di raffinate indagini sperimentali. Per esempio Oersted, quando scopre la deviazione dell'ago magnetico da parte delle correnti galvaniche si pone il problema se essa avvenga anche in corrispondenza della pila; e la risposta (data dall'esperimento) è positiva.

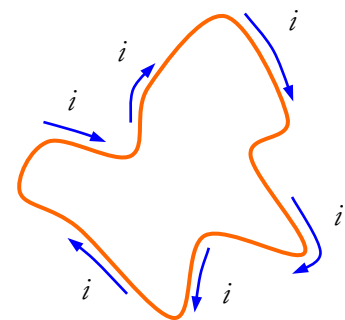
Si osservi ancora che, data la definizione di corrente elettrica, valgono per essa tutti i ragionamenti svolti nei capitoli dedicati alla cinematica circa il metodo della tangente e il metodo dell'area. *L'intensità di corrente è la inclinazione della tangente al diagramma carica-tempo; la carica si trova calcolando l'area del diagramma intensità tempo.*

4.3.3 IL VERSO DELLE CORRENTI ELETTRICHE

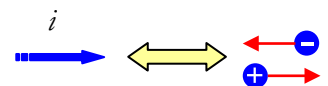
La corrente elettrica è una quantità con segno a causa della esistenza di cariche di segno opposto e perché il moto può avvenire in due versi.

Si è pertanto fissato (seguendo la convenzione fissata da Ampere) un verso positivo convenzionale e si è scelto quello che corrisponde al moto delle cariche positive. Una corrente di verso dato equivale ad un movimento di cariche positive in quel verso o, equivalentemente, ad un movimento di cariche negative in verso contrario.

La scelta è avvenuta prima della scoperta del ruolo prioritario che gli elettroni giocano nei processi di conduzione e dunque nei metalli ad un verso dato di corrente corrisponde un moto reale di elettroni in senso contrario.



la definizione convenzionale di Ampere del verso delle correnti nel circuito va dal lato della pila in cui si sviluppa ossigeno (+) a quello in cui si sviluppa idrogeno (-) e accade il viceversa dentro la pila e corrisponde ad un moto di cariche positive



verso della corrente e moto delle cariche; corrente positiva = moto delle cariche positive = moto contrario di quelle negative

L'unità di misura della intensità di corrente nel S. I. è l'*Ampere* (A) che in base alla (IV.4) corrisponde ad un flusso di cariche di 1 Coulomb al secondo attraverso una sezione trasversale del circuito.

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$$

L'Ampere = C/s ma si tratta di una unità fondamentale del S.I. E' il Coulomb ad essere definito tramite l'Ampere, non viceversa. La definizione operativa è di tipo elettrodinamico

L'Ampere che appare così come una grandezza derivata è in realtà una unità fondamentale definita per via operativa ⁷ ed è invece il Coulomb ad essere definito tramite l'Ampere.

Il motivo per cui il Coulomb risulta una unità elettrostatica troppo grossa è proprio legato a questo fatto. Mentre in elettrodinamica è normale trattare con correnti dell'ordine dell'Ampere perché, anche se la carica coinvolta è molto grande, gli effetti macroscopici sono schermati dalla presenza di cariche di segno opposto a livello atomico, quando si passa alla elettrostatica e ci si occupa di cariche isolate, il Coulomb diventa una carica difficilmente isolabile.

4.3.4 LA DENSITÀ DI CORRENTE

Poiché si è visto che la corrente elettrica risulta un fenomeno di volume, interessa cioè in maniera uniforme l'intera sezione del conduttore e non solo la sua superficie esterna, a volte risulta più conveniente utilizzare al posto della intensità una grandezza diversa, *la densità di corrente* ⁸. La densità di corrente media è definita come rapporto tra la corrente e la superficie trasversale del conduttore:

$$j = \frac{i}{A} \quad (\text{V.4.5})$$

La unità di misura corrispondente è l'A/m² ma nella pratica si usa anche l'A/mm² che corrisponde a 10⁶ A/m².

Per esempio, i conduttori di rame normalmente utilizzati per la distribuzione della energia elettrica nelle abitazioni sopportano normalmente correnti di qualche A/mm² e, sulla base di questo elemento, viene dimensionato e realizzato l'impianto elettrico.

⁷ Dapprima l'Ampere è stato definito assumendo come riferimento i processi di decomposizione elettrolitica; attualmente è definito attraverso le interazioni elettrodinamiche tra correnti elettriche di cui ci occuperemo nei capitoli dedicati al magnetismo.

⁸ Il fatto che la corrente interessi l'intera sezione del conduttore e non la sola superficie non va dato per scontato, visto che in un conduttore in equilibrio la carica si dispone esclusivamente sulla superficie esterna

4.4 La conduzione nei solidi secondo il modello classico

4.4.1 QUALCHE ELEMENTO DI TIPO STORICO

Una volta che la costruzione della teoria dell'elettromagnetismo classico è stata terminata, l'attenzione del mondo della fisica si è rivolta al mondo microscopico con gli studi di fisica molecolare e con la costruzione di modelli e teorie che fossero in grado di spiegare le leggi in termini di costituenti elementari della materia.

La prima questione riguardava la domanda se il passaggio di corrente, fosse associato al trasporto di materia (con movimento di atomi o molecole come avviene nei liquidi) o riguardasse costituenti più elementari degli atomi.

Nei testi di fisica russi viene citato in proposito l'esperimento del 1901 condotto da E.C.V. Riecke (1845-1915) che consistette nel mettere in serie tre cilindri metallici di rame, alluminio e rame e facendoli attraversare, per un intero anno da una corrente costante di 0.1 A con un conseguente trasporto di carica molto elevato in modo di sopperire ad eventuali limiti sperimentali ($3.5 \cdot 10^6$ C).

Al termine dell'esperimento si constatò che nulla era cambiato nella composizione chimica dei tre conduttori e dunque che il passaggio di corrente non era dovuto a trasporto di ioni ma agli elettroni, che, proprio in quegli anni venivano scoperti e studiati.

Poiché i modelli e le teorie sulla conduzione nei solidi sono stati numerosi vale la pena di premettere una breve cronologia:

1822 - effetto Seebeck già osservato da Volta e studiato da Seebeck – date due giunzioni bimetalliche a temperature diverse si genera passaggio di corrente

1827 - leggi di Ohm proporzionalità tra corrente e d.d.p.; definizione di resistenza e sua dipendenza dalle caratteristiche geometriche

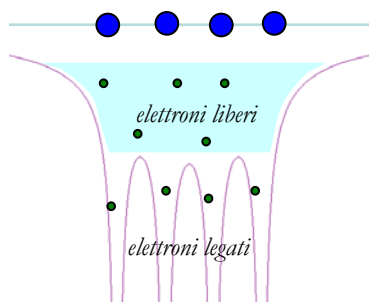
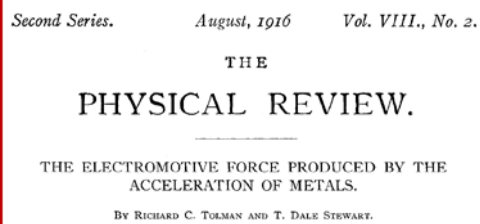
1834 - effetto Peltier è l'opposto dell'effetto Seebeck – quando circola corrente una delle due giunzioni assorbe calore e l'altra lo emette con creazione di differenza di temperatura

1853 - legge di Wiedemann e Franz il rapporto tra la conducibilità termica e quella elettrica è lo stesso per tutti i metalli ed è proporzionale a T

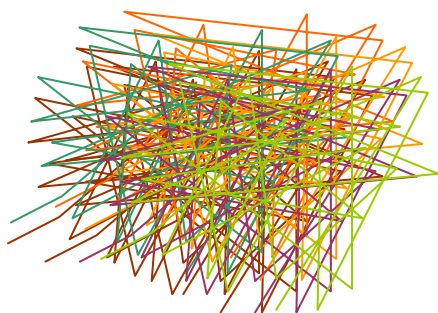
1879 - effetto Hall in un conduttore percorso da corrente posto lungo l'asse x di un piano xy e immerso in un campo magnetico lungo l'asse z si genera un campo elettrico lungo la direzione y (vedi capitolo sul magnetismo) – l'effetto Hall consente di stabilire il fatto che nei metalli la conduzione è dovuta al movimento di cariche negative

1898 - modello di Riecke la conducibilità di un metallo è dovuta alla presenza di cariche positive e negative che si muovono liberamente seguendo le leggi della meccanica statistica e che cedono per urto le energie in eccesso attraverso urti con gli atomi del cristallo – il modello presenta un grave elemento di debolezza perché non dà conto della legge di Wiedemann e Franz

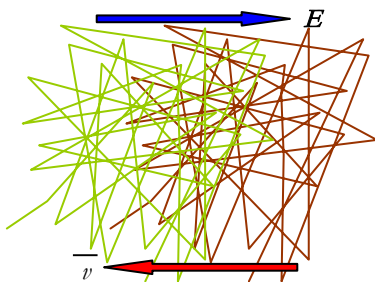
Scoperte sperimentali ed elaborazione dei modelli



elettroni liberi e legati nel reticolo metallico; le correnti elettriche sono dovute al moto ordinato degli elettroni liberi sotto l'azione di un campo elettrico



il moto disordinato degli elettroni viene rappresentato come se si trattasse delle molecole di una gas



il moto ordinato degli elettroni avviene in verso opposto al campo ed è sovrapposto a quello disordinato

1900 - modello di Drude è un perfezionamento del modello di Riecke e lo presenteremo nei prossimi paragrafi – Drude crede comunque alla presenza di due tipi di portatori di carica

1905 - modello di Lorentz corregge il modello di Drude su problematiche di meccanica statistica

1916 - esperimento di Tolman e Stewart frenamento brusco di un conduttore e comparsa di una f.e.m. da cui si risale al rapporto q/m e al segno dei portatori di carica. Si tratta di elettroni

4.4.2 IL MODELLO DI DRUDE E IL MOTO DISORDINATO DEGLI ELETTRONI LIBERI NEI METALLI

I metalli, per effetto dei legami che caratterizzano il reticolo cristallino, liberano tra 1 e 2 elettroni delle orbite esterne per ogni atomo.

Il meccanismo è già stato descritto nel capitolo dedicato all'elettrostatica e viene richiamato sinteticamente nella figura qui a lato.

Questi *elettroni liberi*, cioè appartenenti al reticolo, ma non ad un atomo specifico, si comportano, per molti aspetti, come un gas di elettroni soggetto alle leggi statistiche già esaminate nella teoria cinetica dei gas.⁹

Gli elettroni liberi si trovano in equilibrio termico con il reticolo e si muovono disordinatamente con una velocità media determinata dal principio di equipartizione dell'energia. La loro energia cinetica media $\langle \mathcal{E}_k \rangle$ vale classicamente:

$$\langle \mathcal{E}_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad (\text{V.4.6})$$

dove k_B è la costante di Boltzmann $= 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$.

Indichiamo con $v_{qm} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ il valore quadratico medio del movimento *random*, teniamo conto che $\langle \mathcal{E}_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$, applichiamo la relazione classica per l'energia cinetica e ipotizziamo di trovarci a temperatura ambiente ($T = 300 \text{ K}$) avremo che:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_e}} \approx 1.2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

si tratta di una velocità elevata ma ancora nel novero delle velocità non relativistiche.

4.4.2.1 Il moto ordinato del gas di elettroni

In assenza di campo elettrico il moto disordinato degli elettroni non dà luogo a correnti perché il numero medio di elettroni che si muovono in una direzione e verso è uguale a quello di quanti si muovono in verso contrario.

Quando si applica un campo elettrico al gas di elettroni, il moto disordinato prosegue, ma il gas nel suo insieme trasla ed è questo moto a dare luogo alla corrente elettrica.

Ci proponiamo ora di trovare la relazione tra densità di corrente e velocità di traslazione degli elettroni e, come vedremo, il risultato numerico finale è assolutamente inaspettato.

⁹ Si tratta in realtà di un gas dalle proprietà molto particolari come si può verificare nel capitolo dedicato all'approfondimento di alcune problematiche dell'elettromagnetismo.

Attraverso una sezione σ del circuito, nel generico intervallo Δt passeranno le cariche che si trovano in un volume $\Delta \mathcal{V}$ di sezione σ e di lunghezza $\Delta l = \langle u \rangle \Delta t$ dove $\langle u \rangle$ indica la velocità media di traslazione dei portatori di carica.

La carica Δq è facilmente determinabile se è nota la concentrazione n dei portatori di cariche libere $n = \frac{\Delta N}{\Delta \mathcal{V}}$ dove ΔN indica il numero di cariche libere contenute in $\Delta \mathcal{V}$. Sarà dunque:

$$\Delta q = e \Delta N = e n \Delta \mathcal{V} = e n \sigma \langle u \rangle \Delta t$$

La corrente risulta pertanto:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = e n \sigma \langle u \rangle$$

mentre la densità di corrente è

$$j = \frac{i}{\sigma} = e n \langle u \rangle \quad (\text{V.4.7})$$

Utilizzeremo presto questa equazione per risolvere problemi di varia natura. Incominciamo stimando la velocità media del moto ordinato degli elettroni di conduzione nei metalli.

La concentrazione atomica può essere trovata conoscendo la densità e il peso atomico, infatti:

$$n = \frac{\Delta N}{\Delta \mathcal{V}} = \frac{n_{\text{mol}} \mathcal{N}}{\Delta \mathcal{V}} = \frac{\Delta m 10^3 \mathcal{N}}{\mu \Delta \mathcal{V}} = \frac{10^3 \rho \mathcal{N}}{\mu} \quad (\text{V.4.8})$$

dove $\mathcal{N}$ è il numero di Avogadro (6.02×10^{23} atomi/mole), ρ è la densità della sostanza, μ è il peso atomico mentre il fattore 10^3 deriva dalla necessità di esprimere la massa in grammi prima di trovare la relazione con le moli.

4.4.2.2 La velocità di traslazione degli elettroni in un metallo è molto bassa

Si consideri un tratto di circuito di rame caratterizzato da una densità di corrente $j = 10 \text{ A/mm}^2$. Determinare la velocità media di traslazione degli elettroni.



Nel caso del rame, tenendo conto che $\rho_{\text{Cu}} = 8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 63.5 \text{ g/mole}$ si ottiene:

$$n = \frac{10^3 \rho \mathcal{N}}{\mu} = \frac{10^3 \times 8.96 \times 10^3 \times 6.02 \times 10^{23}}{63.5} \approx 0.85 \times 10^{29} \text{ atomi/m}^3$$

La concentrazione di elettroni liberi n_e coincide, grosso modo, con la concentrazione di atomi ed è compresa tra 10^{28} e 10^{29} m^{-3} .

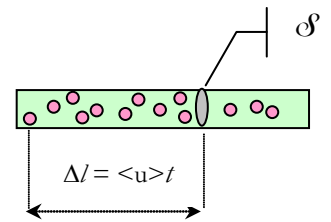
Pertanto:

$$\frac{j}{v} = \frac{j}{e n} \approx \frac{10^7}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{28}} \approx 6 \times 10^{-3} \text{ m/s} = 6 \text{ mm/s}$$



I dati sperimentali confermano l'ordine di grandezza di questo valore.

Dunque in un metallo abbiamo un movimento ad altissima velocità (10^5 m/s) degli elettroni dovuto alla agitazione termica. A tale movimento si sovrappone un lentissi-



la densità di corrente è proporzionale alla concentrazione elettronica ed alla velocità di traslazione



mo movimento ordinato (tra 10^{-2} e 10^{-3} m/s) che è però responsabile dei fenomeni elettrici che appartengono alla nostra esperienza comune.

Un valore così basso di velocità sembrerebbe in contrasto con il fatto che, alla chiusura degli interruttori, la corrente si instaura pressoché istantaneamente nei circuiti, ma in ciò non c'è nulla di paradossale. Il campo elettrico prodotto dal generatore, si propaga pressoché istantaneamente nel circuito (viaggiando alla velocità delle onde elettromagnetiche) e pertanto la velocità del moto ordinato, di circa 6 mm/s si aggiunge istantaneamente ai vettori velocità del moto termico degli elettroni nei diversi punti del circuito.

4.5 La conduzione nei liquidi

4.5.1 LA TERMINOLOGIA DI BASE

Gli *elettroliti* (soluzioni di acidi, basi o sali in acqua) sono buoni conduttori di corrente elettrica e la conduzione, associata all'utilizzo di tali sostanze, si accompagna alla *elettrolisi*, cioè al deposito di sostanze sugli elettrodi immersi nell'elettrolito. A differenza dei metalli che conducono attraverso elettroni, gli elettroliti sono conduttori in cui la corrente è dovuta a movimento di *ioni* (cioè ad atomi o parte di molecole ionizzati per acquisto o perdita di elettroni).

Molto spesso il fenomeno della dissociazione elettrolitica si accompagna a reazioni secondarie tra i prodotti di reazione, gli elettrodi e/o le molecole del solvente e ciò complica l'analisi del fenomeno stesso. Per questa ragione si utilizzano spesso come elettrodi materiali inerti quali il carbone che consentono di ridurre le reazioni secondarie.

Né l'acqua distillata né la sostanza da diluire (allo stato solido) possiedono ioni liberi e sono pertanto degli ottimi isolanti.¹⁰ Ne consegue che gli ioni debbano essere il prodotto della interazione tra le molecole del soluto e le molecole d'acqua. La dissociazione delle molecole del soluto in ioni per effetto dell'azione del solvente è chiamata *dissociazione elettrolitica*. Ma non tutte le soluzioni acquose sono degli elettroliti (per esempio non lo è la soluzione di saccarosio in acqua) ed esistono soluzioni elettrolitiche non acquose (per esempio numerose soluzioni alcoliche).

la dissociazione elettrolitica è una proprietà dell'acqua come solvente di rompere i legami di natura elettrica tra le molecole del soluto

4.5.2 IL MECCANISMO CHE GENERA LA DISSOCIAZIONE

La dissociazione elettrolitica è dovuta alle molecole d'acqua che, possedendo un alto valore di momento di dipolo ($p_e = 6.1 \times 10^{-30}$ Cm), determinano un campo elettrico intenso attorno alle molecole a distanze dello stesso ordine di grandezza delle distanze intermolecolari di un liquido ($r \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$).

Se si utilizzano le relazioni della elettrostatica si trova che il potenziale di interazione del dipolo ha, grosso modo, lo stesso valore di quello di legame di molti legami di tipo ionico e risulta pertanto in grado di rompere tale legame.

L'energia di interazione tra uno ione sodio o cloro e una molecola d'acqua è approssimativamente uguale a quella tra gli ioni nella molecola di NaCl; quindi le molecole del sale, quando vengono disciolte in acqua, si rompono facilmente per effetto di collisioni termiche.

Indicheremo tale dissociazione con la scrittura:

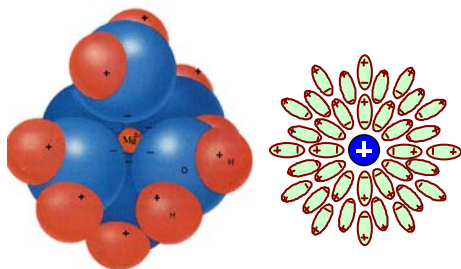


La doppia freccia indica che la reazione può avvenire in entrambi i versi: come *dissociazione* della molecola in ioni e come *ricombinazione* degli ioni in molecola.

Gli ioni positivi che si muovono verso il polo negativo (catodo) sono detti *cationi*; gli ioni negativi sono detti *anioni* e viaggiano verso il polo positivo (anodo).

¹⁰ In realtà l'acqua e molte altre sostanze per ragioni di equilibrio termodinamico presentano sempre un certo grado di dissociazione spontanea che però è trascurabile sul piano della conducibilità.

il fenomeno della dissociazione elettrolitica è dovuto all'elevato momento di dipolo della molecola d'acqua



la solvatazione è il meccanismo per cui molte molecole d'acqua circondano elettricamente lo ione; ciò rende meno mobili gli ioni creando grandi aggregati come nella immagine a sinistra con uno ione Mg^{++} circondato da molecole d'acqua

Le molecole d'acqua, a causa del loro carattere polare, circondano ogni ione formando uno strato detto *guaina di solvatazione* e questa guaina determina due effetti:

- impedisce la ricombinazione degli ioni facendo sì che, a basse concentrazioni, tutte le molecole del soluto siano dissociate
- fa sì che gli ioni si muovano con una certa difficoltà nella soluzione.

Dal punto di vista pratico la dissociazione elettrolitica, associata al fenomeno della elettrolisi, è ampiamente utilizzata per depositare strati sottili di un metallo su un altro (come nella doratura dell'argento o nella cromatura del ferro) e per ottenere metalli allo stato puro.

Quasi tutto l'alluminio e il rame utilizzati, dalla stagnola per imballaggi, alle lattine, ai cavi per le applicazioni elettriche, viene purificato per via elettrolitica con enormi dispendi di energia elettrica. Anche per questa ragione è importante la raccolta differenziata dei metalli.

4.5.3 UN PO' DI STORIA DELLA ELETTROCHIMICA

La scoperta della Pila di Volta nel 1799-1800 è stato il motore di un enorme sviluppo dei fenomeni elettrici. Vediamo alcune tappe:

- 1800: scoperta della elettrolisi dell'acqua, decomposizione della ammoniaca, scoperta della galvanostegia
- 1807: scoperta da parte di Davy (di cui Faraday era assistente) della elettrolisi di solidi fusi e decomposizione del cloruro di sodio (fino ad allora ritenuto un elemento); conseguente scoperta del sodio metallico
- 1810: scariche ad arco usando la grande pila della Royal Society da parte di Davy
- 1800–1810: crescita e sviluppo delle teorie atomistiche (Dalton, Gay Lussac, Avogadro)
- 1812: invenzione della pila a secco da parte dell'italiano Zamboni
- 1831: Faraday subentra a Davy e inizia le ricerche di tipo unitario sulla elettricità
- 1836: invenzione della pila a depolarizzazione



La pila a secco di Zamboni: 1812



sir H. Davy fisico e chimico maestro di Faraday

La prima teoria di spiegazione della elettrolisi è avanzata da Grotthius (1785-1822) nel 1805. Secondo questa teoria il fenomeno è dovuto alla presenza di elettricità positiva e negativa nel soluto e al fatto che il campo elettrico esterno è in grado di dissociare e poi far muovere i componenti del solvente.

Clausius (1822-1888) fece osservare nel 1857 che in tale caso avrebbe dovuto esistere un campo elettrico minimo, tipico di ogni soluto al di sotto del quale non si sarebbe dovuta avere alcuna dissociazione elettrolitica, ma ciò risultava in contrasto con i risultati della legge di Ohm in base alla quale sia aveva proporzionalità tra campo e densità di corrente anche per valori molto bassi di campo.

Utilizzando i primi strumenti della meccanica statistica già applicati alla teoria cinetica dei gas Clausius ipotizzò che le forze di affinità chimica fossero indebolite dalla presenza del solvente e che i moti di agitazione termica determinassero una situazione di equilibrio dinamico: formazione e ricombinazione di ioni.

Il quadro fu completato da Svante Arrhenius (1859-1927) che propose la visione attuale del processo di dissociazione, individuando il ruolo svolto dalla molecola d'acqua e spiegò tutta una serie di proprietà fisico-chimiche delle soluzioni già note, come effetti della presenza di ioni in soluzioni indipendentemente dalla applicazione di un campo esterno.

4.5.4 TEORIA ATOMICA ED ELETTROLISI

Le leggi di Faraday furono annunciate nel 1832-1833 e consentirono di far avanzare sia la conoscenza chimica (con la comprensione della natura elettrica di concetti quali la affinità chimica e la valenza), sia di far crescere il peso di ipotesi di natura atomistica nelle teorie sulla costituzione della materia.

