

VI.4 Dalla esistenza degli atomi allo studio della loro struttura

- ⌘ Da J. J. Thomson un modello basato sull'elettrone e poco altro
- ⌘ Le particelle alfa: primi proiettili per indagare la struttura atomica
- ⌘ Si afferma il modello nucleare di atomo alla Rutherford
- ⌘ L'atomo di Bohr: stabilità, fotoni e spettri di righe
- ⌘ Il dualismo ondulatorio corpuscolare per la materia
- ⌘ Problemi ed applicazioni della vecchia meccanica quantistica

4.1 Da J. J. Thomson un modello basato sull'elettrone e poco altro

4.1.1 C'È L'ELETTRONE MA NON C'È ANCORA IL PROTONE: UN CONTESTO PROBLEMatico

Nel capitolo della quinta parte dedicato alla elettrodinamica si è discussa in dettaglio la serie di esperimenti di fine 800 che consentirono a J. J. Thomson di stabilire l'esistenza della prima particella elementare della storia della fisica: l'elettrone. Grazie a tali esperimenti si è assodato che:

- gli elettroni sono certamente presenti all'interno dei metalli e sono sempre uguali,
- hanno un rapporto carica/massa circa 2000 volte quello dello ione idrogeno
- esistono forti indizi a favore del fatto che ciò sia dovuto ad eguaglianza di carica ed alla presenza di una massa 2000 volte minore.¹

Si parla di elettroni mentre non ha ancora senso parlare dei protoni dei quali non si ha evidenza sperimentale: tutto ciò che si può dire è che l'elettricità ha a che fare con la struttura degli atomi e che, nell'ambito di questa struttura, un ruolo importante lo debba giocare l'elettrone (particella molto leggera, dotata di carica negativa e candidata al ruolo di carica elementare di una elettricità con struttura granulare).

Mentre tra i nuovi fisici (Lenard, Perrin, Thomson, Rutherford, Jeans) c'è una certa concordanza sul fatto che gli atomi debbano essere pensati come costituiti da elettroni e debbano stare insieme per effetto della forza elettrica, non si può dire altrettanto sul modello da utilizzare per descrivere gli atomi.

Ci sono diversi problemi aperti:



- è dominante il punto di vista positivista secondo cui non si debbono postulare entità (particelle) che nessuno ha mai visto: per questa ragione non trova credito il modello di tipo planetario che viene avanzato da Perrin; in effetti nessuno ha mai visto i *Soli positivi*² di cui dovrebbe essere fatto l'atomo planetario;
- come conseguenza del teorema di Gauss è ben noto che cariche elettrostatiche non possono dare luogo a configurazioni di equilibrio stabile³ e si deve pertanto pensare ad un modello di tipo dinamico.

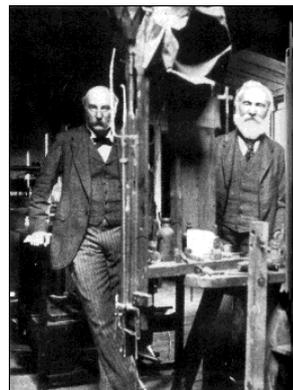
¹ Come si è visto nel cap. V.7 Thomson con l'esperimento dei campi elettrici e magnetici incrociati determina un valore del rapporto q/m affetto da un errore del 100% ed è pertanto convinto che le nuove particelle abbiano una massa di circa 1/1000 di quella dello ione idrogeno.

² Oggi noi diremmo i protoni.

³ La dimostrazione si trova in questo stesso testo nel paragrafo V.5.2

Ma tale modello sarebbe in contrasto con la proprietà delle cariche elettriche in moto accelerato di irradiare energia sotto forma di onde elettromagnetiche. Questo aspetto, che con gli occhi moderni viene considerato decisivo, in realtà non viene affrontato perché si ha una grande fiducia nel ruolo delle configurazioni stazionarie che, come accade nel caso delle onde stazionarie, ben conosciute anche al di fuori del dominio delle onde elettromagnetiche, dovrebbero garantire che le onde prodotte rimangano in loco evitando il collasso dei sistemi che le producono (gli atomi).

- il modello deve essere sufficientemente stabile per spiegare la emissione di luce di frequenze ben definite (spettri di righe) e contemporaneamente deve essere sufficientemente instabile per spiegare la radioattività
- l'*establishment* della vecchia fisica è comunque ostile alle teorie di tipo atomistico; c'è un solo *grande vecchio* che prende posizione a favore dell'idea di una struttura atomica basata su corpuscoli più elementari dell'atomo; si tratta di Lord Kelvin (ormai ottantenne) che in un articolo del 1902 dal titolo *Aepinus atomized*⁴ propone un modello di materia centrato sugli *elettrioni* (con la *i*) con il quale si cerca di operare una sintesi anche terminologica tra gli *elettroni* leggeri dei raggi catodici e gli *ioni* già studiati da Faraday e che trasportano carica e massa. Kelvin propone un modello semiquantitativo che sarà poi ripreso da Thomson.



W. Strutt (Lord Raleygh) e W. Thomson (lord Kelvin) due grandi vecchi dell'800 che proiettano la loro ombra nel primo 900; è rimasto famoso il commento di Raleygh alle idee di Bohr: "gli ho dato un'occhiata, ma mi sono reso conto che non so che farmene". Raleygh ebbe il Nobel nel 1904 per la scoperta dell'Argon



4.1.2 I PUNTI DI VISTA DI ALCUNI PROTAGONISTI

Thomson è convinto della necessità di mettere al centro della attenzione gli elettroni (che lui chiama *corpuscoli*):

La ionizzazione di un gas sembra quindi consistere nella separazione dall'atomo di uno ione negativo; questo ione negativo è uguale per tutti i gas e la sua massa è solo una frazione della massa dell'atomo di idrogeno.

Da quanto detto finora segue che tale ione negativo deve essere una quantità di fondamentale importanza in qualsiasi teoria sull'elettricità; non sembra improbabile infatti che esso sia la quantità fondamentale in termini della quale si possono esprimere tutti i fenomeni elettrici. Come si è visto, infatti, la sua massa e la sua carica sono costanti, indipendenti sia dai processi attraverso i quali viene prodotta l'elettrizzazione negativa, sia dal gas in cui gli ioni vengono liberati. Esso possiede dunque tutte le caratteristiche per essere considerato una grandezza fondamentale dell'elettricità e pertanto sembra auspicabile che venga formulata una qualche ipotesi relativa ai fenomeni elettrici che si basi su questo concetto. Tali considerazioni mi hanno portato a interpretare, come ipotesi di lavoro, l'elettrizzazione di un gas, o più in generale della materia, nel seguente modo.

Suppongo che l'atomo contenga un gran numero di corpi più piccoli, che chiamo corpuscoli; questi corpuscoli sono tutti uguali tra di loro; la loro massa è uguale alla massa dello ione negativo di un gas a bassa pressione, cioè pari a circa 3×10^{-26} gr. In un atomo normale questo insieme di corpuscoli forma un sistema che è elettricamente neutro. Sebbene i corpuscoli si comportino individualmente come ioni negativi, quando sono riuniti in un atomo neutro l'effetto negativo viene bilanciato da un



J. J. Thomson

J. J. Thomson pensa al ruolo centrale che i **nuovi corpuscoli carichi negativamente** devono necessariamente giocare entro la struttura degli atomi

⁴ La teoria di Epino è la teoria avanzata nel corso del 700 secondo cui l'elettricità sarebbe un solo tipo di fluido in grado di permeare la materia; la materia senza fluido così come il fluido con se stesso si respinge mentre materia e fluido si attirano. Kelvin propone di passare dal fluido agli *elettrioni*.

qualcosa che fa sì che lo spazio in cui sono disseminati i corpuscoli si comporti come se avesse una carica di elettricità positiva pari alla somma delle cariche negative dei corpuscoli stessi.

Attribuisco l'elettrizzazione di un gas alla scissione di qualche atomo in esso contenuto, la quale dà luogo all'allontanamento di un corpuscolo dal resto dell'atomo. I corpuscoli isolati si comportano come ioni negativi aventi ciascuno una carica negativa ben definita che, per brevità, chiameremo carica unitaria, mentre la restante parte dell'atomo si comporta come uno ione positivo, con una carica positiva unitaria e una massa molto grande rispetto a quella dello ione negativo. In base a queste ipotesi, l'elettrizzazione implica essenzialmente la scissione dell'atomo, la quale fa sì che una parte della massa di quest'ultimo si liberi e si allontani dall'atomo originale.⁵



Jean Perrin che ha dato grandi contributi alla scoperta degli elettroni parte dai risultati di Thomson ma ha un punto di vista più innovativo e pensa ad un modello di tipo planetario:



Abbiamo dunque attuato la divisione dell'atomo in parti più piccole, addirittura molto più piccole. Questo è il risultato fondamentale del quale siamo debitori a J. J. Thomson. Ciò che è essenziale sottolineare è il fatto che i corpuscoli negativi, qualunque sia la natura chimica dell'atomo dal quale sono stati strappati, si mostrano sempre identici tra loro.

...

Per la prima volta noi intravediamo un modo per penetrare entro la struttura intima dell'atomo. Si avvanzerà, ad esempio, l'ipotesi seguente.

Ciascun atomo sarà costituito, in parte, da una o più masse con una forte carica positiva, come dei soli positivi, la cui carica sarà molto superiore a quella di un corpuscolo, e, in parte, da una moltitudine di corpuscoli, come dei piccoli pianeti negativi; l'insieme di queste masse graviterà sotto l'azione delle forze elettriche e la carica negativa totale equivarrà esattamente alla carica positiva totale, in modo che l'atomo risulterà nel suo complesso elettricamente neutro.

I pianeti negativi che appartengono a due atomi diversi sono identici; se si giungesse a stabilire che anche i soli positivi sono identici tra loro, la totalità dell'universo materiale risulterebbe costituita da un raggruppamento di due soli tipi di elementi primordiali: l'elettricità positiva e l'elettricità negativa.

...

L'atomo apparirà come un tutto gigantesco, la cui meccanica interna avrà per base le leggi fondamentali delle forze elettriche. Forse i periodi di gravitazione delle diverse masse all'interno dell'atomo corrispondono alle diverse lunghezze d'onda delle righe presenti nello spettro di emissione.

Un semplice calcolo offre, a questo riguardo, una prima indicazione. I raggi catodici che, sotto l'azione della luce ultravioletta, vengono emessi dall'alluminio hanno, secondo Lenard, una velocità corrispondente a circa 1000 Km/sec. Supponiamo che i corpuscoli che costituiscono i raggi catodici abbiano, all'interno degli atomi dai quali sono stati strappati tramite la luce ultravioletta, all'incirca la stessa velocità e calcoliamo il tempo che dovrebbe impiegare uno di questi corpuscoli per descrivere con tale velocità la circonferenza dell'atomo di alluminio, ossia circa 10^{-7} cm; noi ricaviamo che la durata di questa gravitazione (l'anno di questo pianeta) è di circa 10^{-15} secondi. Ora i periodi di vibrazione delle radiazioni emesse dall'alluminio sono compresi tra 10^{-15} e $\frac{1}{2} \times 10^{-15}$ secondi. Vi è dunque una notevole coincidenza.

...

Il modello di Perrin è di tipo planetario; non si parla ancora di protoni ma di pianeti negativi tutti uguali e di **Soli positivi** che, si spera, possano essere a loro volta tutti uguali

Gli spettri di righe vengono associati alle frequenze di rotazione delle masse presenti nell'atomo

⁵ (J. J. Thomson, *On the masses of the ions in a gas at low pressure*, 1899) Citato in N. Robotti *I primi modelli dell'atomo* ed. Loescher

Se l'atomo è molto pesante, il che forse equivale a dire molto grande, il corpuscolo più lontano dal centro, il Nettuno del sistema, sarà poco influenzato, durante il suo percorso, dall'attrazione elettrica esercitata dal resto dell'atomo, e la più piccola perturbazione sarà in grado di staccarlo; la formazione dei raggi catodici potrà avvenire così facilmente che la materia apparirà spontaneamente radioattiva; tali sono l'uranio e il torio, i quali appunto hanno i più grandi pesi atomici conosciuti; tali sembreranno essere i nuovi metalli fortemente radioattivi scoperti dai coniugi Curie (1898).⁶

La proposta di Kelvin viene espressa in un primo scritto del 1897 e successivamente ripresa nel 1902 in questi termini (la seconda parte dell'articolo, più tecnica, esamina il modo di essere degli *elettrioni* negli atomi e le problematiche della stabilità):

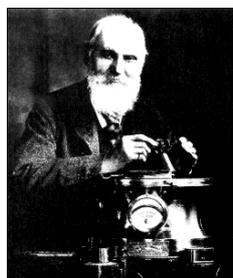
1. Secondo la ben nota concezione di Epino, comunemente intesa come teoria ad un fluido dell'elettricità, le elettrizzazioni positive e negative consistono di eccessi e di deficienze rispetto ad un quantum naturale di un fluido, detto fluido elettrico, il quale permea lo spazio compreso tra gli atomi della materia ponderabile. Porzioni di materia prive di fluido elettrico si respingono reciprocamente; porzioni di fluido elettrico si respingono reciprocamente; porzioni di fluido elettrico e di materia priva di fluido si attraggono reciprocamente.

2. Il mio suggerimento è questo: che il fluido di Epino consista di atomi identici e straordinariamente piccoli, che io chiamo *elettrioni* e che sono molto più piccoli degli atomi della materia ponderabile; essi viaggiano liberamente attraverso gli spazi occupati da questi atomi di dimensioni maggiori, così come liberamente viaggiano nello spazio non occupato da questi atomi. Come nella teoria di Epino, dobbiamo avere delle repulsioni tra gli *elettrioni*; delle repulsioni tra gli atomi, indipendentemente dagli *elettrioni*; e delle attrazioni tra *elettrioni* ed atomi privi di *elettrioni*. Per ragioni di brevità, in quanto segue userò il termine atomo per indicare un atomo di materia ponderabile, sia che esso contenga nel proprio interno, oppure no, degli *elettrioni*.

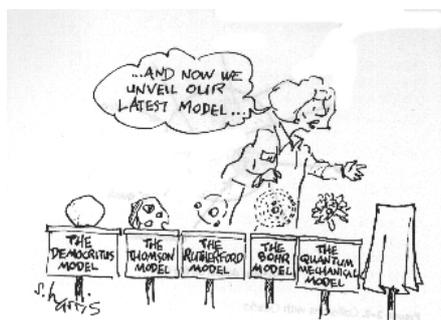
3. Grazie alla scoperta ed alla prova sperimentale, dovute a Cavendish ed a Coulomb, della legge sull'inverso del quadrato della distanza - legge valida sia per le attrazioni che per le repulsioni di natura elettrica - possiamo ora supporre che gli atomi (i quali, secondo la mia ipotesi, sono tutti di forma sferica) respingano tutti gli atomi esterni con delle forze che sono inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze tra i loro centri; e che lo stesso sia vero per gli *elettrioni*, i quali, senza dubbio, occupano degli spazi finiti, anche se oggi li trattiamo come se fossero dei semplici punti matematici dotati delle proprietà d'attrazione e repulsione elettrica. Dobbiamo inoltre assumere, ora, che ciascun atomo attragga ciascun *elettrione* esterno ad esso con una forza che varia con l'inverso del quadrato della distanza tra i centri.

4. La mia ipotesi che gli *elettrioni* permeino liberamente lo spazio occupato dagli atomi richiede la conoscenza della legge relativa alla forza subita da un *elettrione* all'interno di un atomo. Rifacendomi ad un'ipotesi di natura provvisoria, suppongo, per semplicità, che l'attrazione subita da un *elettrione* che si sta avvicinando ad un atomo vari esattamente con l'inverso del quadrato della distanza dal centro di questo ultimo, sino a che l'*elettrione* resta esterno rispetto all'atomo; che non si abbia una brusca variazione quando l'*elettrione* entra nell'atomo; e che tale attrazione diminuisca tendendo a zero in modo direttamente proporzionale alla distanza rispetto al centro quando l'*elettrione*, avvicinandosi al centro stesso, si trova all'interno dei confini sferici dell'atomo. Il che è proprio quanto si avrebbe se la virtù elettrica dell'atomo fosse dovuta ad una distribuzione uniforme, attraverso l'atomo, di una sostanza elettrica ideale ciascuna delle cui parti infinitamente piccole respinge ogni porzione infinitamente piccola della sostanza ideale presente negli altri atomi, ed attrae gli *elettrioni*, secondo la legge sull'inverso del quadrato della distanza.

La emissione dei raggi catodici viene vista come espulsione dal sistema dei pianeti lontani che sono poco legati



William Thomson **Lord Kelvin** nel 1902 ha ormai 76 anni e si butta nella mischia con un modello cui si rifarà J. J. Thomson; per Kelvin esistono gli **elettrioni** e gli **atomi** che **stanno insieme per via elettrica**; la materia è fatta di elettricità vetrosa (positiva) tenuta insieme dagli *elettrioni* dotati di elettricità resinosa (negativa)

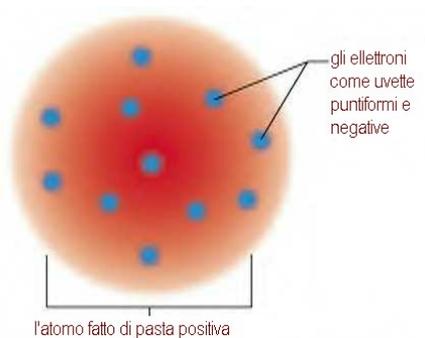


L'atomo di Democrito, l'atomo di Thomson, quello di Rutherford, quello di Bohr, il modello della meccanica quantistica ... e adesso ci apprestiamo a scoprire ... il **nostro ultimo modello**

⁶ (J. Perrin, *Les hypothèses moléculaires*, 1901), Citato in N. Robotti *I primi modelli dell'atomo* ed. Loescher

...

Farò quindi l'ipotesi che i nostri elettroni agiscano come particelle estremamente piccole di materia elettrizzata resinosa; che un atomo vuoto agisca semplicemente come un piccolo globo di sostanza atomica, il quale possiede, alla stregua di una qualità essenziale, un'elettricità vetrosa uniformemente distribuita al proprio interno, o entro un globo concentrico più piccolo; e che l'ordinaria materia ponderabile, non elettrizzata, consista di un grande insieme di atomi, non vuoti ma tali da contenere, entro le porzioni di spazio che essi occupano, proprio quel numero di elettroni che è sufficiente per annullare la forza elettrica in tutte quelle zone la cui distanza dall'atomo più vicino è grande in confronto al diametro di un atomo, o di un gruppo molecolare di atomi.⁷



Il modello *plum pudding* di Thomson è un modello dinamico in cui c'è posto per la sola particella allora nota e cioè l'elettrone

Il modello di J. J. Thomson verrà avanzato nel 1904. Si tratta del cosiddetto modello a panettone (*plum pudding model*) secondo cui la materia è fatta di una pasta positiva con gli elettroni al posto dei canditi. La maggioranza dei testi di fisica si dimentica però di sottolineare che si tratta di un modello di tipo dinamico: secondo Thomson gli elettroni si muovono entro anelli o meglio su strati che dovrebbero garantire il mancato irraggiamento (le difficoltà matematiche incontrate gli impediscono di dimostrare la stabilità di tale configurazione).

Non si avanza alcuna ipotesi sulla consistenza materiale della pasta di elettricità positiva mentre si prevede, per ragioni di stabilità, che l'atomo a panettone debba necessariamente contenere un numero molto elevato di elettroni.

Concludiamo questo paragrafo di tipo storico sottolineando che la differenza principale tra il modello di Thomson e quello concorrente di Rutherford, non sta tanto nella contrapposizione statico dinamico perché i due modelli sono entrambi dinamici. La vera differenza sta nella scelta, da parte di Thomson e di tutti i fisici *moderni* del suo periodo, di non avanzare ipotesi sulla esistenza di una particella granulare di elettricità positiva in assenza di una sua evidenza sperimentale. Anche Rutherford non avanzerà ipotesi ma disporrà però di una evidenza sperimentale della concentrazione della massa in una regione ristretta entro cui si trova la carica positiva.

⁷ Lord Kelvin in *Epino Atomizzato* in Opere di Kelvin a cura di E. Bellone, ed. UTET

4.2 Le particelle alfa: primi proiettili per indagare la struttura atomica

4.2.1 I LAVORI DI RUTHERFORD PER COMPRENDERE LA NATURA CHIMICA DELLE PARTICELLE ALFA ED IL LORO RUOLO FONDAMENTALE NEI DECADIMENTI RADIOATTIVI

Ernst Rutherford è un personaggio particolare nella storia della fisica a cavallo del secolo. Nasce nel 1871 e studia in Nuova Zelanda; nel 1894, subito dopo la laurea si trasferisce in Inghilterra a lavorare (presso il Cavendish Laboratory di Cambridge) con J. J. Thomson. Nel 1898 si libera un posto di professore presso la università di Montreal ed egli si trasferisce in Canada, dove svolge gran parte dei suoi lavori sulle particelle α e sulla natura della radioattività.

Nel 1907 torna in Inghilterra presso l'università di Manchester dove si svolgeranno le ricerche relative al modello nucleare di atomo. Nel 1919 si trasferisce a Cambridge sul posto precedentemente occupato da J. J. Thomson e vi rimane sino alla morte nel 1937 occupandosi di fisica del nucleo. Si tratta del più grande fisico sperimentale della prima metà del 900; grande non solo per le sue scoperte, ma per la creazione di una scuola di fisica sperimentale destinata a diventare una fucina di premi Nobel nelle 3 sedi in cui ha operato.

Ernst Rutherford è citato in tutti i libri di fisica come il padre del modello nucleare dell'atomo ma il suo contributo alla fisica sperimentale dei primi due decenni del 900 viene solitamente schiacciato dal racconto dell'esperimento del bombardamento dei fogli d'oro con le particelle alfa.

Tale esperimento che è stato già descritto per sommi capi nel paragrafo V.7.5 rischia però, se non viene inserito nei dieci anni di studio della radioattività che lo hanno preceduto, di non essere compreso nella sua complessità. Per studiare le caratteristiche del bersaglio Rutherford ha bisogno dei proiettili e deve conoscerne le caratteristiche. E' questa la ragione per cui indaga la natura, le proprietà, l'energia delle particelle alfa. Come riconoscimento della importanza di questi lavori Rutherford ricevette nel 1908 il premio Nobel per la chimica.

La conferenza in occasione della assegnazione del Nobel è intitolata *La natura chimica delle particelle alfa che si originano dalle sostanze radioattive*. Ne riportiamo la traduzione praticamente integrale visto che si tratta di un ottimo riassunto, visto dall'interno, e senza inutili appesantimenti di tipo tecnico, della strada seguita. ⁸

4.2.2 ALL'INIZIO I RAGGI α VENGONO SNOBBATI PERCHÉ SONO POCO PENETRANTI E CI SI OCCUPA INVECE DEI RAGGI β DIMOSTRANDO CHE SI TRATTA DI PARTICELLE UGUALI A QUELLE DEI RAGGI CATERICI

Lo studio delle proprietà delle particelle α ha avuto un ruolo importante nello sviluppo della radioattività e ha fatto da premessa alla comprensione di fenomeni e rela-



Rutherford



Una pubblicità di inizio 900 - Attenzione: divertiti con i tre grandi miracoli della scienza: radio, aria liquida e telegrafo senza fili; *prossimamente in vendita qui*. Oggi abbiamo i negozi con le meraviglie della telematica o i dibattiti televisivi sulle cellule staminali



⁸ L'originale è pubblicato sul sito della fondazione Nobel; traduzione di Claudio Cereda. Nel corpo della traduzione è stata inserita qualche nota di chiarimento al fine di migliorarne la leggibilità per il lettore di oggi

zioni di primaria importanza. Con il procedere delle conoscenze sperimentali c'è stato un crescente riconoscimento che una larga parte dei fenomeni radioattivi sia intimamente connesso con la espulsione di particelle α .



In questa conferenza mi riprometto di dar conto dello sviluppo storico delle nostre conoscenze sulle α e di tracciare il lungo e faticoso cammino compiuto dagli scienziati sperimentali nel tentativo di risolvere la questione della natura chimica delle particelle alfa. Esse furono osservate e riconosciute per la prima volta nel 1899 e nei 6 anni successivi resistettero al tentativo di comprensione sino al risultato finale giunto proprio quando le risorse disponibili si stavano esaurendo.

In breve, dopo la scoperta delle capacità di irradiazione dell'uranio con il metodo delle lastre fotografiche, Becquerel mostrò che i raggi uraniferi, come la radiazione Röntgen, hanno la capacità di scaricare i corpi carichi. Nel tentativo di investigare più a fondo questa proprietà, esaminai la velocità di scarica mettendo strati successivi di sottili fogli di alluminio sulla superficie di uno strato di ossido di uranio e così giunsi alla conclusione che si era in presenza di due tipi di radiazione dotate di capacità di penetrazione molto diverse.

All'inizio si guarda alle β mentre le alfa suscitano scarso interesse perché sono poco penetranti

Riassunsi le conclusioni di quel primo gruppo di esperimenti scrivendo che: "*questi esperimenti dimostrano che la radiazione dell'uranio è complessa e che in essa sono presenti due tipi distinti di radiazione – un primo tipo che è facilmente assorbita e che chiamerò per semplicità radiazione α , ed un secondo tipo più penetrante, che chiamerò radiazione β* ".⁹

Quando vennero scoperte altre sostanze radioattive, si vide subito che anch'esse emettevano radiazioni analoghe alle α e β dell'uranio e quando Villard scoprì nel radio un terzo tipo di radiazione ancora più penetrante essa fu chiamata γ . Tale nomenclatura divenne presto di uso comune per i tre tipi distinti di radiazione emessa dall'uranio, dal radio, dal torio e dall'attinio. Inizialmente, a causa del loro scarso potere di penetrazione, i raggi α furono considerati poco significativi e la attenzione dei ricercatori si concentrò invece sui β che erano molto più penetranti.



Le alfa sono le responsabili delle notevoli ionizzazioni vicino alle sorgenti; sono particelle cariche positivamente?

Dopo che vennero rese disponibili sorgenti a base di radio, Giesel nel 1899 dimostrò che i raggi β erano facilmente deviati dai campi magnetici esattamente come accadeva ad un fascio di raggi catodici e concluse che doveva trattarsi di un fascio di particelle materiali dotate di carica negativa. La dimostrazione conclusiva che i raggi β fossero raggi catodici fu data da Becquerel il quale riuscì a dimostrare che i raggi β del radio avevano la stessa piccola massa degli elettroni con una velocità comparabile alla velocità della luce. ...

Nello stesso tempo, ulteriori indagini, consentirono di concludere che le particelle α erano le responsabili della maggior parte delle ionizzazioni che si verificavano nelle immediate vicinanze di una sorgente radioattiva non schermata, e che gran parte della energia era irradiata sotto forma di particelle α . Rutherford e McClung calcolarono nel 1901 che 1 g di radio emette una enorme quantità di energia sotto forma di particelle α .

4.2.3 LE α SONO PARTICELLE CARICHE POSITIVAMENTE: SE NE MISURA Q/M E LA VELOCITÀ

Il crescente riconoscimento della loro importanza nei fenomeni radioattivi determinò il tentativo di determinare la natura di questa radiazione così facilmente assorbibile. Lord Raleygh nel 1901 e Sir William Crookes nel 1902 suggerirono che potesse essere provato che si trattasse di particelle dotate di carica positiva. Anche io arrivai alla stessa conclusione sulla base di numerose evidenze sperimentali. In tal caso le

Rutherford riesce a defletterle in campi magnetici, ne stima (tramite deflessione elettrica) la velocità (1/12 di c) e il rapporto q/m che risulta circa la metà di quello dello ione idrogeno

⁹ E. Rutherford, *Uranium radiation and the electrical conduction produced by it*, *Phil. Mag.*, 47 (1899).

α avrebbero dovuto essere deviabili da un campo magnetico ma i primi tentativi mostrarono deflessioni trascurabili ammesso che esistessero.

Gli esperimenti continuarono per un paio d'anni finché nel 1902, quando fu resa disponibile una sorgente di radio con una attività di 19'000 disintegrazioni/s, riuscii a dimostrare in maniera definitiva che tali particelle venivano deviate dai campi magnetici sebbene in maniera molto debole al confronto con i raggi β . Ciò dimostrò che anche le α erano particelle mentre il verso in cui avveniva la deflessione indicava che si trattasse di particelle dotate di carica positiva.

Si dimostrò anche che le α erano deviate dai campi elettrici e dalla misura di tale deviazione si stabilì che la velocità di quelle più veloci era di circa 2.5×10^9 cm/s, cioè circa 1/12 della velocità della luce, mentre il rapporto e/m (carica diviso massa) era circa 5'000 (in unità elettromagnetiche) mentre dalle esperienze sulla elettrolisi si sapeva che tale valore per l'atomo di idrogeno è circa 9'650 (nelle stesse unità). Dunque se le α trasportassero la stessa carica dello ione idrogeno la loro massa sarebbe doppia. Tenendo conto della complessità delle misurazioni si era coscienti del fatto che si trattasse di risultati solo approssimati, ma gli esperimenti indicavano chiaramente che le particelle α avevano masse di scala atomica e che si potesse provare in maniera definitiva che esse fossero fatte o di idrogeno, o di elio o di atomi di qualche altro elemento leggero ed ancora sconosciuto. Questi esperimenti vennero ripetuti nel 1903 da Des Coudres con risultati analoghi mentre Becquerel riuscì ad evidenziare la deflessione da parte di campi magnetici anche con metodi fotografici.

4.2.4 RUTHERFORD E SODDY SCOPRONO LE TRANSMUTAZIONI RADIOATTIVE E LA INDIPENDENZA DI TALI PROCESSI DALLE CONDIZIONI SPERIMENTALI

La prova che le particelle α fossero atomi materiali carichi dotati di velocità molto elevate fu come un torrente in piena nel far luce sui processi radioattivi in particolare dopo la conclusione di una serie importante di esperimenti da me condotti presso i laboratori di Montreal insieme a F. Soddy. Se il tempo lo consentisse sarebbe interessante esaminare in dettaglio tali esperimenti che diedero una base solida alla *teoria delle transmutazioni radioattive* che oggi è ormai generalmente accettata.

Da un esame dettagliato di uranio, torio e radio, Rutherford e Soddy giunsero alla conclusione che i corpi radioattivi fossero in perenne stato di trasformazione e che come risultato di tale stato si producessero nuove sostanze del tutto distinte sul piano chimico e fisico dall'elemento che le aveva generate. A causa della indipendenza della velocità di trasformazione da agenti fisici e chimici si giunse alla conclusione che tali trasformazioni avessero carattere atomico e non molecolare. Ciascuna delle sostanze così prodotte perdeva il proprio carattere radioattivo in base ad una ben definita legge. Anche prima della scoperta della natura materiale delle particelle α , si riteneva probabile che la radiazione da parte di un certo materiale si accompagnasse con la rottura dei suoi atomi. La prova che le particelle α venissero emesse dalla materia non solo confermò tale ipotesi ma ci consentì anche di avere una più concreta e definita rappresentazione dei processi in atto. La nostra opinione di allora è bene espressa dalla seguente citazione che, con qualche precisazione, è ancora valida oggi:

"I risultati ottenuti sino ad ora ci consentono di concludere che l'inizio dei successivi cambiamenti chimici che hanno luogo nei corpi radioattivi sia dovuto alla emissione di raggi α , cioè alla espulsione di masse cariche e pesanti dall'atomo. La parte rimanente è instabile e subirà ulteriori cambiamenti chimici nuovamente accompagnati dalla emissione di particelle α e, in alcuni casi, da raggi β .

La capacità che hanno i corpi radioattivi di proiettare in maniera apparentemente spontanea grandi masse dotate di enormi velocità conferma l'idea che gli atomi di queste sostanze siano, almeno in parte, fatti di sistemi rotanti ed oscillanti costituiti da corpi carichi, pesanti e grandi rispetto all'elettrone. La improvvisa fuga di tali mas-



Le particelle α più veloci hanno una velocità pari a 1/12 della velocità della luce



La scoperta delle particelle α consente di scoprire l'esistenza delle **transmutazioni radioattive** (famiglie) e la **indipendenza** di tali processi dalle condizioni fisico chimiche (1903)



se dalla loro orbita può essere dovuta sia all'azione di forze interne sia a forze esterne sulle quali, allo stato attuale, non abbiamo conoscenza".¹⁰



Consideriamo la spiegazione dei cambiamenti che avvengono nel radio. Si suppone che ad ogni istante una piccola frazione di atomi di radio divenga instabile e si rompe con violenza esplosiva. Un frammento dell'atomo - una particella α - viene espulso ad alta velocità mentre il resto dell'atomo, che ora ha un peso inferiore, diventa un atomo di un nuovo elemento, la emanazione di radio.¹¹ Gli atomi di questa sostanza sono ancora più instabili di quelli del radio ed esplodono nuovamente con la espulsione di un'altra particella α . In questo modo compare il Radio A e il processo di disintegrazione così iniziato continua attraverso una lunga serie di altri stadi.

Posso solo riferire di passaggio il gran numero di lavori di numerosi sperimentatori nell'analizzare la lunga serie di trasformazioni del radio, del torio e dell'attinio; il legame esistente tra Uranio e Radio ...

Si è visto che la gran parte degli elementi di transizione prodotti dalla trasformazione dell'uranio e del torio si rompono con espulsione di una particella α . Tuttavia, alcuni emettono solo particelle β mentre in altri casi si ha trasformazione senza raggi, cioè senza espulsione di particelle α e β . E' allora necessario supporre che in questi casi gli atomi si rompano con espulsione di particelle α ad una velocità troppo bassa per essere rivelata, o come appare più probabile, si abbiano processi di riassetto atomico senza la espulsione di particelle materiali di dimensioni atomiche.

4.2.5 IL RISCALDAMENTO DEL RADIO È DOVUTO ALL'AZIONE DELLE PARTICELLE α RILASCIATE DAL RADIO STESSO

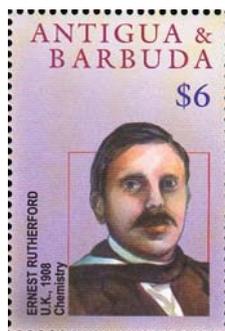
Ben presto venne scoperta un'altra proprietà importante del radio legata alla emissione di particelle α . Nel 1903 P. Curie e Laborde mostrarono che il radio era una sostanza auto riscaldantesi e che si trovava sempre a temperatura più alta di quella dell'aria circostante.

All'inizio sembrò probabile che tale riscaldamento fosse dovuto all'urto delle particelle α con il radio. Consideriamo inizialmente uno strato di radio inserito in un tubo. Le particelle α vengono espulse in gran numero da tutte le parti e come conseguenza del loro basso potere di penetrazione vengono fermate dal radio stesso o dalle pareti del recipiente. La energia cinetica delle particelle α si converte in calore. Il radio è dunque soggetto ad un intenso ed incessante bombardamento da parte delle sue stesse particelle e si riscalda a causa della sua propria radiazione.

Tutto ciò fu confermato nel 1903 grazie ai lavori di Rutherford e Barnes i quali mostrarono che circa 3/4 del riscaldamento del radio non era dovuto al radio stesso ma ai suoi prodotti, la emanazione, e che ciascuna delle differenti sostanze prodotte nel radio forniva calore in modo proporzionale alla energia delle particelle α espulse. Questi esperimenti misero in luce in maniera chiara la enorme energia, confrontata al peso di materia coinvolta, che veniva emessa nei processi di emanazione. Si può facilmente mostrare che 1 kg di emanazione di radio ed i suoi prodotti inizialmente emettono energia con una potenza di 14'000 cavalli vapore¹² e nel corso della sua vita produce l'equivalente di 80'000 HP per 24 ore.

Fu dunque chiaro che l'effetto di riscaldamento del radio era un fenomeno secondario dovuto ad un autobombardamento di particelle α ed era altresì chiaro che tutte le

Il riscaldamento del radio è dovuto alla energia rilasciata al suo interno dalle particelle α e si tratta di valori molto elevati per unità di massa



¹⁰ 2. E. Rutherford and F. Soddy, *Phil. Mag.*, 5 (1903).

¹¹ Nella fase iniziale dello studio della radioattività i nuovi elementi che venivano via via identificati (o gli isotopi di elementi già noti) venivano chiamati genericamente *emanazioni*, facendo magari seguire tale termine, con lettere alfabetiche progressive o con il richiamo all'elemento padre. Nel caso del radio la emanazione è il gas nobile radioattivo Radon Rn^{222}_{86} con un tempo di dimezzamento di 3.8 giorni

¹² cioè $14'000 \times 735 = 10'300$ kW

sostanze radioattive emettono calore in proporzione al numero ed alla energia delle particelle α emesse nell'unità di tempo.

4.2.6 COME MAI NEI MINERALI URANIFERI SI TROVA SEMPRE L'ELIO?

Dobbiamo ora discutere un'altra scoperta di primaria importanza. Trattando delle conseguenze della disintegrazione radioattiva Rutherford e Soddy richiamarono l'attenzione sul fatto che qualsiasi sostanza stabile che fosse il prodotto delle trasformazioni di radio elementi dovrebbe essere presente in quantità significative nei minerali radioattivi in cui le transmutazioni hanno avuto luogo per anni. Questa osservazione venne avanzata già nel 1902.

"Alla luce di questi risultati e di quanto è già stato detto sulla natura della radioattività, è naturale chiedersi se la presenza dell'elio nei minerali e la sua regolare associazione con il torio e con l'uranio non debba essere associata alla radioattività" ¹³ e ancora " ci si deve pertanto attendere che se qualcuno degli ultimi e sconosciuti prodotti dei cambiamenti radioattivi sia un gas, esso dovrebbe ritrovarsi incluso in quantità notevoli nei minerali naturali contenenti tale elemento. Tutto ciò dà fondamento ulteriore alla ipotesi, già avanzata, che l'elio sia il prodotto finale della disintegrazione di uno degli elementi radioattivi, visto che lo si trova solo nei minerali radioattivi." ¹⁴

Contemporaneamente si osservava che era del tutto plausibile che le particelle α fossero atomi di elio. Finché furono disponibili solo sorgenti deboli non fu possibile verificare se l'elio fosse un prodotto delle trasformazioni del radio. Circa un anno dopo, grazie al dr. Giesel di Braunschweig, furono rese disponibili sorgenti di Bromato di Radio puro.

Utilizzando 30 mg del materiale di Giesel, sir William Ramsey e Soddy nel 1903 mostrarono che il l'elio era già presente nel radio alcuni mesi dopo e quindi che la emanazione di radio produce elio. Questa fu una scoperta di grande importanza perché mise in luce che, oltre a produrre una serie di transmutazioni radioattive, il radio dava luogo ad una forma stabile di materia.

Da questa scoperta sorgeva immediatamente un'altra questione relativa al ruolo dell'elio nel decadimento del radio. L'elio era il prodotto finale delle trasformazioni del radio o era un prodotto di altri stadi? In una lettera a *Nature* ¹⁵ sottolineavo che probabilmente l'elio si originava dalle particelle α prodotte dal radio e feci anche una stima approssimata della velocità di produzione di elio da parte del radio. Calcolai che la quantità di elio prodotta da 1 grammo di radio dovesse oscillare tra i 20 e i 200 mm³ per anno probabilmente spostata verso la soglia superiore. I dati disponibili a quel tempo erano piuttosto imprecisi ma è interessante osservare che la velocità di produzione di elio, recentemente determinata da Sir James Dewar, nel 1908, è di 134 mm³ all'anno che non è molto lontano dal valore calcolato come maggiormente probabile allora.

4.2.7 RUTHERFORD RIESCE A STIMARE QUANTO ELIO SI DEVE PRODURRE DA UNA DATA QUANTITÀ DI RADIO

Queste stime sulla velocità di produzione dell'elio furono ulteriormente modificate quando risultarono disponibili dati sperimentali più accurati. Nel 1905, io misurai la carica trasportata dalle particelle alfa emesse da un film sottile di radio.¹⁶ Ipotizzando che ogni particella α trasportasse la carica ionica misurata da J. J. Thomson, feci vedere che 1 g di radio emetteva 6.2×10^{10} particelle α al secondo e che tale valore



Soddy usando sorgenti pure di radio trova, dopo alcuni mesi, **tracce di elio**; le particelle alfa della emanazione diventano elio?
Rutherford fornisce una stima di quanto elio si debba produrre dai decadimenti del radio



¹³ E. Rutherford and F. Soddy, *Phil. Mag.*, 4 (1902).

¹⁴ E. Rutherford and F. Soddy, *Phil. Mag.*, 5 (1903).

¹⁵ E. Rutherford, letter in *Nature*, 69 (Aug. 20, 1903)

¹⁶ Il film sottile è indispensabile per ridurre al minimo l'assorbimento delle alfa dal radio stesso.

andava quadruplicato quando il radio era in equilibrio con i suoi 3 raggi α prodotti¹⁷. La velocità di produzione di elio calcolata su questa base risultò essere di 240 mm³ per grammo e per anno.

Contemporaneamente, attraverso le mirabili ricerche di Bragg e di Kleeman nel 1904, si estesero notevolmente le nostre conoscenze sull'assorbimento delle particelle α dalla materia. Si sapeva da molto tempo che tale assorbimento differiva sotto molti aspetti da quello dei raggi β . Bragg mostrò che queste differenze derivano dal fatto che le particelle α , avendo una elevata energia cinetica, non erano deviate dal loro percorso, come accadeva alle β , ma tendevano a mantenere una traiettoria rettilinea ionizzando le molecole lungo il percorso.



Rutherford scopre che le particelle α emesse dai decadimenti hanno tutte la stessa energia



Da un film sottile di materia omogenea, le particelle α vengono emesse tutte con la stessa velocità e perdono la loro capacità ionizzante improvvisamente dopo aver percorso un definito cammino in aria. In questo modo la loro velocità si riduce progressivamente di eguali quantità nel movimento entro la materia. Queste previsioni di Bragg furono da me confermate attraverso esperimenti basati sul metodo fotografico. Come sorgente radioattiva fu utilizzato un film sottile di Radio C depositato su un filo metallico dalla emanazione di Radio. Esaminando le deviazioni dei raggi da parte di un campo magnetico si poté constatare che il fascio di raggi era omogeneo e che tutte le particelle lasciavano il filo con la stessa velocità. Facendo passare questo fasci attraverso bersagli di mica o di alluminio si poté constatare che il fascio rimaneva omogeneo e che la velocità delle α diminuiva di una stessa quantità.

Fu notato inoltre un altro risultato notevole: tutte le particelle α perdono le loro caratteristiche capacità di ionizzazione, fosforescenza e capacità di impressionare le lastre fotografiche esattamente nello stesso punto quando viaggiano ad una velocità di circa 9'000 km/s. In corrispondenza di tale valore di velocità critica le particelle spariscono dal nostro orizzonte di conoscenza e non possono più essere individuate con i metodi di osservazione di cui disponiamo.

4.2.8 SI MIGLIORA LA DETERMINAZIONE DEL RAPPORTO E/M



L'uso di una sorgente omogenea di radiazione quale il Radio C suggerì la possibilità di tentare una più accurata determinazione del rapporto e/m per le particelle α e per controllare se il valore così determinato fosse in sintonia con l'ipotesi che si trattasse di nuclei di elio. Attraverso una lunga serie di esperimenti riuscii a provare che le particelle α , fossero emesse da radio, torio o attinio, possedevano sempre la stessa massa e dovevano pertanto essere considerate uno stesso tipo di oggetto.