Faraday, contestualmente all'enunciato delle leggi, che analizzeremo tra breve introdusse anche la terminologia ancora in uso e lo fece rivolgendosi a uno storico della scienza e studioso della classicità, William Whewell; comparvero così termini quali elettrodo, anodo, catodo, elettrolito, anione, catione, ...

Alla luce della teoria atomica odierna il legame tra passaggio di elettricità e quantità di materia che si deposita agli elettrodi è piuttosto evidente ma il processo storico è andato nel verso opposto: è stata la osservazione sperimentale della regolarità di comportamento tra elettricità circolante e massa di materia depositata, a far avanzare la teoria atomica che oggi ci consente di spiegare in maniera semplice le leggi di Faraday.

Consideriamo un fenomeno di trasporto elettrolitico nel quale una carica δq determini un trasporto di massa δm e proponiamoci di determinarne il legame tra queste due grandezze alla luce della teoria atomistica.

Lo ione è una particella (atomo, molecola o gruppo di atomi) che ha perso o acquistato uno o più elettroni. Se indichiamo con ϖ la valenza dell'elemento considerato, la carica dello ione è $q = \varpi e$.⁽¹¹⁾

Ricordiamo inoltre le relazioni, più volte utilizzate, tra numero di entità microscopiche, numero di moli, numero di Avogadro e peso molecolare (indichiamo con il suffisso _i lo ione e con _m le moli):

$$\delta q = N_i q_i = n_m \mathcal{N}_A \varpi e = \frac{10^3 \delta m}{\mu} \mathcal{N}_A \varpi e = \frac{10^3 \mathcal{N}_A \varpi e}{\mu} \delta m$$

da cui, invertendo la reazione:

$$\delta m = \frac{10^{-3} \mu}{\mathcal{N}_A \varpi e} \delta q \quad (\text{V.4.9})$$

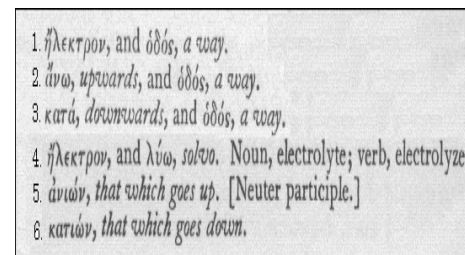
La massa rilasciata da una data quantità di carica è ad essa proporzionale e nella costante di proporzionalità intervengono sia la massa ionica (legata al peso molecolare), sia la valenza che correla la carica elementare alla carica dello ione.

4.5.5 LE DUE LEGGI DI FARADAY

¹¹ Mentre la valenza viene oggi interpretata in termini elettrochimici come numero di elettroni assorbiti o ceduti durante la dissociazione elettrolitica, la sua origine storica è legata a determinazioni quantitative dei rapporti in peso con cui un dato elemento poteva combinarsi con uno o più altri elementi di riferimento; i primi chimici pensavano alla valenza come ad un indicatore del numero di ganci con cui un atomo si legava agli altri.



Svante Arrhenius spiega la dissociazione elettrolitica individuando il ruolo dell'acqua nella rottura dei legami molecolari



L'articolo di Faraday con la nuova terminologia legata alla conduzione nei liquidi e mutuata dal greco antico



L'equazione (V.4.9) contiene entrambe le leggi che furono formulate, su base esclusivamente sperimentale, da Faraday nel 1834.

- La *prima legge di Faraday* afferma che in ogni reazione elettrolitica la massa di sostanza deposta o liberata in corrispondenza di un elettrodo è proporzionale alla carica elettrica che attraversa l'elettrolito e cioè:

$$\delta m = K \delta q \quad (\text{V.4.10})^{12}$$

La quantità $K = \delta m / \delta q$ indica la quantità di sostanza depositata dalla carica di 1 Coulomb e viene chiamato *equivalente elettrochimico* di una sostanza.

- La *seconda legge di Faraday* afferma che gli equivalenti elettrochimici delle diverse sostanze sono tra loro diversi ma sono proporzionali ai loro equivalenti chimici cioè al rapporto tra peso atomico e valenza. La costante di proporzionalità viene di solito indicata come $1 / F$ in ricordo di Faraday che la determinò per primo:

$$K = \frac{1}{F} \frac{\mu}{\varpi} \quad (\text{V.4.11})$$

Nonostante le leggi di Faraday consentissero una determinazione diretta degli equivalenti chimici delle sostanze, esse non furono utilizzate perché si affermò, tra i chimici, una teoria diversa dovuta a Berzelius.

4.5.6 SIGNIFICATO ED IMPORTANZA DELLA COSTANTE F

La quantità F detta *costante di Faraday* vale

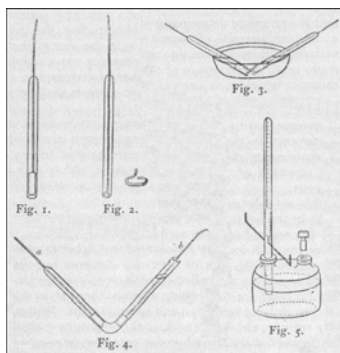
$$F = e \mathcal{N}_A = (9.648670 \pm 0.000054) \times 10^4 \text{ C/mole} \quad (\text{V.4.12})$$

Questa costante può oggi essere vista come una costante universale (prodotto di due costanti universali) ma è stata inizialmente determinata sperimentalmente e rappresentava la *quantità di carica necessaria per depositare un grammoequivalente di sostanza* (cioè una quantità in grammi pari al peso molecolare diviso per la valenza).

L'importanza della costante di Faraday è duplice:

- da un lato essa costituisce la prima determinazione sperimentale di quello che sarà il rapporto q/m per lo ione idrogeno. Faraday (pur dichiarandosi possibilista su ipotesi di tipo atomistico basate sul legame evidente tra leggi dell'elettrolisi e trasporto di materia attraverso granuli di elettricità) non se la sentì di affermare con certezza l'esistenza di un granulo di elettricità e materia.

In effetti, dopo aver stabilito che una data quantità di elettricità operante su celle elettrolitiche messe in serie sviluppa masse di materia proporzionali al grammoequivalente è possibile determinare $\delta q / \delta m$ per esempio per il caso dell'idrogeno ($\varpi = 1$, $\mu = 1$) ottenendo per lo ione idrogeno (in unità del S.I.) $\frac{q}{m} = 10^3 F$



Disegni delle apparecchiature usate da Faraday per le sue ricerche di elettrolisi tratti dagli articoli originali



dagherrotipo con J. Daniell (inventore della pila a depolarizzazione) e M. Faraday

la costante F di Faraday consente la prima stima della carica elementare dello ione idrogeno

¹² Nella formulazione di Faraday è presente un altro elemento (oggi dato per scontato) e cioè che occorra la stessa carica elettrica nei processi di reazione in entrambi i sensi. Ai tempi di questi esperimenti il generatore di corrente era formato da una serie di celle di Volta e dunque mentre in una cella avveniva elettrolisi in un verso si aveva una elettrolisi contraria nel generatore.

- in secondo luogo, quando a fine 800, si ottennero le prime determinazioni approssimate del numero di Avogadro fu possibile avere indirettamente la prima stima della carica elementare dello ione idrogeno $q = F / \mathcal{N}_A$. È quanto fecero Stoney per la prima volta nel 1874 e successivamente Helmholtz sette anni dopo.



Poiché l'elettrochimica è antecedente all'elettromagnetismo e consentiva determinazioni sperimentali più accurate, la vecchia definizione dell'Ampère nel S.I. era data proprio sfruttando la conoscenza della costante F ed eseguendo il calcolo per una particolare elettrolito.

Si diceva: *l'Ampère è quella corrente che circolando in una soluzione elettrolitica di nitrato di argento libera al catodo 1.1180 mg di argento al secondo.*

In effetti se consideriamo l'argento avremo che:

$$K = \frac{1}{F} \frac{\mu}{\varpi} = \frac{1}{9.648670 \times 10^4} \frac{107.868}{1} = 1.118 \cdot 10^{-3} \text{g/C}$$

E dunque diremo che la corrente di 1 A ad ogni secondo (cioè la carica di un Coulomb) deposita una quantità di Argento pari a mg 1.118.

4.6 La conduzione nei gas

4.6.1 QUANDO UN GAS CONDUCE?



Scarica di fulmini su una grande città durante un temporale

In condizioni normali un gas è formato da atomi e/o molecole allo stato neutro e pertanto non è in grado di condurre elettricamente. La conduzione può aver luogo se si viene a rompere la neutralità elettrica a causa di qualche evento (interno od esterno) in grado di spezzare gli atomi nei loro costituenti elementari (elettroni ed ioni).

Si è parlato di cause interne od esterne perché una volta innescata la conduzione un gas può riuscire a mantenere autonomamente la conduzione stessa, cioè ad auto-ionizzarsi.

La ionizzazione oltre che da cause interne può essere prodotta sia per riscaldamento, sia da radiazioni di alta frequenza (radiazione ultravioletta, raggi X, raggi γ), sia da particelle di origine radioattiva (particelle α e β), sia dalla azione dei raggi cosmici. La conduzione dovuta all'azione di radiazioni esterne è chiamata *conduzione estrinseca o non auto-sostenuta*.

L'apparato sperimentale necessario per osservare la conduzione è piuttosto semplice e consiste di un tubo in vetro munito di due elettrodi collegati con l'esterno a cui si possa applicare una d.d.p. e di uno o più rubinetti che consentano di riempire il tubo con gas diversi e di operare a pressioni diverse (attraverso l'utilizzo di opportune pompe a vuoto). In questo modo è possibile analizzare il comportamento di gas diversi al variare della pressione, della d.d.p. e di eventuali cause ionizzanti. ⁽¹³⁾

Qui ci limitiamo alla descrizione dei fenomeni e ad un tentativo di spiegazione qualitativa di essi.

4.6.2 CONDIZIONI PER LA SCARICA AUTOSOSTENUTA

In generale la ionizzazione per urto non è in grado di determinare una scarica auto-sostenuta. Tale condizione si realizza solo se i processi che avvengono nel gas durante la scarica sono in grado di produrre sistematicamente nuovi elettroni che partecipino alla ionizzazione per urto. I processi possibili sono numerosi: a volte operano tutti insieme, altre volte uno predomina sugli altri a seconda della temperatura, della pressione del gas e del valore del campo elettrico.

- *Emissione termoionica* di elettroni dal catodo quando esso viene portato ad alta temperatura: è il processo che determina la *scarica ad arco* che verrà descritta nei prossimi paragrafi..
- *Emissione secondaria di elettroni* dal catodo quando l'energia cinetica degli ioni positivi che lo urtano è sufficiente a liberare elettroni.
- *Ionizzazione termica* delle molecole del gas quando l'energia cinetica supera quella di ionizzazione cioè quando: $k_B T > \mathcal{E}_i$

Si vede facilmente che la ionizzazione termica è possibile solo a temperature molto alte ($\mathcal{E}_i \approx 10$ eV) infatti:

¹³ Per poter evidenziare il comportamento al variare degli agenti ionizzanti si dovrà disporre di opportune *finestre* trasparenti per l'agente ionizzante. Per esempio, poiché il vetro blocca la radiazione ultravioletta, i tubi di vetro vengono muniti di oblò di quarzo trasparenti alle radiazioni.

$$T > \frac{\mathcal{E}_{\text{ion}}}{k_B} \approx \frac{10 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23}} \approx 10^5 \text{ K}$$

- *Fotoionizzazione* del gas dovuta all'azione di onde corte quali l'ultravioletto o i raggi X. In questo caso la molecola del gas assorbe una frazione di energia (un fotone sufficientemente energetico) maggiore della energia di ionizzazione, espelle un elettrone e si trasforma in uno ione positivo.

4.6.2.1 Fattori di conversione tra energia e temperatura

Poiché nei calcoli relativi alle ionizzazioni capita indifferentemente di ragionare in termini di energia (espressa in eV) o in termini di temperatura, espressa in Kelvin, vale la pena di ricordare la relazione tra le due quantità nel caso in cui la particella sia assimilabile ad una sferetta dotata di 3 gradi di libertà:

$$\frac{3}{2} k_B T = 1.6 \times 10^{-19} \times \mathcal{E}_k$$

da cui si ottiene che:

$$\mathcal{E}_k = \frac{3}{2} \times \frac{1.38 \times 10^{-23}}{1.6 \times 10^{-19}} T \approx 1.29 \times 10^{-4} T$$

mentre $T \approx 0.773 \times 10^4 \mathcal{E}_k$

Possiamo assumere come regola pratica di conversione che la temperatura equivalente si ottiene dalla energia in eV moltiplicando per 10'000 e viceversa.

4.6.3 LA SCARICA A SCINTILLA

La scarica a scintilla si verifica anche in aria a pressione atmosferica quando il campo elettrico supera la rigidità dielettrica (dell'ordine di 30'000 V/cm). Il classico rumore secco che si ascolta è dovuto alla espansione rapida del gas che avviene in corrispondenza della scintilla per effetto del brusco aumento di temperatura.

Appartengono a questa categoria di fenomeni le scintille elettrostatiche che fanno parte dell'esperienza comune dopo la comparsa in grande stile delle materie plastiche, le scintille con cui si alimentano i motori a scoppio, i lampi ed i fulmini.

Il fenomeno avviene quando le poche cariche libere sempre presenti in un gas acquistano (a causa del campo molto elevato) energia sufficiente ad ionizzare per urto le molecole del gas stesso determinando un effetto valanga che termina (repentinamente quanto è iniziato) perché il suo innesco avviene a partire da una carica che deve essere già presente.

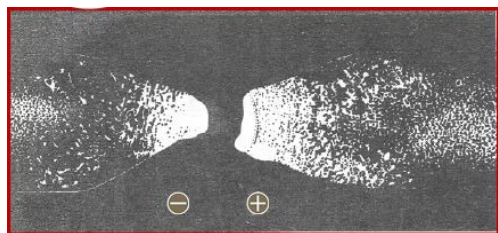
Nel caso dei fulmini la d.d.p. è dell'ordine di 10^8 V, l'intensità di corrente media durante la scarica di 10^5 A, la durata è di 10^{-6} s e il diametro del fulmine può arrivare sino a 20 cm.

4.6.4 L'ARCO VOLTAICO

La scarica ad arco, detta arco voltaico, si verifica quando due elettrodi vengono posti a contatto e quindi separati lentamente. Nella zona di contatto si sviluppa un calore intenso in grado di produrre una enorme liberazione di elettroni al catodo.



Fulmine artificiale realizzato presso il centro visitatori del Deutsche Museum di Monaco



Questi elettroni, accelerati dal campo elettrico, bombardano l'anodo che si consuma rapidamente ed acquista una caratteristica forma a cratere oltre che apparire molto luminoso. Nella zona tra gli elettrodi la temperatura è molto alta e ciò determina una ionizzazione del gas per effetto termico. Il catodo risulta più freddo, ma l'azione degli ioni positivi da cui è bombardato è sufficiente per la emissione di termoelettroni in grado di assicurare la stabilità del processo.

Poiché al crescere della corrente, aumenta la temperatura e ciò determina un ulteriore aumento di corrente (per la produzione di nuovi portatori di carica), l'arco voltaico non è stabile e va pilotato mediante un meccanismo in grado di far diminuire la d.d.p. dopo l'innescò. Il valore della d.d.p. di mantenimento è molto basso (qualche decina di volt) a causa della elevata ionizzazione del gas tra gli elettrodi.

Le temperature degli archi voltaici sono molto elevate (in aria il cratere anodico arriva a 4000 °C) ed operando ad alta pressione si possono raggiungere i sei o settemila gradi. Per questa ragione si utilizza l'arco, oltre che per simulare sorgenti di luce solare, come ambiente per la produzione di particolari reazioni chimiche. Sono ben note le applicazioni in metallurgia (forni di fusione ad arco) e nel trattamento dei metalli (taglio, saldatura, ...).

Il nome *arco voltaico* fu proposto, in onore di Alessandro Volta dal chimico inglese Sir Humphry Davy (1778-1829) che lo studiò per primo.

4.6.5 LA SCARICA A CORONA

La scarica a corona è una modalità particolare di scarica che si presenta quando uno dei due elettrodi posti a d.d.p. di qualche decina di migliaia di volt presenta curvatura elevata il che determina la presenza di campi elettrici intensi. È quanto accade, per esempio, in corrispondenza dei cavi di trasporto dell'energia elettrica.

L'aria, nelle vicinanze del cavo si ionizza a causa del campo elevato e si determina quindi una debole luminescenza accompagnata da un ronzio caratteristico.

Sull'effetto corona si basano sia i cosiddetti *filtri elettrostatici* in grado di purificare l'aria dai fumi, sia i *parafulmini*.

Il funzionamento del parafulmine è duplice: in condizioni ordinarie esso produce una ionizzazione con scarica a corona in corrispondenza delle punte e ciò impedisce l'accumulo di cariche che potrebbe dar luogo alla formazione del fulmine. In presenza di un campo intenso non solo nelle vicinanze del parafulmine ma in una regione più ampia, si creano le condizioni per la generazione del fulmine (scarica a scintilla). In questo caso il fulmine si scarica, invece che sull'edificio, verso le zone a campo più elevato, cioè sul parafulmine.

4.6.6 LA SCARICA A BAGLIORE

Con questo tipo di scarica entriamo nel campo delle ricerche di laboratorio. Il fenomeno può essere facilmente osservato in un tubo a scarica con gli elettrodi a mezzo metro e d.d.p. dell'ordine del migliaio di volt collegato ad una pompa a vuoto.

Operando a pressione atmosferica, se si trascura la debolissima scarica non auto-sostenuta (non osservabile ad occhio nudo), non c'è quasi passaggio di corrente. Riducendo la pressione a 40÷50 mm di Hg si comin-



cia ad osservare, a partire dall'anodo e sino a qualche centimetro dal catodo, una sottile scarica a bagliore che appare inizialmente come un allargamento di una scintilla ma è più continuo e regolare.

Alla pressione di 0.5 mm di Hg il diametro della scarica si allarga sino ad occupare l'intero tubo. Diminuendo ancora la pressione la colonna positiva nella zona dell'anodo si suddivide in una serie di strati alternati detti *strie*. Infine, raggiunta la pressione di 0.02 mm di Hg il bagliore si attenua sino a scomparire mentre il vetro dalla parte opposta al catodo incomincia ad emettere una debole luce (siamo ai raggi catodici).

Supponiamo che all'interno del tubo siano presenti ioni ed elettroni, disinteressandoci, per ora, della loro origine. Gli elettroni, urtando un atomo, possono o ionizzarlo o eccitarlo. Nel primo caso si genera una nuova coppia di cariche che si muoveranno in versi opposti, nel secondo si avrà un successivo riassetto con emissione di luce. Gli ioni, con massa simile a quella degli atomi, trasferiscono energia agli atomi modificando la energia media (temperatura). D'altra parte se gli ioni non generano mai elettroni il processo di conduzione avrà termine quando tutti gli elettroni primari o secondari avranno raggiunto l'anodo.

Se guardiamo la fotografia partendo dal catodo vedremo una zona scura in prossimità del catodo seguita da una debolmente luminosa **1** (luce catodica o luce negativa) una zona oscura **2** (detta zona di Faraday) e infine una zona fortemente luminosa **3** (luce positiva) divisa in strie (zone luminose seguite da piccoli intervalli oscuri).

Nel corso del loro movimento opposto a quello degli elettroni, gli ioni positivi accelerati nella zona oscura in vicinanza del catodo, bombardano il catodo e ne estraggono elettroni per urto e per gli effetti di riscaldamento che determinano sul catodo stesso (energia rilasciata dagli urti). Ovviamente occorre che l'energia cinetica degli ioni sia superiore al lavoro di estrazione degli elettroni dal catodo e ciò si può realizzare o aumentando il campo elettrico oppure aumentando il libero cammino medio degli ioni attraverso una opportuna rarefazione del gas.

Ad un certo punto la energia cinetica degli elettroni diventa così elevata che uno stesso elettrone diventa in grado di produrre una successione di ionizzazioni e ciò determina la comparsa degli anelli luminosi intervallati da zone oscure (la lunghezza d'onda della luce emessa è quella dello spettro di emissione del ga).

Quando la pressione diviene così bassa da rendere improbabile la collisione tra un elettrone di alta energia e una molecola di gas la emissione luminosa cessa e si ha la produzione dei *raggi catodi* di cui si parlerà tra breve e più volte in questo corso.

La scarica a bagliore è utilizzata nelle lampade fluorescenti. Le lampade al neon (luce rosso arancione), all'argo (luce blu verde), al krypton, o ai vapori di mercurio e di sodio (luce gialla) sono largamente utilizzate nei laboratori di ricerca, per le insegne luminose e per l'illuminazione stradale.

Le lampade a vapori di mercurio erano largamente utilizzate nella illuminazione stradale a causa del rendimento luminoso molto elevato rispetto a quelle a filamento. In esse i vapori di mercurio ionizzati emettono radiazione ultravioletta che andando a colpire lo strato interno del bulbo ricoperto con vernice fluorescente determina la caratteristica luce



strie della scarica a bagliore presso l'anodo di un tubo a bassa pressione; si notano anche la zona oscura e la debole luminosità presso il catodo



bianco azzurra. Con l'avvento della luce a led queste lampade sono in via di rapida sostituzione.

In un tubo a scarica, quando gli ioni colpiscono il catodo determinano un riscaldamento intenso della superficie e le parti colpite vengono fuse e vaporizzate. I vapori di metallo così prodotti possono essere depositati su superfici fredde. Questa metodica è utilizzata per la cosiddetta *atomizzazione catodica dei metalli* che consente di depositare film sottili e molto resistenti di metallo sulle superfici più diverse. Le superfici semi argentate degli specchi di qualità sono realizzate in questo modo.

4.6.7 I RAGGI CATODICI E I RAGGI CANALE

A pressioni inferiori a 0.01 o 0.02 mm di Hg la luminosità del tubo a scarica cessa perché sia la produzione di ioni per urto, sia la ricombinazione con emissione di luce, diventano via via più rari sino a sparire del tutto.

La maggioranza degli elettroni emessi dal catodo ed accelerati nella zona oscura viaggiano liberamente per inerzia. Ciò spiega perché in un tubo a raggi catodici il fascio si muove in linea retta indipendentemente dalla posizione dell'anodo.

Storicamente questa è stata la prima occasione di osservazione di una fascio di elettroni liberi: Sir William Crookes (1832-1919) ottenne un fascio del genere nell'ultimo quarto del XIX secolo. Essi furono chiamati *raggi catodici* e tale nome si utilizza ancora per ragioni di tradizione storica anche se si tratta di fasci di elettroni.

Dalla elaborazione dei tubi di Crookes vennero la scoperta dei raggi X (generati dal brusco frenamento dei raggi catodici da parte di un antcatodo metallico) e la possibilità di misurare il rapporto q/m dei raggi catodici. Dalla costanza di tale rapporto al variare del metallo costituente il catodo si poté affermare l'avvenuta scoperta di un costituente elementare della materia: l'elettrone.