La velocità di espulsione delle particelle α risultava leggermente variabile a seconda del tipo di sorgente utilizzata ma il rapporto e/m era costante e pari a circa 5'070. Si trattava di un valore non molto diverso da quello precedentemente determinato. Sorse allora una difficoltà di interpretazione del risultato. Sapevamo che il rapporto e/m per lo ione idrogeno è di 9'650: se le particelle α portassero la stessa carica positiva dello ione idrogeno ciò indicherebbe che le particelle α hanno una massa doppia dell'atomo di idrogeno, cioè la massa di una molecola. Sembrava molto improbabile che l'idrogeno potesse essere espulso in forma molecolare anziché atomica per effetto di una esplosione di tipo atomico. Ma, se le particelle α fossero dotate di una carica doppia di quella dell'atomo di idrogeno, la loro massa sarebbe quadrupla cioè all'incirca la massa dell'atomo di elio.

Suggerii allora che, con tutta probabilità, le particelle α fossero atomi di elio con doppia carica positiva. Da questo punto di vista qualunque sostanza radioattiva che emetta particelle α dovrebbe produrre elio.

...

¹⁷ In termini moderni ciò vuol dire che si conteggiano anche le α prodotte dai decadimenti dei nuclei figli del radio.

Mentre esisteva una forte evidenza sperimentale a favore del fatto che le α fossero atomi di elio, c'erano grosse difficoltà nell'ottenere la prova decisiva di ciò. Si trattava di dimostrare per via sperimentale che le particelle α trasportassero due unità di carica. A questo scopo Rutherford e Geiger misero a punto una metodica di tipo elettrico che consentisse di contare direttamente le particelle α emesse da un materiale radioattivo. La ionizzazione prodotta da una particella α in un gas è molto piccola e per rivelarla occorre metodiche molto raffinate. Si fece pertanto ricorso ad un metodo che consentisse di intensificare in automatico tale ionizzazione. Le particelle α avrebbero dovuto essere inviate attraverso una piccola apertura in un recipiente contenente del gas a bassa pressione sottoposto ad un campo elettrico molto prossimo al valore di scarica a scintilla. In queste condizioni gli ioni prodotti dal passaggio delle particelle α nel gas generano un gran numero di nuovi ioni per urto e così risulta possibile intensificare l'effetto elettrico dovuto ad una singola particella α diverse migliaia di volte. L'ingresso di una particella α nel recipiente veniva segnalato dalla brusca deviazione dell'ago di un elettrometro. Questa idea venne sviluppata sino a rendere possibile il conteggio accurato del numero di particelle α sparate, in un dato intervallo di tempo, attraverso l'apertura del recipiente di test. Da ciò fu possibile dedurre il numero di particelle α espulse al secondo da un film sottile di materiale radioattivo. Mostrammo in questo modo che 1 g di radio in equilibrio con i suoi prodotti di decadimento emette circa 3.4×10^{10} particelle α al secondo.

La correttezza di questa metodologia è stata confermata attraverso un metodo di conteggio distinto. Sir William Crookes, Elster e Geitel hanno dimostrato che le particelle α quando colpiscono uno schermo fosforescente al solfuro di zinco producono delle scintillazioni. Usando schermi appositi di questo tipo Rutherford e Geiger hanno contato, con l'aiuto di un microscopio, il numero di scintillazioni nell'unità di tempo e hanno trovato che, entro i limiti sperimentali, il numero di scintillazioni al secondo si accorda con il numero di particelle α che cadono su di esso contate con il metodo elettrico. Era pertanto chiaro che ogni singola particella α produceva una scintillazione e che per contarle era del tutto equivalente utilizzare il metodo ottico o quello elettrico. Al di là dello scopo per cui l'esperimento è stato progettato tali risultati sono di grande importanza ed interesse perché per la prima volta è stato possibile rivelare un singolo atomo di materia attraverso effetti ottici od elettrici che esso produce. Naturalmente ciò è stato reso possibile dalla elevata velocità delle particelle α .

Conoscendo il numero di particelle α emesse dal radio tramite l'esperimento di conteggio si può determinare la carica di ogni singola particella α attraverso la misura della carica positiva deposta complessivamente dalle particelle emesse. Si trovò così una carica singola pari a 9.3×10^{-10} unità elettrostatiche.¹⁸ Conoscendo la carica trasportata dagli ioni in un gas si concluse che le particelle α trasportano due cariche unitarie e che l'unità di carica trasportata dallo ione idrogeno è pari a 4.56×10^{-10} esu. Dunque ne segue che la particella α è un atomo di elio in moto e che trasporta due cariche elementari o, detto diversamente, dopo che si neutralizza la carica la particella α diventa un atomo di elio.

4.2.9 ALLA RICERCA DELLA PROVA INCONTROVERTIBILE CHE DIMOSTRI CHE NON SI TRATTI DI UNA COINCIDENZA

I dati ottenuti dagli esperimenti di conteggio ci consentono di calcolare in maniera semplice un certo numero di importanti grandezze radioattive. Si trovò così che la vita media del radio, il volume della sua emanazione e la quantità di calore sviluppa-

se hanno la carica dello ione idrogeno sono molecole, ma **se hanno carica doppia** si tratta di **atomi di elio**; è molto improbabile che siano molecole



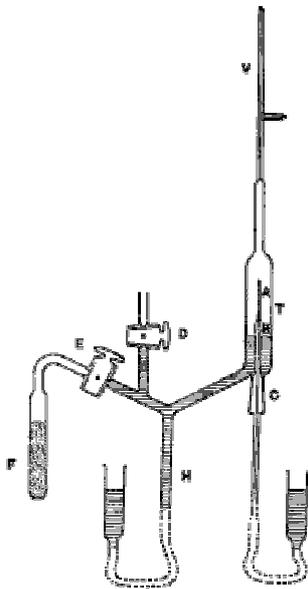
Rutherford e Geiger inventano un **contatore** in grado di **rivelare individualmente le particelle** sfruttando la scarica a valanga che si ha in condizioni prossime alla scarica distruttiva

il valore della velocità di emissione viene confermato dalla osservazione delle scintillazioni prodotte su schermi fluorescenti (**metodo ottico**) Il conteggio delle particelle consente di determinare la carica di una singola particella e dunque di arrivare alla sua massa.

¹⁸ 1 esu (elettrostatic unit) è la unità di carica del sistema CGS e corrisponde alla carica che posseduta da due cariche identiche produce una forza unitaria (1 dyne = 10^5 N) alla distanza unitaria (1 cm); così facendo si ottiene $1 \text{ esu} = 3.35 \times 10^{-10} \text{ C} = 2.1 \times 10e$; pertanto la carica delle α risulta pari a circa 2 volte quella dello ione idrogeno.



La **prova decisiva** che le alfa sono ioni di elio: le **particelle α** generate dal radon contenuto nel tubo A **vengono imprigionate** in un recipiente diverso (T) e da esso **si osserva la presenza dello spettro dell'elio** nel tubo a scarica V; disegno originale degli autori



to durante il decadimento erano in perfetto accordo con i valori già determinati sperimentalmente.

Dopo la pubblicazione di questi risultati vennero ideati nuovi test di correttezza. Rutherford e Geiger, nella ipotesi che le particelle alfa fossero atomi di elio, calcolarono che un grammo di radio in equilibrio con i suoi prodotti dovrebbe produrre 158 mm^3 di elio all'anno. Sir James Dewar nel 1908 ha condotto un lungo esperimento di indagine sulla velocità di produzione di elio da parte del radio e dimostrato che si producono 134 mm^3 di elio all'anno. Tenuto conto delle difficoltà di questo tipo di indagine l'accordo tra il dato calcolato e quello sperimentale appare molto buono e fornisce una forte evidenza della identità tra elio e particelle α .

Mentre si erano rafforzate le evidenze si era però ancora in attesa di una dimostrazione incontrovertibile. Si poteva infatti avanzare la seguente obiezione: che l'elio apparisse come risultato della disintegrazione del radio così come accade per la emanazione e non avesse invece una connessione diretta con le particelle α .

Se insieme alla particella α venisse liberato un atomo di elio gli esperimenti e i calcoli precedentemente citati continuerebbero a valere e la particella α potrebbe essere un atomo di idrogeno o di qualche altra sostanza sconosciuta.¹⁹

Per eliminare questa possibile obiezione è necessario dimostrare che le particelle α raccolte in maniera indipendente dal materiale che le genera diventano elio. Tenuto conto di ciò sono stati condotti recentemente (1908) alcuni esperimenti da Rutherford e Royds. Viene immessa in un tubo di vetro dalle pareti molto sottili una gran quantità di emanazione di radio in modo che essa non possa sfuggire ma le particelle α possano attraversare il vetro. Le particelle α andavano a finire in un secondo recipiente a vuoto e con le pareti in vetro che circondava il primo. Dopo pochi giorni si poté osservare nel recipiente più esterno lo spettro luminoso dell'elio. C'era però ancora una obiezione verso questo esperimento. Era possibile che l'elio osservato venisse dalla diffusione della emanazione attraverso la sottile parete di vetro ma questa obiezione venne rimossa facendo vedere che quando la emanazione veniva sostituita con una gran quantità di elio non compariva alcuna traccia di elio nel recipiente più grande. Possiamo dunque concludere che le particelle α producono elio e che sono atomi di elio. Successivi esperimenti hanno dimostrato che se le particelle α che attraversano la sottile parete di vetro vengono dirette contro sottili fogli di piombo o di stagno, dopo alcune ore di bombardamento, si può estrarre elio da tali fogli.

Considerato tutto ciò possiamo concludere che la particella α è un proiettile atomico di elio che ha, o acquista durante il suo volo, due unità di carica positive. È strano che l'atomo di un gas monoatomico come l'elio possa trasportare una carica doppia.²⁰ Non bisogna però dimenticare che le particelle α viene espulsa ad alta velocità per effetto di una esplosione atomica intensa e che lungo il suo percorso interagisce con le molecole della materia circostante. Tali condizioni sono molto favorevoli alla perdita degli elettroni più debolmente attaccati al sistema atomico. Se le particelle α possono perdere due elettroni in questo modo, la carica positiva doppia risulta spiegata.

...

4.2.10 DUE PAROLE DI CONCLUSIONE

Chi ha letto con attenzione il testo di Rutherford avrà notato che non si parla mai di nuclei; avrà anche notato che nel 1908 si dispone di proietti-

¹⁹ Una obiezione del genere fu avanzata a suo tempo per sostenere che i raggi catodici erano onde e che la carica negativa associata ad essi fosse un fenomeno concomitante.

²⁰ I gas monoatomici presentano una configurazione elettronica particolarmente stabile e dunque hanno difficoltà ad ionizzarsi.

li molto energetici di origine naturale di cui sono note la costituzione (nuclei di elio), la velocità, l'energia cinetica, il potere di penetrazione nella materia, mentre non si sa nulla circa la loro struttura interna, così come non si sa nulla della geometria interna degli atomi dei materiali più pesanti o più leggeri (l'idrogeno).

La fisica dispone ormai degli strumenti per compiere tale indagine ed i risultati saranno due (non contemporanei): l'atomo ha struttura nucleare, nel nucleo è contenuta una nuova particella, il protone, che corrisponde al nucleo di idrogeno. Su un altro piano, altri fisici (i padri della teoria atomica) si occuperanno della nuvola elettronica intorno al nucleo e della sua capacità di determinare le proprietà chimiche della materia.

4.3 Si afferma il modello nucleare di atomo alla Rutherford

4.3.1 L'ESPERIMENTO DI SCATTERING TRA METALLI E PARTICELLE ALFA

Presenteremo ora gli accadimenti che portarono alla scoperta del carattere nucleare dell'atomo cioè al fatto che:



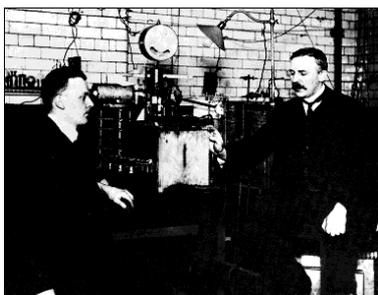
- quasi tutta la sua massa è confinata in una zona con dimensioni dell'ordine di 10^{-14} m,
- tale nucleo ha carica positiva e tale carica, pari alla carica elettronica complessiva, è circa la metà della massa
- nei nuclei sembra esistere una particella elementare corrispondente al nucleo dell'idrogeno (il protone)



I due grandi vecchi della prima fisica atomica sperimentale J.J. Thomson ed E. Rutherford

Il periodo considerato è quello che va dal 1908 al 1920. Si tratta di un periodo occupato per quasi 5 anni dal primo conflitto mondiale durante il quale le ricerche ristagnano o si fermano (anche perché il carattere sopranazionale della scienza mal si confà alla esigenza di rispedire a casa od internare gli scienziati *nemici perché stranieri*); inoltre il filone che seguiremo, quello della fisica sperimentale, si sviluppa parallelamente a quello della fisica teorica che vede il trionfo del modello atomico di Bohr ed i primi passi della meccanica quantistica di cui ci occuperemo nei paragrafi successivi.

Quando si concludono le ricerche sulla natura delle particelle α il modello atomico dominante è quello di J. J. Thomson e sono inoltre in atto ricerche sulla interazione tra particelle e materia basate sulla idea dello *scattering multiplo* sostenuta dallo stesso Thomson: gli elettroni interagirebbero con la materia attraverso una successione di piccole interazioni con la pasta positiva e con gli elettroni e tale interazione sarebbe caratterizzata necessariamente da piccole deflessioni; infatti dalla applicazione del modello di Thomson risulta che i campi elettrici interni alla materia sono piccoli.



Geiger e Rutherford nel laboratorio di Manchester. Rutherford comincia a riflettere sulla possibile esistenza di campi elettrici molto intensi nell'atomo a causa degli elevati valori di energia delle alfa che gli atomi dei materiali radioattivi espellono

Rutherford ed i suoi collaboratori reduci dalle ricerche che hanno consentito di comprendere la natura atomica delle particelle α pensano ad esse come dei proiettili di alta energia altamente interagenti con la materia cui affidarsi (meglio di quanto non possano fare gli elettroni) per comprendere come sono fatti gli atomi.

Rutherford è convinto da qualche anno, essenzialmente a causa delle elevate energie di cui sono dotate le particelle α , che all'interno della materia possano esistere campi elettrici elevati e ciò potrebbe determinare dei comportamenti anomali (grandi e brusche deflessioni) quando le particelle α interagiscono con materiali di numero atomico elevato.

La ricerca di effetti di *scattering a grandi angoli* è dunque un filone di ricerca sostenuto da una ipotesi non ancora ben definita ma di cui si ha coscienza e certamente in contrasto con la linea dominante; quando tale filone si rivela fruttuoso, tale ipotesi diventa il motore per una nuova teoria dell'atomo che sia in grado di giustificare quei risultati sperimentali così faticosamente ottenuti.



Questo chiarimento è doveroso perché è molto diffusa l'aneddotica secondo cui la deflessione all'indietro delle particelle α sia stato un evento del tutto casuale ed inatteso e su di esso Rutherford avrebbe con il classico colpo del genio costruito il modello di atomo nucleare.²¹

L'esperimento delle particelle α è già stato descritto nel paragrafo V.7.5 dedicato ai sincrotroni come premessa alla necessità di utilizzare particelle energetiche come lame affilate per indagare la struttura della materia.

Geiger e Marsden, su indicazione di Rutherford, svolsero una ricerca (pubblicata nel 1909) allo scopo di verificare se le particelle α subissero effetti di riflessione da parte dei metalli come si era già osservato da parte dei raggi β . Rutherford era convinto che non si trattasse di un fenomeno di radiazione secondaria ma di un vero e proprio effetto di riflessione all'indietro.

Lo scopo dell'esperimento era il seguente:

- ❑ confrontare la capacità di riflessione delle alfa da parte di diversi metalli
- ❑ determinare la legge che lega il numero di particelle riflesse allo spessore del materiale
- ❑ calcolare la percentuale di particelle riflesse

quanto al terzo obiettivo si afferma che *tre distinte determinazioni mostrarono che circa 1 particella α ogni 8000 veniva riflessa all'indietro.*

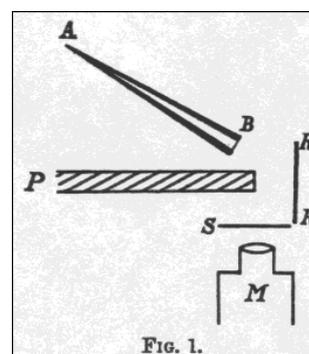
Nel 1910 Geiger tornò alla carica con una memoria più ampia al termine della quale così riassunse i suoi risultati:

- ❑ L'angolo di scattering più probabile, per piccoli spessori, è proporzionale alla radice quadrata dello spessore mentre per grandi spessori cresce più rapidamente
- ❑ Tale angolo riferito ad un singolo atomo è proporzionale al peso atomico e nel caso dell'oro vale all'incirca 1/200 di grado
- ❑ L'angolo di scattering aumenta rapidamente al decrescere della velocità delle α e in prima approssimazione risulta inversamente proporzionale alla velocità al cubo.

Poiché il dettaglio degli esperimenti e la evoluzione della teoria sono piuttosto complessi ci si avvarrà ancora una volta della testimonianza del diretto protagonista (Rutherford) che, nel 1920, così riassume gli avvenimenti davanti alla Royal Society.²²

4.3.2 IL MODELLO DI RUTHERFORD

La concezione della struttura nucleare degli atomi deriva inizialmente dal tentativo di dare una interpretazione dello *scattering* a grandi angoli subito dalle particelle α nell'attraversare sottili strati di materia. Queste grandi deflessioni erano molto importanti

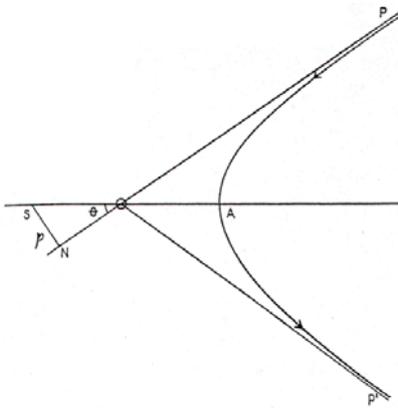


Schema della apparecchiatura usata per osservare la riflessione della alfa: AB sorgente di radio, RR lastra metallica in fogli di diversi metalli tra cui oro e platino per le determinazioni quantitative, P lastra di piombo per schermare, S schermo fluorescente, M microscopio



²¹ Ha contribuito a rafforzare questa impostazione uno scritto divulgativo degli anni 30 dello stesso Rutherford in cui egli racconta di aver reagito alla notizia di Geiger come se gli avessero detto che un proiettile di artiglieria aveva colpito una rete metallica ed era tornato indietro.

²² Ernst Rutherford: Bakerian Lecture: "Nuclear Constitution of Atoms" *Proc. Roy. Soc.* Lecture delivered June 3, 1920. (traduzione di Claudio Cereda)



Il disegno che illustra l'articolo di Rutherford del 1911 in cui viene proposto il modello atomico di tipo nucleare esaminando un urto tra una carica S (nucleo) e una particella α con scattering iperbolico dedotto applicando la conservazione del momento angolare e quella della energia.

tenuto conto della elevata massa e velocità delle particelle α e sembravano indicare la presenza di campi elettrici o magnetici molto intensi all'interno del nucleo.

Per dar conto di questi risultati fu necessario assumere ²³ che l'atomo consistesse di un nucleo massiccio e carico di dimensioni molto piccole rispetto a quelle comunemente accettate per il diametro atomico. Questo nucleo carico positivamente contiene gran parte della massa dell'atomo ed è circondato a distanza da una distribuzione di elettroni negativi in numero pari alla carica positiva del nucleo. In questo caso nelle vicinanze del nucleo esiste un campo elettrico molto intenso e quando una particella α passa molto vicino al nucleo si ha una grande deviazione di essa come effetto della interazione. Ipotizzando che la forza elettrica tra le particelle α ed il nucleo in vicinanza del nucleo stesso seguisse la legge dell'inverso quadrato, lo scrittore riuscì a determinare la legge che lega il numero di particelle α deviate per i diversi angoli alla carica del nucleo ed all'energia delle particelle α .

Per effetto del campo centrale la particella α descrive una traiettoria iperbolica intorno al nucleo e la intensità della deviazione viene a dipendere dalla distanza dal nucleo. Sulla base dei dati sperimentali disponibili sullo scattering delle particelle α riuscì a dimostrare che la carica risultante del nucleo doveva essere pari a " $\frac{1}{2} A e$ ", dove "A" rappresenta il peso atomico ed "e" la carica elementare.

Geiger e Marsden ²⁴ compirono una elaborata serie di esperimenti per dimostrare la correttezza della teoria e confermarono la conclusione principale. Essi trovarono che la carica del nucleo era all'incirca " $\frac{1}{2} A e$ ", ma a causa della natura dell'esperimento, fu difficile mantenere l'errore sperimentale entro il 20%.

...

4.3.3 LE CONFERME SPERIMENTALI DEL MODELLO E IL SIGNIFICATO DEL NUMERO ATOMICO COME CARICA NUCLEARE

Poiché l'atomo è elettricamente neutro, il numero di elettroni esterni che circondano il nucleo deve essere uguale al numero di unità della carica risultante del nucleo. Barkla ²⁵ nel 1911, considerando lo scattering dei raggi X da parte di elementi leggeri, ha mostrato che il numero di elettroni era pari alla metà del peso atomico

...

Van den Broek ²⁶ ha suggerito che lo scattering delle particelle α fosse incompatibile con la possibilità che la carica del nucleo fosse uguale al numero atomico dell'atomo, cioè al numero ordinale con cui l'atomo viene collocato nell'ordine dei pesi atomici crescenti. ²⁷ Ma l'importanza del numero atomico nel determinare le proprietà dell'atomo è stata dimostrata dal notevolissimo lavoro di Moseley ²⁸ sugli spettri di righe X dei diversi elementi. Egli dimostrò che la frequenza di vibrazione delle righe nello spettro dei raggi X dei diversi elementi dipende dal quadrato di un numero che aumenta di una unità nei diversi elementi successivi. Questa relazione ha ricevuto



Moseley e Barkla danno rispettivamente evidenza sperimentale alla interpretazione del numero atomico come carica nucleare e del fatto che $Z \approx \frac{1}{2} A$

²³ Rutherford, *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom*, Phil. Mag. (1911); *The Structure of the Atom* (1914)

²⁴ Geiger and Marsden, 'Phil. Mag.', vol. 25, p. 604 (1913).

²⁵ Barkla, 'Phil. Mag.', vol. 21, p. 648 (1911)

²⁶ Van den Broek, 'Phys. Zeit.', vol. 14, p. 32 (1913)

²⁷ Si osservi che nel dibattito dell'epoca il numero atomico non corrisponde ancora alla carica nucleare e la cosa è oggetto di discussione; la spiegazione del significato di Z è uno dei grandi risultati dell'atomismo in fisica

²⁸ Moseley, 'Phil. Mag.', vol. 26, p. 1024 (1913); vol. 27, p. 703 (1914) Si veda il capitolo VI.1 per lo spettro di righe dei raggi X. Moseley è una delle vittime illustri della I guerra mondiale; morì a 28 anni nel 1915 combattendo con l'esercito inglese nei Dardanelli.

una interpretazione che consiste nel supporre che la carica nucleare aumenti di una unità nel passare da un atomo all'altro e che corrisponde al numero atomico.

Posso solo sottolineare, di passaggio, la grande importanza del lavoro di Moseley non solo nel fissare il numero di elementi possibili e la posizione di quelli ancora ignoti ma anche nello stabilire che le proprietà di un atomo dipendessero da un numero che si incrementa di una unità nel passare agli atomi successivi. Ciò ci ha fornito un nuovo metodo per guardare alla tavola periodica degli elementi prestando attenzione al numero atomico (o alla equivalente carica nucleare) come quantità molto più importante del peso atomico...

4.3.4 LA CARICA DEL NUCLEO ATOMICO

La questione se il numero atomico di un elemento sia la vera misura della sua carica nucleare è materia di tale importanza che bisogna dar conto di tutte le conferme.

Numerose ricerche sono in corso al Cavendish Laboratory per testare la correttezza di tale relazione. I due metodi più diretti si basano sullo scattering delle particelle α veloci e dei β . Il primo si svolge sotto la direzione di Chadwick e il secondo di Crothor. I risultati fin qui ottenuti da Chadwick spingono la identità tra numero atomico e carica nucleare ad un errore dell'1%.

Sembra dunque chiaro che siamo con i piedi per terra nel sostenere che la carica nucleare sia pari al numero atomico. Detto per inciso, questi risultati, combinati con quelli di Moseley, ci dicono che la legge dell'inverso quadrato vale con grande precisione nelle vicinanze del nucleo. Sarà di grande interesse stabilire con precisione la estensione di questa regione perché ciò ci darà una informazione sulla distanza tra gli elettroni degli strati più interni ed il nucleo. Il confronto tra lo scattering di raggi β molli e duri ci potrà fornire preziose informazioni su questo punto. L'accordo dei dati sperimentali con la teoria per lo scattering delle α con angoli compresi tra 5° e 105° dimostra che la legge dell'inverso del quadrato vale, nel caso di metalli pesanti come l'oro, per distanze tra 36×10^{-12} cm e 3×10^{-12} cm dal centro del nucleo. Possiamo pertanto dire che in questa zona ci sono o pochi o nessun elettrone.

...

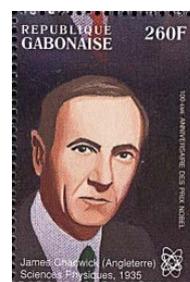
E' necessario sottolineare la grande importanza della carica nucleare nel fissare le proprietà fisiche e chimiche di un elemento perché il numero e la disposizione degli elettroni più esterni da cui dipende la gran parte delle proprietà fisiche e chimiche è condizionata dal valore della carica nucleare. E' stato anticipato teoricamente e confermato sperimentalmente che la massa del nucleo esercita solo effetti del secondo ordine nel determinare la disposizione e il modo di oscillazione degli elettroni più esterni.

Dunque è possibile immaginare l'esistenza di elementi con proprietà fisiche e chimiche pressoché identiche ma diversi nella massa, a condizione che i rispettivi nuclei abbiano la stessa carica nucleare, attraverso modi diversi di combinarsi delle diverse unità che rendono possibile l'esistenza di un nucleo complesso. La dipendenza delle proprietà degli atomi dalla carica nucleare e non dalla massa ci offre perciò una spiegazione razionale della esistenza degli isotopi, sostanze dalle proprietà fisiche e chimiche indistinguibili ma con masse diverse.

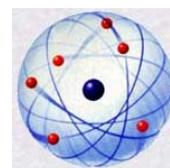
4.3.5 VICINO AL NUCLEO NON VALE PIÙ LA LEGGE DI COULOMB E POSSIAMO PENSARE ALLE α COME A PROIETTILI IN GRADO DI INTERAGIRE CON LA STRUTTURA DEL NUCLEO

Dopo un rapido cenno alle ricerche di Bohr e di Sommerfeld (di cui daremo conto nei prossimi paragrafi) e che riguardano l'atomo e la sua stabilità Rutherford torna al nucleo atomico ed alla sua costituzione.

Di solito sui testi si presenta l'esistenza del protone come una ovvia conseguenza della correttezza del modello nucleare, ma le cose non stanno così perché l'esistenza di un nuovo mattone (il nucleo di idroge-



J. Chadwick allievo di Rutherford conferma con un margine di errore dell'1% il significato di Z e consente di fissare la dimensione nucleare dei metalli pesanti; nel 1932 sarà lui a dimostrare l'esistenza del neutrone; il suo maestro dimostrerà invece l'esistenza del protone nel 1919



così perché l'esistenza di un nuovo mattone (il nucleo di idrogeno) di cui sarebbero costituiti tutti i nuclei va provata e questo richiede altri esperimenti.



Mi propongo ora di discutere con un certo dettaglio gli esperimenti progettati per far luce sulla costituzione e sulla stabilità dei nuclei di alcuni elementi semplici. Dallo studio della radioattività noi sappiamo che i nuclei degli elementi radioattivi consistono in parte di nuclei di elio con carica $2e$. Abbiamo inoltre forti indizi per affermare che i nuclei degli atomi contengano elettroni insieme a corpuscoli positivi e che la carica positiva del nucleo rappresenti l'eccesso di carica positiva. È interessante notare il ruolo diverso giocato dagli elettroni nella parte esterna ed in quella interna dell'atomo. Nella parte esterna gli elettroni si dispongono ad una distanza dal nucleo controllata dalla carica del nucleo e dalla interazione con i loro campi. Nel caso del nucleo gli elettroni formano invece un composto molto compatto ed energetico con le cariche positive e, per quanto ne sappiamo, c'è una regione appena all'esterno del nucleo dove nessun elettrone può trovarsi in equilibrio stabile. Mentre non ci sono dubbi che ciascuno degli elettroni esterni si comporti come una carica puntiforme rispetto alla forza tra esso e il nucleo, ciò non avviene per gli elettroni del nucleo.

Devo anticipare che, per effetto delle forze intense del nucleo, gli elettroni vengono deformati e le forze potrebbero essere molto diverse da quelle che ci si aspetterebbero per gli elettroni non deformati dell'atomo esterno. Può essere per questo che l'elettrone possa giocare un ruolo così diverso nei due casi e ciononostante formare sistemi stabili.

Abbiamo visto che nel caso di atomi con una grande carica nucleare le particelle α più veloci non sono in grado di penetrare dentro al nucleo e perciò è possibile solo dare una stima di massima delle sue dimensioni.

Ma, nel caso degli atomi più leggeri, quando la carica nucleare è piccola, c'è un incontro ravvicinato durante l'urto diretto con la particella α e pertanto possiamo farci un'idea delle dimensioni del nucleo e delle forze in gioco. Ciò si vede bene nel caso di urto con l'atomo di idrogeno. In tale caso l'atomo di idrogeno si muove così velocemente da percorrere uno spazio quadruplo di quello della particella α che l'ha urtato e può essere rivelato tramite le scintillazioni prodotte su uno schermo al solfato di zinco²⁹.

Lo scrivente ha mostrato che³⁰ tali scintillazioni sono dovute ad atomi di idrogeno con carica unitaria e positiva che rinculano con la velocità prevista dalla teoria e cioè 1.6 volte quella delle α . La relazione tra il numero e la velocità di questi atomi di idrogeno è però completamente diversa da quella che ci si aspetterebbe trattando gli atomi di idrogeno e le particelle α come punti carichi alle distanze in esame...

Si è visto che non vale più la legge dell'inverso del quadrato quando i nuclei si avvicinano a distanze di 3×10^{-12} cm. Tutto ciò costituisce un indizio del fatto che i nuclei hanno dimensioni di questo ordine di grandezza e che le forze nucleari cambiano molto rapidamente in valore e direzione per distanze comparabili con il diametro classico dell'elettrone. Voglio sottolineare che in tali incontri ravvicinati si sviluppano forze enormi tra i nuclei e il fatto che la particella α sopravviva a tale impatto benché sia composta da 4 atomi di idrogeno e 2 elettroni depone a favore di una struttura molto stabile. Risultati simili sono stati osservati nell'impatto tra particelle α ed atomi di ossigeno e azoto³¹...

Il diametro dei nuclei degli elementi leggeri, con l'eccezione dell'idrogeno, ha un ordine di grandezza di 5×10^{-13} cm e in un urto ravvicinato i nuclei vanno praticamente

²⁹ Marsden, 'Phil. Mag.', vol. 27, p. 824 (1914).

³⁰ Rutherford, 'Phil. Mag.', vol. 37, I and II, pp. 538-571 (1919).

³¹ Rutherford, 'Phil. Mag.', vol. 37, III, p. 571 (1919)

a contatto e possono compenetrare le rispettive strutture. In tali condizioni solo i nuclei molto stabili potranno sopravvivere all'urto e pertanto è di grande interesse esaminare cosa si ottiene dalla loro disgregazione.

...

4.3.6 LA PRIMA REAZIONE NUCLEARE $\alpha + \text{AZOTO} \rightarrow \text{IDROGENO}$

Si è avuta evidenza sperimentale che il passaggio di particelle α attraverso l'azoto secco produce particelle veloci che assomigliano molto per il tipo di scintillazione e per il potere di penetrazione agli atomi di idrogeno messi in moto dalle collisioni ravvicinate con le particelle α ...

Il fenomeno viene osservato inizialmente in aria ma non ha luogo con ossigeno, o CO_2 e ciò porta ad individuare l'azoto come sorgente di queste nuove particelle penetranti che assomigliano ad ioni idrogeno; viene esclusa la possibilità che l'idrogeno osservato sia dovuto ad una qualche forma di contaminazione dell'azoto (presenza di vapore d'acqua) e benché le scintillazioni dell'idrogeno espulso dall'azoto siano solo 1/12 di quelle prodotte bombardando direttamente idrogeno con le alfa esse sono comunque in numero significativo.

Rutherford ha scoperto la prima trasmutazione nucleare e decide di approfondire la questione per verificare che le scintillazioni siano realmente dovute a nuclei di idrogeno espulsi dall'azoto. A questo scopo prende in esame l'ipotesi che la particella espulsa sia uno ione con massa possibile 1, 2, 3, 4 e calcola le previsioni in termini di percorso in aria e deflessione da parte di un campo magnetico per questi casi. Le determinazioni vengono svolte con la apparecchiatura qui a lato e sono rese difficili per la debolezza del fenomeno e per il fatto che comunque il punto di interazione delle α con l'azoto non è fisso e dunque non è facile determinare, dal punto di arrivo, il raggio di curvatura (che consente di risalire a q/m).

Tra le mille esitazioni dovute alle difficoltà sperimentali Rutherford considera comunque decisivo il fatto che si ottengano risultati identici a quelli che si hanno in atmosfera di ossigeno (che non produce nuove particelle) con aggiunta di quantità note di idrogeno. Dunque il caso della massa 2, 3 e 4 viene scartato.

Si può dunque inferire che lo ione idrogeno sia uno dei componenti di cui è costituito il nucleo di azoto.

Mentre è ben noto che l'elio sia uno dei prodotti della trasformazione spontanea di alcuni elementi radioattivi, la possibilità di disintegrare la struttura di alcuni atomi stabili attraverso metodi artificiali era controversa. Abbiamo qui la prima evidenza sperimentale che l'idrogeno sia uno dei componenti del nucleo di azoto.

Si tenga presente che l'effetto disintegrante è molto basso e riguarda, in media, una particella α ogni 300'000 la quale riesce ad avvicinarsi a sufficienza al nucleo di azoto liberando un atomo di idrogeno con energia sufficiente da essere rivelato per scintillazione. Anche se l'intera radiazione prodotta da 1 g di radio fosse assorbita da azoto il volume di idrogeno prodotto sarebbe solo 1/300'000 del volume di elio dovuto alle particelle α e cioè $5 \times 10^{-4} \text{ mm}^3/\text{anno}$.

...

Rutherford ripete gli esperimenti confrontando anche gli effetti di composti solidi di azoto con quelli prodotti dalla paraffina e ha nuove conferme sulla massa unitaria della particella che si produce.

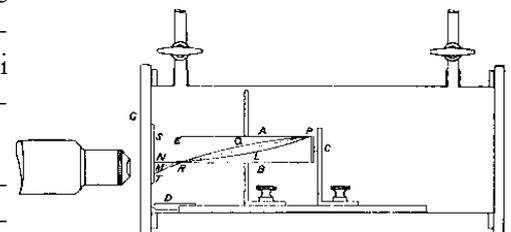


FIG. 1.

Il dispositivo utilizzato da Rutherford per contare le scintillazioni prodotte dalle particelle generate dall'impatto con l'azoto, misurarne il range e la curvatura in campo magnetico onde arrivare ad una stima della loro massa



la prima trasmutazione nucleare che consente di parlare con cognizione di causa del protone come particella elementare che fa da mattoncino per i nuclei atomici: le alfa interagendo con l'azoto producono ioni idrogeno riconoscibili dal potere di penetrazione (percorso prima della rivelazione)

Successivamente prende in esame un secondo tipo di particella a basso range che si produce sia in azoto sia in ossigeno e conclude che essa debba avere massa 3 e carica 2 (un isotopo dell'elio).

4.3.7 DI COSA SONO FATTI I NUCLEI E GLI ISOTOPI? DI PROTONI ED ELETTRONI E FORSE DI NEUTRONI

Se consideriamo la costituzione degli elementi dovremo affermare che in ultima istanza essi siano costituiti da nuclei di idrogeno e da elettroni. Da questo punto di vista il nucleo di elio sarebbe composto da 4 nuclei di idrogeno e due elettroni con una carica risultante di due. Il fatto che la massa dell'atomo di elio rapportata all'ossigeno sedici sia 3.997 e cioè meno della massa di 4 atomi di idrogeno che è 4.032 si spiega come un effetto della forte interazione dei campi nel nucleo che determina una massa elettromagnetica minore di quella dei singoli componenti.

...

Se le nostre ipotesi sono corrette sembra possibile che un elettrone si possa legare con due nuclei di idrogeno e persino con uno solo. Nel primo caso si avrà la esistenza di un atomo di massa circa 2 e carica 1 e cioè di un isotopo dell'idrogeno.³² Nel secondo caso si ipotizza la possibile esistenza di un atomo di massa 1 e carica 0. Una tale struttura non sembra impossibile³³. Allo stato attuale l'atomo di idrogeno neutro è visto come un nucleo di carica unitaria con un elettrone attaccato ad esso ad una certa distanza e lo spettro dell'atomo viene visto come effetto del moto di tale elettrone. Ma in particolari condizioni potrebbe essere possibile che l'elettrone si combini più strettamente con il nucleo di idrogeno formando un doppietto neutro. Un tale atomo avrebbe nuove proprietà; il suo campo esterno sarebbe nullo tranne nelle zone molto prossime al nucleo e, di conseguenza, esso dovrebbe muoversi pressoché liberamente nella materia. Probabilmente sarebbe molto difficile rivelarne l'esistenza per via spettroscopica e sarebbe impossibile confinarlo in un recipiente. D'altra parte esso potrebbe penetrare facilmente nella struttura atomica, unirsi al nucleo o venir disintegrato dalla azione di un campo particolarmente intenso con espulsione di uno ione idrogeno, di un elettrone o di entrambi.

...

Il termine protone venne utilizzato per primo da Rutherford nel 1920 ad una riunione della British Association of Physics. Esso richiama il termine *protyle* utilizzato da Prout al sorgere dell'atomismo per sostenere che tutta la materia derivava dall'idrogeno. *Protos* in greco significa *primo* e rinvia al fatto che il protone costituisce il primo componente dei nuclei atomici che vengono prodotti a partire da esso.

4.3.8 ASPETTI TECNICI DEL MODELLO DI RUTHERFORD: L'ARTICOLO DEL 1911 DAL TITOLO: LO SCATTERING DELLE PARTICELLE α E β DA PARTE DELLA MATERIA E LA STRUTTURA DELL'ATOMO

L'articolo di Rutherford è quello che segna la svolta sulla questione dei modelli atomici. Il punto di partenza sono gli esperimenti sempre più raffinati condotti da Geiger e Marsden sotto la guida dello stesso Rutherford e il punto di arrivo è una teoria della struttura dell'atomo in cui i risultati sperimentali vengono interpretati alla luce del modello e si deducono alcune leggi che potranno fare da guida a nuovi esperimenti.

I conti sulla massa tornano se si ipotizza che la massa dei sistemi legati sia minore della massa dei sistemi liberi: siamo al **difetto di massa** previsto nella teoria della relatività



Il nucleo di idrogeno diventa **protone** e potrebbe esistere anche una unità tra protone ed elettrone sia nei nuclei sia anche in una singola particella: inizia la riflessione sul **neutrone**

³² Si tratta del deuterio

³³ E' la prima citazione sulla esistenza possibile del *neutrone*

Tale teoria ipotizza che se l'atomo è costituito da una sfera di raggio R entro cui è presente un nucleo centrale puntiforme di carica $Z e = \frac{1}{2} A e$ in un punto a distanza r dal centro si avrà un campo elettrico:

$$E = k Z e \left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right)$$

Il primo termine è quello dovuto alla carica nucleare mentre il secondo è quello dovuto alla presenza degli elettroni che vengono *spalmati* entro l'intera sfera.³⁴

Dal campo attraverso una operazione matematica di calcolo integrale si arriva al valore del potenziale caratterizzato dalla relazione:

$$V = k Z e \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right)$$
³⁵

Attraverso la conservazione dell'energia la conoscenza del potenziale permette di inferire la distanza minima b a cui una particella α di energia \mathcal{E}_k è in grado di avvicinarsi al nucleo centrale (nel caso di urto centrale). Con i dati riferiti all'oro Rutherford arriva a 3.4×10^{-14} m. Tale quantità entrerà nelle formule successive e va tenuta presente (un esempio di calcolo semplificato in cui si trascura l'effetto della nube elettronica è svolto negli esercizi di fine capitolo).

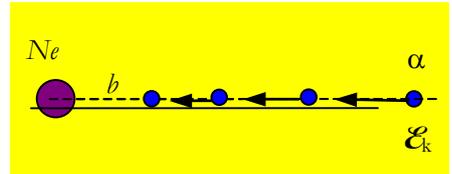
A questo punto Rutherford applica i teoremi di conservazione della energia e del momento angolare e, con un calcolo classico di meccanica ampiamente utilizzato in astronomia, dimostra che l'angolo di deviazione ϕ è legato al parametro d'urto p (distanza tra la traiettoria della particella e il nucleo) e alla distanza minima b dalla semplice relazione:

$$\tan \left(\frac{1}{2} \phi \right) = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{b}{2p}$$
 (VI.4.01)

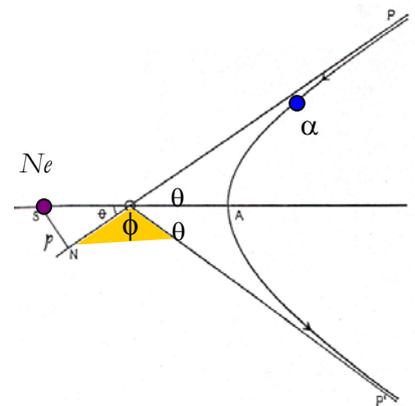
Per esempio $\phi = 90^\circ$ (tipico esempio di deviazione a grandi angoli) comporta $\tan(\frac{1}{2} \phi) = 1$ e cioè $p = \frac{1}{2} b = 1.7 \cdot 10^{-14}$ m.

L'angolo di deviazione sarà tanto più elevato quanto minore è il parametro d'urto cioè quanto più ci si avvicina alla condizione di urto centrale. Poiché le dimensioni del nucleo sono molto piccole rispetto alla dimensione atomica saranno poche le particelle α in grado di dar luogo ad una deviazione a grandi angoli, ma si tratterà comunque di una percentuale calcolabile ed osservabile.

Se le deviazioni fossero dovute al cumulo di tanti scattering a piccolo angolo, la particella α deviata di qualche frazione di grado con probabilità bassa dovrebbe ripetere molte volte questo evento e, in base al calcolo delle probabilità, ne risulterebbe un evento di probabilità sostanzialmente nulla anche in presenza di sciame numerosi di particelle.



Nel modello di Rutherford entra in gioco la **distanza di avvicinamento al nucleo** in caso di urto centrale; essa non è direttamente misurabile ma il suo valore b interviene sulle relazioni di misura della percentuale di particelle deflesse al variare dell'angolo



Il disegno di Rutherford con lo scattering iperbolico. L'angolo di scattering dipende in maniera pesante dal parametro d'urto p

³⁴ Si veda nei capitoli di elettrostatica il calcolo del campo di una sfera isolante con densità di carica costante. Di solito, nella presentazione divulgativa del lavoro di Rutherford il contributo dovuto agli elettroni viene trascurato perché le particelle α , in virtù della energia posseduta, penetrano molto in profondità nell'atomo rendendo trascurabile il secondo dei due termini.