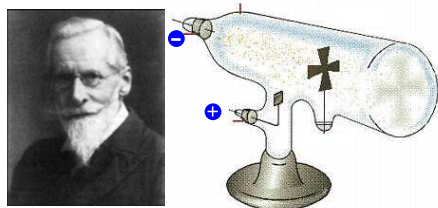
A fine 800 il termine raggi stava ad indicare una entità indistinta di cui non era ancora chiara la natura. Per la stessa ragione la nomenclatura per le prime emanazioni radioattive fu quella di raggi, anche se si scoprì successivamente che si trattava di entità *fisicamente* molto diverse

Se il catodo collocato nel tubo a scarica e viene bucherellato creando dei canali al suo interno si osserva al di là del catodo la presenza di raggi debolmente luminosi. Si è visto che si tratta di ioni positivi che vengono accelerati dal campo in vicinanza del catodo e passano per inerzia attraverso i canali e finiscono al di là del catodo. Essi sono chiamati *raggi positivi*, *raggi anodici* o *raggi canale*.

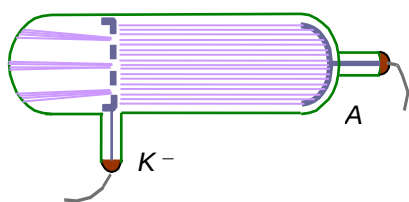
I raggi canale sono delle sorgenti di ioni positivi del gas che riempie il tubo e sono utilizzati come sorgenti di ioni per gli spettrografi di massa e per gli acceleratori di particelle.

4.6.8 I PLASMI

Quando un gas presenta un certo grado di ionizzazione si parla di *plasma*. Si tratta del quarto stato di aggregazione della materia, il più diffuso nell'universo perché le stelle sono fatte di gas totalmente ionizzato a causa delle temperature connesse ai processi di fusione nucleare che determinano la separazione tra nuclei e nubi elettroniche.



Sir. W. Crookes perfezionò i tubi a raggi catodici evidenziando le proprietà essenziali di tali raggi. Nel tubo a croce di Malta si evidenziano la capacità di produrre ombre e la presenza del campo molto elevato solo in vicinanza del catodo come si vede dal fatto che i raggi catodici procedono in linea retta nonostante l'anodo sia nella parte inferiore



I raggi canale escono dai canali ricavati nel catodo e costituiscono la prima evidenza sperimentale misurabile degli ioni positivi in un gas

Quando la percentuale di molecole ionizzate è dell'ordine dell'uno per cento si parla di *plasma debolmente ionizzato*: è il caso della ionosfera, la parte conduttiva della atmosfera che si estende dai 60 ai 20 mila km sopra la superficie terrestre.

Un plasma totalmente ionizzato viene classificato utilizzando alcuni parametri tipici che hanno a che fare con la concentrazione di particelle ionizzate e con la temperatura.

Un gas fortemente ionizzato costituisce, come detto, un nuovo stato della materia, diverso da quello gassoso, liquido o cristallino e lo si chiama *plasma*.

Il plasma, prodotto dalla ionizzazione per urto di un gas, è detto *plasma da scarica nei gas* ed è caratterizzato dal fatto di presentare un particolare squilibrio energetico al suo interno. Poiché gli ioni e gli elettroni presentano liberi cammini medi decisamente diversi essi acquistano, in presenza del campo elettrico, energie significativamente diverse.

All'interno del plasma si vengono così a creare due flussi di particelle che si muovono in verso contrario e che presentano energie medie e temperature decisamente diverse. Questo fatto può essere spiegato qualitativamente in base al fatto che il libero cammino medio degli elettroni è da 5 a 10 volte più grande di quello degli ioni e pertanto l'elettrone, muovendosi nel campo elettrico acquista una energia maggiore nello stesso rapporto.

Per analogia con la relazione $\overline{\epsilon} = \frac{3}{2} kT$ che lega la temperatura di un gas alla energia media delle sue molecole è possibile introdurre i concetti di *temperatura degli elettroni* e di *temperatura degli ioni* dalle equazioni:

$$\overline{\epsilon}_{\text{ion}} = \frac{3}{2} kT_{\text{ion}} \qquad \overline{\epsilon}_{\text{el}} = \frac{3}{2} kT_{\text{el}}$$

e applicandole si trova che se $T_{\text{ion}} \approx 300 \text{ K}$ allora si ha $T_{\text{el}} \approx 5000 \text{ K}$.

Pertanto un plasma a scarica nei gas è uno stato della materia non in equilibrio o, come si dice, non isothermico. Invece il plasma ad alta temperatura prodotto dalla ionizzazione termica è in equilibrio, o in altre parole è un plasma isothermico. Poiché il suo livello di ionizzazione è molto alto si tratta di un ottimo conduttore la cui conducibilità è paragonabile a quella dei metalli.

La temperatura superficiale del sole e delle stelle è di diverse migliaia di gradi e la loro temperatura interna è di milioni di gradi. Pertanto una notevole parte della materia dell'universo si trova nello stato di plasma ad alta temperatura.

4.7 La legge di Ohm

4.7.1 UN PO' DI STORIA

La legge di Ohm è la legge più importante per le applicazioni pratiche della elettricità (elettrotecnica) e connette in termini di causa ed effetto la d.d.p. e la intensità di corrente. Questa legge fu enunciata da George Ohm (1787-1854) nel 1826-1827 nell'ambito di studi ispirati a precedenti ricerche sul calore nel quale era stato evidenziato il nesso tra differenza di temperatura e flusso di calore.

Contrariamente a quanto riportato dalla maggioranza dei manuali scolastici la legge di Ohm non è stata il frutto di misure basate sull'utilizzo di voltmetri e amperometri.



Le ricerche di Ohm si fondano sulla analogia tra elettricità e fluidi e si situano in un periodo (precedente la scoperta della conservazione della energia) in cui gli scienziati indagano la natura alla ricerca di connessioni senza avere ancora un filo conduttore preciso.

Le difficoltà sperimentali con cui aveva a che fare Ohm, oltre alla mancanza di una strumentazione (introdotta dopo i risultati delle sue ed altrui ricerche) erano legati alla mancanza di sorgenti di f.e.m. stabili¹⁴ ed alla disponibilità di metalli conduttori poco puri dal punto di vista chimico.

Per ovviare alla prima difficoltà Ohm utilizzò come sorgenti di f.e.m. delle coppie bimetalliche e sfruttò la loro proprietà di fornire f.e.m. stabili e ben correlate alla differenza di temperatura tra le giunzioni. La variazione di d.d.p. necessaria per le misure veniva ottenuta variando la differenza di temperatura tra le giunzioni della pila termoelettrica, e si assumeva tale differenza come misura della d.d.p. mentre si assumeva la deviazione di un ago magnetico come indicatore della intensità di corrente.

Al termine di una serie di ricerche sperimentali Ohm poté enunciare le due leggi che portano il suo nome: la prima lega la d.d.p. alla intensità di corrente e definisce il concetto di resistenza elettrica, la seconda indica quali caratteristiche del conduttore ne determinino la resistenza.

4.7.2 LA PRIMA LEGGE DI OHM

La prima legge di Ohm

$$\frac{V_{12}}{I} = \text{costante} := R$$

In un tratto di metallo conduttore omogeneo (nel quale non siano presenti forze elettromotrici) applicando una d.d.p. costante (nel tempo) si osserva che circola una intensità di corrente costante, inoltre se si fa variare la d.d.p. varia anche la corrente ma il rapporto delle due grandezze rimane costante; la costante di proporzionalità è chiamata resistenza del tratto considerato.⁽¹⁵⁾

$$\frac{V_{12}}{I} = \text{costante} := R$$



(V.4.13)

¹⁴ infatti le pile di Volta per effetto di reazioni secondarie agli elettrodi forniscono f.e.m. variabili nel tempo e comportamenti non riproducibili

¹⁵ Si ricordi che in questo contesto la d.d.p. e la caduta di tensione possono essere identificate. Il simbolo $:=$ significa “uguale per definizione” – volendo scrivere la legge non come rapporto sarebbe opportuno scrivere $I = \frac{1}{R} V$ perché la corrente è l'effetto della differenza di potenziale

Sulla legge di Ohm vanno fatte alcune precisazioni a chiarimento del suo significato e dei suoi limiti di validità:

- Se il rapporto tra caduta di tensione e intensità di corrente è costante la curva della caratteristica voltamperometrica è una retta il cui coefficiente angolare è la resistenza.
- La legge di Ohm è una legge con validità limitata: vale con buona approssimazione solo per i conduttori metallici, vale solo se la temperatura è costante, non vale a qualsiasi temperatura.
- Poiché sia la d.d.p. sia la intensità di corrente sono espresse da numeri relativi, se si vuole che il rapporto sia un numero positivo bisogna precisare che V_{12} si riferisce al caso in cui la intensità di corrente entri dal punto 1 ed esca dal punto 2: per comprendere questo fatto basta ricordare che la corrente positiva corrisponde al moto delle cariche positive e che esse si muovono spontaneamente da punti a potenziale maggiore a punti a potenziale minore.
- Se V/I è costante lo è anche il rapporto inverso che ha però un significato fisico diverso. La scelta di chiamare resistenza il rapporto tra d.d.p. e intensità di corrente si spiega osservando che la d.d.p. è la causa del moto delle cariche e la intensità di corrente il suo effetto. Se R è grande vuol dire che una grande d.d.p. determina una piccola intensità di corrente, cioè che le cariche elettriche incontrano difficoltà nel loro movimento. La grandezza inversa della resistenza è chiamata *conduttanza*.
- La legge di Ohm vale, in forma approssimata, anche per le soluzioni elettrolitiche e per corpi solidi non conduttori (semiconduttori ed isolanti).¹⁶ Ciò consente di estendere la nozione di resistenza a campi più ampi chiamando resistenza il rapporto tensione/corrente anche quando tale rapporto non è esattamente costante. E' chiaro che in questi casi, trattandosi di una quantità non costante, il suo significato è molto ridotto. Per esempio, in elettronica è interessante, dato un bipolo con caratteristica voltamperometrica non lineare, conoscere la cosiddetta *resistenza differenziale*, cioè il rapporto tra le variazioni di d.d.p. e le corrispondenti variazioni di corrente. La resistenza differenziale è la inclinazione della retta tangente alla curva caratteristica ed è significativa nelle applicazioni in cui si è interessati a grandezze che cambiano nell'intorno di un punto dato (per esempio nelle problematiche di amplificazione di un segnale variabile).

Se consideriamo un tratto di circuito uniforme possiamo affermare che il campo elettrico interno al conduttore è uniforme e pertanto che il campo è proporzionale alla differenza di potenziale. Se indichiamo con l e $\mathcal{S}$ la lunghezza e la sezione del conduttore avremo che:

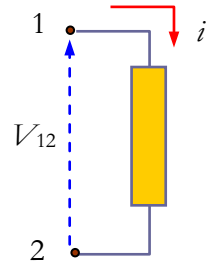
$$\Delta V = E l = R i = R j \mathcal{S}$$

ovvero:

$$E = \frac{R \mathcal{S}}{l} j$$

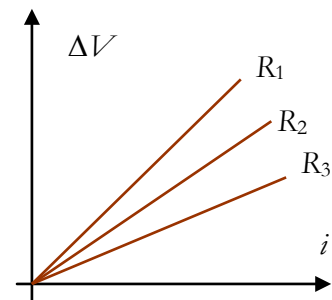
Da questa relazione possiamo dedurre due cose:

- la densità di corrente è proporzionale al campo

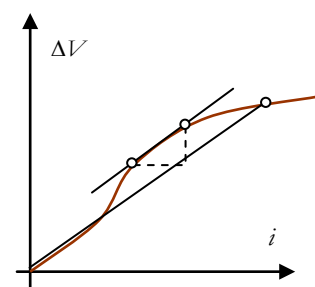


Il segno di i e ΔV

la convenzione sui segni va tenuta presente per interpretare correttamente i risultati della analisi circuitale quando può accadere di determinare correnti negative



Il coefficiente angolare fornisce il valore della resistenza: $R_1 > R_2 > R_3$



nel caso in cui la caratteristica voltamperometrica non sia una retta si può comunque definire una resistenza media definita come rapporto tensione corrente in quel punto

per le applicazioni elettroniche si può definire una resistenza differenziale come rapporto tra le variazioni delle due grandezze

¹⁶ Se ne tratterà nella seconda parte di questo capitolo

Dalla legge di Ohm possiamo inferire la presenza di un movimento in regime viscoso del gas di elettroni

- Inoltre poiché $j \propto \langle v \rangle$ ne segue che $\langle v \rangle \propto E$

La velocità di traslazione degli elettroni è proporzionale alla intensità del campo coulombiano; si tratta di una situazione analoga a quella che si presenta nei moti di caduta libera in presenza di una resistenza viscosa e ciò ci consente di creare un interessante parallelo tra la resistenza viscosa nei fluidi e il fenomeno della resistenza elettrica.

La legge di Ohm ci dice che, fissata la d.d.p., la velocità di traslazione delle cariche mobili rimane costante. Questo ci fa pensare alla esistenza di fenomeni dissipativi di energia del tipo di quelli che si hanno con la caduta di un corpo in un fluido quando si determina la cosiddetta *velocità limite*.

4.7.3 DIPENDENZA DELLA RESISTENZA DALLE CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DEL CONDUTTORE: SECONDA LEGGE DI OHM

I lavori di Ohm oltre che a fondare il concetto di resistenza consentono anche di stabilire una dipendenza della resistenza dalle caratteristiche geometriche del conduttore.

Precisamente, *la resistenza, per un conduttore omogeneo e di sezione costante, risulta essere direttamente proporzionale alla sua lunghezza l ed inversamente proporzionale alla sua sezione S . La costante di proporzionalità dipende dal materiale ed è indicata con la lettera ρ*

La seconda legge di Ohm

$$R = \frac{\rho l}{S}$$



$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (\text{V.4.14})$$

Un conduttore la cui resistenza sia in accordo con la (V.4.14) viene chiamato *resistore* e la costante ρ è detta *resistività del materiale o resistenza specifica* (il suo inverso σ è detto *conduttività*). In figura è rappresentato il simbolo elettrico corrispondente utilizzato nella rappresentazione grafica dei circuiti elettrici.

La proporzionalità inversa tra resistenza e sezione costituisce una conferma del fatto che la corrente circoli nella intera sezione. Se infatti la corrente fosse un fenomeno di superficie e non di volume la conducibilità di un conduttore di sezione cilindrica dipenderebbe dal perimetro e non dall'area della sezione.

Inoltre, poiché:

$$\frac{R S}{l} = \text{costante} = \rho$$

si ha una formulazione alternativa della legge di Ohm espressa attraverso campo e densità di corrente:

$$E = \rho j \Leftrightarrow j = \sigma E \wedge \sigma = \frac{1}{\rho} \quad (\text{V.4.14 bis})$$

Il legame tra campo e densità di corrente dipende esclusivamente dal materiale.

Nel S. I. la resistenza si misura in *ohm* e si dice che una resistenza ha il valore di *1 ohm* se applicando ad essa una differenza di potenziale di 1 volt circola in essa una corrente di 1 ampere:



George Simon Ohm; la unità di misura usa la lettera omega per assonanza fonetica

$$1 \text{ ohm} = 1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}^{17}$$

La unità di misura della resistività è l'ohm · m:

$$[\rho] = \left[\frac{RA}{l} \right] = \Omega \times \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$$

Nella tabella V.4.1 vengono forniti i valori tipici di resistività di alcuni materiali alla temperatura di 20 °C. Si osserva da essa che i migliori conduttori sono, nell'ordine: l'argento, il rame e l'alluminio. Inoltre la resistività dei metalli è tale per cui un filo di sezione di 1 mm² e della lunghezza di 1 m presenta una resistenza tra 10⁻¹ e 10⁻² ohm

La tabella distingue quattro categorie di materiali: i metalli, le soluzioni elettrolitiche, gli isolanti, i semiconduttori e come si osserva la resistività cambia tra l'una e l'altra di diversi ordini di grandezza.

In effetti nei metalli esistono sempre elettroni a disposizione per la conduzione; nelle soluzioni dissociate esistono cariche disponibili ma il loro moto è più difficoltoso (anche per il fenomeno della solvatazione), nei semiconduttori la conduzione è legata alla episodica rottura di qualche legame covalente, negli isolanti non esistono praticamente cariche a disposizione per la conduzione.

4.7.4 LA DIPENDENZA DELLA RESISTENZA DALLA TEMPERATURA

La resistività dei metalli cresce con la temperatura e se si considera un intervallo di temperatura non troppo ampio si può approssimare l'andamento con una funzione lineare; si scrive (nella scala Celsius):

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \quad (V.4.15)$$

La costante α ha come dimensioni l'inverso di una temperatura, cambia da metallo a metallo (vedi tabella) e vale grosso modo 0.004.

Quando $t = 1/\alpha$ (cioè $t \approx 250$ °C) si ha $\alpha t \approx 1$ e $\rho = 2 \rho_0$. Dunque, sul piano formale, si può affermare che: *il coefficiente di temperatura rappresenta l'inverso di quel valore di temperatura a cui la resistività raddoppia.*

La (V.4.15) può essere scritta in una forma diversa utile in molti calcoli pratici in cui si esamina la variazione di resistenza a partire da valori diversi dallo zero.

$$\rho_1 = \rho_0 (1 + \alpha t_1) \quad \rho_2 = \rho_0 (1 + \alpha t_2)$$

facendo la differenza si ha:

$$\Delta \rho = \rho_0 \alpha (t_2 - t_1) = \rho_0 \alpha \Delta t$$

ma poiché le variazioni di resistenza tra lo 0 e una temperatura t prossima a quella ambientale sono piccole si scriverà semplicemente:

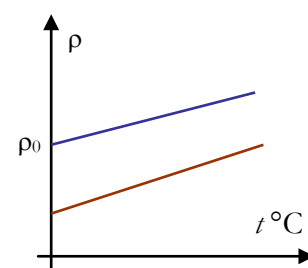
$$\Delta \rho = \rho \alpha \Delta t$$

La legge sulla variazione di ρ con la temperatura vale solo in prima approssimazione; in effetti:

- l'andamento non è esattamente lineare
- al di sopra della temperatura di fusione i metalli cambiano stato di aggregazione e, allo stato liquido, le proprietà di conduzione sono nettamente diverse

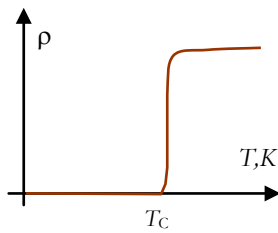
Materiale	$\rho_{20} [\Omega \cdot \text{m}]$	$\alpha [\text{K}^{-1}]$
Alluminio	2.8×10^{-8}	0.003'9
Argento	1.6×10^{-8}	0.003'8
Costantina (60% Cu, 40% Ni)	44×10^{-8}	0.000'002
Ferro	10×10^{-8}	0.005
Mercurio	96×10^{-8}	0.000'9
Nichelcromo (53% Ni, 23% Cu, 16% Cr)	100×10^{-8}	0.000'4
Platino	10×10^{-8}	0.003'9
Rame	1.7×10^{-8}	0.003'9
Tungsteno	5.5×10^{-8}	0.004'5
Soluzione satura NaCl	0.044	-0.005
Sangue	1.5	
Soluzione 10% HCl	0.32	
Carta	10^{10}	
Diamante	10^{13}	
Legno	10^{12}	
Marmo	10^9	
Paraffina	10^{15}	
Plexiglas	$> 10^{19}$	
Quarzo	10^{20}	
Vetro	10^{12}	
Germanio	0.46	-0.05
Grafite	3.5×10^{-5}	-0.000'5
Silicio	$6.25 \cdot 10^2$	-0.075

Tabella V.4.1

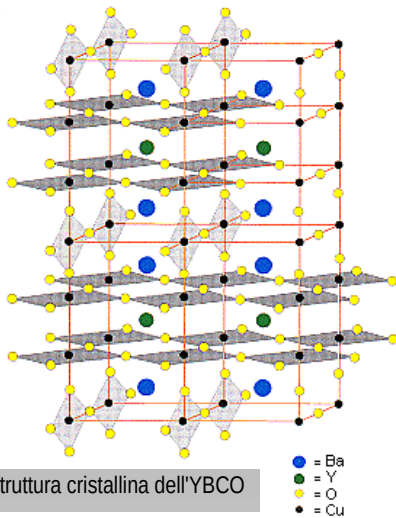


in prima approssimazione la resistività varia al variare di t con legge lineare

¹⁷ Il simbolo utilizzato Ω omega richiama ohm.



La temperatura critica e il suo scopritore Kamerlingh Onnes; alla temperatura critica la resistività cade bruscamente a zero



La struttura cristallina dell'YBCO

Nei semiconduttori la temperatura rende disponibili più cariche per la conduzione e perciò il coefficiente di temperatura è negativo

- infine secondo la (V.4.15) alla temperatura $t = -1/\alpha$ dovrebbe essere $\rho = 0$.

Le cose vanno invece in maniera diversa:

- i cosiddetti buoni conduttori (platino, oro, rame, argento) possiedono una resistenza decrescente con la temperatura ma che non si annulla mai (o meglio che sembra annullarsi allo zero assoluto)
- altri materiali (il primo ad essere scoperto fu il mercurio) possiedono una temperatura (detta temperatura critica) in corrispondenza della quale, la resistività cade bruscamente a 0 e si parla di *superconduttività*.

La superconduttività fu scoperta nel 1911 dal fisico olandese Kamerlingh Onnes che qualche anno prima era riuscito a liquefare l'elio la cui temperatura di ebollizione è di soli 4 K. Utilizzando elio liquido Kamerlingh Onnes riuscì ad evidenziare la superconduttività del mercurio (la cui temperatura critica risultò di 4.2 K) e quindi quella di numerosi altri materiali.

La ricerca sui materiali superconduttori prosegue senza soste dato l'elevato interesse applicativo (levitazione magnetica, generazione di campi magnetici intensi, microelettronica, applicazioni in ambito biomedico legate alla misura dei campi magnetici di origine biologica).

Il primo risultato importante si ebbe con la realizzazione di leghe che non necessitassero dell'uso dell'elio liquido e all'inizio degli anni 90 del XX secolo si è realizzato un composto a base di ittrio, bario, rame e ossigeno con temperatura critica di ben 130 K (immagine della struttura a lato).

La teoria della superconduttività (nota come teoria BCS dalle iniziali dei cognomi dei 3 padri di essa John Bardeen, Leon Cooper e John Schrieffer) è stata avanzata nel 1957 e si basa su considerazioni di natura quantistica.

In base a tale teoria gli elettroni di conduzione perdono energia attraverso interazioni con le onde di materia (fononi) prodotte nelle vibrazioni del reticolo cristallino (vibrazioni che risultano tanto più significative quanto cresce la temperatura del reticolo).

Al di sotto della temperatura critica gli elettroni si legano a coppie e creano strutture particolarmente stabili caratterizzate, sempre per ragioni quantistiche, dal possedere valori di energia inferiori al granulo minimo scambiabile con i fononi. Per questa ragione al di sotto della temperatura critica la resistività cade bruscamente a zero.

Ritorniamo infine ai dati della tabella V.4.1. Come mai i metalli hanno un valore di α positivo e i semiconduttori l'hanno negativo?

Per rispondere bisogna tornare alle ragioni della conduzione e al ruolo della temperatura: la temperatura accentua il disordine nel movimento delle cariche ed accentua le vibrazioni dei reticoli cristallini (facendo aumentare le occasioni di scontro tra elettroni e reticolo con cessione di energia). Pertanto nei metalli il suo ruolo è di far aumentare la resistenza.

Nei semiconduttori entra invece in gioco il ruolo da essa svolto nel determinare la conduzione intrinseca. Al crescere della temperatura aumenta il numero di legami che si rompono, aumentano dunque elettroni e buchi a disposizione della conduzione; pertanto, nonostante aumenti il

disordine, nei semiconduttori la resistenza diminuisce al crescere della temperatura.

Un discorso analogo riguarda le soluzioni sature: al crescere della temperatura aumenta la solubilità e con essa il numero di ioni a disposizione con conseguente diminuzione della resistività.

4.7.5 LA LEGGE DI OHM ALLA LUCE DEL MODELLO DI DRUDE

Il modello di Drude sulla conduzione nei metalli, funziona per molte cose, ma non per tutte ed è la M.Q. a consentire la introduzione di un modello in grado di essere in pieno accordo con gli esperimenti anche quando ci si muove al di fuori dei *contesti sperimentali ordinari*.

Indichiamo con $\vec{u}$ e con $\vec{v}$ rispettivamente le velocità del moto ordinato e del moto disordinato ¹⁸ avremo che:

$$\begin{aligned}
 |\vec{u} + \vec{v}| &\approx |\vec{v}| \\
 \langle (\vec{u} + \vec{v})^2 \rangle &= \langle \vec{u}^2 \rangle + \langle \vec{v}^2 \rangle + 2 \langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = \\
 &= \langle \vec{u}^2 \rangle + \langle \vec{v}^2 \rangle + 2 \langle \vec{u} \rangle \langle \vec{v} \rangle = ¹⁹ \\
 &= \langle \vec{u}^2 \rangle + \langle \vec{v}^2 \rangle + 2 \langle \vec{u} \rangle \cdot 0 = \langle \vec{u}^2 \rangle + \langle \vec{v}^2 \rangle
 \end{aligned}$$

Dunque la energia cinetica dell'elettrone, per effetto del moto ordinato, cambia di:

$$\langle \Delta \mathcal{E}_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle \vec{u}^2 \rangle$$

Drude ipotizza che quando un elettrone urta uno ione del reticolo cristallino ceda al reticolo tutta la sua energia. Ma ci sono due problemi: il tempo di volo tra un urto e il successivo è variabile ed è variabile anche il tempo legato alla interazione tra l'elettrone e lo ione. I singoli elettroni avranno tempi diversi di percorrenza e possiamo mediane il movimento attraverso un tempo medio di percorrenza τ come illustrato nella figura qui a lato che va estesa a un numero di urti $N \gg 1$.

Se si ipotizza che il campo elettrico applicato al conduttore sia omogeneo possiamo affermare che l'elettrone sarà soggetto ad una accelerazione

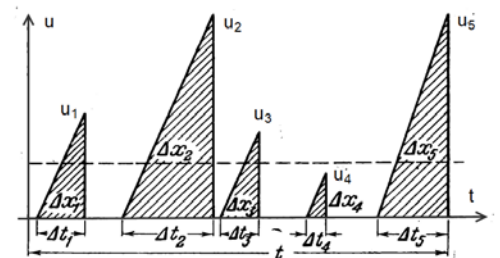
$$a = \frac{e E}{m}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 \dots \Delta x_N = \frac{1}{2} a \Delta t_N^2$$

E durante un intervallo di tempo finito t l'elettrone avrà percorso uno spazio:

$$x = \sum_{i=1}^N \Delta x_i = \frac{1}{2} a \sum_{i=1}^N \Delta t_i^2$$

e la velocità media del moto ordinato $\langle u \rangle$ sarà:



¹⁸ Spesso indicate in letteratura con v_d (*v drift*, velocità di traslazione) e v_r (*v random*, velocità del moto casuale)

¹⁹ Gli eventi sono indipendenti e dunque la media del prodotto è pari al prodotto delle medie

$$\langle u \rangle = \frac{x}{t} = \frac{1}{2} a \tau$$

dove $\tau = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^N \Delta t_i^2$ viene chiamato *tempo medio libero* (tempo medio tra due urti consecutivi) e, sostituendo il valore della accelerazione, otteniamo:

$$\langle u \rangle = \frac{eE\tau}{2m}$$

Se pensiamo al campo elettrico come alla causa del moto ordinato e alla velocità di deriva come all'effetto potremo definire mobilità il rapporto tra le due grandezze:

$$\mu = \frac{\langle u \rangle}{E} = \frac{e \tau}{2m} \quad (\text{V.4.16})$$

e poiché al crescere della temperatura diminuisce τ possiamo osservare che la mobilità del gas di elettroni decresce al crescere della temperatura

Per la (V.4.7) $j = \frac{i}{S} = e n \langle u \rangle$ avremo:

$$j = \frac{e^2 n \tau}{2m} E \quad (\text{V.4.17})$$

e la conduttività del materiale in base al modello di Drude risulta essere:

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{2m} = e n \mu \quad (\text{V.4.18})$$

Se invece del tempo libero medio si vuol far comparire il libero cammino medio λ , la relazione precedente può essere scritta in una forma equivalente:

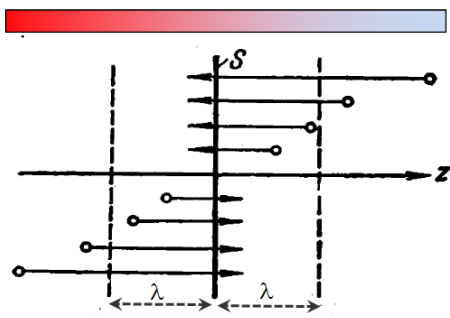
$$\sigma = \frac{e^2 n \lambda}{2m \langle v \rangle} \quad (\text{V.4.18 bis})$$

4.7.5.1 Il legame tra conducibilità elettrica e termica ²⁰

Come si è accennato nel § 4.4.1 una delle ragioni di forza del modello di Drude è stata la capacità di dar conto di una legge enunciata sperimentalmente nel 1853 secondo cui il rapporto tra conducibilità termica e conducibilità elettrica è lo stesso per tutti i metalli ed è proporzionale alla temperatura assoluta.

E' ben noto che i buoni conduttori di elettricità sono anche buoni conduttori del calore il che porta ad immaginare che il meccanismo di trasmissione del calore in un metallo sia più correlato alla azione del gas di elettroni piuttosto che alla trasmissione delle vibrazioni del reticolo cristallino.

Vediamo dunque come la legge sperimentale di di Wiedemann e Franz possa essere dedotta nel nostro modello. In proposito consideriamo due strati di metallo di spessore λ e superficie S in un metallo in cui sia presente un gradiente termico lungo l'asse z indicato in figura.



²⁰ Per queste deduzioni si è seguita la trattazione di Yavorsky & Pinsky (op.cit.)

Nel tempo $\tau = \frac{\lambda}{\langle v \rangle}$ in media il gas di elettroni percorre lo spazio λ e dunque passeranno attraverso la superficie S un numero N di elettroni pari a:

$$N = \frac{1}{6} n S \lambda \quad ^{21}$$

Gli elettroni che passano da destra a sinistra trasportano una quantità di calore (energia) pari a:

$$\mathcal{E}_1 = N \langle \varepsilon_1 \rangle$$

E altrettanto fanno quelli da sinistra a destra $\mathcal{E}_2 = N \langle \varepsilon_2 \rangle$

Ma in base alla teoria cinetica dei gas la energia media di una particella puntiforme

$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ e dunque la quantità di calore che attraversa la superficie è pari a:

$$\Delta Q = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = N(\langle \varepsilon_2 \rangle - \langle \varepsilon_1 \rangle) = \frac{1}{6} n S \lambda \frac{3}{2} k_B (T_2 - T_1)$$

Pertanto il flusso termico (energia per unità di superficie e unità di tempo) vale:

$$\Phi(Q) = \frac{\Delta Q}{S \Delta t} = \frac{1}{4} n \lambda k_B \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{4} n \lambda k_B \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{1}{4} n \lambda k_B \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{2\lambda}{\Delta t}$$

Ma $\frac{2\lambda}{\Delta t} = 2 \langle v \rangle$ e dunque

$$\Phi(Q) = \frac{1}{2} n \lambda \langle v \rangle k_B \frac{\Delta T}{\Delta z}$$

E dunque possiamo introdurre il coefficiente di conducibilità termica K , fattore di proporzionalità tra il flusso e il gradiente termico che risulta valere:

$$K = \frac{1}{2} n \lambda \langle v \rangle k_B \quad (V.4.19)$$

Se ora facciamo il rapporto tra i due coefficienti (di conducibilità termica ed elettrica) otteniamo:

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{1}{2} n \lambda \langle v \rangle k_B \frac{2m\langle v \rangle}{e^2 n \lambda} = \frac{k_B m \langle v \rangle^2}{e^2} = \frac{3k_B^2 T}{e^2}$$

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{3k_B^2}{e^2} T \quad (V.4.20)$$



Si tratta di un risultato molto importante che sembra confermare la validità del modello almeno per quanto riguarda il tema della conducibilità, invece il modello classico non funziona in relazione ad altri fenomeni: la teoria dei calori specifici e la dipendenza della resistenza dalla temperatura.

4.7.6 LA LEGGE DI OHM NEI LIQUIDI

²¹ Il fattore $1/6$ corrisponde ai tre gradi di libertà lungo x, y, z e al fatto che lungo z sono possibili due versi di percorrenza

Se si immergono due elettrodi in un elettrolito e gli si applica una differenza di potenziale collegandoli ad un generatore inizia il moto ordinato dei solvati. I solvati carichi positivamente si muovono verso il catodo con velocità v_+ mentre quelli carichi negativamente vanno all'anodo con velocità v_- . In analogia con quanto già visto per il gas di elettroni scriveremo che la densità di corrente in un elettrolito:

$$j = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_- \quad (\text{V.4.21})$$

dove q è la carica dello ione, n è la concentrazione ionica, v è la velocità dei solvati.

Ma dalla legge di conservazione della carica segue che la carica ionica positiva deve eguagliare quella negativa e pertanto:

$$q_+ n_+ = q_- n_- = q n; \text{ inoltre}$$

$$j = q n (v_+ + v_-) \quad (\text{V.4.22})$$

Se introduciamo il coefficiente di dissociazione (rapporto tra concentrazione ionica e concentrazione molecolare):

$$\alpha = \frac{n}{n_0} \quad (\text{V.4.23})$$

La densità di corrente si scrive pertanto:

$$j = \alpha q n_0 (v_+ + v_-) \quad (\text{V.4.24})$$

La velocità del moto ordinato dei solvati può essere determinata attraverso le seguenti considerazioni:

- il solvato è soggetto alla forza elettrica $F_e = q E$ e alla forza d'attrito viscoso $f = 6\pi \eta r v$ dove r è il raggio tipico del solvato e η è la viscosità del liquido
- il movimento, dei solvati, dopo una brevissima fase acceleratrice avviene a velocità costante (con la forza d'attrito che bilancia la forza elettrica $q E = 6\pi \eta r v$) e ciò consente di determinare la velocità di regime:

$$v = \frac{qE}{6\pi\eta r} \quad (\text{V.4.25})$$

Se ora introduciamo la mobilità (rapporto tra velocità e campo elettrico):

$$\mu = \frac{v}{E} \quad (\text{V.4.26})$$

avremo che

$$\mu = \frac{q}{6\pi\eta r} \quad (\text{V.4.27})$$

e potremo osservare che la mobilità risulta inversamente proporzionale al raggio del solvato e alla viscosità. Dunque avremo a che fare con due mobilità distinte per gli ioni positivi e negativi.

$$j = \alpha q n_0 \frac{qE}{6\pi\eta} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right) = \alpha q n_0 (\mu_+ + \mu_-) E \quad (\text{V.4.28})$$

Abbiamo dunque una doppia relazione, la prima rappresenta la legge di Ohm per le soluzioni elettrolitiche e stabilisce la proporzionalità tra la densità di corrente e il campo:

$$j = \sigma E \quad (\text{V.4.29})$$

la seconda ci dice quali sono le grandezze che determinano la conducibilità:

$$\sigma = \alpha q n_0 (\mu_+ + \mu_-) = \frac{\alpha q^2 n_0}{6\pi\eta} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right)$$

La conducibilità di un elettrolito vale:

$$\gamma = \frac{\alpha q^2 n_0}{6\pi\eta} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right) \quad (\text{V.4.30})$$

Il risultato ottenuto è ben interpretabile:

- intervengono con proporzionalità inversa entrambi i raggi degli ioni positivi e negativi; al crescere del raggio aumenta la forza di attrito viscoso e dunque decresce la conducibilità
- si ha proporzionalità diretta con il coefficiente di solubilità e con la concentrazione della soluzione che fanno aumentare le cariche disponibili
- si ha proporzionalità inversa con la viscosità

La conducibilità delle soluzioni è molto più bassa di quella dei metalli e ciò è dovuto ai valori molto bassi di mobilità che, a loro volta, sono dovuti proprio al fenomeno della solvatazione che crea raggi ionici particolarmente alti.

Per esempio, lo ione idrogeno che è il più mobile presenta una mobilità di $3.26 \times 10^{-3} \text{ (cm/s)/(V/cm)}$ e pertanto in presenza di un campo tipico di 1 V/cm in un'ora percorrerà uno spazio di circa 12 cm .

La tabella V.4.2 fornisce i valori tipici di mobilità ionica per alcuni ioni.

Le soluzioni acide hanno la più alta conducibilità perché il raggio del solvato che si forma intorno allo ione idrogeno (il protone) è solo da un quinto a un decimo di quello che si forma intorno agli altri solvati.

La conducibilità elettrica degli elettroliti cresce rapidamente con la temperatura a causa sia dell'aumento di dissociazione, sia della diminuzione di viscosità dell'elettrolito e questo elemento li differenzia sensibilmente dai metalli.

ione	Mobilità $\text{m}^2 / (\text{V}\cdot\text{s})$
Idrogeno H^+	3.26×10^{-7}
Sodio Na^+	0.450×10^{-7}
Ione OH^-	1.80×10^{-7}
Cloro Cl^-	0.677×10^{-7}
Tabella V.4.2	

4.8 Leggi e modelli quantitativi sulla conduzione nei solidi alla luce della M.Q.

4.8.1 GLI ELETTRONI IN UN ATOMO E I 4 NUMERI QUANTICI

La M.Q. ha spiegato la classificazione degli elementi della tavola di Mendeleev in gruppi e periodi attraverso l'utilizzo di 4 numeri quantici, solitamente indicati con le lettere minuscoli n-l-m-s che corrispondono a proprietà elementari di ciascun elettrone.²²

Lo schema della tavola periodica con la indicazione di livelli e sottolivelli

- $\overline{n}$ (numero quantico principale) è legato a distanza ed energia di legame dell'elettrone rispetto al nucleo e può assumere valori interi positivi 1, 2, ..., n. In spettroscopia i suoi valori sono indicati anziché con numeri con le lettere maiuscole in ordine alfabetico K, L, M, ...
- $\overline{l}$ (numero quantico orbitale) rappresenta il momento angolare (storicamente la forma dell'orbitale) e può assumere per ogni valore di n tutti valori 0, 1, 2 ... n-1. Per ragioni storiche i valori del secondo numero quantico sono spesso indicati con le lettere minuscole s, p, d, f, g. Al momento angolare è sempre associato un corrispondente momento magnetico.
- $\overline{m}$ (numero quantico magnetico) tiene conto del fatto che le componenti del momento angolare (e dunque del momento magnetico) rispetto ad una data direzione non possono avere valori qualsiasi ma possono prendere solo $2l + 1$ valori; precisamente $-l, -l+1, \dots, 0, 1, \dots, l$
- $\overline{s}$ rappresenta una proprietà intrinseca dell'elettrone (un momento angolare intrinseco, detto spin) e può avere solo due valori $\pm \frac{1}{2}$ misurate in unità $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

numeri quantici				notazione	orbitali nel sottolivello	elettroni nel livello	elettroni totali nello strato
n	l	m	s				
1	0	0	$\pm \frac{1}{2}$	1s	1	2	2
2	0	0	$\pm \frac{1}{2}$	2s	1	2	8
	1	-1,0,+1	$\pm \frac{1}{2}$	2p	3	6	
3	0	0	$\pm \frac{1}{2}$	3s	1	2	18
	1	-1,0,+1	$\pm \frac{1}{2}$	3p	3	6	
	2	-2,-1,0,+1,+2	$\pm \frac{1}{2}$	3d	5	10	
...	La costruzione della tavola degli elementi con il numero di elettroni nei di- versi livelli e sottolivelli					Tabella V.4.3	

I 4 numeri quantici definiscono univocamente la struttura di un atomo con numero atomico Z e la tavola degli elementi è costruita assegnando ai vari elettroni dell'atomo i diversi numeri quantici ammessi tenendo

²² Per maggiori dettagli si veda il capitolo 4 della VI parte di questo corso

presente che, in base al principio di esclusione di Pauli, due elettroni in un medesimo atomo devono differire per almeno un numero quantico.

Così facendo si viene a costruire la tabella 4.3 che, per ragioni di spazio, è stata arrestata al numero quantico principale 3.

Si è detto che il livello energetico dipende solo dal numero quantico principale, ma va fatta una precisazione. Man mano che i diversi livelli e sottolivelli si completano, gli elettroni orbitali creano un campo che modifica leggermente le corrispondenti energie e dunque si viene a creare una situazione del tipo indicato in figura in cui le energie dei sottolivelli di tipo l si sparpagliano tra loro a seconda del valore di momento angolare.

4.8.2 I CRISTALLI E LO SPARPAGLIAMENTO DEI LIVELLI ENERGETICI CON FORMAZIONE DELLE BANDE

In fisica atomica vengono chiamati stati degeneri quelli che corrispondono a numeri quantici diversi con livelli energetici uguali e, con riferimento alla figura precedente, sono tali, per esempio i 6 elettroni dello stato $3p$.

In generale risultano essere degeneri tutti gli stati corrispondenti ad uno stesso numero quantico orbitale.

La degenerazione può però essere rimossa quando l'atomo viene sottoposto ad un campo elettrico o magnetico esterno perché in quel caso gli orbitali si orientano in maniera diversa e ciò comporta piccole variazioni nel loro stato energetico.

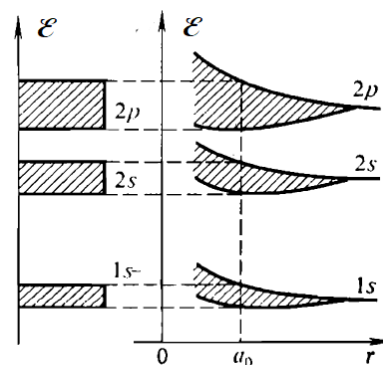
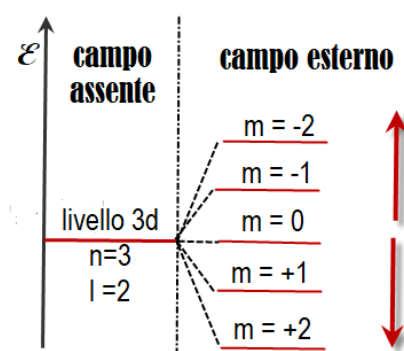
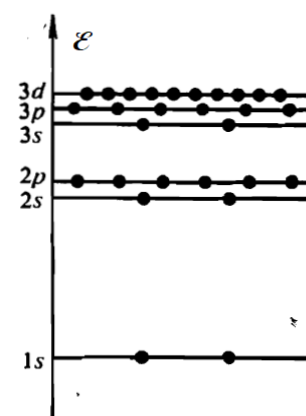
Qualcosa di analogo avviene nel processo di formazione dei cristalli per via della interazione che si viene a creare tra un atomo e l'altro, almeno per quanto riguarda gli orbitali più esterni.

La differenza tra la situazione di un singolo atomo e l'aggregato di atomi che viene a formare un cristallo, con posizioni spaziali ben definite e ripetute periodicamente, sta nel fatto che le nubi elettroniche di ogni singolo atomo vanno ad interagire con i livelli energetici di ogni singolo atomo esterno²³ di ogni atomo e determinano uno sparpagliamento dei livelli energetici come illustrato nella figura qui a lato.

In essa si immagina di disporre di un cristallo immaginario nel quale le inter distanze tra gli atomi siano così grandi da non dar luogo ad interazioni e di procedere ad una progressiva contrazione tridimensionale.

Lo sparpagliamento dei livelli corrispondenti al terzo numero quantico è tanto maggiore quanto lo è il numero di sottolivelli dello strato.

Così nel cristallo si vengono a creare delle bande formate da tanti livelli talmente ravvicinati da essere assimilati ad un continuo. In un cristallo tipico la differenza tra due livelli contigui risulta, infatti, dell'ordine di 10^{-23} eV. In effetti dato un cristallo di N atomi si tratta di $(2l+1)N$ livelli con livelli energetici molto ravvicinati; tutto ciò in accordo con il principio di esclusione di Pauli applicato all'intero cristallo visto come un sistema unico.



²³ Gli strati più interni hanno energie di legame maggiori (in quanto più vicini al nucleo) e dunque risentono meno della presenza degli atomi circostanti

Le bande sono sempre più estese al crescere del numero quantico mentre diminuisce la estensione delle zone proibite (quelle senza livelli energetici).

Si tenga infine presente che la formazione delle bande di livello è indipendente dalla presenza o meno, al loro interno, di elettroni e dunque potremo avere bande completamente occupate, bande che lo sono parzialmente e bande vuote. Infatti i livelli energetici quantizzati sono un effetto previsto dalla MQ mentre il processo di riempimento di tali livelli in maniera via via crescente al crescere del numero atomico è guidato dal principio di esclusione di Pauli.

4.8.3 IL RIEMPIMENTO TOTALE O PARZIALE DELLE BANDE

Tutti gli elementi presentano uno strato (o sottostrato) più esterno detto *strato di valenza* che, oltre a determinare molte proprietà chimiche dell'elemento, allo stato solido, è quello che ne determina il comportamento relativamente ai processi di conduzione.

A seconda del numero di elettroni presenti nello strato più esterno si possono infatti presentare diversità nel processo di formazione delle bande con ovvie conseguenze rispetto ai processi di conduzione.

Iniziamo esaminando il caso più semplice, quello dei metalli appartenenti al I gruppo che presentano sempre un livello Zs in cui è presente un solo elettrone: Li, Na, K, Rb, Cs e Fr con in più il sottogruppo del rame: Cu, Ag, Au.

Prendiamo in esame il litio, un metallo alcalino divenuto molto importante, dato il suo utilizzo nelle batterie e negli accumulatori.

Il litio con $Z=3$ presenta una struttura con $1s_2$ e $2s_1$ e pertanto il sottostrato $2s$ risulta solo parzialmente occupato. Dunque quando si passa dal singolo atomo al cristallo si formerà una prima banda data dai livelli $1s$ completamente occupata e una seconda banda $2s$ occupata solo a metà. La banda di valenza e la banda di conduzione sono sovrapposte e gli elettroni presenti nella banda di conduzione trovano livelli liberi che consentono il movimento di traslazione sotto l'effetto del campo elettrico.

Nel caso del Sodio Na_{11} avremo $1s_2 2s_2 2p_6 3s_1$ e di nuovo la banda di conduzione sarà riempita per metà.

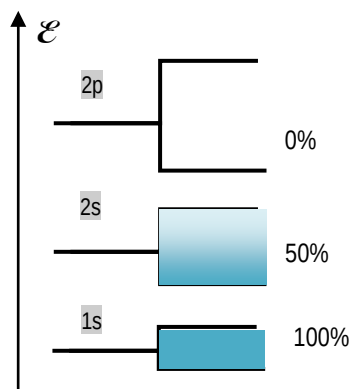
I metalli migliori conduttori sono Rame e Argento. La ragione è dovuta al fatto che la loro banda di conduzione risulta relativa ai sottolivelli $4s$ e $5s$ il che garantisce una elevata schermatura rispetto alla attrazione nucleare e dunque una maggiore propensione alla liberazione degli elettroni di valenza.