³⁵ Il primo e il terzo termine si riconoscono come effetto dell'integrale di $1/r^2$ e di r mentre il secondo termine è dovuto alle costanti di integrazione sulla base della definizione di potenziale attraverso un integrale definito.

Si tratta ora di determinare una relazione che possa essere sottoposta ad indagine sperimentale tenendo presente che i proiettili non vengono inviati uno alla volta ma emergono in modo probabilistico da una sorgente radioattiva e che, con il metodo della scintillazione, è possibile rivelare su uno schermo fluorescente l'arrivo di una particella α dopo lo scattering.

Rutherford, nell'ambito del suo modello dimostra che se ci si pone a distanza d da un bersaglio di spessore δ in cui sono contenuti n atomi per unità di volume e si osserva sotto un angolo ϕ la deflessione di un fascio di N particelle α che incidono perpendicolarmente sulla lastrina si ottiene per il numero di particelle che cadono su un'area $\delta\sigma$ ortogonale la quantità:

$$\frac{\delta N}{N} = \frac{1}{16} n \delta b^2 \frac{1}{d^2 \sin^4(\frac{1}{2}\phi)} \delta\sigma \tag{VI.4.02}$$

Se si ragiona, come è costume fare in fisica, sull'angolo solido $\delta\Omega = \frac{\delta\sigma}{d^2}$ la relazione si scrive nella forma equivalente e più compatta:

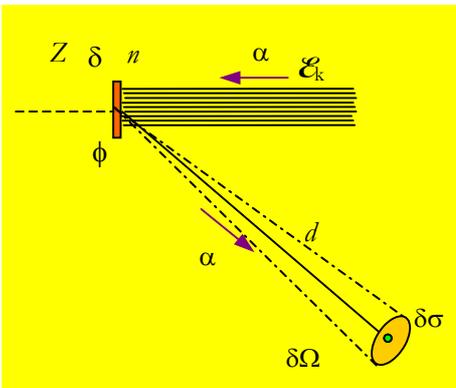
$$\frac{\delta N}{N} = \frac{1}{16} n \delta b^2 \frac{\delta\Omega}{\sin^4(\frac{1}{2}\phi)} \tag{VI.4.02'}$$

La quantità b nel caso in cui si possano trascurare gli effetti dovuti alla interazione con gli elettroni risulta pari a:

$$b = \frac{2k_e Z e^2}{\mathcal{E}_k}$$

e pertanto la relazione (VI.4.2) può essere sottoposta a verifica sperimentale andando a verificare in particolare se si ha la dipendenza prevista a parità delle altre variabili in gioco assunte provvisoriamente come costanti:

- al variare dell'angolo ϕ (per ϕ piccolo $\frac{\delta N}{N} \propto 1/\phi^4$)
- al variare dello spessore δ ($\frac{\delta N}{N} \propto \delta$)
- al variare del materiale ($\frac{\delta N}{N} \propto b^2 \propto Z^2$)
- al variare della energia delle α ($\frac{\delta N}{N} \propto b^2 \propto 1/\mathcal{E}_k^2$).



La relazione di Rutherford per il conteggio dello scattering delle particelle α



4.4 L'atomo di Bohr: stabilità, fotoni e spettri di righe

4.4.1 L'ATOMO È PLANETARIO E SI POSTULA LA STABILITÀ

Niels Bohr (1885 – 1962) ricevette il premio Nobel per la fisica nel 1922 per lo *studio della struttura e delle radiazioni degli atomi* cioè per la proposta di un modello di atomo che riprendeva le idee di Rutherford ma spostava l'attenzione dal nucleo al ruolo degli elettroni (loro dislocazione all'interno dell'atomo, stabilità ed emissione di luce durante i processi di eccitazione e diseccitazione atomica).

Quando Bohr avanzò le sue proposte privatamente nel 1912 (con Rutherford) dopo aver svolto presso il laboratorio di Manchester la fase finale della sua formazione successiva al dottorato) e pubblicamente nel 1913, era un giovane fisico teorico all'inizio della carriera, in attesa di una pubblicazione importante che gli consentisse di ottenere una cattedra.

La pubblicazione degli articoli di Bohr ha dato uno scossone all'edificio della fisica teorica e può essere considerata l'inizio della *prima fase della meccanica quantistica*. Si tratta della fase in cui vengono avanzate teorie che consentono di spiegare alcuni fenomeni atomici attraverso un mix di considerazioni classiche unite ad ardite ipotesi quantistiche. Questa fase avrà termine nel 1926/1927 con la simultanea pubblicazione ad opera di Heisenberg e di Schrödinger delle due possibili trattazioni della nuova meccanica dell'elettrone non relativistico (meccanica delle matrici ed equazione delle onde materiali).

Dopo di allora Bohr, pur non avendo più dato contributi epocali alla meccanica quantistica, ha però creato una scuola di fisica teorica da cui essa si è strutturata nella sua *interpretazione standard* (nota come *interpretazione di Copenhagen*) ed è stato negli anni 20 e 30 del 900 il maestro indiscusso cui facevano riferimento i giovani fisici che pian piano costruivano quell'edificio concettuale entro cui la fisica si muove ancora oggi.

Era con Bohr che Einstein discuteva del carattere, secondo lui provvisorio ed insoddisfacente, della meccanica quantistica rea di andare contro l'ordinario concetto di causalità.³⁶

Il modello di Bohr riprende quello di Rutherford di tipo planetario con la forza elettrica come elemento di coesione e presenta due aspetti di natura innovativa:

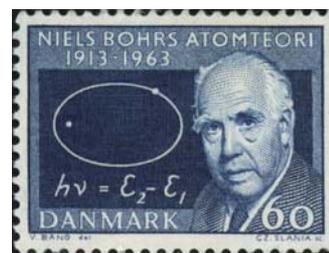
- la *questione della stabilità degli atomi* viene semplicemente *postulata*. Secondo la fisica classica il modello planetario dovrebbe essere altamente instabile sia per ragioni di natura *radiativa* (gli elettroni che emettono onde elettromagnetiche), sia per ragioni meccaniche (le perturbazioni tra gli elettroni orbitanti). Si postula che tutto ciò non valga su scala atomica; a questa scala esisterebbero condizioni orbitali discontinue caratterizzate da stabilità



Bohr impegnato in una discussione con Werner Heisenberg e Wolfgang Pauli



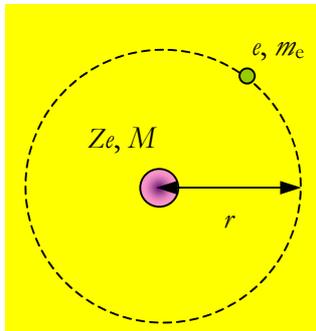
Einstein: *Dio non gioca ai dadi*
Secondo una certa aneddotica della fisica la risposta di Bohr era del tipo: *Einstein la pianti di dire a Dio cosa deve pensare*



In questo francobollo danese è condensata l'essenza del modello atomico di Bohr: l'orbita discreta e il salto elettronico con emissione del fotone

³⁶ Su Bohr è disponibile in italiano una ampia biografia culturale, scientifica ed umana di uno dei suoi collaboratori; Abrahm Pais *Il danese tranquillo* ed. Boringhieri. Per chi desiderasse una lettura più agile si può leggere di Giulio Peruzzi *Niels Bohr* fascicolo 23 della collana *I grandi della Scienza*, novembre 2001, ed. Le Scienze.

- i passaggi da uno stato stazionario ad un altro caratterizzato da una energia diversa sarebbero caratterizzati dalla emissione od assorbimento di un *singolo fotone* di energia pari alla differenza tra le energie dei due stati.



Il modello planetario di Bohr applica le leggi della meccanica mentre mette tra parentesi quelle dell'elettromagnetismo

4.4.2 LE ORBITE STAZIONARIE

Consideriamo un nucleo centrale puntiforme di massa molto maggiore della massa dell'elettrone e di carica “ Ze ” dove Z rappresenta il numero atomico; supponiamo inoltre che intorno al nucleo si trovi un singolo elettrone in orbita circolare.

Secondo la fisica classica ad ogni distanza r dal nucleo corrisponde un ben preciso valore di energia; inoltre se indichiamo con U la energia potenziale e con \mathcal{E}_k l'energia cinetica si ha sempre che $\mathcal{E}_k = -\frac{1}{2} U$.

Vediamo di ricavare queste relazioni classiche che costituiscono la base su cui si innestano le ipotesi di quantizzazione di Bohr.

Dalla seconda legge della dinamica si trova la relazione tra \mathcal{E}_k e U ; infatti:

$$k \frac{Z e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow k \frac{Z e^2}{r} = m_e v^2 \Leftrightarrow -U = 2 \mathcal{E}_k \Leftrightarrow \mathcal{E} = U + \mathcal{E}_k = -\mathcal{E}_k$$

Dalla relazione trovata possiamo esplicitare il legame tra energia cinetica e raggio orbitale:

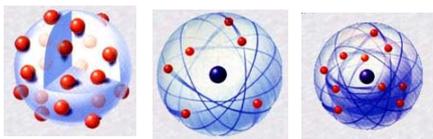
$$k \frac{Z e^2}{r} = m v^2 = 2 \mathcal{E}_k \text{ e quindi:}$$

$$r = k \frac{Z e^2}{2 \mathcal{E}_k} \tag{VI.4.03}$$

Nei ragionamenti di fine secolo era importante anche la frequenza f di rotazione dell'elettrone intorno al nucleo perché si riteneva che le frequenze ν della radiazione emessa dagli atomi dovesse rapportarsi a f .

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2 \pi r} = \sqrt{\frac{2 \mathcal{E}_k}{m_e}} \cdot \frac{1}{2 \pi r} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}_k}}{\sqrt{2 m_e} \pi r} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}_k}}{\sqrt{2 m_e} \pi} \cdot \frac{2 \mathcal{E}_k}{k Z e^2} =$$

$$f = \frac{\sqrt{2 \mathcal{E}_k^3}}{\sqrt{m_e} \pi k Z e^2} \tag{VI.4.04}$$



L'evoluzione di modelli atomici da Thomson a Bohr

Le due relazioni che abbiamo riportato (su raggio e frequenza orbitale) sono le stesse da cui prendono le mosse le considerazioni di Bohr.

Calcoliamo anche il valore del momento angolare L perché una delle possibili deduzioni del modello di Bohr si basa sulla quantizzazione del momento angolare:



$$L = m_e v r = k \frac{Z e^2}{v} = k Z e^2 \sqrt{\frac{m_e}{2 \mathcal{E}_k}} \tag{VI.4.05}$$

Dunque, se è nota l'energia cinetica della particella (o la energia potenziale) sono automaticamente noti anche la frequenza di rotazione ed il momento angolare.

A questo punto Bohr giunge alla quantizzazione delle grandezze considerate ipotizzando che esista un legame semplice tra la frequenza di rotazione dell'elettrone e la frequenza del fotone emesso quando un elettrone, partendo dall'infinito, va ad occupare un'orbita ed emette in questo processo dei fotoni secondo la relazione di Einstein $\mathcal{E} = h \nu$.

Nella parte finale dell'articolo si dimostra infine la equivalenza tra le diverse vie seguite per la deduzione e la quantizzazione del momento angolare secondo la relazione: ³⁷

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n \hbar \tag{VI.4.06}$$



L'idea che potesse esserci una quantizzazione del momento angolare era venuta a Bohr sin dal 1911 quando era stata reso noto un risultato di P. Weiss secondo cui esisteva un granulo elementare di magnetismo (magnetone).

La **quantizzazione del momento angolare** viene pensata da Bohr riprendendo la scoperta sulla possibile esistenza del **granulo di magnetismo** e tenendo conto della proporzionalità tra momento magnetico e momento angolare

Per Bohr che era convinto della necessità di spiegare le proprietà magnetiche come il risultato delle orbite elettroniche ciò significava immediatamente che anche il momento angolare (che è proporzionale al momento magnetico secondo la relazione $p_o = \frac{e}{2m_e} L_o$) dovesse essere quantizzato. ³⁸

Dunque se applichiamo la quantizzazione del momento angolare avremo che:

$$n \hbar = k Z e^2 \sqrt{\frac{m_e}{2 \mathcal{E}_k}} \text{ e pertanto: } (n \hbar)^2 = (k Z e^2)^2 \frac{m_e}{2 \mathcal{E}_k}$$

da qui si ottiene la quantizzazione della energia cinetica:

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{n^2} \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{2 \hbar^2} \tag{VI.4.07}$$

La energia totale è l'opposto della energia cinetica e cioè:

$$\mathcal{E} = - \frac{1}{n^2} \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{2 \hbar^2} \tag{VI.4.08}$$



mentre per quanto riguarda i raggi orbitali si ha:

$$r = k \frac{Z e^2}{2 \mathcal{E}_k} = k \frac{Z e^2}{2} n^2 \frac{2 \hbar^2}{(k Z e^2)^2 m_e}$$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{k Z e^2 m_e} \tag{VI.4.09}$$



Gli ultimi due risultati ci dicono che le orbite stabili sono caratterizzate da raggi orbitali crescenti come i quadrati dei numeri interi (1, 4, 9, 16, ...) mentre le energie, a partire da un valore minimo (ottenibile per $n=1$) crescono verso lo 0 come gli inversi dei quadrati dei numeri naturali ($1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$). Si osservi inoltre la presenza di Z^2 nel calcolo della energia e di $1/Z$ in quello del raggio orbitale.

Poiché le relazioni quantistiche coinvolgono numerose costanti universali e poiché la costante k della legge di Coulomb è collegata, nel sistema internazionale, al valore della velocità della luce nel vuoto, utilizzeremo nei calcoli al posto di k la relazione contenente c .

³⁷ Non descriveremo nel dettaglio il processo seguito da Bohr perché è inutilmente complesso, ha solo un interesse storico e dimostra che anche se Bohr aveva intuito la via da seguire, non era molto sicuro dei dettagli nel percorrerla.

³⁸ Si veda la trattazione dei legami tra momento angolare e magnetico nel capitolo V.8

Queste stesse relazioni furono ricavate utilizzando il sistema c.g.s. nel quale la unità di carica veniva definita ponendo $k = 1$.

Dall'elettromagnetismo si ha: $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

pertanto $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 10^{-7} c^2$

Concludiamo questo punto riportando alcune delle considerazioni dello stesso Bohr poste in premessa al suo articolo:



La differenza fondamentale tra il modello di Thomson e quello di Rutherford risiede nella circostanza per cui le forze, che nel modello di Thomson agiscono sugli elettroni, rendono possibili certe configurazioni e movimenti di questi, in corrispondenza dei quali il sistema risulta in equilibrio stabile. Simili configurazioni non esistono evidentemente nel modello di Rutherford.

Il carattere della differenza risulta forse più chiaro se si tiene presente che tra le grandezze che caratterizzano il primo atomo ne compare una, il raggio della sfera positiva, avente le dimensioni di una lunghezza e lo stesso ordine di grandezza delle dimensioni lineari dell'atomo, mentre una tale lunghezza non compare tra le grandezze che caratterizzano il secondo atomo, cioè le cariche e le masse degli elettroni e del nucleo positivo, né può venire determinata in base a queste sole grandezze.

In effetti nel modello di Thomson più semplice l'elettrone è immerso in una sfera di pasta positiva e dunque è soggetto all'azione di un campo $E \propto r/R^3$ dove r è la distanza dell'elettrone dal centro e R la dimensione della sfera (dimensione dell'atomo).

A questo campo corrisponde una forza elastica in cui la costante elastica $k \propto 1/R^3$. Per effetto di tale forza l'elettrone oscillerà con una frequenza $\propto \sqrt{k} \propto \frac{1}{\sqrt{R^3}}$. Se questa frequenza viene associata alla frequenza della radiazione visibile si riesce, da questa relazione, a prevedere una dimensione atomica tipica e tale dimensione risulta in accordo con l'ordine di grandezza di 10^{-10} m ricavabile dalla teoria cinetica dei gas.



La trattazione di questo problema ha però subito negli ultimi anni modificazioni sostanziali, soprattutto grazie allo sviluppo della teoria della radiazione termica e alle conferme dirette delle nuove ipotesi introdotte in questa teoria, ottenute attraverso lo studio dei fenomeni più diversi, come calore specifico, effetto fotoelettrico, raggi X, ecc. Il risultato della discussione di questi problemi sembra essere, come si ammette quasi unanimemente, che l'elettrodinamica classica non è applicabile alla descrizione del comportamento dei sistemi atomici.

Quali che possano essere le nuove equazioni di moto degli elettroni, sembra necessario introdurre una *grandezza* estranea all'elettrodinamica classica, e cioè la costante di Planck h , come spesso viene chiamata, il quanto elementare di azione. L'introduzione di questa grandezza modifica sostanzialmente la questione della stabilità delle configurazioni elettroniche dell'atomo, in quanto le dimensioni e il valore di questa costante sono tali che essa può, insieme alla massa e alla carica delle particelle, servire a determinare una lunghezza dell'ordine di grandezza richiesto.³⁹

Il riferimento che Bohr fa alla mancanza nell'atomo di Rutherford di un parametro che porti attraverso considerazioni di natura dimensionale alla individuazione di una lunghezza caratteristica è molto importante; da

³⁹ Niels Bohr, "On the Constitution of Atoms and Molecules", Philosophical Magazine, 26 July 1913

tempo nel mondo della fisica si discuteva di quale fosse il significato fisico della costante di Planck e Bohr era convinto che tale significato potesse emergere proprio da un modello atomico in cui, assumendo tale costante come elemento che misura le differenze di energia tra gli stati stazionari, si potesse arrivare a derivare la dimensione degli atomi dalle costanti sperimentali e dalla nuova costante universale.

Tale tentativo ha avuto successo; infatti se poniamo $n = 1$ e $Z = 1$ nelle relazioni (VI.4.08) e (VI.4.09) otterremo il raggio orbitale e la energia del livello fondamentale dell'atomo di idrogeno.

E' ciò che fece Bohr nel 1913 utilizzando i valori noti delle caratteristiche dell'elettrone e di h ottenendo per $r_0 \approx 0.55 \times 10^{-10}$ m e per $\mathcal{E}_0 / e \approx -13$ V.

4.4.3 GLI SPETTRI ATOMICI E LA SPEGAZIONE DELLE SERIE DI RIGHE SPETTRALI

Nel modello di Bohr quando un elettrone si sposta da uno stato stazionario ad un altro viene emesso od assorbito un fotone di energia $h \nu$ pari alla differenza delle energie tipiche dei due stati.

Sembra che Bohr si sia deciso ad introdurre questo postulato dopo aver riscoperto la formula di Balmer e le sue generalizzazioni ad opera di Rydberg.⁴⁰

Non ripercorreremo qui il ragionamento seguito da Bohr che parte dalle differenze dei termini spettrali e troveremo invece la formula di Rydberg partendo dalle condizioni di quantizzazione che abbiamo già scritto deducendole dalla quantizzazione del momento angolare.

Se si ipotizza che gli stati degli elettroni siano stazionari quando

$$\mathcal{E}_n = -\frac{1}{n^2} \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{2 \hbar^2}$$

e che venga emesso un fotone di energia $h \nu = \mathcal{E}_i - \mathcal{E}_f$ quando un elettrone passa da uno stato stazionario di energia \mathcal{E}_i (con numero n) ad un altro dotato di energia inferiore \mathcal{E}_f (con numero m) si avrà che:

$$h \nu = \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ e pertanto:}$$

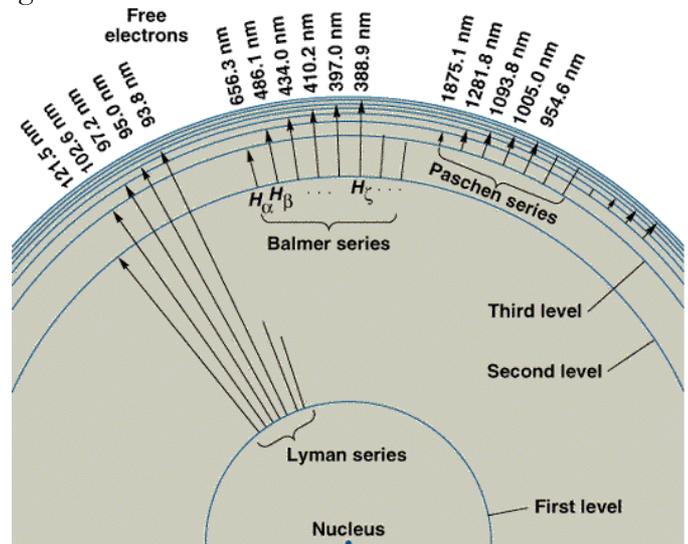
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{4 \pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{(VI.4.10)}$$

come si vede abbiamo ottenuto una relazione in tutto simile a quella di Rydberg con in più il fatto che la costante R risulta dalla combinazione di un certo numero di costanti universali.