La loro struttura elettronica è infatti:

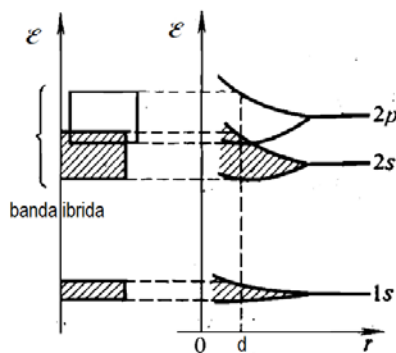
- per il rame Cu_{29} $1s_2 2s_2 2p_6 3s_2 3p_6 3d_{10} 4s_1$
- e per l'argento Ag_{47} $1s_2 2s_2 2p_6 3s_2 3p_6 3d_{10} 4s_2 4p_6 4d_{10} 5s_1$

Già a partire dal livello 2 inizia, per effetto dello sparpagliamento dei sottolivelli, la sovrapposizione di s con p e ciò porta alla formazione di bande di conduzione ibride. Nel Berillio Be_4 si ha la sovrapposizione di $2p$ vuota con $2s$ piena, o nel Magnesio Mg_{12} con $3p$ e $3s$.

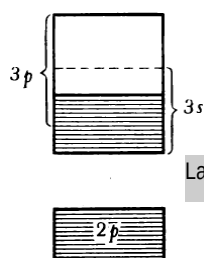
Ancora più interessante, dal punto di vista applicativo è il caso dell'alluminio Al_{13} $1s_2 2s_2 2p_6 3s_2 3p_1$.



Livelli e bande per il primo dei metalli, il Litio



Formazione della banda ibrida nel Berillio



La banda ibrida del Magnesio

L'alluminio è il miglior conduttore dopo argento e rame. Mette a disposizione della conduzione 3 elettroni per atomo anche se due di essi provengono dalla banda ibrida e ciò determina un valore di resistività superiore a quello del rame, elemento che viene però compensato dalla bassa densità (che consente di aumentare la sezione trasversale dei conduttori senza avere grandi aumenti di peso) oltre che dalla abbondanza di questo materiale nella crosta terrestre.

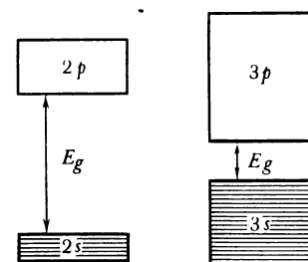
4.8.4 I SEMICONDUTTORI E I DIELETTRICI

La distinzione tra i cosiddetti semiconduttori e gli isolanti (dielettrici) non è di natura strutturale ma puramente quantitativa.

In entrambi i casi la banda di valenza è completamente occupata mentre la banda di conduzione è vuota. Ma, mentre nei semiconduttori l'intervallo di separazione tra le due bande (Energy Gap) è inferiore ai 2 eV e dunque è, abbastanza semplicemente, aggirabile, nei dielettrici è superiore ai 3 eV e ciò determina un elevatissimo valore di resistenza specifica.

Per avere un'idea di ordine di grandezza siamo a

- per i metalli $10^{-7} \Omega \text{m}^{-1}$
- per i semiconduttori $10^5 \Omega \text{m}^{-1}$
- per i dielettrici $10^{11} \Omega \text{m}^{-1}$



La differenza tra un dielettrico e un semiconduttore; in entrambi la banda di conduzione è vuota ma sono nettamente diversi i valori degli *energy gap*

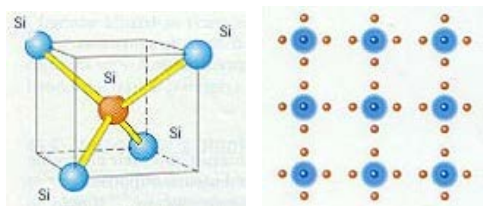
4.8.5 LA TABELLA DEGLI ELEMENTI

Tabella degli elementi con le diverse tipologie in colore diverso. Come si vede, dal primo gruppo dei metalli alcalini sino alla colonna dell'alluminio tra gli elementi è dominante la presenza dei metalli.

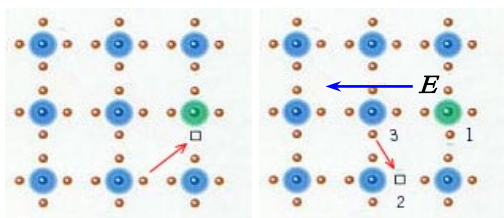
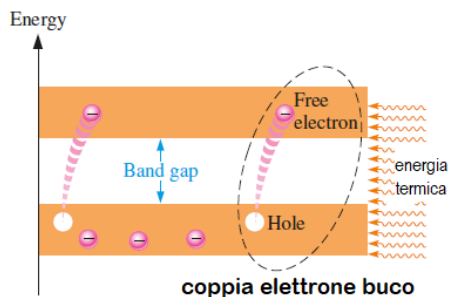
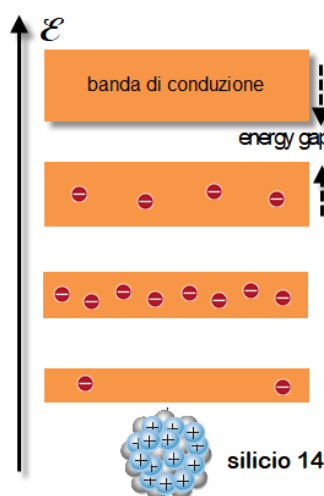
1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	*	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	**	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cp	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo
			57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
			89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

Silicon
Atomic number = 14

4.9 I semiconduttori



visione tridimensionale e planare del legame covalente tipico degli elementi del IV gruppo caratterizzato da condivisione dei 4 elettroni dello strato più esterno



meccanismo della conduzione per buchi; per effetto del moto degli elettroni che vanno ad occupare i buchi si crea un moto apparente di ioni positivi nel verso del campo elettrico

I materiali semiconduttori sono la base di tutta la moderna tecnologia legata alla elettronica digitale e alla informatica. Dal punto di vista quantitativo la fa da padrone il Silicio.

I materiali semiconduttori sono dei solidi appartenenti al IV gruppo (carbonio, silicio, germanio) caratterizzati dal fatto di possedere legami cristallini di tipo *covalente* che coinvolgono i 4 elettroni di valenza. Questi 4 elettroni vengono messi in compartecipazione con gli atomi adiacenti in modo di formare un legame cristallino abbastanza solido caratterizzato da gruppi stabili di 8 elettroni.

- il Germanio Ge_{32} ha gli strati K, L, M pieni e in N presenta $4s_2$ e $4p_2$; ha un raggio atomico di $1.15 \text{ \AA}$ e viene prodotto industrialmente in forma cubico cristallina. Si parla di cristallo intrinseco se le imperfezioni sono inferiori a $1:10^{10}$
- il Silicio Si_{14} ha gli strati K, L pieni e in M presenta $3s_2$ e $3p_2$; ha un raggio atomico di $1.18 \text{ \AA}$ e viene prodotto industrialmente in forma cubico cristallina. Si parla di cristallo intrinseco se le imperfezioni sono inferiori a $1:10^{13}$. Per il Si non esistono problematiche di approvvigionamento perché costituisce circa il 90% della crosta terrestre.

4.9.1 LA CONDUZIONE INTRINSECA

Entrambi a 0 K sono degli isolanti ma a temperatura ambiente si ha rottura di alcuni legami covalenti e, nel caso del silicio, si ha una concentrazione di portatori di carica pari a $6.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ mentre nel germanio $2.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ contro una concentrazione atomica che per il silicio è dell'ordine di 10^{22} cm^{-3} .

Quando si rompe un legame si ha la formazione di un elettrone libero (nella banda di conduzione) mentre nella banda di valenza rimane una lacuna in corrispondenza dello ione positivo che si è formato.

Se ora si applica al semiconduttore un campo elettrico si avrà un doppio processo riguardante il passaggio di corrente:

- nella banda di conduzione un movimento di elettroni in verso opposto al campo elettrico
- nella banda di valenza un elettrone adiacente andrà ad occupare il posto lasciato libero spostandosi in verso contrario al campo elettrico e ciò determinerà la comparsa di un nuovo *bucco* (ione positivo) nel verso del campo elettrico.

Dunque la corrente elettrica dovuta alla conduzione intrinseca corrisponde sempre alla somma di due correnti (per elettroni e per buchi) non esattamente uguali perché, come si può vedere in MQ, le due cariche presentano mobilità tra loro diverse; gli elettroni hanno una mobilità tra 2 e 3 volte quella delle lacune.

Al crescere della temperatura si presentano, con riferimento alla conduzione intrinseca due fenomeni contrastanti per quanto riguarda la conducibilità:

- una diminuzione della mobilità degli elettroni e dei buchi che incide in maniera direttamente proporzionale sulla conducibilità come avviene per i metalli

- un aumento delle cariche a disposizione della conduzione che cresce notevolmente al crescere della temperatura e che determina una crescita complessiva della conducibilità

4.9.2 LA CONDUZIONE ESTRINSECA O “DROGATA”

Per le applicazioni della moderna elettronica i cristalli di materiale semiconduttore vengono *drogati* facendo diffondere all'interno del cristallo delle impurezze e cioè atomi di elementi o composti facenti parte del III o del V gruppo. Queste impurezze agiscono sulla struttura cristallina andando ad agire sui legami covalenti.

4.9.2.1 Drogaggio di tipo n [V gruppo – atomi (d)onor]

Supponiamo di far diffondere nel cristallo di Silicio atomi di Antimonio (V gruppo). Questi atomi creano all'interno del cristallo delle anomalie

quando vanno a creare un legame covalente con gli atomi di silicio.

I 4 elettroni di Sb che generano i legami covalenti hanno le stesse energie del Si e si trovano dunque nella banda di valenza.

Non è così per il quinto elettrone che risente della attrazione coulombiana del suo nucleo indebolita dall'essere immerso nel silicio che ha una costante dielettrica relativa di 12 e pertanto l'energia di legame si indebolisce in ra-

gione quadratica.

Ciò determina una collocazione energetica prossima alla banda di conduzione con una differenza energetica dell'ordine del centesimo di eV e basta un piccolo contributo energetico perché l'elettrone dovuto al drogaggio si trasformi in un elettrone di conduzione. A differenza di quanto accade nella conduzione intrinseca, lo ione positivo non dà contributi alla conduzione per buchi. Poiché il contributo alla conduzione è dato dagli elettroni si parla di drogaggio di tipo n.

4.9.2.2 Drogaggio di tipo p [III gruppo – atomi (a)cceptor]

Se nel cristallo di Silicio si fa diffondere un atomo del III gruppo si crea una situazione che consente ad un atomo adiacente di cedere l'elettrone

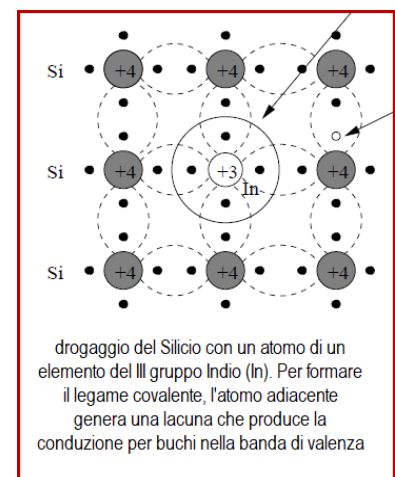
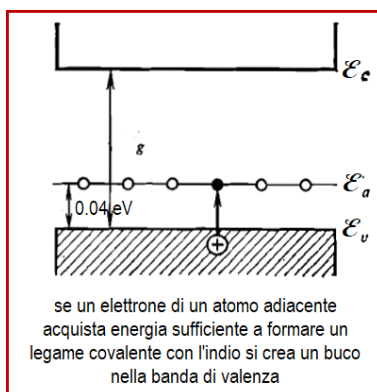
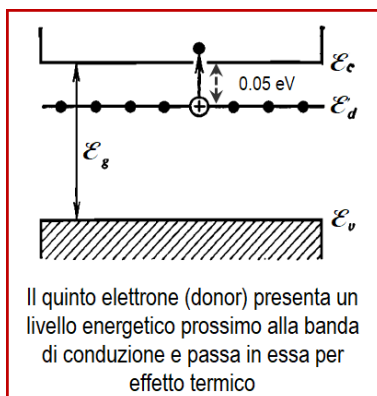
necessario alla formazione del legame covalente e ciò determina la creazione di un buco che consente la conduzione per buchi nella banda di valenza.

Gli atomi del III gruppo che sono in grado di produrre buchi in quanto accettori di elettroni sono detti di tipo *acceptor* e si parla di conduzione positiva o *drogaggio di tipo p*.

Naturalmente, sia per il drogaggio di tipo p, sia per quello di tipo n, a tempe-

gli elementi del III, IV e V gruppo coinvolti nei processi di conduzione dei semiconduttori. Il Silicio è l'elemento principe della moderna tecnologia dei semiconduttori e viene prodotto in monocristalli molto grandi su cui vengono costruiti tutti i componenti

B	C	N
Al	Si	P
Ga	Ge	As
In	Sn	Sb
Tl	Pb	Bi



ratura ambiente ha luogo anche la conduzione intrinseca ma si tratta di un fenomeno minoritario in un rapporto dell'ordine di 10^3 e si parla dunque a tale proposito di portatori di maggioranza e di minoranza.

La presenza dei conduttori di minoranza, come vedremo, gioca però un suo ruolo nello spiegare il comportamento delle giunzioni tra semiconduttori quando vengono polarizzate in maniera diretta e inversa.

4.9.2.3 Elementi quantitativi sul drogaggio e parametri tipici del Silicio e del Germanio

Tenuto conto del fatto che la concentrazione atomica del silicio è di $5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ il drogaggio dei semiconduttori, a seconda del tipo di applicazione, si colloca nel range: $10^{13} \div 10^{20} \text{ cm}^{-3}$.²⁴

Dal punto di vista dei processi di produzione il drogaggio può essere effettuato sia aggiungendo il materiale eterogeneo nel bagno di fusione da cui si ottiene poi la barra cristallina di Silicio, sia in un secondo tempo, attraverso procedure di diffusione termica o di impiantazione ionica.

Costanti fisiche dell'elemento	Si	Ge
Atomi/cm ³	5.0×10^{22}	4.42×10^{22}
Peso atomico	28.09	72.60
Densità (g/cm ³)	2.328	5.3267
Costante dielettrica relativa	11.9	16.0
Densità degli stati nella banda di conduzione (cm ⁻³)	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
Densità degli stati nella banda di Valenza (cm ⁻³)	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}
Energy Gap at 300K (eV)	1.12	0.66
Concentrazione di portatori intrinseci (cm ⁻³)	1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
Resistenza specifica intrinseca (ohm-cm)	2.3×10^5	47
Costante reticolare (angstroms)	5.43095	5.64613
Coefficiente di espansione termica lineare, $\Delta L/L/\Delta T$ (1/deg C)	2.6×10^{-6}	5.8×10^{-6}
Temperatura di fusione (° C)	1415	937
Mobilità (cm ² /V-s) μ_n per gli elettroni	1500	3900
Mobilità (cm ² /V-s) μ_p , per le lacune	475	1900
Calore specifico (J/g-deg C)	0.7	0.31
Conducibilità termica a 300 K (W/cm °C)	1.5	0.6

Tabella V.4.4

Drogaggio n e p	Energy Gap in eV	
	Si	Ge
Do(n)or V gruppo		
Fosforo	0.044	0.012
Arsenico	0.049	0.0127
Antimonio	0.039	0.0096
Bismuto	0.067	
Acce(p)tor III gruppo		
Boro	0.045	0.0104
Alluminio	0.057	0.0102
Gallio	0.065	0.0108
Indio	0.16	0.0112

Tabella V.4.5

²⁴ Come si nota la concentrazione degli elementi dopanti avviene in un range piuttosto alto a seconda del tipo di dispositivo che si vuole realizzare.

Poiché le energie necessarie a portare degli elettroni dalla banda di valenza alla banda di conduzione sono solitamente espresse in eV vale la pena di esprimere la costante di Boltzmann in eV/K in modo di associare le variazioni di temperatura alle corrispondenti potenzialità energetiche:

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = \frac{1.38 \times 10^{-23}}{1.60 \times 10^{-19}} \text{ eV/K} = 0.862 \times 10^{-4} \text{ eV/K}$$

Le energie da fornire per rompere un legame covalente sono dell'ordine di 10^{-4} eV/K ma non si deve pensare che servano temperature di 10^4 K per romperli perché entrano in gioco considerazioni di natura statistica e il ruolo della temperatura va visto come agente che aumenta la probabilità di rottura dei legami.

4.10 I semiconduttori e la moderna elettronica

4.10.1 LA GIUNZIONE PN E IL DIODO

Il diodo è l'elemento basilare di tutta la moderna elettronica ed è costituito da una giunzione tra due semiconduttori di tipo p e n. Per evitare problematiche di ossidazione alla superficie di contatto il diodo viene realizzato su un unico substrato di silicio (o di altro elemento) su cui vengono realizzati direttamente i due drogaggi.

Per effetto della diversa concentrazione di cariche libere gli elettroni della zona n iniziano ad attraversare la regione di contatto dove vanno a saturare i buchi; si viene a creare così a creare una distribuzione di cariche negative nella regione p e di cariche positive nella regione n.

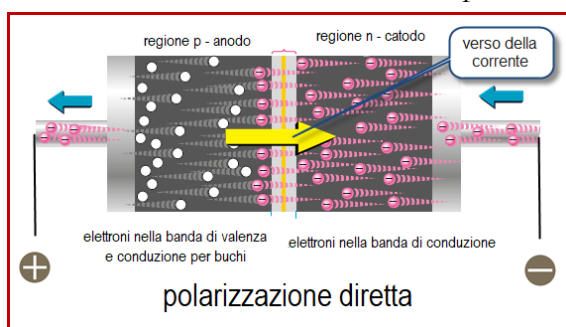
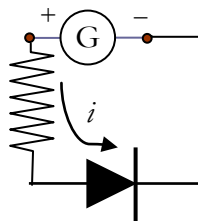
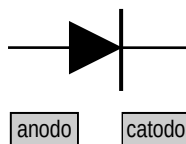
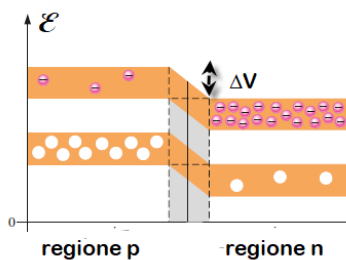
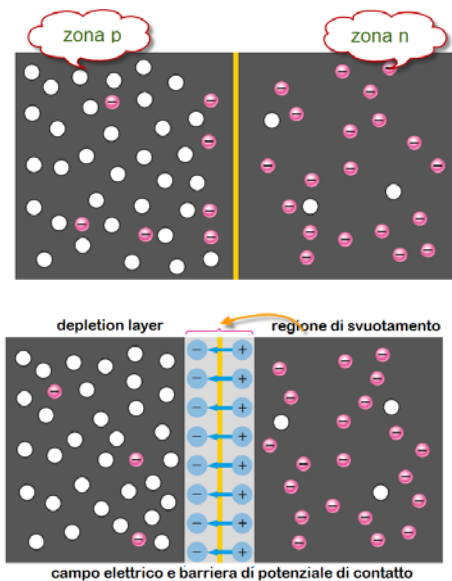
Contemporaneamente alla diffusione dei portatori di carica si viene a creare un campo elettrico diretto da n a p (in celeste nella immagine) che si oppone ad ulteriori passaggi, sino all'esaurirsi del fenomeno.

Si parla di *depletion layer* (regione di svuotamento) ad indicare il fatto che in quel doppio strato non c'è più presenza di cariche disponibili per la conduzione. La d.d.p. di contatto dipende sia dal materiale, livello di drogaggio delle due parti, sia dalla temperatura e, a temperatura ambiente, il valore tipico è di 0.7 V per il silicio e 0.3 V per il germanio.

Gli elettroni liberi della regione n passano alla banda di conduzione della regione p e cadono verso i buchi producendo ioni negativi; il processo cessa quando il livello superiore della banda n diventa uguale al livello inferiore della banda p e si crea la d.d.p. di contatto di equilibrio che corrisponde ad una *barriera di potenziale* in grado di impedire alle cariche mobili di dislocarsi ulteriormente oltre la superficie di separazione.

Come vedremo tra breve, per indurre la conduzione bisogna applicare al diodo un controcampo tramite una d.d.p. opposta e superiore alla barriera di potenziale di contatto.

La regione p viene detta anodo mentre quella n catodo e il diodo viene rappresentato negli schemi elettrici dal simbolo qui a lato.



4.10.2 LA POLARIZZAZIONE DIRETTA

Si parla di *polarizzazione diretta* di un diodo quando ai suoi estremi è applicata una f.e.m. positiva all'anodo e negativa al catodo e ci proponiamo di analizzare il comportamento del diodo polarizzato. Nel circuito in figura è presente una resistenza che serve a limitare le correnti in gioco al variare della f.e.m. (variabile) fornita dal generatore.

Poiché le cariche dello stesso segno si respingono e quelle di segno opposto si attirano il generatore tenderà a spingere gli elettroni liberi, presenti nella sezione n, verso il superamento della barriera di potenziale e ciò avverrà quando la f.e.m. risulta uguale o superiore alla ΔV della barriera di potenziale.

A quel punto gli elettroni della banda di conduzione di n superano il *depletion layer* e passano alla zona di valenza della regione p dove il campo elettrico fornito dal generatore li fa muovere da destra a sinistra (con riferimento alla immagine) determinando una conduzione per buchi da sinistra verso destra. Alla fine questi elettroni escono dal diodo dalla regione

dell'anodo attraversando il circuito conduttore metallico e vengono risucchiati dal generatore che li reimmette nel circuito dal lato del polo negativo in modo che rientrando nel catodo vadano a rimpiazzare gli elettroni che avevano superato la barriera di potenziale.

Si genera dunque una corrente elettrica dall'anodo (p) al catodo (n) che corrisponde in realtà ad un moto di elettroni nella banda di conduzione da n verso p e da un moto di buchi da p verso n (dovuto agli elettroni nella banda di valenza).

Per quanto riguarda la caduta di tensione nel diodo avremo quella in corrispondenza della giunzione (0.7 V nel Si) e una piccola caduta di tensione sull'intero diodo dovuta alla resistenza del materiale.

4.10.3 LA POLARIZZAZIONE INVERSA

Se si applica tra catodo e anodo una tensione positiva sul versante del catodo l'effetto che si determina è quello di creare nel diodo un campo elettrico che attira le cariche mobili (buchi ed elettroni liberi) verso le due estremità allargando a dismisura il *depletion layer* e raggiunta la condizione di equilibrio non può avvenire alcuna forma di conduzione.

In realtà, in condizione di polarizzazione inversa, si può osservare una piccola corrente dovuta ai portatori di minoranza (conduzione intrinseca) che si formano continuamente per effetto termico; ma si tratta di un fenomeno inferiore di diversi ordini di grandezza a quello dovuto ai portatori di maggioranza nel caso di polarizzazione diretta.

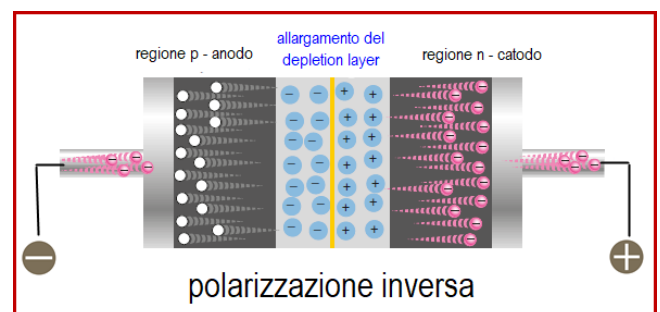
Vediamo cosa accade nel dettaglio.

Nella regione n gli elettroni liberi attirati dal polo positivo si allontanano dalla giunzione aumentando il numero di ioni positivi alla barriera.

Nella regione p gli elettroni provenienti dal generatore entrano nella banda di valenza e si spostano da un buco all'altro verso il *depletion layer* contribuendo ad allargarlo.

La barriera di potenziale cresce sino a raggiungere il valore del potenziale applicato dal generatore.

Se però la tensione del generatore viene fatta crescere ulteriormente può verificarsi che gli elettroni di minoranza presenti nella regione p per conduzione intrinseca acquistino una energia sufficiente a produrre un effetto di ionizzazione a valanga in grado di determinare la trasformazione dell'isolante in un conduttore con danneggiamento del diodo. Indichiamo con V_{ds} il valore della tensione distruttiva.²⁵

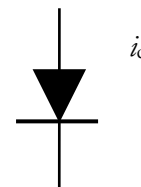


4.10.4 LA CURVA CARATTERISTICA DEL DIODO

Supponiamo di avere un diodo inserito in un circuito, indichiamo con:

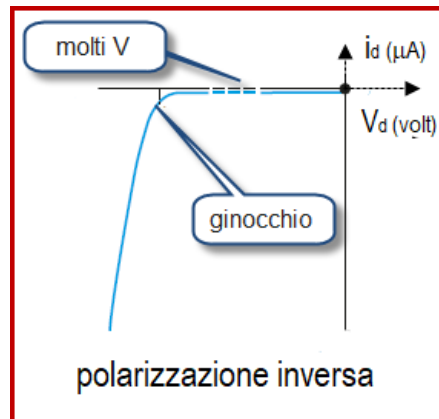
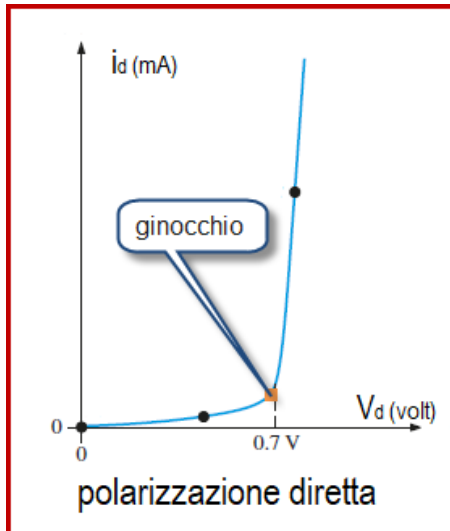
- V_d la d.d.p. ai capi del diodo (presa positiva quando l'anodo si trova a potenziale maggiore $V_d = V_{an} - V_{cat}$)
- i_d la corrente che attraversa il diodo (presa positiva quando la corrente entra dall'anodo)

il diagramma tensione corrente, alla luce di quanto discusso nei paragrafi precedenti, presenta:



²⁵ Come si vedrà nel seguito questo fenomeno è stato utilizzato per realizzare un particolare diodo (il diodo Zener) che sfrutta questa proprietà.

- nel primo quadrante una crescita lenta seguita da brusca impennata (per il silicio a 0.7 V) che determina una specie di ginocchio e da una successiva crescita di tipo esponenziale con crescita rapidissima



- nel terzo quadrante una corrente molto bassa (conduzione intrinseca) seguita da un altro ginocchio di tipo distruttivo (conduzione a valanga) per d.d.p. dell'ordine delle decine di volt (tratteggio sulle ascisse). I due tipi di polarizzazione presentano valori di corrente su scale completamente diverse e per questa ragione risulta improponibile la rappresentazione delle

due polarizzazioni del diodo su un medesimo sistema d'assi. Nei due diagrammi in figura si osservi anche la differenza di scala sull'asse delle ordinate (dai mA ai μA)

Il modello ideale di diodo corrisponde ad interruttore chiuso quando si ha polarizzazione diretta e ad un interruttore aperto per polarizzazione inversa e in effetti la sua prima applicazione è stata quella di operare come raddrizzatore di d.d.p. con la capacità di tagliare completamente le componenti di segnale negative.

4.10.5 IL DIODO ZENER

Il diodo Zener (dal nome del suo inventore con quella sorta di Z nel simbolo) è un diodo con altissima concentrazione di elementi droganti che producono nella zona di interdizione un campo elettrico molto intenso.

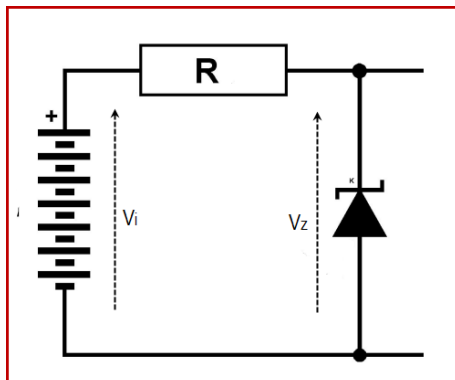
Il diodo viene progettato per lavorare nella zona a valanga di polarizzazione inversa e sfrutta il fatto che, in questo caso oltre che per effetto valanga, gli elettroni riescono a passare dalla zona di valenza dell'anodo alla zona di conduzione del catodo per effetto tunnel²⁶ e così, anche se V_i per qualche ragione dovesse subire delle variazioni, V_z si porterebbe comunque al valore costante per il quale il diodo è stato progettato.

In altri termini si dispone di una d.d.p. rigorosamente costante che, attraverso opportuni circuiti elettronici comandati dal diodo Zener, consente di ottenere alimentatori stabilizzati con possibilità di regolare la tensione di uscita a piacere.

Tutti gli alimentatori diffusi anche in ambito domestico dai carica batterie per Tablet e PC a quelli più sofisticati per utensili da bricolage hanno come componente base un diodo Zener.

4.10.6 IL DIODO CAPACITIVO (VARACTOR)

Il diodo capacitivo è un diodo polarizzato inversamente che sfrutta il campo alla giunzione per produrre un condensatore.



²⁶ Si tratta di un effetto quantistico descritto nel capitolo 0606

Si tratta di un condensatore a capacità variabile perché il *depletion layer* ha una dimensione variabile che cresce al crescere della tensione inversa di polarizzazione facendo diminuire la capacità.

Questo aspetto lo rende elettronicamente pilotabile e poiché in molti circuiti elettronici la variazione di capacità è ricercata per produrre fenomeni di risonanza si utilizza volutamente la variazione di tensione per ottenere le variazioni di capacità volute.

4.10.7 I LED (LIGHT EMISSION DIODE)

I *l.e.d.* sono ormai talmente diffusi dall'aver perso, nella percezione comune, la consapevolezza che si tratti di un acronimo.

Si tratta di comuni diodi a semiconduttore in cui opportuni drogaggi con composti del III e V gruppo consentono di esaltare il processo di emissione di luce e di controllare la frequenza della radiazione emessa. Inoltre la geometria del dispositivo è fatta in modo che la radiazione venga diretta in una ben precisa zona di emissione.

Va però fatta una precisazione in ordine ai tipi di semiconduttori utilizzabili. I materiali semiconduttori, per ragioni che afferiscono alla teoria quantistica dei solidi si dividono in:

- materiali con *banda proibita diretta* nei quali in caso di passaggio dell'elettrone ad una energia inferiore si può avere la emissione di un fotone; appartengono a questa categoria l'arseniuro di gallio e quello di indio InAs e GaAs
- materiali con *banda proibita indiretta* che invece di emettere fotoni cedono la loro energia al reticolo cristallino; appartengono a questa categoria il silicio e il germanio cristallini.

Ne consegue che per realizzare i led si dovranno costruire le giunzioni utilizzando composti particolari quali: lega di arseniuro di gallio e fosforo di gallio (per rosso, giallo e verde) o il carburo di silicio per il blu.

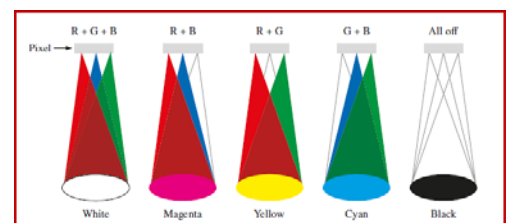
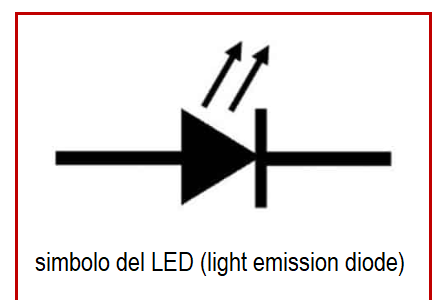
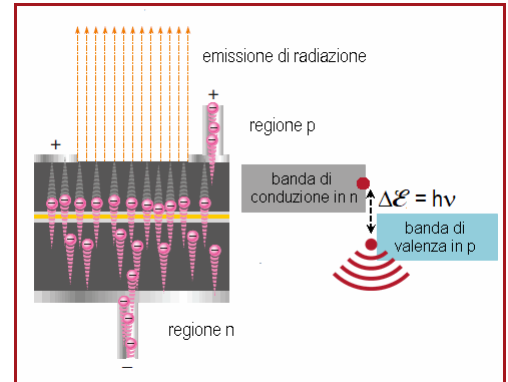
Quando in un diodo a polarizzazione diretta gli elettroni della banda di conduzione di n attraversano la giunzione e vanno a ricombinarsi con gli ioni della banda di valenza in p perdono una parte della loro energia e in base alle previsioni della MQ note sin da inizio 900 emettono fotoni di frequenza $\nu = \Delta\mathcal{E}/h$ dove h è la costante universale di Planck ($6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} = 4.13567 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$). La radiazione luminosa emessa cresce in maniera quasi lineare con la corrente che attraversa il diodo.

I led fanno parte della esperienza comune; è ben noto che esistono diodi che operano nell'infrarosso (utilizzati nei telecomandi TV), diodi in grado di cambiare colore (dal rosso al verde nei processi di carica delle batterie ad indicare processo in corso o processo terminato), diodi capaci di emettere luce bianca (con diverse tonalità di colore-temperatura) come nelle lampadine.

L'utilizzo di fosfato di indio galli alluminio ha reso disponibili led a luce rossa, arancione, gialla e verde.

Un led emette una energia luminosa dell'ordine di 50 lumen/w che corrisponde ad un rendimento luminoso cinque volte superiore a quello delle lampade ad incandescenza.

La tecnologia degli schermi LCD si basa sull'utilizzo di pixel corrispondenti ad una terna di diodi RGB che vengono accesi e spenti applican-



do ad essi opportune d.d.p. in modo di generare il colore desiderato come nella immagine qui a lato. ²⁷

La tecnologia dei led è in continua evoluzione e con lo sviluppo delle nanotecnologie sono ormai in produzione i *quantum dots* dispositivi a semiconduttore delle dimensioni tra 10^{-9} e 10^{-8} m in grado di emettere luce in maniera controllata.

4.10.8 IL FOTODIODO

Il fotodiodo, costituente basilare di tutti i dispositivi a fotocellula altro non è che un diodo polarizzato inversamente e dotato di una finestra nella zona del *depletion layer* in grado di raccogliere energia luminosa.

I fotoni che attraversano quella zona vengono assorbiti e gli atomi con cui hanno interagito producono una coppia elettrone lacuna dando luogo ad un aumento della corrente inversa.

Dal punto di vista pratico si tratta di dispositivi di altissima resistenza in cui il valore della resistenza cambia di diversi ordini di grandezza quando vengono illuminati e tale cambiamento risulta proporzionale alla radiazione luminosa incidente.

Le applicazioni spaziano dalle fotocamere, alla domotica, all'automotive, alla medicina.

4.10.9 LE CELLE E I PANNELLI FOTOVOLTAICI

Su questo argomento, per via delle implicazioni tecnologiche in ordine alla questione energetica affrontata in maniera ecosostenibile, si potrebbero scrivere centinaia di pagine, ma qui ci si limita agli aspetti essenziali sui principi fisici di funzionamento e sugli aspetti di natura costruttiva.

4.10.9.1 Aspetti costruttivi

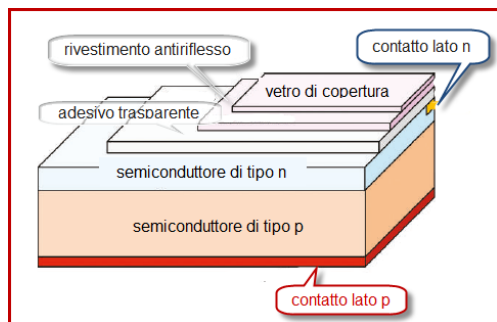
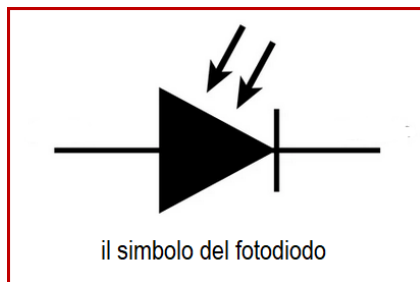
La cella fotovoltaica è costituita da un wafer di silicio dello spessore che nel 2024 è a 160 μm in costante e progressivo assottigliamento. La fetta è costituita da un lato sottile esposto alla radiazione di tipo n e da uno strato più spesso di tipo p.

Il lato n è sottile per consentire alla radiazione di raggiungere la giunzione e sul lato superiore è rivestito da una griglia metallica in grado di minimizzare i percorsi che gli elettroni devono fare quando la cella fotovoltaica eroga corrente. In questo modo si riduce la resistenza intrinseca della cella con conseguente aumento del rendimento.

Sopra il semiconduttore si trovano un rivestimento antiriflesso e un vetro di copertura per la protezione contro gli agenti atmosferici.

Tipicamente una cella ha una dimensione tra i 10 e i 15 cm di lato ²⁸ con forme quadrate, esagonali od ottagonali in maniera di ottimizzare le geometrie ed è in grado di produrre in condizioni normali una d.d.p. di $0.5 \div 0.6$ V con correnti sino a 2 A.

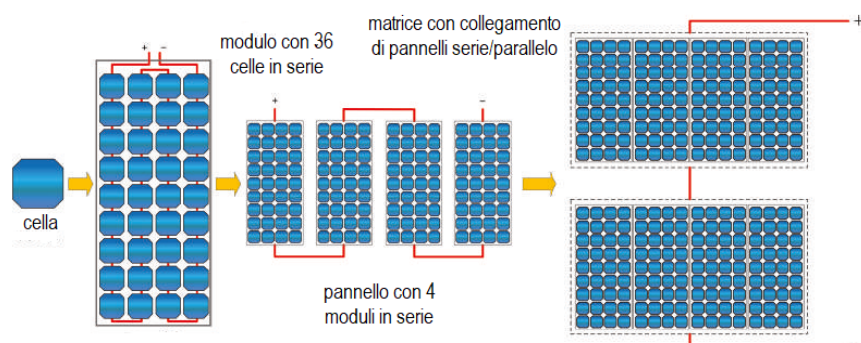
Le celle sono collegate tra loro in serie di a formare un modulo in grado di fornire una ΔV tra i 12 e i 18 V. I moduli sono ulteriormente disposti



²⁷ Molte delle immagini della parte sui semiconduttori sono state ottenute rielaborando quelle dell'attuale testo di riferimento per l'elettronica negli USA – *Floyd Electric devices*

²⁸ La dimensione dipende dal diametro della barra monocristallina di silicio da cui si parte per produrre i wafer di silicio

in blocchi di 4 unità con connessioni sia in serie sia in parallelo e formano un pannello in grado di fornire tensioni variabili a seconda del tipo di connessione utilizzata. I pannelli sono poi disposti secondo configurazioni miste serie-parallelo a formare una matrice (array).



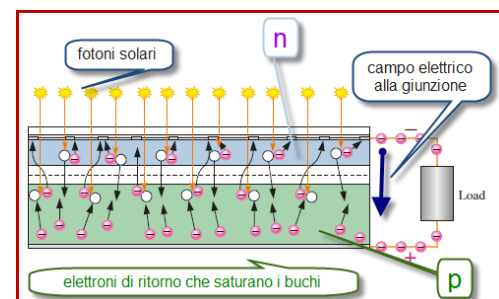
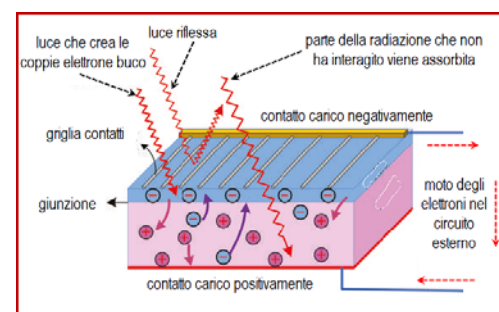
4.10.9.2 Come funziona la cella fotovoltaica

Il funzionamento della singola cella è illustrato nella immagine qui a lato. I fotoni solari che hanno una energia (frequenza) superiore a 1.12 eV (lunghezza d'onda inferiore a $1.11 \mu\text{m}$) possono interagire, sia nella regione p, sia nella regione n con un atomo di silicio ionizzandolo ed estrarre uno degli elettroni della banda di valenza con creazione di una coppia elettrone libero e buco.

Se ci troviamo nella regione p il campo elettrico della giunzione fa attraversare l'elettrone che si è liberato verso la regione n. Se invece la ionizzazione è avvenuta nella regione n il buco viene spinto verso la regione p.

Il risultato è un accumulo di cariche negative in n e di cariche positive in p con creazione di una d.d.p. A questo punto, se le due regioni vengono collegate ad un carico utilizzatore, gli elettroni fluiscano dalla regione n al carico e di qui ritornano alla regione p saturando i buchi.

Ma se il diodo è permanentemente sottoposto alla radiazione solare si ha una continua ripetizione del processo descritto e dunque si è realizzato un generatore di energia elettrica.



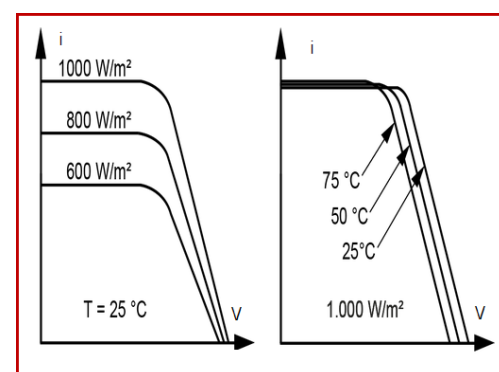
4.10.9.3 Il funzionamento ottimale della cella

Il diagramma di carico di una cella solare è rappresentato dalla immagine qui a lato in presenza di livelli diversi di illuminazione solare. La tensione a vuoto oltre che dal grado di illuminazione dipende in maniera significativa dalla temperatura e diminuisce al crescere di essa

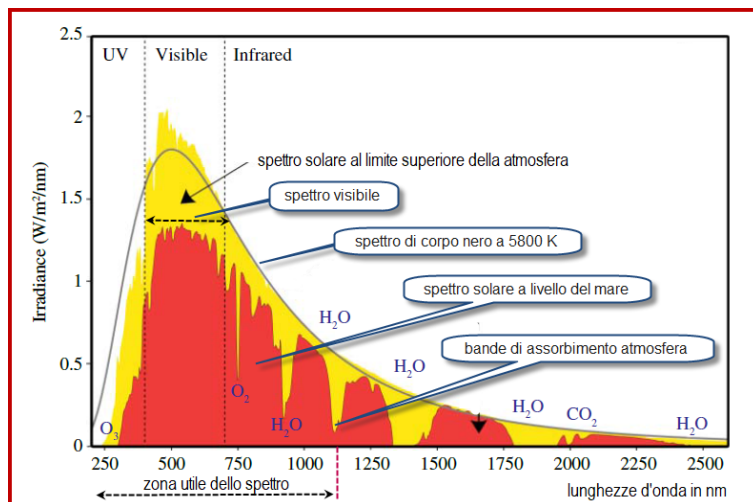
Tutto il sistema è governato da un circuito elettronico, detto *inverter*, che ha molteplici scopi:

- collegarsi al sistema di batterie al litio con funzione di riserva-tampone
- stabilizzare la tensione in uscita in maniera che le celle lavorino in condizioni di massimo rendimento
- convertire la corrente unidirezionale in corrente alternata per gli usi domestici e/o industriali

Si dimostra che il punto di massima potenza delle celle corrisponde al ginocchio delle diverse curve ed è questo il punto in cui l'inverter fa lavorare l'intero sistema.



4.10.9.4 Problematiche di resa energetica alla luce dello spettro solare



Nella immagine qui a lato viene rappresentato lo spettro di emissione della radiazione solare a livello del mare (in rosso) confrontato con quello ai limiti superiori della atmosfera (in giallo) e con quello teorico del corpo nero a 5800 K.²⁹

Sull'asse delle ascisse è rappresentata la lunghezza d'onda della radiazione misurata in nm.

Nella parte bassa della immagine è indicata la zona utile dello spettro e cioè la componente spettrale in grado di contribuire al funzionamento della cella solare sulla base del limite di 1.12 eV del Si.

Come si vede la zona utile contiene anche una ampia gamma di radiazioni nella zona dell'infrarosso e ciò significa che le celle solari, pur in misura minore,

danno energia elettrica anche quando non sono esposte ad una insolazione diretta e in presenza di cielo nuvoloso.

4.10.10 IL DIODO LASER

Una variante dei LED è costituita dai *diodi laser*³⁰ largamente utilizzati nelle stampanti, in tutti i lettori di CD e DVD e nelle trasmissioni in fibra ottica.

Nei comuni led la emissione dei fotoni è di tipo *random* dal punto di vista della fase, inoltre i fotoni presentano una certa dispersione in frequenza (radiazione non coerente). Invece i diodi laser sono dei led in grado di emettere *radiazione coerente* in una banda di frequenza più ristretta (migliore monocromaticità) e con fotoni tutti della stessa fase.

4.10.10.1 Aspetti costruttivi

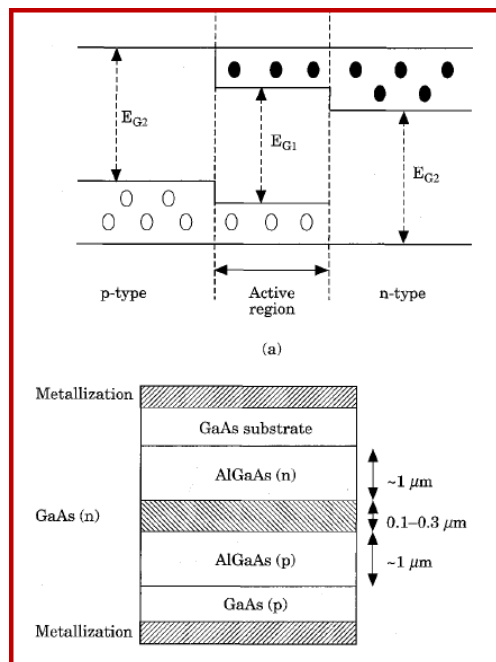
Il diodo laser è costruito utilizzando due strati di arseniuro di gallio drogati con Selenio, Alluminio e Silicio in modo che si tratti di materiali con banda proibita diretta (come nei led).

Ai due estremi si deposita uno strato di materiale che, su un lato, fa da specchio totalmente riflettente, e sull'altro, parzialmente riflettente.

La dimensione laterale del dispositivo è pari ad un numero dispari di $\lambda/2$ dove λ è la lunghezza d'onda del fotone emesso quando un elettrone passa dalla zona di conduzione di n alla zona di valenza di p emettendo un fotone tale che $h\nu = \mathcal{E}_g$. In questo modo il *depletion layer* corrisponde ad una cavità risonante e i fotoni riflessi nelle estremità conservano la medesima fase.