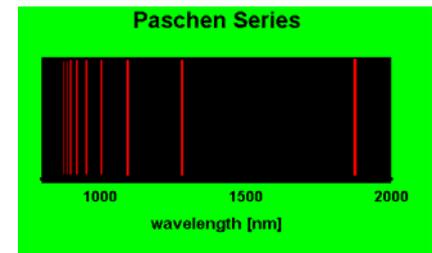
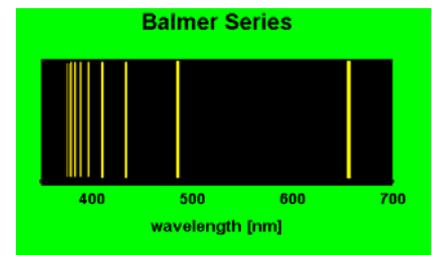
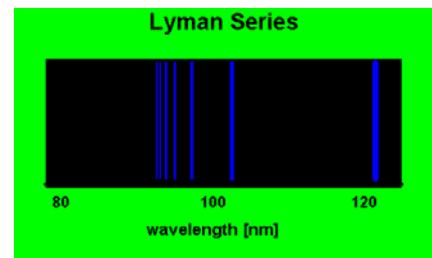
Avremo dunque per R (relativo all'idrogeno):

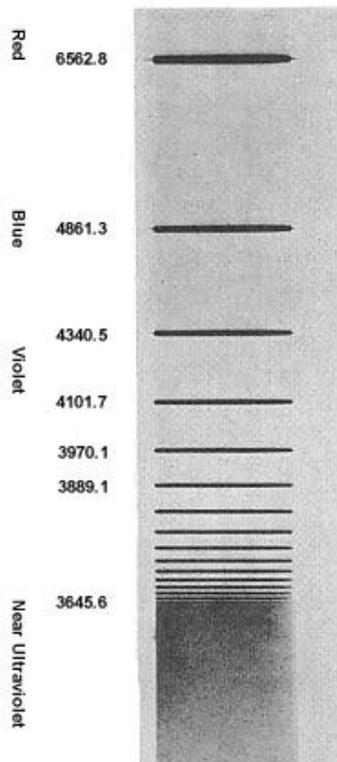
$$R = \frac{(10^{-7} c^2 e^2)^2 m_e}{4 \pi c \hbar^3} = \frac{10^{-14} 2 \pi^2 c^3 e^4 m_e}{\hbar^3} = \frac{10^{-14} \cdot 2 \pi^2 \cdot (2.99792458 \times 10^8)^3 \cdot (1.60217733 \times 10^{-19})^4 \cdot 9.1093897 \times 10^{-31}}{(6.6260755 \times 10^{-34})^3}$$

⁴⁰ Si veda in proposito l'ultimo paragrafo del capitolo precedente a questo



Le serie di righe spettrali viste come transizioni degli elettroni da o verso uno stesso livello; la serie che corrisponde ai fotoni più duri è quella che parte (o arriva) dal primo livello e si trova nella regione dell'ultravioletto. Sotto si osservano le tre serie nelle regioni dell'ultravioletto, del visibile e dell'infrarosso con il tipico addensamento per $n \rightarrow \infty$





In questa foto un po' spartana, ma essenziale, si può osservare lo spettro di righe dell'idrogeno con λ in Å e con l'addensamento delle righe spettrali

$$= 1.097'373'127 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \tag{VI.4.11}$$

Il valore calcolato differisce leggermente dal valore adottato sperimentalmente perché nel calcolarlo abbiamo ipotizzato che il nucleo avesse massa infinita rispetto a quella dell'elettrone mentre, come vedremo nel prossimo paragrafo, bisognerebbe tener conto del carattere finito della massa del nucleo il che implica che il sistema delle due masse ruoti intorno al centro di massa comune.

Per questa ragione la costante di Rydberg si indica solitamente con il simbolo R_∞ che richiama anche graficamente l'ipotesi di considerare la massa del nucleo infinita rispetto a quella dell'elettrone.

La deduzione dalla teoria della costante di Rydberg insieme alla stima delle energie e dimensioni dell'atomo di idrogeno costituiscono il banco di prova indiscusso per dimostrare che la scelta di Bohr (privilegiare il modello di Rutherford e contemporaneamente introdurre nella teoria elementi in contrasto con la fisica classica) era quella giusta.

Le serie di righe spettrali corrispondono a transizioni da livelli più esterni verso la prima orbita (quella di Lyman nell'ultravioletto), verso la seconda (quella di Balmer nel visibile) e verso la III, IV e V quelle nell'infrarosso.

Utilizzando i valori delle costanti fondamentali si ottiene per sostituzione il ben noto valore di $\mathcal{E}_1 = -13.6 \text{ eV}$ per la energia della prima orbita e $r_1 = 0.52917 \times 10^{-10} \text{ m}$ per il raggio della prima orbita.

Le energie vanno verso lo 0 come gli inversi dei quadrati dei numeri interi mentre i raggi crescono con legge quadratica.

4.4.4 IL TENTATIVO DI ADATTAMENTO ALLO SPETTRO DELL'ELIO

Il modello di Bohr vale per i cosiddetti atomi idrogenoidi cioè per atomi di numero atomico "Z" che siano totalmente ionizzati in modo che non si abbiano influenze da parte degli altri elettroni.

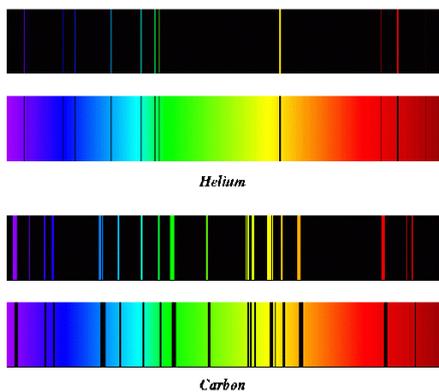
La cosa più interessante che si nota è la dipendenza dal quadrato del numero atomico (legge di Moseley) e ciò ci spiega come mai quando si considerano metalli con Z elevato, dalla interazione con elettroni in grado di espellere per effetto fotoelettrico inverso gli elettroni delle orbite più interne, si ha poi la emissione di raggi X (quando Z si avvicina a 100 si avranno fotoni di energia pari a 10^4 volte quella dell'idrogeno che è circa 10 eV e dunque circa 100 keV).

Il primo tentativo di generalizzazione delle leggi sugli spettri fu tentato con l'elio ionizzato. Prima della presentazione del modello di Bohr erano state scoperte, sia in esperienze di laboratorio con miscele H-He, sia negli spettri della luce stellare di ζ Puppis altre due serie di righe spettrali per l'idrogeno corrispondenti alla forma:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1.5^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ con } m = 2, 3, 4, \dots$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{(m + 1/2)^2} \right) \text{ con } m = 2, 3, 4, \dots$$

Tali forme che non si accordano con le previsioni per lo spettro dell'idrogeno, lo diventano se vengono in parte riferite all'elio ionizzato per il quale per il quale si ha $Z = 2$.



Spettri di assorbimento e di emissione dell'elio e del carbonio. Lo spettro dell'elio è stato interpretato mediante una rivisitazione del modello di Bohr che tenesse conto della *massa ridotta*

Infatti le serie possono essere scritte come unione di righe dell'idrogeno ⁴¹e delle serie:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{4}{3^2} - \frac{4}{m^2} \right) \text{ con } m = 4, 5, 6, \dots$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{4}{4^2} - \frac{4}{m^2} \right) \text{ con } m = 5, 6, 7, \dots$$

il che, mettendo in evidenza il fattore 4, ci porta a serie interpretabili come transizioni verso lo stato 3 e 4 dell'elio con costante $R' = 4R$ in accordo con la previsione di Bohr ($Z^2 = 4$).

Bohr nella sua memoria del 1913 osserva che il suo modello fornisce una ragione anche per la presenza di queste righe spettrali altrimenti inspiegabili.

Abbiamo riportato questa vicenda perché la cosa non è finita immediatamente con l'ennesima celebrazione *dei successi della scienza*.

Dopo la presentazione della spiegazione da parte di Bohr furono effettuati esperimenti per una accurata verifica del fatto che la costante delle serie dell'elio fosse 4 volte quella delle serie dell'idrogeno e nell'immediato si registrò una discrepanza tra teoria ed esperimento.

La determinazione della costante delle serie spettrali, come abbiamo detto, avveniva con un numero elevato di cifre significative già dai tempi di Rydberg.

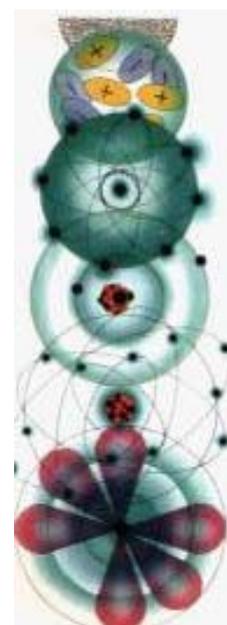
Non altrettanto si poteva dire della determinazione teorica che si basava sui valori di alcune costanti universali come m_e , e , h note con non più di 2 cifre significative. Ma il confronto delle costanti di idrogeno ed elio nella teoria di Bohr (R_{He}/R_H) doveva dare 4, indipendentemente dai valori attribuiti alle costanti universali, perché esse si semplificavano nel rapporto.

Risultava invece che il rapporto R_{He}/R_H misurato per via spettroscopica fosse 4.00163 e quella differenza a partire dalla quarta cifra significativa non poteva essere trascurata o considerata accidentale.

Bohr fu pronto a dare la risposta visto che si era già posto il problema in sede di elaborazione del modello; egli aveva ipotizzato che la massa dell'elettrone fosse trascurabile rispetto a quella del nucleo ma quando si ragiona con elevato numero di cifre significative non si può prescindere dal fatto che nucleo ed elettrone ruotano in realtà intorno al loro centro di massa. Il problema diventa identico ad un problema ben noto in meccanica nello studio del moto dei pianeti intorno al Sole o dei satelliti intorno ai pianeti.

In questi casi la rotazione delle due masse avviene intorno al centro di massa del sistema e se si vuole continuare ad utilizzare le relazioni dedotte nella approssimazione del moto intorno ad una massa infinita la massa del corpo rotante deve essere sostituita dalla relazione

$$\mu = m \frac{M}{M + m} = m \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} \tag{VI.4.12}$$



Una suggestiva immagine che visualizza il processo di evoluzione dei modelli atomici dal modello a pianeta sino agli orbitali della meccanica quantistica

⁴¹ Le serie ottenute sperimentalmente contengono righe dell'elio e righe dell'idrogeno

detta *massa ridotta* mentre la velocità dell'elettrone deve essere sostituita con la velocità relativa delle due masse. La massa ridotta dell'elettrone viene così a dipendere dalla massa del nucleo dell'atomo considerato.⁴²

Se si opera tale correzione e si tiene presente che $R \propto \mu_e$ si ottiene che:

Quando si tiene conto che il rapporto tra massa del nucleo e massa dell'elettrone è finito, la massa dell'elettrone deve essere sostituita con la **massa ridotta**:

$$\mu = m \frac{1}{1 + \frac{m}{M}}$$

$$\frac{R_{He}}{R_H} = 4 \cdot \frac{1 + \frac{m_e}{M_H}}{1 + \frac{m_e}{M_{He}}} = 4 \cdot 1.00041 = 4.00164$$

in ottimo accordo con il risultato sperimentale.

Il fatto che la costante di Rydberg dipenda (attraverso la massa ridotta) dalla massa atomica oltre che dal numero atomico ha consentito nel 1932 di interpretare come prova della esistenza del deuterio (l'isotopo stabile dell'idrogeno formato da un neutrone ed un protone) il fatto che osservando lo spettro dell'idrogeno ad alta risoluzione si osservassero due serie di righe spettrali con righe molto vicine; il deuterio fu isolato dopo tale evidenza sperimentale di origine spettroscopica.



Dopo la proposta di Bohr inizia una rapida fase di ricerche sperimentali ed adattamento di modelli che portano alla spiegazione della struttura della materia:

- quantizzazione delle grandezze
- uso di modelli con fisica classica ed ipotesi in contrasto con essa

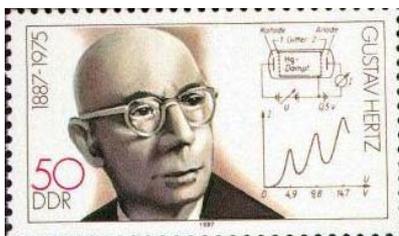
La formulazione del modello di Bohr dà la stura ad una miriade di ricerche, spesso con esito positivo, fondate sulla accettazione di due principi:

- si deve accettare la presenza di forme di quantizzazione delle grandezze meccaniche coinvolte nella determinazione delle orbite
- bisogna accettare una sorta di provvisorietà delle teorie accettate, ammettendo di utilizzare un approccio disinvolto che utilizza un mix di fisica classica e nuove ipotesi e queste ultime devono essere avanzate o procedendo per analogia con precedenti successi esplicativi o comunque piegando la teoria ai risultati degli esperimenti.



4.4.5 I RISULTATI SPERIMENTALI COLLEGATI E LA LORO INTERPRETAZIONE

Dei lavori di Moseley si è già parlato nel capitolo dedicato ai raggi X e ci basta qui sottolinearne la contemporaneità con il modello di Bohr. Nei lavori di Moseley la energia dei fotoni X emessi dalla transizione di elettroni dalla seconda alla prima orbita risultava proporzionale a $(Z - 1)^2$. Il fatto che il numero atomico fosse diminuito di 1 venne alla fine interpretato con la scoperta che nello strato più interno (molto vicino al nucleo) la carica nucleare era schermata dalla presenza del secondo elettrone nel primo strato dell'atomo ionizzato.



L'effetto Stark prodotto nel 1913 indica che un campo elettrico determina uno sparpagliamento delle righe spettrali: su questo punto ci fu inizialmente una ipotesi interpretativa di Bohr che prevedeva solo uno sdoppiamento e successive correzioni di Schwartzschild che, utilizzando una pluralità di numeri quantici dava conto del fenomeno.

Sempre nel 1913 Franck ed Hertz compirono esperimenti di collisione tra elettroni e vapori di mercurio; la curva tensione corrente in un tubo a vapori di mercurio presentava una successione di picchi interpretabili come passaggio da urti elastici tra elettroni e gas ad urti anelastici.

Esperimenti del 1913

- H. Moseley: gli spettri dei raggi X contengono una riga con energia proporzionale a $(Z - 1)^2$
- J. Stark, Nobel 1919: i campi elettrici producono uno sparpagliamento delle linee spettrali
- G. Hertz, Nobel 1925 con J. Frank: le interazioni tra elettroni e mercurio diventano anelastiche a ben precisi valori di energia

⁴² La deduzione di questa correzione è molto semplice e si basa sul calcolo della quantità di moto della particella e sulle proprietà del centro di massa. Il calcolo viene riportato come esercizio a fine capitolo.

Quando gli elettroni raggiungevano, per effetto del campo anodico una energia sufficiente ad eccitare il mercurio, si aveva un brusco calo di corrente perché l'energia dell'elettrone serviva a spostare un elettrone del mercurio su un'orbita più esterna.

A questo calo seguiva una successiva emissione di radiazione ultravioletta (riassetamento dell'atomo). E tutto ciò accadeva ciclicamente al crescere del potenziale anodico ogni volta che l'energia cinetica degli elettroni raggiungeva la soglia di eccitazione corrispondente alla differenza di energia delle orbite discrete.

4.4.6 L'ATOMO DI BOHR SOMMERFELD

Arnold Sommerfeld (Königsberg 1868 – 1951) fu il protagonista con Bohr della *vecchia meccanica quantistica* svolgendo il ruolo del paladino del rigore attraverso la proposta di teorie in cui le ipotesi euristiche via via avanzate potessero inserirsi nei modelli di teorie assiomaticamente utilizzate in fisica teorica.

Fu questo approccio a far emergere ad un certo punto la necessità di ricostruire l'intero edificio dalle fondamenta. La introduzione continua di *ipotesi ad hoc* risultava sempre più insoddisfacente per i giovani allievi di Sommerfeld che avevano studiato sui suoi testi (quali Max Born e Werner Heisenberg).

Sommerfeld prese le mosse dalla necessità di spiegare la cosiddetta *struttura fine* degli spettri. Se si analizzano le righe spettrali utilizzando strumenti di elevato potere risolvibile si osserva che le righe sono in realtà associazioni di *doppietti* o di *multiplotti* fortemente ravvicinati.

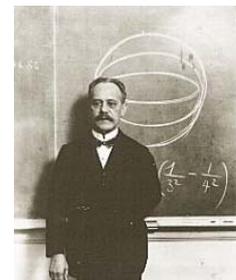
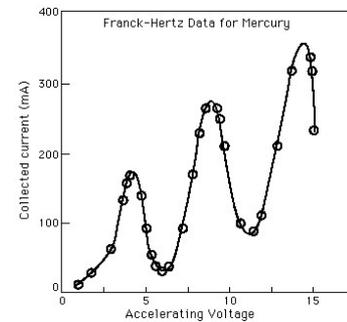
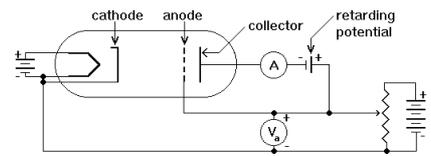
Per interpretare la struttura fine dello spettro dell'idrogeno Sommerfeld applicò, al posto della meccanica classica, la meccanica relativistica al modello di Bohr e ciò gli consentì di pervenire ad una relazione in cui si evidenziava la presenza di un moto orbitale ellittico cui si sovrapponeva un moto di precessione; la formula che forniva i corrispondenti livelli energetici conteneva accanto a $1/n^2$ un secondo termine contenente due numeri interi e caratterizzato da una costante adimensionale α , da allora detta *costante di struttura fine*, che si ritroverà permanentemente nelle indagini di meccanica quantistica (modello standard incluso),

$$\alpha = \frac{k e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137.0} \tag{VI.4.13}$$

Con il modello corretto di Sommerfeld la energia quantizzata veniva a dipendere da due numeri interi. Già Bohr aveva fatto osservare la utilità di ipotizzare che le orbite, come nel caso della meccanica newtoniana, andassero considerate come ellittiche; secondo Sommerfeld ciò avrebbe comportato l'utilizzo di due numeri quantici uno legato alle dimensioni dell'orbita (energia) con 1, 2, 3, ... e l'altro legato alla sua forma (momento angolare) con valori da 0 al valore precedente.

Il caso delle orbite circolari corrispondeva alla uguaglianza dei due numeri quantici e, nel caso dell'idrogeno, le orbite non circolari erano degeneri (Bohr era stato fortunato a partire dall'idrogeno) ma ciò non sarebbe accaduto per $Z > 1$.

Nelle ricerche immediatamente precedenti alla applicazione della relatività Sommerfeld aveva introdotto un terzo numero quantico per descrive-



Arnold Sommerfeld con sullo sfondo le sue **orbite ellittiche** e una tipica legge spettrale; a lato il suo testo classico **Struttura atomica e righe spettrali** su cui si formarono i padri della meccanica quantistica



Sommerfeld, docente di fisica teorica a Monaco, insieme a Bohr: sarà lui ad introdurre in fisica il **secondo e terzo numero quantico** basati sulla idea di **orbita ellittica** e sulla **orientazione spaziale delle orbite**; i creatori della nuova meccanica quantistica si formarono sulle sue ricerche e sui suoi testi

re una quantizzazione anche delle orientazioni spaziali. Si arrivò così a tre numeri quantici:

- *il numero quantico radiale*, che per noi è il numero quantico principale o primo numero quantico; esso è inizialmente legato alla distanza massima dell'elettrone dal nucleo e da solo è in grado di determinare l'energia dell'orbita; lo indicheremo con n .

- *il numero quantico azimutale*, che per noi è il secondo numero quantico; esso ci informa inizialmente della eccentricità dell'orbita e in meccanica quantistica corrisponde alla quantizzazione del momento angolare; lo indicheremo con k ed esso prende i valori da 0 a $n-1$ in unità \hbar .

- *il numero quantico equatoriale*, che per noi è il terzo numero quantico (fu poi chiamato magnetico da Sommerfeld tenendo conto del legame tra momento angolare e magnetico) ci informa del modo in cui il piano dell'orbita può disporsi rispetto ad una direzione preassegnata esterna all'atomo; esso può assumere tutti i valori compresi tra $-k$ e k in unità di momento magnetico o di momento angolare. Lo indicheremo con l .

4.4.7 LA TAVOLA DEGLI ELEMENTI

In occasione della cerimonia di consegna del premio Nobel nel 1922 Bohr che utilizza due soli numeri quantici si esprime così a proposito della tabella degli elementi:

Nella tabella qui a lato viene dato un sunto dei risultati riguardanti la struttura degli atomi cui l'autore è giunto considerando le successive catture e legami degli elettroni da parte del nucleo atomico. Nella prima colonna viene indicato il numero atomico che fornisce il numero totale di elettroni dell'atomo allo stato neutro.

Le cifre nelle altre colonne danno il numero di elettroni nelle orbite corrispondenti ai valori del numero quantico principale e secondario

indicati in testa alla colonna.

Per ragioni di brevità indicheremo un'orbita di numero quantico principale n come orbita quantica n . Il primo elettrone legato di ogni atomo si muove in un'orbita che corrisponde allo stato normale dell'atomo di idrogeno con simbolo quantico 1_1 . Ovviamente nell'atomo di idrogeno si ha un solo elettrone; ma dobbiamo accettare che

	1 ₁	2 ₁ 2 ₂	3 ₁ 3 ₂ 3 ₃	4 ₁ 4 ₂ 4 ₃ 4 ₄	5 ₁ 5 ₂ 5 ₃ 5 ₄ 5 ₅	6 ₁ 6 ₂ 6 ₃ 6 ₄ 6 ₅ 6 ₆	7 ₁ 7 ₂
1 H	1						
2 He	2						
3 Li	2	1					
4 Be	2	2					
5 B	2	2 (1)					
- -	-	-					
10 Ne	2	4 4					
11 Na	2	4 4	1				
12 Mg	2	4 4	2				
13 Al	2	4 4	2 1				
- -	-	-	-				
18 A	2	4 4	4 4				
19 K	2	4 4	4 4	1			
20 Ca	2	4 4	4 4	2			
21 Sc	2	4 4	4 4 1	(2)			
22 Ti	2	4 4	4 4 2	(2)			
- -	-	-	-	-			
29 Cu	2	4 4	6 6 6	1			
30 Zn	2	4 4	6 6 6	2			
31 Ga	2	4 4	6 6 6	2 1			
- -	-	-	-	-			
36 Kr	2	4 4	6 6 6	4 4			
37 Rb	2	4 4	6 6 6	4 4	1		
38 Sr	2	4 4	6 6 6	4 4	2		
39 Y	2	4 4	6 6 6	4 4 1	(2)		
40 Zr	2	4 4	6 6 6	4 4 2	(2)		
- -	-	-	-	-	-		
47 Ag	2	4 4	6 6 6	6 6 6	1		
48 Cd	2	4 4	6 6 6	6 6 6	2		
49 In	2	4 4	6 6 6	6 6 6	2 1		
- -	-	-	-	-	-		
54 X	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4		
55 Cs	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4	1	
56 Ba	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4	2	
57 La	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4 1	(2)	
58 Ce	2	4 4	6 6 6	6 6 6 1	4 4 1	(2)	
59 Pr	2	4 4	6 6 6	6 6 6 2	4 4 1	(2)	
- -	-	-	-	-	-	-	
71 Cp	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	4 4 1	(2)	
72 -	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	4 4 2	(2)	
- -	-	-	-	-	-	-	
79 Au	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6		
80 Hg	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	2	
81 Tl	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	2 1	
- -	-	-	-	-	-	-	
86 Em	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	4 4	
87 -	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	4 4	1
88 Ra	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	4 4	2
89 Ac	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	4 4 1	(2)
90 Th	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	6 6 6	4 4 2	(2)
- -	-	-	-	-	-	-	-
118 ?	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	8 8 8 8	6 6 6	4 4

Tabella di riempimento dei livelli elettronici presentata da Bohr tra il 1921 e il 1922 e basata sui primi due numeri quantici oltre che sulla necessità di spiegare le regolarità delle proprietà. Come si vede il riempimento regolare cessa dopo il III periodo quando non è più detto che se $n_2 > n_1 \Rightarrow \mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$

negli atomi degli altri elementi anche il successivo elettrone sia legato con un numero quantico orbitale di tipo 1_1 .

Come si vede in tabella i successivi elettroni sono legati in orbite di tipo 2. Il legame risulterà prima di tipo 2_1 e poi di tipo 2_2 finché, dopo aver legato i primi 10 elettroni si raggiunge una configurazione chiusa delle orbite quantistiche in cui ipotizzo che esistano quattro orbite di ogni tipo. Questa configurazione viene raggiunta per la prima volta dall'atomo neutro di Neon, che conclude il secondo periodo della tavola periodica. Se si procede oltre si osserva che i successivi elettroni sono legati in un'orbita di tipo 3 finché, dopo la conclusione del III periodo del sistema, incontriamo per la prima volta gli elementi del quarto periodo con elettroni nella quarta orbita e così via.

...

Una caratteristica essenziale della teoria è l'influenza sulla intensità del legame e sulla dimensione delle orbite, della penetrazione degli elettroni legati più esterni nelle regioni di quelli più interni...

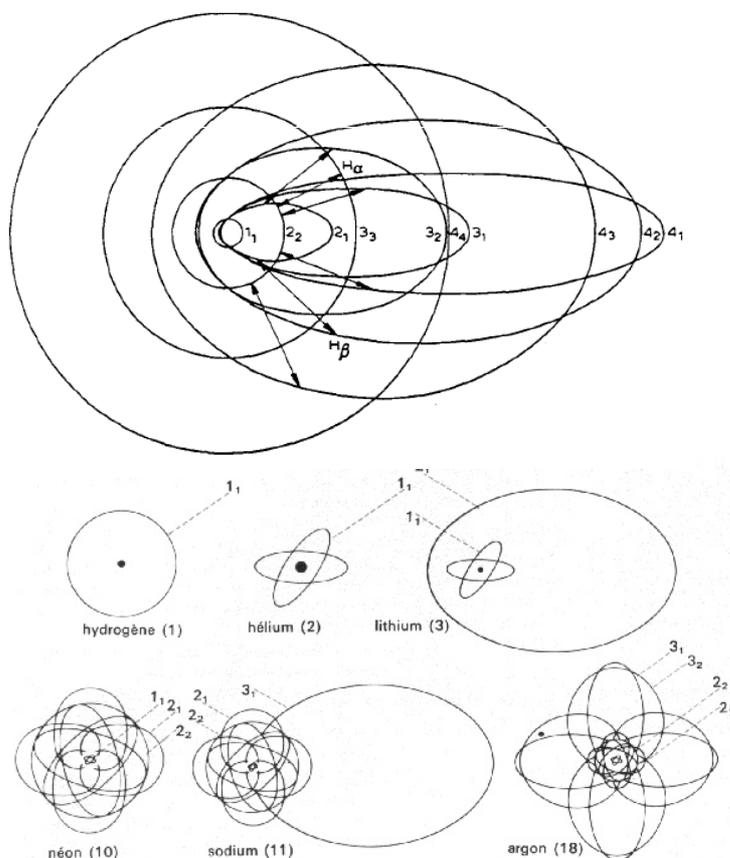
Tale circostanza può essere considerata la causa principale della marcata periodicità nelle proprietà degli elementi perché essa implica che le dimensioni atomiche e le proprietà chimiche di sostanze omologhe appartenenti a periodi diversi, come accade per esempio per i metalli alcalini, mostrino una similarità maggiore di quella che ci si potrebbe aspettare in base ad un confronto diretto dell'orbita dell'ultimo elettrone collocato con quella dello stesso numero quantico nell'atomo di idrogeno. ...

La crescita del numero quantico principale che si ha nel procedere attraverso la tabella richiede una immediata spiegazione con riferimento alla deviazione caratteristica che si ha dalla semplice periodicità e che è indicata (nella figura ad albero) dal fatto che alcuni elementi del periodo successivo sono stati racchiusi in un rettangolo. La prima volta che si incontra questa deviazione è nel quarto periodo e la ragione di ciò può essere semplicemente illustrata per mezzo della rappresentazione delle orbite nell'ultimo elettrone legato dell'atomo del potassio, che è il primo elemento di tale periodo. ...

Lo stato normale corrisponde qui ad un'orbita 4_1 che, a causa della penetrazione negli strati più interni, corrisponde ad un legame più forte di quello di un elettrone di un'orbita di tipo 4 dell'idrogeno.

Il legame in questione in effetti è anche più forte di quello di un'orbita di tipo 2 dell'atomo di idrogeno ed è pertanto più di due volte più forte dell'orbita circolare 3_3 che è completamente esterna alla regione più interna. Per questa ragione l'intensità del legame differisce di poco da quella di un'orbita di tipo 3 dell'idrogeno. ...⁴³

A questo punto Bohr svolge una dettagliata discussione delle anomalie nei processi di riempimento dell'orbita più esterna dovute a suo modo di vedere al fatto che, a volte, un'orbita di numero quantico principale più alto, a causa del basso valore del numero quantico secondario che le dà una forma allungata penetra nelle zone più prossime al nucleo e pertanto può risultare con un valore di energia di legame maggiore di u-



Nella prima figura la **rappresentazione delle orbite data da Bohr** in occasione della *Nobel Lecture* nel 1922; il doppio numero indica i primi due numeri quantici. Si osservi che le **orbite esterne** di grande eccentricità **possono arrivare molto vicine al nucleo** e ciò determina una energia di legame più alta di quelle con n più elevato; questo fatto consentì a Bohr di spiegare la struttura anomala della tavola degli elementi nella zona delle terre rare e degli attinidi. Nella seconda figura rappresentazione di alcuni elementi al crescere del numero atomico.

⁴³ N. Bohr; Nobel Lecture, 11/12/1922; traduzione di Claudio Cereda

n'orbita di numero quantico principale inferiore ma con un numero quantico secondario elevato (orbita circolare).

La non progressività dei processi di riempimento che si verifica a partire da $n = 4$ determinerebbe poi stranezze nelle caratteristiche fisico chimiche dei corrispondenti elementi. Tali stranezze erano già note sul versante della chimica e, per la prima volta, poterono essere interpretate in chiave di struttura atomica.

In questo modo Bohr esamina lo status:

- degli elementi del IV periodo da 21 a 28 tutti con proprietà analoghe al Ferro e caratterizzati da un progressivo riempimento della terza orbita
- degli elementi del V periodo da 35 a 46 caratterizzati dal riempimento della quarta orbita anche se è già iniziato il riempimento della quinta

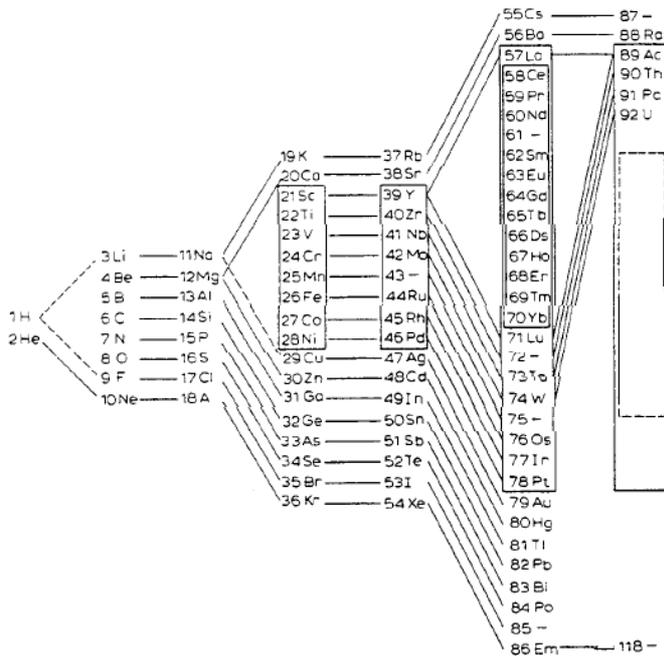


Tabella degli elementi di Bohr con i periodi in verticale ed i gruppi uniti da linee di connessione. Bohr riquadra gli elementi dotati di proprietà simili (famiglie) per i quali la similarità di proprietà deriva da uguale configurazione esterna mentre vengono riempiti i livelli più interni

- degli elementi del VI periodo a partire dal Lantano 57 per i quali inizia il riempimento della quinta orbita invece di proseguire quello della sesta. Si riesce così a dare una collocazione al cosiddetto gruppo delle *terre rare* che presenta proprietà simili a causa della presenza di 3 elettroni esterni di valenza appartenenti alla 5° e 6° orbita mentre al crescere del numero atomico viene riempita la 4°. Dovrebbero essere 14 elementi e allo stato se ne conoscono solo 13 (il promezio sarà scoperto solo nel 1947). Si osservi che nel diagramma ad albero l'elemento 72 che dovrebbe essere affine allo Zirconio 40 è vuoto. La sua scoperta avverrà proprio nei giorni della Nobel Lecture e gli verrà dato il nome di Afnio (dal nome latino di Copenaghen).

- degli elementi del VII periodo che, a partire dall'attinio 89 vengono prodotti senza più mutare lo stato della 7° orbita (con

due elettroni in 7_1) attraverso il riempimento delle orbite 5_4 . Ciò gli permette di formulare una previsione che porti ad una famiglia ancora sconosciuta (detta degli attinidi) in cui insieme all'uranio possano esistere elementi sino al 118 (un gas nobile con 8 elettroni sulla 7° orbita e una ripartizione 2, 8, 18, 32, 32, 18, 8). Tali elementi (i transuranici) sarebbero stati pian piano scoperti quasi tutti.

4.4.8 IL 3° E 4° NUMERO QUANTICO: ENTRA IN SCENA WOLFGANG PAULI

Si è già accennato alla introduzione da parte di Sommerfeld di un 3° numero quantico che però non abbiamo visto all'opera nel modello di tavola periodica proposto da Bohr. D'altra parte, senza tale numero è difficile spiegare perché il numero massimo di elettroni in corrispondenza del secondo numero quantico valga rispettivamente 2, 4, 6 e 8.

I problemi che rimanevano aperti operando con il primo ed il secondo numero quantico erano: una spiegazione esaustiva della presenza accanto a doppietti e triplette per alcune righe spettrali dei cosiddetti multipletti (effetto Zeeman anomalo); la necessità di spiegare i risultati dell'esperimento di Stern e Gerlach che sembrava indicare l'esistenza di una quantizzazione delle componenti del momento magnetico atomico e la necessità di introdurre numeri quantici semi-interi

La questione venne risolta definitivamente da Wolfgang Pauli tra il 1924 e il 1925 con la formulazione del *principio di esclusione*. Pauli partì dalla questione dei momenti magnetici semi-interi ed invece di tentare di assegnarli all'atomo ebbe l'intuizione di riferirli agli elettroni. Secondo il principio di esclusione:

- un elettrone all'interno di un atomo è caratterizzato da quattro numeri quantici: i tre del modello di Bohr Sommerfeld, ed un quarto numero che può assumere solo due valori semi-interi ⁴⁴
- in uno stesso atomo non possono coesistere due elettroni con gli stessi numeri quantici.

Applicando il principio di esclusione fissato n , k può assumere n valori e per ogni valore di k si hanno $2k + 1$ valori di l ; per ogni valore di l si ha un massimo di 2 elettroni. Si ha così:

per $n = 1$, $k = 0$, $l = 0$, $\pm s$ in totale 2 stati

per $n = 2$ il caso precedente e in più $k = 1$, $l = -1, 0, 1$ e $\pm s$ in totale $6 + 2 = 8$ stati

per $n = 3$ il caso precedente e in più $k = 2$, $l = -2, -1, 0, 1, 2$ e $\pm s$ in totale $10 + 8 = 18$ stati

per $n = 4$ il caso precedente e in più $k = 3$, $l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ e $\pm s$ in totale $14 + 18 = 32$ stati

per $n = 5$ il caso precedente e in più $k = 4$, $l = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ e $\pm s$ in totale $18 + 32 = 60$ stati e così via.



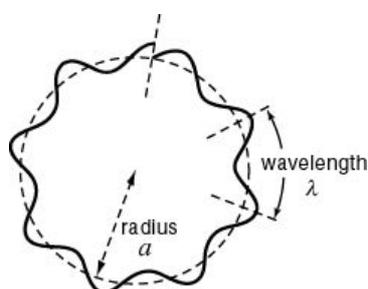
⁴⁴ La interpretazione del quarto numero come momento angolare intrinseco dell'elettrone (spin) venne data pochi mesi dopo.

4.5 Il dualismo ondulatorio corpuscolare per la materia

4.5.1 L'IPOTESI DI DE BROGLIE E LA SPIEGAZIONE DELL'ATOMO DI BOHR



Maurice de Broglie applica con successo la teoria dei fotoni all'effetto fotoelettrico prodotto dai raggi X; è l'ispiratore del fratello Louis



La quantizzazione degli stati viene spiegata come condizione di stazionarietà dell'onda di De Broglie associata all'elettrone in orbita



La teoria dei fotoni viene rafforzata dalla scoperta, dopo l'effetto Compton, anche dell'effetto Raman con cui si osserva la capacità dei quanti di luce di diffondere gli elettroni debolmente legati nel pieno rispetto delle leggi dell'urto relativistico

La necessità di spiegare e motivare le condizioni di quantizzazione in modo di rendere le teorie quantistiche meno ibride ad artificiose

Louis-Victor De Broglie (1892–1987) era un aristocratico francese con un fratello fisico abbastanza famoso (Maurice 1875–1960) che si occupò di importanti ricerche di struttura della materia con riferimento ai raggi X. Maurice de Broglie, convinto sostenitore delle ipotesi di Einstein sui fotoni, fu in qualche modo l'ispiratore delle idee del fratello il cui principale contributo alla nascita della nuova fisica fu quello di aver avanzato tra il 1923 e il 1924 una teoria che estendeva le problematiche del dualismo ondulatorio corpuscolare dalla radiazione alla materia.

Questa teoria fece da premessa alle successive elaborazioni di Schrödinger che portarono alla elaborazione della meccanica ondulatoria (prima versione della nuova meccanica quantistica) ed ispirò ricerche tese ad evidenziare (prima per gli elettroni e poi per le altre particelle) la evidenza di fenomeni di interferenza e di diffrazione.

Vediamo come De Broglie ricostruisce il quadro delle sue ricerche in una conferenza del 1958:⁴⁵

La meccanica ondulatoria trae la sua origine da due specie di fatti sperimentali, quelli relativi alla luce e quelli in cui intervengono i corpuscoli, e dalle difficoltà di interpretazione che questi fatti hanno sollevato.

La scoperta dell'effetto fotoelettrico e di altri fenomeni relativi alla luce (come gli effetti Compton e Raman⁴⁶) ha costretto i fisici a introdurre nuovamente nelle loro teoria immagini corpuscolari analoghe a quelle che erano state abbandonate cinquant'anni prima con il trionfo della teoria ondulatoria di Fresnel. Una teoria completa della luce, quindi, avrebbe dovuto tener conto sia delle onde luminose di Fresnel che hanno, secondo l'interpretazione di Maxwell, una natura elettromagnetica, sia dei quanti di energia luminosa o "fotoni", che Einstein — nel 1905 — aveva introdotto nella fisica, proseguendo così per la via tracciata da Planck quando questi aveva fatto intervenire i quanti nella teoria della radiazione del corpo nero.

D'altro lato, i successi riportati dalla teoria dei quanti di Planck avevano mostrato che i corpuscoli materiali, in particolare gli elettroni, non possono compiere nell'interno degli edifici atomici (atomi e molecole) tutti i moti consentiti dalla meccanica classica: solo sembravano possibili quei moti capaci di soddisfare a certe condizioni *quantistiche*, dove compaiono numeri interi e la famosa costante d'azione h di Planck. Applicando questa idea al moto degli elettroni intorno al nucleo, in un atomo concepito secondo il modello di Rutherford, Niels Bohr — nel 1913 — ha potuto formulare la sua celebre teoria dell'atomo, che ha permesso così numerose previsioni e interpretazioni, tanto da poter dire oggi che essa ci ha dato la chiave del mondo atomico. Nonostante gli strepitosi successi, queste teorie quantistiche erano pur sempre ibride e per diversi aspetti poco soddisfacenti: esse, in modo molto artificioso, imponevano ai calcoli della meccanica classica alcune condizioni che alla meccanica erano affatto estranee. In particolare, la presenza di numeri interi nelle teorie quantistiche è un fatto incomprensibile dal punto di vista della meccanica classica, mentre apparirebbe naturale in una teoria ondulatoria, poiché nei processi ondulatori sono fre-

⁴⁵ L. de Broglie, *Principi ed applicazioni della meccanica ondulatoria*, in *Sui sentieri della scienza* ed. Boringhieri

⁴⁶ Si tratta dell'equivalente dell'effetto Compton nella regione dello spettro visibile.

quenti i fenomeni nei quali bisogna tener conto di numeri interi (risonanze, interferenze, eccetera). Questa è una delle osservazioni che sono state all'origine della meccanica ondulatoria.

Nel 1923 l'autore del presente libro, dopo aver molto riflettuto su questi problemi, ebbe l'idea che occorresse ammettere l'esistenza di una dualità onda e corpuscolo, sia per gli elettroni e gli altri corpuscoli materiali, sia per i fotoni della luce. In altri termini, occorre cercare di associare la propagazione di un'onda al moto dei corpuscoli materiali così come, nel caso della luce, si era dovuto associare lo spostamento dei fotoni alla propagazione dell'onda luminosa di Fresnel-Maxwell. Con considerazioni tratte dalla teoria della relatività e dalla meccanica analitica si è potuto infine formulare una teoria sintetica con il carattere di una "meccanica ondulatoria": essa ci dà la correlazione tra il moto rettilineo uniforme di un corpuscolo libero di energia \mathcal{E} e di quantità di moto (di modulo) p e la propagazione dell'onda piana monocromatica di frequenza ν e di lunghezza d'onda λ , ad esso associata, tramite le due formule fondamentali

$$\mathcal{E} = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda} \qquad (1)$$

Applicando le (1) al caso particolare della luce, si ricavano immediatamente quelle formule che Einstein aveva posto alla base della sua teoria dei quanti di luce (fotoni): la teoria di Einstein rientrava così come un caso particolare nella più vasta sintesi realizzata dalla meccanica ondulatoria. Se applichiamo quest'ultima agli elettroni, possiamo interpretare le condizioni quantiche che definiscono le orbite stazionarie di Bohr (come analoghe a condizioni di risonanza) e che esprimono che l'onda associata all'elettrone è un'onda stazionaria: la presenza di numeri interi in queste formule è allora del tutto naturale.

4.5.2 LA GENERALIZZAZIONE DELLA TEORIA DI DE BROGLIE E LE CONFERME SPERIMENTALI

Nel 1926 Erwin Schrödinger, ispirandosi ai concetti sviluppati dall'autore, riuscì in una serie di memorie a precisare notevolmente le basi matematiche della meccanica ondulatoria, estendendone la validità. Approfondendo l'analogia, già segnalata cent'anni prima da Hamilton, tra l'ottica geometrica e la meccanica analitica, egli dedusse l'equazione generale della propagazione — valevole nell'approssimazione non relativistica — per l'onda associata a un corpuscolo che si trovi in un dato campo; quindi, servendosi dell'immagine dello *spazio delle configurazioni*, ottenne anche l'equazione di propagazione in tale spazio dell'onda associata a un sistema di corpuscoli interagenti tra di loro. Egli poté quindi calcolare in modo rigoroso gli stati stazionari dei sistemi quantizzati e fornire alcuni risultati che sono rimasti classici.

Colpito dallo strano fatto che questi risultati coincidevano con quelli ottenuti pochissimo tempo prima (1925) da Heisenberg, il quale si era servito del formalismo molto astratto della *meccanica quantistica o meccanica delle matrici*, Schrödinger dimostrò che la meccanica ondulatoria e quella quantistica di Heisenberg, nonostante la loro apparente diversità, possono essere considerate come la formulazione in due linguaggi matematici differenti di una stessa teoria. L'opera di Schrödinger ha avuto un'importanza capitale nello sviluppo della meccanica ondulatoria.

Tuttavia, anche se grandi erano i successi riportati, l'idea di associare un'onda all'elettrone non era ancora suffragata da una verifica sperimentale diretta. Questa è stata ottenuta nel 1927 da Davisson e Germer, i quali hanno rivelato, facendo attraversare un cristallo di nichel da un fascio monocinetico di elettroni, un fenomeno di diffrazione del tutto simile a quello che si potrebbe avere, nelle stesse condizioni, servendosi — in luogo degli elettroni — di un fascio monocromatico di raggi X.