La zona di svuotamento presenta un indice di rifrazione diverso da n e p e grazie alla riflessione totale fa da guida d'onda per i fotoni coerenti confinati in attesa di essere emessi.

Nei laser di II generazione è stato introdotto un ulteriore strato di materiale semiconduttore che agevola tale processo prendendo il posto del



²⁹ Per i dettagli sullo spettro di corpo nero si rinvia al capitolo 0602

³⁰ Laser è l'acronimo di *Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation*

depletion layer e facendo fisicamente da guida d'onda. In questo caso si parla di *etero strutture*. Per questa scoperta è stato assegnato (nel 2000) il premio Nobel a Z. Alferov (S. Pietroburgo) e H. Kroemer (U. California).

Si osservino le dimensioni dei diversi strati per avere un'idea del grado di miniaturizzazione raggiunto. Il cristallo ha dimensioni in larghezza tra i 200 e 500 μm e in profondità tra i 100 e 200 μm

4.10.10.2 Principi di funzionamento

Il principio di funzionamento basilare rispetto ad un comune led è quello della *emissione stimolata*. Un elettrone eccitato viene indotto a ricombinarsi da un fotone prima dell'esaurirsi della sua vita media e in questo processo vengono emessi due fotoni identici con la stessa frequenza, fase e collimazione.

L'altro elemento necessario al funzionamento (la inversione di popolazione) è garantito dalla alimentazione elettrica della giunzione che garantisce ai fotoni che si muovono nella guida d'onda di interagire con altri elettroni in maniera che un singolo processo ne generi a cascata molti altri.

Quando nella guida d'onda si raggiunge una adeguata concentrazione di fotoni inizia il processo di emissione mentre la popolazione di fotoni viene continuamente ripristinata.

4.10.11 IL TRANSISTOR

4.10.11.1 uno sguardo sul futuro e sul cambiamento.

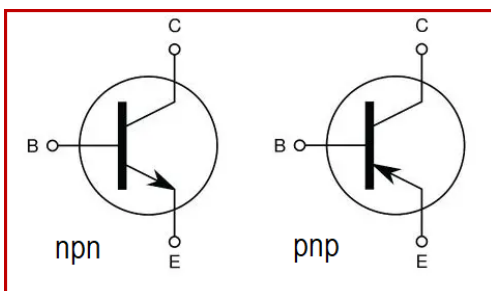
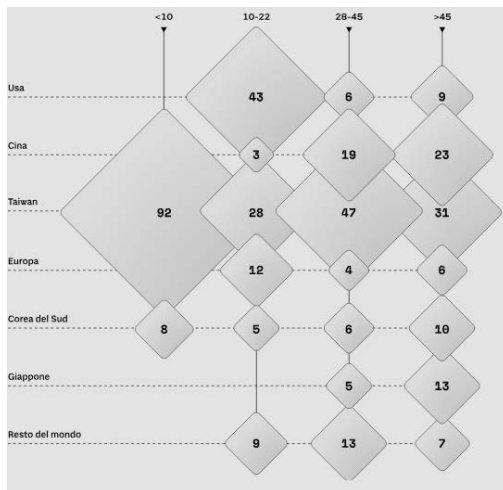
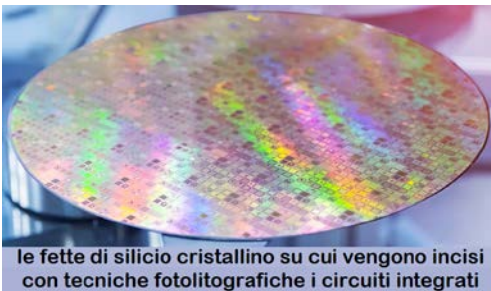
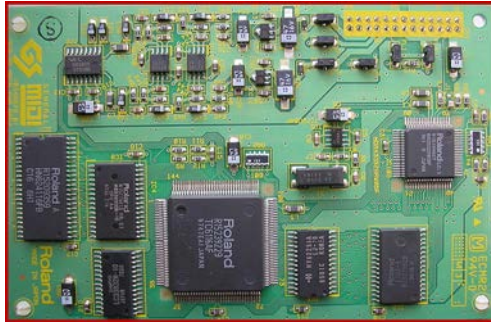
Quando mi sono laureato in fisica, nel 1970, l'elettronica aveva appena terminato la sostituzione dei vecchi tubi a valvola (diodi e triodi), si utilizzavano a piene mani diodi e transistor ma si stava già entrando nell'era dei circuiti integrati.

Collaboravo come tecnico con il gruppo di fisica dello spazio del professor Occhialini in cui si facevano ricerche sui raggi cosmici inviando in alta quota palloni sonda con a bordo rivelatori di particelle, trasmettitori di segnale e la relativa elettronica. I dati venivano trasmessi a terra, registrati su nastro magnetico e poi elaborati con i rudimentali computer a schede perforate di allora.

L'elettronica si faceva tutta a mano, dal progetto alla realizzazione delle schede circuitali su cui venivano saldati i diversi componenti e realizzate le connessioni tra essi. Il tutto veniva poi immerso in un bagno di silicone, fatto il vuoto per eliminare ogni bolla d'aria. Cotto in un forno che faceva solidificare il silicone e, alla fine, il tutto si poteva mandare in quota.

Oggi viviamo nell'era dei microchip (circuiti integrati) e se ne producono ed utilizzano ogni anno circa 140 per ogni abitante della terra il che vuol dire più di 1000 miliardi. Per il 30% sono impiegati nei dispositivi di comunicazione, per il 26% in PC e computer, per il 14 % hanno utilizzi industriali, per il 14% hanno utilizzi domestici, per il 14% sono utilizzati dal settore automotive e per il 2% hanno utilizzi in ambito militare.³¹

³¹ Dati "Il Sole 24 ore" 2024



I circuiti integrati sono dispositivi a semiconduttore in cui i vecchi circuiti realizzati tramite saldature dei diversi componenti sono spariti. L'intero circuito (le connessioni) e i suoi componenti viene realizzato su un unico chip di silicio su cui si depositano via via i diversi drogaggi con metodiche di foto incisione e si realizzano così tutti i componenti (diodi, resistenze, condensatori, transistor).

Il circuito integrato, alla fine si presenta come una *scatola nera* dotata di un ingresso ed una uscita in grado di realizzare il compito per il quale è stata progettata. I circuiti integrati (gli oggetti neri quadrati e rettangolari della immagine) vengono poi assemblati per svolgere azioni più complesse e si realizzano così le schede ormai presenti in ogni dispositivo. A volte sono da sole come negli elettrodomestici o nelle auto, a volte sono collegate tra loro, come si fa nei computer, per eseguire compiti più complessi unendo le diverse specializzazioni.

Nei microchip più evoluti sono presenti 10^8 componenti, in maggioranza transistor e la tecnologia viaggia ormai su dimensioni di qualche nanometro per componente. Ma il record è di 100 miliardi di transistor su un singolo microchip con dimensioni singole di 3 nm.

Ciò significa che stiamo raggiungendo la dimensione atomica e quando la avremo raggiunta servirà una nuova rivoluzione tecnologica ancora più radicale perché bisognerà cambiare paradigma perché operando direttamente sugli atomi cambierà volto tutta la elettronica e tutta la informatica.

Per quanto riguarda il valore di mercato espresso in miliardi di dollari possiamo osservare che oltre il 60% è coperto dal mondo della *information technology*

Il mondo sta rapidamente cambiando e non cambia solo la tecnologia, ma cambiano con essa gli equilibri mondiali.

Il mercato dei chip inferiori ai 10 nm è dominato da Taiwan con il 92% del mercato e il restante 8% è in Corea. La Cina è in forte ritardo tecnologico e questo dato, da solo, ci spiega la intenzione di appropriarsi di Taiwan per ragioni che vanno ben al di là di problematiche di tipo nazionalistico.

Gli USA vanno abbastanza bene nella fascia immediatamente inferiore dei 10÷22 nm.

Sempre per restare a Taiwan se sommiamo i contributi sulle diverse fasce di tecnologia otteniamo 198 su 400, mentre gli Usa sono a 53, la Cina a 45, la Corea del Sud a 29 mentre la nostra Europa è a 22.

4.10.11.2 Struttura del transistor

Il transistor è un dispositivo con tre contatti che corrispondono alle tre sezioni di una doppia giunzione *nnp* o *pnp* e questi tre contatti vengono chiamati rispettivamente *base*, *emettitore* e *collettore* spesso indicati semplicemente con le iniziali B – E – C o con i termini inglesi base, emitter e collector.

La base è sottile (25 μm) e drogata debolmente. L'emitter è più spesso e drogato fortemente: Il collettore ha un drogaggio intermedio.

Poiché dal punto di vista funzionale il comportamento di un *nnp* o di un *pnp* è identico verrà descritto il funzionamento di un *nnp*.

In proposito si tenga presente che in un *npn* la protagonista è la conduzione per elettroni mentre in un *pn* lo è quella per buchi. Poiché gli elettroni e i buchi hanno però mobilità diverse (molto maggiore quella degli elettroni) gli *npn* rispondono meglio ai segnali rapidamente variabili e, per questa ragione, i transistor *npn* sono molto più diffusi dei *pn*.

Il simbolo utilizzato, con la freccia orientata diversamente, richiama il verso convenzionale della corrente (moto di cariche positive) nell'emitter indipendentemente dal fatto che nei semiconduttori quelli che si muovono realmente sono sempre e solo degli elettroni (liberi nella banda di conduzione o saltando da un atomo a quello adiacente nella banda di valenza).

4.10.11.3 Polarizzazione e funzionamento del transistor

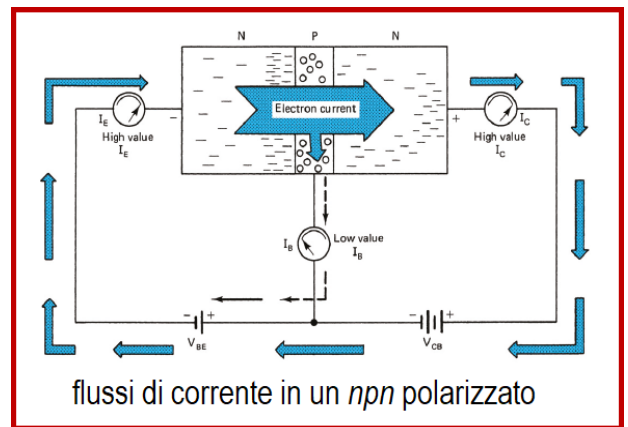
La giunzione *be* va sempre polarizzata direttamente mentre la giunzione *bc* va polarizzata inversamente e, con questa precisione vediamo cosa accade nel transistor polarizzato correttamente.

La polarizzazione diretta di *be* fa sì che una grande corrente si muova verso la giunzione. Ma poiché essa è molto sottile gli elettroni di I_E invece di ricombinarsi con i buchi della base, in grande maggioranza (95÷99 %) la attraversano, finiscono nel collettore e lì vengono risucchiati dalla polarizzazione inversa *cb*.

Dopo aver abbandonato il collettore la corrente I_C raggiunge il nodo nella parte bassa della figura dove si somma a I_B producendo I_E .

La corrente I_B è dovuta alla ricombinazione elettrone-buco alla giunzione *eb* mentre tra le correnti vale la relazione:

$$I_E = I_B + I_C \quad (\text{V.4.31})$$



4.10.11.4 il transistor come amplificatore

Senza entrare in dettagli tecnici è abbastanza semplice comprendere il funzionamento del transistor come amplificatore.

La resistenza di ingresso R_{eb} sul versante *eb* è abbastanza bassa perché la giunzione è polarizzata direttamente, mentre la resistenza R_{cb} sul versante *cb* è elevata perché la giunzione è polarizzata inversamente.

Supponiamo dunque di avere una tensione variabile in ingresso descritta da $\delta V_{eb} = R_{eb} \delta I_{eb}$ cui corrisponderà in uscita $\delta V_{cb} = R_{cb} \delta I_{cb}$ ma poiché

$\delta I_{cb} \approx \delta I_{eb}$ ne segue che:

$$\frac{\delta V_{cb}}{\delta V_{eb}} = \frac{R_{cb} \delta I_{cb}}{R_{eb} \delta I_{eb}} \approx \frac{R_{cb} \delta I_{cb}}{R_{eb} \delta I_{cb}} = \frac{R_{cb}}{R_{eb}} = G \gg 1 \quad (\text{V.4.32})$$

E dunque una piccola variazione di segnale in ingresso viene amplificata dal transistor in uscita.

4.10.11.5 Le altre applicazioni del transistor e dei semiconduttori

Con lo sviluppo della informatica a partire dai primi anni 80 del XX secolo, dapprima con i PC, successivamente con le reti e poi con gli smartphone tutta la elettronica si è riconvertita dalla elaborazione e ge-

stione di segnali analogici (grandezze che variano con continuità) alla gestione di segnali digitali.

In questo ambito sono state sviluppate e perfezionate le porte logiche che funzionano utilizzando oltre ai diodi la capacità del transistor di fare da *interruttore comandato*.

C'è poi il mondo delle memorie che è sempre fatto direttamente da transistor e da altre parti del chip con funzione di condensatore. In questo mondo non si tratta solo di miniaturizzare il più possibile la informazione ma anche di garantirne il mantenimento nel tempo e velocizzare il più possibile le operazioni di lettura, scrittura e indirizzamento.

4.11 Esempi ed applicazioni di fine capitolo

4.11.1.1 Corrente elettrica in un condensatore che sta cambiando la sua capacità

Un condensatore piano ha una superficie di $S = m \cdot n = 25 \cdot 40 \text{ cm}^2$ con una distanza $d = 1.5 \text{ mm}$ in aria. Il condensatore è collegato ad un generatore in grado di fornire una f.e.m. $\mathcal{E} = 500 \text{ V}$. Ad un certo punto partendo dal lato più corto viene infilata tra le armature una lastra di vetro ($\epsilon_r = 7$) con velocità di 5.5 cm/s . Poiché la capacità cambia dovrà cambiare di conseguenza la carica sulle armature e ciò determinerà un passaggio di corrente elettrica. Determinare tale corrente.



La capacità del condensatore in aria vale:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{25 \cdot 40 \cdot 10^{-4}}{1.5 \cdot 10^{-3}} = 5.90 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

A tale capacità corrisponde una carica sulle armature

$$Q = C \mathcal{E} = 5.90 \cdot 10^{-10} \cdot 500 = 2.95 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

L'inserimento della lastra di vetro determina un nuovo valore di C cui corrisponde un nuovo valore di Q proporzionale alla costante dielettrica relativa.

Si ha pertanto:

$$\Delta Q = 7Q - Q = 6Q = 6 \cdot 2.95 \cdot 10^{-7} = 1.77 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

L'inserimento della lastra dura un intervallo:

$$\Delta t = \frac{n}{v} = 7.3 \text{ s}$$

Pertanto in base alla definizione di corrente si avrà una intensità i :

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1.77 \cdot 10^{-6}}{7.3} = 2.42 \cdot 10^{-7} \text{ A}$$



4.11.1.2 Come cambia la velocità media degli elettroni di conduzione in un metallo?

Agli estremi di un filo metallico di lunghezza l e di diametro d si applica una d.d.p. ΔV ; stabilire come cambia la velocità media del moto di traslazione se si raddoppia ciascuno dei 3 valori forniti.



Se si raddoppia ΔV raddoppia il campo elettrico e pertanto raddoppiano sia j sia v .

Se si raddoppia l a parità di ΔV si dimezza il campo elettrico e pertanto si dimezzano sia j sia v .

Se si raddoppi d non cambia nulla.



4.11.1.3 Dipendenza della resistenza del filamento di una lampada ad incandescenza dalla temperatura

Una lampada a filamento ha il filamento di tungsteno con le seguenti caratteristiche: $A = 1.0 \text{ mm}^2$ e $l = 4.0 \text{ cm}$. Determinare il valore di resistenza a 20°C e il valore alla temperatura di funzionamento $t = 2800^\circ\text{C}$.



Dalla tabella V.4.1 si ha $\rho_{20} = 5.5 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ mentre $\alpha = 0.0045$

$$\text{Pertanto } R_{20} = \frac{\rho}{A} l = 5.5 \times 10^{-8} \frac{4.0 \times 10^{-2}}{1.0 \times 10^{-6}} \approx 21 \Omega$$

In base alla (V.4.15) si ha eseguendo il rapporto che ci consente di non dover calcolare ρ_0 :

$$\frac{\rho_t}{\rho_{20}} = \frac{1 + 2800\alpha}{1 + 20\alpha} = 12.5$$

Se supponiamo che la lunghezza e la sezione non siano cambiate apprezzabilmente potremo affermare che, poiché la resistenza e la resistività sono direttamente proporzionali la resistenza del filamento avrà un valore 12.5 volte più grande di quello alla temperatura di 20°C .



4.11.1.4 Costruzione di una resistenza metallo-semiconduttore indipendente dalla temperatura

Poiché il rame e il carbonio hanno coefficienti di temperatura l'uno positivo e l'altro negativo è possibile costruire una resistenza il cui valore non dipenda dalla temperatura collegando una dietro l'altra due sbarre dei due materiali con la stessa sezione e con lunghezza opportuna. Determinare il legame tra le due lunghezze.

$$\rho_{0\text{Cu}} = 0.0155 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m} \quad \alpha_{\text{Cu}} = 0.0043 \text{ K}^{-1}$$

$$\rho_{0\text{C}} = 4.0 \cdot 10^{-5} \Omega\text{m} \quad \alpha_{\text{C}} = -0.0004 \text{ K}^{-1}$$



Se le due sbarre vengono disposte una dopo l'altra la resistenza complessiva sarà la somma delle due resistenze (perché si sommano le d.d.p. con la stessa corrente).

D'altra parte se teniamo conto della relazione che fornisce la variazione della resistenza con la temperatura avremo che:

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{Cu}} + R_{\text{C}} = R_{0\text{Cu}}(1 + \alpha_{\text{Cu}} t) + R_{0\text{C}}(1 + \alpha_{\text{C}} t) = (R_{0\text{Cu}} + R_{0\text{C}}) + t(R_{0\text{Cu}}\alpha_{\text{Cu}} + R_{0\text{C}}\alpha_{\text{C}})$$

Affinché questa quantità sia costante deve essere $R_{0\text{Cu}}\alpha_{\text{Cu}} + R_{0\text{C}}\alpha_{\text{C}} = 0$ e ciò richiede che:

$$\rho_{0\text{Cu}} l_{\text{Cu}} \alpha_{\text{Cu}} + \rho_{0\text{C}} l_{\text{C}} \alpha_{\text{C}} = 0 \text{ che equivale a}$$

$$\frac{l_{\text{Cu}}}{l_{\text{C}}} = \frac{-\rho_{0\text{C}}\alpha_{\text{C}}}{\rho_{0\text{Cu}}\alpha_{\text{Cu}}} = \frac{4.0 \cdot 10^{-5} \cdot 0.0004}{1.55 \cdot 10^{-8} \cdot 0.0043} = 2.40 \cdot 10^2$$



4.11.1.5 Dipendenza della resistenza di un metallo dalle caratteristiche geometriche: quanto è lungo il filo di una bobina?

Un filo di rame del diametro $d = 2.5 \text{ mm}$ viene avvolto su un cilindro di legno con diametro $d' = 6.5 \text{ cm}$ ed alto 12 cm . Vengono avvolti 40 strati di filo. Determinare la resistenza della bobina così costruita alla temperatura ambiente.



L'esercizio si presta ad una riflessione preliminare: quanto è lunga una spira di un'elica che si avvolge intorno ad un cilindro di raggio r con un passo b (spostamento longitudinale)?

Si dimostra con considerazioni matematiche che non saranno svolte qui che la spira ha la lunghezza della ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha come cateti rispettivamente la circonferenza e il passo.

Pertanto se ci riferiamo al primo strato avremo che:

$$c_1 = \sqrt{[\pi(d' + \frac{1}{2}d)]^2 + d^2} = \sqrt{[\pi(65.0 + 1.25)]^2 + 2.5^2} = 208.1455 \text{ mm}$$

Se avessimo eseguito il conto senza tener conto dell'effetto elica avremmo avuto:

$$c_1' = \pi(d' + \frac{1}{2}d) = 208.13 \text{ mm}$$

entro la quarta cifra significativa i due risultati coincidono e possiamo pertanto ignorare il contributo dovuto agli spostamenti laterali.

Su uno strato possono essere collocate $120/2.5 = 48$ spire e pertanto il primo strato avrà una lunghezza complessiva pari a:

$$l_1 = 48 \cdot 208.1 = 9.989 \cdot 10^3 \text{ mm} = 9.989 \text{ m}$$

I ragionamenti svolti valgono anche per gli strati successivi per i quali il diametro cresce però di d ad ogni strato.

Pertanto

$$l = l_1 + l_2 + \dots + l_{40} = 48\pi[(d' + \frac{1}{2}d) + (d' + \frac{1}{2}d + d) + \dots] = 48\pi[40(d' + \frac{1}{2}d) + (d + 2d + 3d + \dots + 39d)]$$

Poiché $1 + 2 + \dots + 39 = (39 + 1) \frac{39}{2} = 780$ si ha infine:

$$l = 48\pi[40(d' + \frac{1}{2}d) + 780d] = 6.94 \cdot 10^5 \text{ mm} = 6.94 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Osserviamo che $40(d' + \frac{1}{2}d) = 2650$ mentre $780d = 1950$ e pertanto non eravamo autorizzati a trascurare gli aumenti di diametro al crescere degli strati.

Se ora applichiamo la II legge di Ohm avremo che:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 1.7 \cdot 10^{-8} \frac{4 \cdot 9.9989}{\pi (2.5 \cdot 10^{-3})^2} = 0.0346 \Omega$$



4.11.1.6 Confrontiamo le proprietà del silicio con quelle del rame

La resistività del silicio $\rho_{\text{si}} = 625 \Omega\text{m}$ mentre quella del rame è pari a $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$; che resistenza elettrica avrebbe un filo di silicio di 1 mm^2 lungo 1 m . Quanto dovrebbe essere lungo un filo di rame della stessa sezione per avere la stessa resistenza?



$$\text{Il filo di silicio avrebbe una resistenza } R = \rho_{\text{si}} \frac{l}{S} = 625 \frac{1}{10^{-6}} = 6.25 \cdot 10^8 \Omega$$

Un filo di rame della stessa sezione dovrebbe avere una lunghezza determinata dalla proporzionalità inversa tra lunghezza e resistività pertanto:

$l_{\text{cu}} = l_{\text{si}} \frac{\rho_{\text{si}}}{\rho_{\text{cu}}} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ m}$ il valore trovato è circa 100 volte la distanza terra luna.

Ciò ci induce a riflettere sulla estrema improbabilità di rottura spontanea dei legami covalenti, che pure avviene.



4.11.1.7 Determinazione indiretta della temperatura dai parametri elettrici

Un conduttore di platino si trova alla temperatura di 60.0°C ed è percorso da una corrente $i = 2.58 \text{ A}$. Lo si immerge mantenendo costante la d.d.p. in un bagno d'acqua di massa molto superiore a quella del filo e si osserva che la corrente diminuisce sino a portarsi a 2.36 A . Determinare la temperatura del bagno.



A parità di d.d.p. la resistenza e la intensità di corrente sono inversamente proporzionali; inoltre la resistenza a parità di condizioni è proporzionale alla resistività, la quale dipende dalla temperatura, pertanto:

$$\frac{\rho_{t2}}{\rho_{t1}} = \frac{R_{t2}}{R_{t1}} = \frac{i_{t1}}{i_{t2}} = \frac{2.58}{2.36} = 1.09$$

Inoltre, in base alla (V.4.15):

$$\frac{\rho_{t2}}{\rho_{t1}} = \frac{1 + t_2 \alpha}{1 + t_1 \alpha}$$

Dalla tabella V.4.1 $\alpha = 0.0039 \text{ K}^{-1}$

$$1.09 = \frac{1 + t_2 0.0039}{1 + 60 \times 0.0039} \text{ da cui } 0.0039 t_2 = 1.349 - 1 \text{ e infine:}$$

$$t_2 = \frac{0.349}{0.0039} = 89.5^\circ\text{C}$$



4.11.1.8 Resistenza di un tubo cilindrico misurata tra le facce laterali



Determinare la resistenza del materiale di resistenza specifica ρ contenuto nella regione compresa tra due cilindri coassiali metallici di spessore trascurabile, di altezza h e di raggi rispettivamente a e b con $a < b$. Se si raddoppiano i raggi a e b come cambiano la massa e la resistenza?

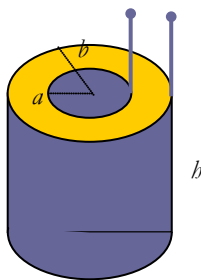


La resistenza può essere determinata sommando le resistenze di tutti i cilindri di raggio x e altezza h con x compreso tra a e b . Ciò comporta la valutazione di un integrale definito.

Se di indichiamo con δR la resistenza elementare di un cilindro di raggio x e spessore δx avremo:

$$\delta R = \rho \frac{\delta x}{2\pi x l} \text{ e pertanto:}$$

$$R = \int_a^b \frac{\rho \delta x}{2\pi x l} = \frac{\rho}{2\pi l} \int_a^b \frac{\delta x}{x} = \frac{\rho}{2\pi l} (\ln b - \ln a) = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{b}{a}$$



Se si raddoppiano sia a che b mentre non cambia l la massa della regione quadruplica perché essa è proporzionale alle dimensioni lineari al quadrato mentre la resistenza non cambia (perché non cambia il rapporto b/a). La mancata variazione di resistenza è dovuta alla contemporanea crescita con la stessa legge sia della superficie sia dello spessore che evidentemente si compensano.



4.11.1.9 Resistenza di un tronco di cono

Determinare la resistenza di un tronco di cono di Germanio di raggio minore $r = 0.25$ cm, altezza $h = 3.5$ cm e angolo di semiapertura $\alpha = 22^\circ$ sapendo che la resistività del germanio $\rho = 0.588 \Omega \text{ m}$



Si procede come nel problema precedente sommando le resistenze di tanti cilindri di spessore δx e raggio di base crescente da r a R dove $\frac{R-r}{h} = \tan \alpha$ e quindi $R = h \tan \alpha + r = 1.66$ cm

Se si considera una generica fetta a distanza x dalla superficie di base si ha che il corrispondente raggio $y = r + x \tan \alpha$ e pertanto:

$$\delta R = \rho \frac{\delta x}{\pi (r + x \tan \alpha)^2}$$

$$R = \rho \int_0^h \frac{\delta x}{\pi (r + x \tan \alpha)^2}$$

Questa funzione si integra osservando che $\delta(r + x \tan \alpha) = \tan \alpha \delta x$ e pertanto:

$$R = \rho \frac{1}{\pi \tan \alpha} \int_0^h \frac{\delta(r + x \tan \alpha)}{(r + x \tan \alpha)^2} = \rho \frac{1}{\pi \tan \alpha} \int_r^R \frac{\delta z}{z^2} = \frac{\rho}{\pi \tan \alpha} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right]$$

Sostituendo i dati numerici forniti si ha:

$$R = \frac{\rho}{\pi \tan \alpha} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right] = \frac{0.588}{\pi \cdot \tan 22^\circ} \left[\frac{1}{0.25 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{1.66 \cdot 10^{-2}} \right] = 157 \Omega$$



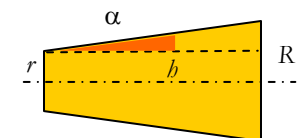
4.11.1.10 Nichelatura elettrolitica di un oggetto

Un oggetto metallico con superficie $S = 250 \text{ dm}^2$ viene nichelato per via elettrolitica attraverso l'elettrolisi di un sale di nichel in un bagno in cui circola la corrente costante $i = 0.450 \text{ A}$ per il tempo $\Delta t = 6 \text{ h } 25'$. Determinare lo spessore dello strato depositato sapendo che $\mu = 58.71 \text{ g/mol}$, $\delta = 8.907 \text{ kg/dm}^3$ e che la valenza $\text{Val} = 2$.

Nelle stesse condizioni quale sarebbe stato lo spessore di uno strato di rame? ($\mu = 63.55 \text{ g/mol}$, $\delta = 8.933 \text{ kg/dm}^3$ Val = 2)



La conoscenza della intensità di corrente e del tempo consente di valutare la carica trasportata durante il processo elettrolitico:



$$\Delta q = i \Delta t = 0.450 \cdot (6 \cdot 3600 + 25 \cdot 60) = 1.04 \cdot 10^4 \text{ C}$$

In base alla relazione (V.4.9) è possibile allora determinare la massa trasportata:

$$\Delta m = \frac{10^{-3} \mu}{e N_A V_{al}} \Delta q = \frac{10^{-3} \cdot 58.71}{6.02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}} \cdot 1.04 \cdot 10^4 = 0.00316 \text{ kg}$$

La massa ci consente di determinare il volume e da esso lo spessore:

$$\Delta V = \Delta m \delta = S b \text{ e pertanto}$$

$$b = \frac{\Delta m \delta}{S} = \frac{0.00316 \cdot 8.907}{2.50} = 0.0113 \text{ dm} = 1.13 \text{ mm}$$

Lo spessore risulta proporzionale sia alla densità sia alla massa che a sua volta è proporzionale al peso atomico pertanto:

$$b' = b \frac{\mu' \delta'}{\mu \delta} = 1.13 \frac{63.55 \cdot 8.933}{58.71 \cdot 8.907} = 1.23 \text{ mm}$$



4.11.1.11 Densità di corrente e campo superficiale di un fascio di protoni



Un fascio di protoni collimato sino a presentare una sezione trasversale circolare di raggio $r = 3.5 \text{ mm}$ viene accelerato attraverso una d.d.p. $\Delta V = 450 \text{ kV}$ e corrisponde ad una corrente $i = 50 \text{ mA}$. Determinare la concentrazione spaziale, il campo elettrico prodotto dai protoni in corrispondenza della superficie esterna del fascio e la d.d.p. prodotta dalla concentrazione protonica tra l'asse di simmetria del fascio e la superficie esterna.



Si tratta di un problema particolarmente complesso in cui bisogna saper utilizzare conoscenze di insieme relative anche ai capitoli precedenti.

I protoni accelerati dalla d.d.p. di 450 kV viaggiano ad una velocità non relativistica determinabile applicando la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e \Delta V$$

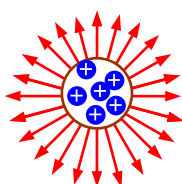
$$v = \sqrt{\frac{2e \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 4.50 \cdot 10^5}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 9.29 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Poiché conosciamo la sezione trasversale e la intensità di corrente possiamo determinare la densità di corrente e da essa la concentrazione utilizzando la relazione (V.4.7).

$$j = \frac{i}{A} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{\pi (3.5 \cdot 10^{-3})^2} = 1.30 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$$

Poiché $j = e n v$ si ottiene:

$$n = \frac{j}{e v} = \frac{1.30 \cdot 10^3}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 9.29 \cdot 10^6} = 8.73 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3}$$



Per trovare il campo elettrico possiamo applicare il teorema di Gauss dopo aver osservato che, per simmetria il campo elettrico deve essere di tipo radiale e se consideriamo una superficie cilindrica che inviluppi il fascio avremo:

$$\Phi(E) = 2\pi r l E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon} = \frac{n e \text{ vol}}{\epsilon} = \frac{n e \pi r^2 l}{\epsilon}$$

e dunque: $E = \frac{n e r}{2\epsilon} = \frac{8.73 \cdot 10^{14} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 3.5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} = 2.76 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

Per trovare la d.d.p tra il centro del fascio e la superficie esterna dobbiamo

calcolare $\int_0^r E \delta r$. Poiché si può ipotizzare che la distribuzione dei

protoni sia uniforme, con considerazioni identiche a quelle utilizzate alla determinazione del campo superficiale possiamo affermare che la relazione tra il campo a distanza x e la distanza sia di tipo lineare e pertanto l'integrale richiesto, che corrisponde all'area sottesa dal diagramma, vale:

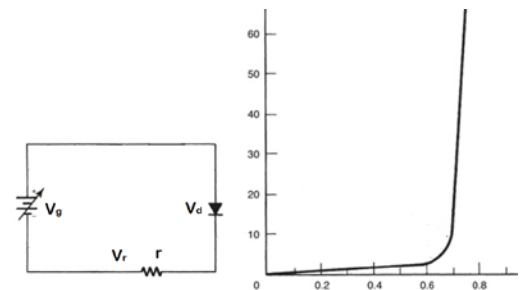
$$\frac{1}{2} E r = \frac{1}{2} \cdot 2.76 \cdot 10^4 \cdot 3.5 \cdot 10^{-3} = 48.3 \text{ V}$$



4.11.1.12 Diodo polarizzato direttamente - lettura e uso della curva caratteristica

Un diodo presenta la curva caratteristica indicata in figura con le correnti in mA e la d.d.p. in V. a) Determinare il valore di resistenza quando $V_d = 0.7 \text{ V}$ b) Determinare quindi la resistenza differenziale nella zona dopo il ginocchio

Il diodo viene polarizzato direttamente in un circuito alimentato da una d.d.p. variabile V ($0 \div 10 \text{ V}$) con una resistenza di carico $R = 200 \Omega$. c) Determinare la corrente quando si applica la d.d.p. massima. d) in queste condizioni quanto vale la resistenza interna del diodo?



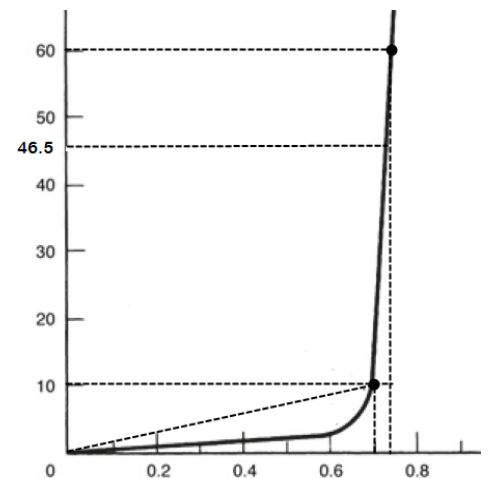
a) Dal diagramma si ha $R = \frac{0.7}{0.01} = 70 \Omega$

b) La zona dopo il ginocchio è praticamente rettilinea e si tratta dunque di determinare l'inverso della inclinazione di quel tratto; allo scopo facciamo riferimento ai due punti indicati nella immagine:

$$r_d = \frac{0.03}{(0.06 - 0.01)} = \frac{3}{5} = 0.6 \Omega$$

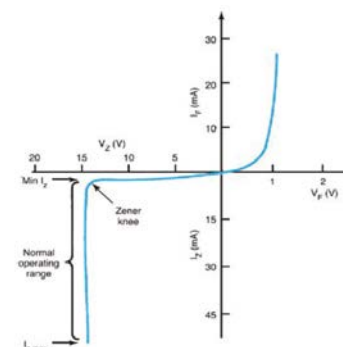
c) Quando applichiamo 10 V possiamo trascurare le variazioni di caduta di tensione ai capi del diodo e supporre che la caduta sia 0.7 V . Pertanto ai capi di r ci sarà una caduta di tensione di $10 - 0.7 = 9.3 \text{ V}$. e la corrente risulterà $i = \frac{9.3}{200} = 4.65 \cdot 10^{-2} = 46.5 \text{ mA}$

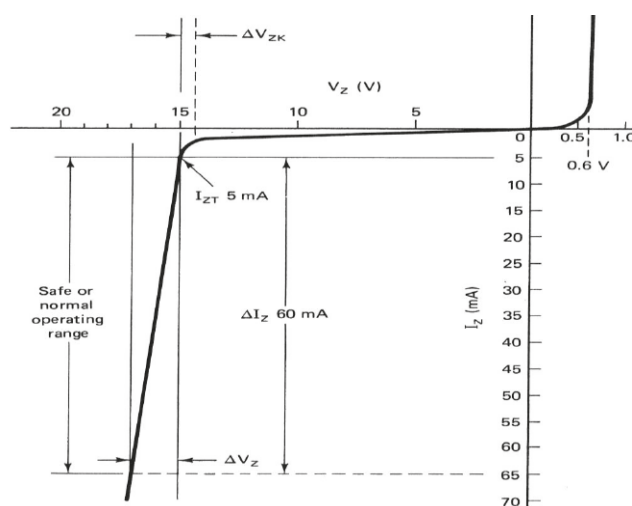
d) Con la corrente di 46.5 mA la d.d.p. è ancora all'incirca di 0.73 V e pertanto la resistenza del diodo sarà pari a: $\frac{0.73}{0.0465} = 15.7 \Omega$



4.11.1.13 Diagramma di un funzionamento di un diodo Zener

Nella immagine qui a lato è rappresentata la curva caratteristica di un diodo Zener 1N1775 della Fairchild ripresa dal data sheet della casa produttrice. Il diodo viene polarizzato inversamente con una d.d.p. variabile V e, in serie al diodo viene inserita una resistenza limitatrice di 1000Ω . Leggere sul diagramma i principali parametri significativi. Determinare la d.d.p. minima e massima che consente al diodo di operare nella sua zona di lavoro.





Il range per quanto riguarda la corrente va da 5 a 65 mA. Tale range è piuttosto importante perché il primo valore rappresenta l'ingresso nella zona di lavoro mentre il secondo fornisce la indicazione sulla massima potenza che il diodo è in grado di dissipare senza danneggiarsi. Poiché il punto di lavoro del diodo viene a dipendere (fissata la resistenza delimitatrice) dalla tensione in ingresso questo range ci dice tra quali valori il diodo è in grado di lavorare.

Un secondo dato importante riguarda la pendenza della zona Zener. Il diodo ideale dovrebbe averla verticale (in quel caso V_Z è costante). I diodi in commercio hanno tolleranze variabili (e prezzi conseguenti) dall'1% sino al 20% e in genere è accettabile un valore del 10%. Per questa ragione, nei calcoli che seguono non andremo oltre una precisione di 2 cifre significative.

Con riferimento al diagramma nella zona di lavoro il diodo varia da 15 a 17 V e pertanto $\delta V_Z\% = \frac{2}{15} 100 = 13\%$

Supponiamo ora di far crescere la tensione inversa di alimentazione partendo da 0. Sino alla tensione di 15 V il diodo si trova in condizioni di interdizione con una resistenza minima di $\frac{15}{5 \cdot 10^{-3}} = 3000 \Omega$ (ma a 14 V il valore è più che doppio).

Come si vede il valore trovato ha lo stesso ordine di grandezza di R_L e dunque non possiamo trascurarne la presenza.

Rovesciamo il ragionamento; con la corrente minima di 5 mA la caduta di tensione sulla resistenza limitatrice, per la legge di Ohm è di 5 V. Il ginocchio della curva è a 15 V e dunque la tensione minima a cui inizia la conduzione del diodo è a 20 V.

Quando nel diodo passa la corrente massima (65 mA) la caduta ai capi della resistenza limitatrice sarà di 65 V mentre la tensione ai capi dello Zener è 17 V. Pertanto la tensione massima che si può applicare in ingresso è di 82 V.

Possiamo concludere che con tensioni in ingresso tra 20 e 82 V la tensione ai capi dello Zener è di 16 ± 1 V

☺

4.11.1.14 Lunghezze d'onda utili per il fotovoltaico.

L'energy gap per il Silicio a temperatura ambiente è di 1.11 eV. Qual è il massimo valore di lunghezza d'onda in gradi creare una coppia elettrone-buco?

☹

Poiché l'energia dei fotoni $\mathcal{E} = h \nu = h \frac{c}{\lambda}$ ne segue che:

$$\lambda = \frac{h c}{\mathcal{E}} = 6.626 \cdot 10^{-34} \frac{2.998 \cdot 10^8}{1.11 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}} = 1.113 \cdot 10^{-6} = 1.113 \mu\text{m}$$

☺

4.11.1.15 Energy gap e conducibilità in un semiconduttore intrinseco al variare della temperatura

Determinare l'energy gap da superare per la formazione di una coppia elettrone-buoco in un semiconduttore intrinseco la cui conducibilità cresce in un rapporto 1:5 nel passare da $T_1 = 300$ K a $T_2 = 400$ K. Si tenga presente che la conducibilità

dipende dalla temperatura secondo la relazione $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B T}}$. In via preliminare

interpretare il significato di σ_0 . Dopo aver determinato quanto richiesto tracciare il diagramma di $\ln \sigma = f(1/T)$ ³²

⊗

Poiché l'argomento dell'esponenziale tende a zero quando $T \rightarrow \infty$ ne segue che σ_0 rappresenta la conducibilità intrinseca quando la temperatura diventa molto grande.

In base alla relazione fornita si ha:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = e^{-\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} = 5 \text{ da cui:}$$

$$\ln 5 = -\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = -\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \left(\frac{1}{400} - \frac{1}{300} \right) = 10^{-2} \frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \left(\frac{4-3}{12} \right)$$

e dunque:

$$\mathcal{E}_g = 24 \cdot 10^2 \ln 5 k_B = 24 \cdot 10^2 \ln 5 \frac{1.38 \cdot 10^{-23}}{1.602 \cdot 10^{-19}} = 0.333 \text{ eV}$$

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{\mathcal{E}_g}{2k_B T} = \ln \sigma_0 - \frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \frac{1}{T}$$

Si tratta di una retta di coefficiente angolare negativo pari a $-\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B}$ e di termine noto $\ln \sigma_0$

In figura sono rappresentati diagrammi sperimentali per il Silicio e per il Germanio che approssimano molto bene l'andamento previsto e consentono, tra l'altro, in base al coefficiente angolare di determinare l'energy gap che risulta rispettivamente 1.2 e 0.72 eV.

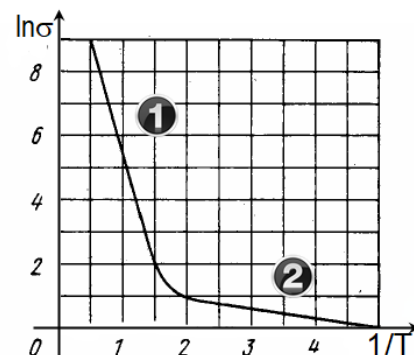
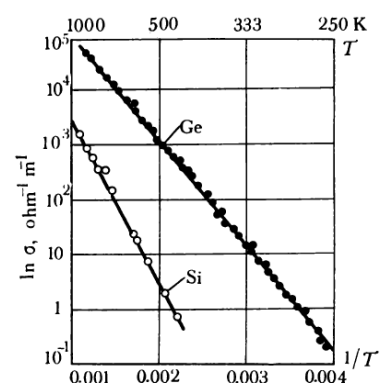
☺

4.11.1.16 Energy gap e conducibilità in un semiconduttore drogato al variare della temperatura

Il diagramma in figura rappresenta l'andamento logaritmico della conducibilità in funzione del reciproco della temperatura (espressa in kK) per un semiconduttore drogato di tipo n.

Utilizzando il diagramma determinare la estensione della banda proibita del semiconduttore e l'energia minima necessaria per spostare un elettrone nella banda di conduzione.

☺



³² Questo e i successivi due problemi sono ripresi, per quanto riguarda il testo, da Irodov "problems in general Physics"

Osserviamo in via preliminare che il diagramma ci mostra due andamenti distinti corrispondenti a condizioni fisiche diverse.

Nella zona ① siamo a temperature elevate e predomina la conduzione intrinseca mentre nella zona ② predomina la conduzione drogata.

La inclinazione dei due tratti di retta è rispettivamente:

$$m_1 = \frac{-7}{1} = -7 \quad m_2 = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

Per la conducibilità possiamo utilizzare la relazione proposta nel problema precedente:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B T}} \quad \text{che porta, in forma logaritmica a } \ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{\mathcal{E}_g}{2k_B T}$$

Che in forma differenziale porta a:

$$\Delta(\ln \sigma) = -\frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} \Delta(1/T) \Leftrightarrow \frac{\mathcal{E}_g}{2k_B} = -\frac{\Delta(\ln \sigma)}{\Delta(1/T)} = 7000 \text{ K}^{33}$$

Dunque:

$$\mathcal{E}_g = 2 k_B 7000 = 2 \frac{1.38 \cdot 10^{-23}}{1.602 \cdot 10^{-19}} 7000 = 1.206 \text{ eV}$$

Per temperature basse avremo:

$$\mathcal{E}_g = 2 k_B 250 = 2 \frac{1.38 \cdot 10^{-23}}{1.602 \cdot 10^{-19}} \frac{1000}{3} = 0.057 \text{ eV}$$

☺

4.11.1.17 Processi transitori in un semiconduttore illuminato

La resistività di un semiconduttore intrinseco a temperatura ambiente è pari a $\rho_1 = 50 \Omega \text{ cm}$ e si riduce a $\rho_2 = 40 \Omega \text{ cm}$ quando viene illuminato. Al termine della esposizione alla luce gli elettroni liberi e i buchi iniziano a ricombinarsi con legge esponenziale decrescente. Sapendo che dopo un tempo $t = 8 \text{ ms}$ la resistività diventa di $\rho = 45 \Omega \text{ cm}$ si chiede di determinare la vita media degli elettroni e dei buchi.

☹

Ai valori indicati per le resistività corrispondono delle conducibilità pari al reciproco.

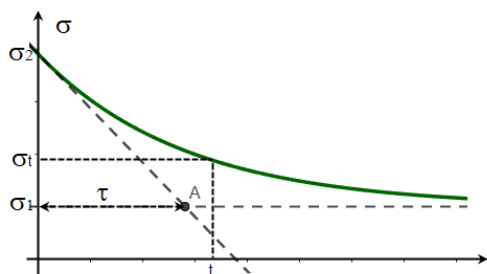
La conducibilità σ sarà la somma di un contributo intrinseco σ_1 e di un contributo temporaneo dovuto alla illuminazione che porta la conducibilità al valore σ_2 .

Al tempo $t = 0$ la conducibilità inizia a diminuire con legge esponenziale seguendo l'equazione:

$$\sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)e^{-t/\tau}$$

E la costante di tempo (o vita media) sul diagramma è data dalla intercetta della retta tangente tracciata all'istante iniziale.

Sappiamo inoltre che ad un istante t assegnato (nel nostro caso 8 ms) la conducibilità assume un valore dato (nel nostro caso $1/45 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$).



³³ Le temperature erano in kK

Con queste informazioni a disposizione il problema è completamente determinato:

$$\frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1} = e^{-t/\tau} \Leftrightarrow \ln \frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1} = -\frac{t}{\tau} \Leftrightarrow \tau = -\frac{t}{\ln \frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1}} = \frac{t}{\ln \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma - \sigma_1}}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = 0.0222 \, \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad \sigma_1 = \frac{1}{\rho_1} = 0.0200 \, \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{\rho_2} = 0.0250 \, \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

$$\tau = \frac{8}{\ln \frac{0.0250 - 0.0200}{0.0222 - 0.0200}} = \frac{8}{\ln \frac{0.0050}{0.0022}} = 9.87 \text{ ms}$$

😊