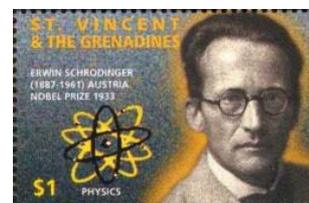
La meccanica ondulatoria spiega facilmente questo risultato : la seconda formula delle (1) ci dice infatti che l'onda associata a un elettrone che ha acquistato velocità



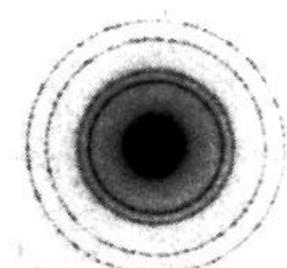
Nella teoria ondulatoria sono frequenti i fenomeni governati da numeri interi; forse le onde si prestano meglio a rappresentare la discontinuità atomica



Se si applicano le relazioni sui fotoni agli elettroni la quantizzazione del momento angolare equivale semplicemente a richiedere che **l'onda associata all'orbita sia stazionaria** e cioè che $2\pi r = n\lambda$



Il contributo di **Schrödinger** che generalizza le ipotesi di De Broglie e fonda una nuova teoria in cui la materia è analizzata in chiave ondulatoria



Nel 1927 **Davisson e Germer** evidenziano la capacità degli **elettroni** di produrre **frange di diffrazione**
 Nella foto in alto figura di diffrazione di elettroni su cristallo di **Alluminio**

a causa di una caduta di potenziale di ΔV volt possiede una lunghezza d'onda eguale, quando si trascurino le correzioni relativistiche, a

$$\lambda = \frac{12.25}{\sqrt{\Delta V}} \cdot 10^{-8} \text{cm} \quad (47)$$

Questa lunghezza d'onda è dello stesso ordine di quella dei raggi X e gamma, e quindi molto minore di quella della luce visibile; e ci si deve attendere che gli elettroni, incidendo su un corpo a struttura cristallina, diano luogo a un fenomeno di diffrazione del tutto analogo a quello previsto dalla teoria classica di Laue-Bragg, teoria che viene utilizzata costantemente in spettroscopia.

Gli esperimenti di Davisson e Germer, ripresi ben presto sotto forme differenti da G. P. Thomson, Ponte, Kikuchi, Rupp, hanno dato un'assoluta conferma dei concetti della meccanica ondulatoria e della formula [2], dimostrando così la necessità di associare un'onda all'elettrone. Per gli elettroni molto veloci, per i quali occorre tener conto della variazione relativistica della massa in ragione della velocità, occorre sostituire la formula [2] con una espressione un poco più complicata, che è stata parimenti confermata dall'esperienza.

D'altra parte si sono potuti ottenere fenomeni di diffrazione anche con particelle diverse dagli elettroni, come i protoni, i nuclei atomici e ultimamente persino i neutroni. Così è stato provato che a ciascuna particella è associata un'onda e che le formule (1) sono sempre applicabili per descrivere siffatta associazione. Segnaliamo infine che, nel 1940 Bórsch ha potuto ripetere con elettroni quegli esperimenti di diffrazione sui bordi di uno schermo che, nel 1816, avevano permesso a Fresnel di stabilire la natura ondulatoria della luce. ⁴⁸

4.5.3 ONDE DI COSA?

Quando De Broglie elaborò la sua teoria era convinto che la materia fosse una sorta di condensazione di un'onda e, in maniera non dissimile la pensavano sia Schrödinger sia Einstein. L'ipotesi di poter ricondurre i fenomeni materiali ad un teoria ondulatoria aveva il vantaggio di consentire una fisica, tutto sommato, tradizionale, in cui continuava a valere una descrizione del mondo di tipo deterministico e in cui non si avevano violazioni dei principi di causalità.

Le cose andarono però in maniera diversa: né de Broglie e nemmeno Einstein riuscirono a costruire una teoria di tipo quantistico in grado di competere con le elaborazioni di Heisenberg, Born, Pauli e Bohr.

Il dibattito si svolse tra la fine degli anni 20 e tutti gli anni 30 e nemmeno l'ipotesi di Einstein che la meccanica quantistica potesse essere una *teoria provvisoria* riuscì ad affermarsi. Einstein pensava che la meccanica quantistica con le sue impostazioni epistemologiche, poco accettabili a chi fosse convinto della necessità di una scienza basata sul principio di causalità, fosse una teoria provvisoria destinata ad essere prima o poi sostituita da una nuova teoria che, pur rovesciando il quadro della fisica classica, risultasse in accordo con l'ideale di una scienza di tipo deterministico e rispettosa del principio di *località* in base al quale la trasmissione



Le **onde stazionarie** di De Broglie applicate alla spiegazione della **quantizzazione orbitale** nell'atomo di Bohr; sono stabili solo le orbite per le quali la lunghezza corrisponde ad un numero intero di lunghezze d'onda

⁴⁷ In effetti si ha: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m \mathcal{E}_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m e \Delta V}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9.11 \times 10^{-31} \cdot 1.602 \times 10^{-19} \cdot \Delta V}} = \frac{1.227 \times 10^{-9}}{\sqrt{\Delta V}} \text{ m}$

⁴⁸ Si tratta del fatto che uno schermo circolare produce un'ombra con al suo centro, per effetto della diffrazione, una macchia luminosa.

di una informazione dovesse sempre risultare in ritardo rispetto all'evento che la genera.

Dei paradossi e delle *insoddisfazioni* indotte dalla meccanica quantistica si tratterà in uno dei prossimi capitoli.

Costanti universali e costanti sperimentali della microfisica	
Grandezza	valore
carica elementare, e	$1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
numero Avogadro, N_A	$6.022137 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
costante Boltzmann, k_B	$1.38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
	$8.6174 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$
costante di Plank, h	$6.62607 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
	$4.13567 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$
unità massa atomica, amu	$1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
	$9.314943 \cdot 10^8 \text{ eV}$
	$10^{-3} / N_A \text{ kg}$
costante di Rydberg, R_y	$1.09737315 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
massa del protone, m_p	$1.672623 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
	1.00727647 amu
	$9.382723 \cdot 10^8 \text{ eV}$
massa del neutrone, m_n	$1.6749286 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
	1.00866490 amu
	$9.395656 \cdot 10^8 \text{ eV}$
massa dell'elettrone, m_e	$9.109390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
	$5.485799 \cdot 10^{-4} \text{ amu}$
	$5.109991 \cdot 10^5 \text{ eV}$
m_p / m_e	1836.1527
m_n / m_e	1838.6837
m_n / m_p	1.0013784
velocità luce nel vuoto, c	$2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
costante dielettrica vuoto ϵ_0	$8.854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
costante legge di Colomb k	$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 10^{-7} \text{ C}^2$
	$8.987551788 \cdot 10^9 \text{ m/F}$
permeabilità vuoto μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Tabella VI.4.1	

4.6 Problemi ed applicazioni della vecchia meccanica quantistica

Negli esercizi sulle particelle, tipici della fisica novecentesca, si fa un uso continuo delle costanti universali e di quelle sperimentali che, a volte, devono essere utilizzate con un elevato numero di cifre significative; ciò capita per esempio, quando si devono calcolare le energie del legame nucleare attraverso il difetto di massa.

Per questa ragione abbiamo ritenuto opportuno richiamare alla fine del precedente paragrafo una raccolta di tali costanti espresse nelle diverse unità utilizzate nella microfisica.

Anche se la tabella VI.4.1 consente di evitare *noiose conversioni di unità di misura*, lo studente è invitato ad esercitarsi nella effettuazione di tali conversioni (in particolare quelle tra J, eV, kg ed amu perché queste 4 unità di misura *esprimono in maniera indifferente masse od energie* i cui valori sono collegati tra loro tramite la velocità della luce e la carica elementare).

Per convertire una energia dagli eV ai J bisogna moltiplicare per la carica elementare e ciò consente di operare semplificazioni quando si sostituiscono i dati (si veda per esempio il II problema).

Nella esecuzione dei calcoli è sempre conveniente (senza esagerare) utilizzare per le costanti il maggior numero di cifre significative in modo di non introdurre ulteriori errori oltre a quelli già presenti nei dati (di solito espressi con 3 cifre significative).

4.6.1 DETERMINAZIONI QUANTITATIVE SULL'ATOMO NUCLEARE

Relazione tra angolo di scattering e parametro d'urto



Una sorgente di $^{235}\text{U}^{92}$ emette particelle α con $\mathcal{E}_\alpha = 4.404$ MeV; sapendo che la particella viene deflessa da un foglio d'oro con un angolo $\phi = 47.5^\circ$ determinare il parametro d'urto alla luce della relazione di Rutherford per lo scattering iperbolico secondo cui $\tan \frac{1}{2} \phi = \frac{b}{2p}$

$$\tan \frac{1}{2} \phi = \frac{b}{2p}$$



Il valore di b può essere determinato imponendo che l'energia cinetica si converta integralmente in energia potenziale: $\mathcal{E}_k = \frac{k Z_1 Z_2 e^2}{b}$

Dalla relazione si ottiene (per $Z_1 = 79$ e $Z_2 = 2$):

$$b = \frac{k Z_1 Z_2 e^2}{\mathcal{E}_k} = \frac{8.99 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 79 \cdot (1.602 \cdot 10^{-19})^2}{4.404 \cdot 10^6 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}} = 5.17 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Il parametro d'urto è dunque:

$$p = \frac{b}{2 \cdot \tan \frac{1}{2} \phi} = \frac{5.17 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot \tan 23.75} = 5.88 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Si osservi che poiché $\tan \phi/2$ può essere $\gg \frac{1}{2}$ può accadere che il parametro d'urto sia molto più piccolo di b . Ma b continua ad essere la distanza minima dal nucleo a cui la particella è in grado di arrivare perché p non corrisponde ad un punto della traiettoria ma è calcolato prolungando la direzione iniziale di moto (l'asintoto della iperbole).



Massa ridotta e sistemi a due particelle

Discutendo della interpretazione dello spettro dell'elio abbiamo incontrato il concetto di massa ridotta; vediamo come si arriva a questo concetto e per quali calcoli esso può essere utilizzato.



Supponiamo che due masse interagiscano tra loro scambiandosi due forze \vec{F}_{12} e \vec{F}_{21} che soddisfino la III legge della dinamica. Rispetto ad un sistema inerziale di centro O si avrà:

$$\vec{F}_{12} = m_1 \vec{a}_1 \text{ e } \vec{F}_{21} = m_2 \vec{a}_2$$

Se vogliamo descrivere il moto riferendoci per comodità al corpo 1 occorrerà trovare la accelerazione del corpo 2 rispetto al corpo 1 $\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$

$$\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$$

$$\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} - \frac{\vec{F}_{12}}{m_1} = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} + \frac{\vec{F}_{21}}{m_1} = \vec{F}_{21} \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} \right) = \vec{F}_{21} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$$

Dunque potremo scrivere la II legge per il corpo 2 visto dal corpo 1 come:

$$\vec{F}_{21} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{a}_{21} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} m_2 \vec{a}_{21} = \frac{1}{1 + m_2/m_1} m_2 \vec{a}_{21}$$

La massa m_2 va moltiplicata per una costante adimensionale minore di 1 pari a $\frac{1}{1 + m_2/m_1}$ ovvero la massa viene sostituita da una *massa ridotta* μ tale che:

$$\mu = m_2 \frac{1}{1 + m_2/m_1}$$

Naturalmente la scelta dell'indice 2 al posto di 1 è del tutto arbitraria (la massa ridotta di m_1 e quella di m_2 sono uguali) anche se solitamente ci si riferisce a m_2 come ad una massa piccola che si muove sotto l'azione di una massa grande m_1 .

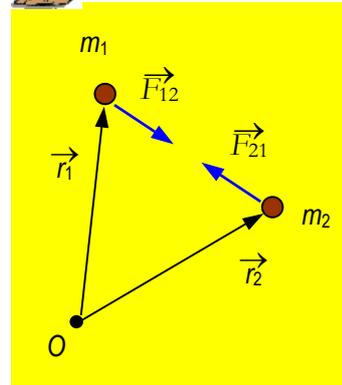
Usando la massa ridotta si trovano altre interessanti proprietà che riguardano l'energia e la quantità di moto nel sistema di riferimento del centro di massa.

- o *La quantità di moto di una particella riferita al centro di massa ha lo stesso valore del prodotto tra la massa ridotta e la velocità relativa delle due particelle.*

Se indichiamo con ' le grandezze riferite al sistema di riferimento del centro di massa avremo:

$$\begin{aligned} \vec{p}_2' &= m_2 \vec{v}_2' = m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_{CM}) = \vec{p}_2 - m_2 \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \vec{p}_2 - m_2 \vec{p}_1}{m_1 + m_2} = \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \mu (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \end{aligned}$$

Dunque la massa ridotta moltiplicata per la velocità relativa fornisce la quantità di moto nel sistema di riferimento del centro di massa e ciò vale (per simmetria) per entrambe le particelle mentre. Ragionando sui moduli si ha $p_1' = p_2' = p' = \mu v_{rel}$.



La massa ridotta consente di trattare un sistema di due particelle come se fosse costituito da una sola che si muove rispetto all'altra

Se si usano la massa ridotta e la velocità relativa si ottiene la quantità di moto nel sistema del centro di massa

Se si usano la massa ridotta e la velocità relativa si ottiene la energia cinetica del sistema nel riferimento del centro di massa

- Analogamente la energia cinetica del sistema, riferita al centro di massa, si calcolerà utilizzando la sola massa ridotta e la velocità relativa. Infatti:

$$\mathcal{E}'_k = \mathcal{E}'_{k1} + \mathcal{E}'_{k2} = \frac{p'^2}{2m_1} + \frac{p'^2}{2m_2} = \frac{p'^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = \frac{p'^2}{2\mu} = \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2$$

Concludendo: un sistema di 2 particelle può essere studiato nel sistema di riferimento del centro di massa come se fosse costituito da una sola particella con massa pari alla massa ridotta e con velocità pari alla velocità relativa tra le due particelle.



Urto centrale



Una sorgente di $^{235}\text{U}^{92}$ emette particelle α con $\mathcal{E}_k = 4.404 \text{ MeV}$ e alcune di tali particelle compiono un urto centrale; determinare la minima distanza dal nucleo nel caso che il bersaglio sia:

- un nucleo di piombo $^{207}\text{Pb}^{82}$ in quiete
- un nucleo di $^{12}\text{C}^6$ in quiete



Nel primo caso la determinazione è piuttosto semplice perché essendo $M_{\text{Pb}} \gg M_{\alpha}$ possiamo ipotizzare che nel corso della interazione il nucleo di piombo rimanga stazionario e pertanto basterà applicare il teorema di conservazione dell'energia tra il caso a distanza infinita (energia potenziale nulla) e il caso ad energia cinetica nulla (distanza minima). Avremo dunque:

$$\mathcal{E}_k + 0 = k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \text{ da cui}$$

$$r = k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\mathcal{E}_k} = k \frac{82 \cdot 2 e^2}{\mathcal{E}_{k,\text{eV}}} = 8.99 \cdot 10^9 \cdot \frac{82 \cdot 2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{4.404 \cdot 10^6} = 5.36 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{49}$$

Nell'urto delle α con un nucleo leggero bisogna tener conto della massa ridotta

Se invece consideriamo un urto tra una particella α e un nucleo di carbonio dovremo tener conto che le due particelle hanno masse comparabili (il rapporto è $4/12 = 1/3$) e ciò ci costringe a ragionare in termini di massa ridotta.

Poiché il nucleo di carbonio è inizialmente a riposo la velocità relativa delle due particelle è pari a quella della particella α e pertanto:

$$\mathcal{E}'_k = \frac{1}{2} \mu v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \frac{m_{\alpha} m_C}{m_{\alpha} + m_C} v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \frac{1}{\frac{m_{\alpha}}{m_C} + 1} = \mathcal{E}_k \frac{1}{\frac{m_{\alpha}}{m_C} + 1}$$

La distanza minima si verifica quando l'energia cinetica si converte integralmente in energia potenziale; sarà allora:

$$\mathcal{E}_k \frac{1}{\frac{1}{3} + 1} = k \frac{2 \cdot 6 e^2}{r} \Leftrightarrow \frac{3}{4} \mathcal{E}_k = k \frac{12 e^2}{r} \Leftrightarrow r = k \frac{16 e^2}{\mathcal{E}_k}$$

Sostituendo i dati avremo:

⁴⁹ Si osservi la semplificazione sulla carica elementare che compare al quadrato al numeratore ma anche al denominatore per la conversione di unità sulla energia.

$$r = k \frac{16 e}{\mathcal{E}_{k,eV}} = 8.99 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{4.404 \cdot 10^6} = 0.523 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$



Verifica della relazione di Rutherford al variare del materiale

Una stessa sorgente di particelle α colpisce due bersagli di spessore diverso costruiti in modo che lo spessore compensi il cambio di densità (sia cioè $\rho\delta = \text{costante}$); il primo bersaglio è in argento $Z_1 = 47$ e $A_1 = 107.868$. Il secondo bersaglio è in tungsteno con $Z = 74$. Determinare il numero di massa del tungsteno sapendo che il rapporto delle particelle deflesse in eguali condizioni al variare del materiale è



risultato pari a $\eta = \frac{\delta N_1}{\delta N_2} = 0.6875$



La densità atomica è legata al numero di massa A ed alla densità; infatti se indichiamo con ρ la densità e con n_m il numero di moli avremo che:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{n_m \mathcal{N}_A}{V} = \frac{m_g \mathcal{N}_A}{A \cdot V} = \frac{10^3 m_{kg} \mathcal{N}_A}{A \cdot V} = \frac{10^3 \rho \cdot \mathcal{N}_A}{A}$$



Pertanto se si cambia materiale e si opera in identiche condizioni geometriche e di caratteristiche della sorgente si ha in base alla (VI.4.02):

$$\frac{\delta N_1}{\delta N_2} = \frac{n_1 b_1^2 \delta_1}{n_2 b_2^2 \delta_2} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{Z_1^2}{Z_2^2} \cdot \frac{\delta_1 \rho_1}{\delta_2 \rho_2} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{Z_1^2}{Z_2^2}$$

e pertanto:

$$A_2 = A_1 \frac{\delta N_1}{\delta N_2} \frac{Z_2^2}{Z_1^2} = 107.868 \cdot 0.6875 \cdot \left(\frac{74}{47}\right)^2 = 183.84$$



Calcolo del numero di particelle deflesse ad un determinato angolo

Una sorgente di Radon ($222,86$) emette particelle α da 5.49 MeV . La sorgente collimata ha una intensità $I = 3.50 \cdot 10^7 \text{ part/s}$ e il fascio colpisce ortogonalmente un bersaglio d'oro dello spessore $\delta = 0.45 \mu\text{m}$. Il fenomeno viene osservato con un angolo di deflessione $\phi = 122^\circ$ da una superficie di rivelazione piccola, ortogonale alla direzione di scattering da una distanza $d = 15.0 \text{ cm}$. Determinare il numero di particelle al mm^2 che colpiscono il rivelatore nel tempo di osservazione di 30 s . E' lecito supporre che la intensità della sorgente non cambi apprezzabilmente nel corso dell'esperimento?



Il tempo di dimezzamento del Radon è di 3.8 giorni pertanto si può assumere che la intensità della sorgente sia costante nell'intervallo di 30 s .

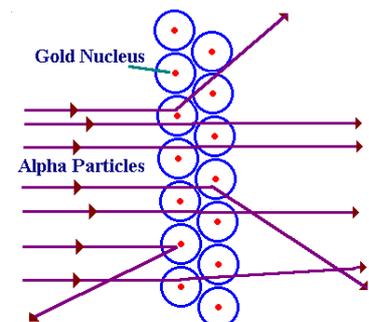
Il numero N di particelle α che colpiscono il bersaglio nel tempo Δt è dato da $N = I \cdot \Delta t$; pertanto, utilizzando la (VI.4.02) avremo che:

$$\frac{\delta N}{\delta \sigma} = \frac{1}{16} n \delta b^2 \frac{1}{d^2 \sin^4(\frac{1}{2}\phi)} I \cdot \Delta t$$

In tabella si trovano le caratteristiche dell'oro:

$Z = 79$; $A = 196.967 \text{ a.m.u.}$; $\rho = 19.281 \text{ kg/dm}^3$ e pertanto:

$$n = \frac{10^3 \rho \cdot \mathcal{N}_A}{A} = \frac{19.281 \times 10^6 \cdot 6.02 \times 10^{23}}{196.967} = 5.895 \times 10^{28} \text{ atomi/m}^3$$



La distanza minima di penetrazione b è data

$$b = k \frac{2Z e^2}{\mathcal{E}_k} = k \frac{2Z \cdot e}{\mathcal{E}_{k,eV}} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 79 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{5.49 \cdot 10^6} = 4.144 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

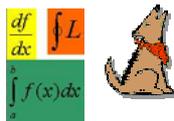
Possiamo finalmente calcolare $\frac{\delta N}{\delta \sigma}$

$$\begin{aligned} \frac{\delta N}{\delta \sigma} &= \frac{1}{16} n \delta b^2 \frac{1}{d^2 \sin^4(\frac{1}{2}\phi)} I \cdot \Delta t = \\ &= \frac{1}{16} 5.895 \cdot 10^{28} \cdot 0.45 \cdot 10^{-6} \cdot (4.144 \cdot 10^{-14})^2 \cdot \frac{1}{0.150^2 \sin^4(61^\circ)} \cdot 3.50 \cdot 10^7 \cdot 30 = \\ &= 2.27 \cdot 10^5 \text{ particelle/m}^2 \end{aligned}$$

Ipotizzando che il rivelatore abbia una superficie di 1 cm² su di esso cadranno dunque: 22.7 particelle α e dunque ci attenderemo 23 particelle con un campo di variabilità dovuto alla incidenza degli effetti di natura statistica.



Calcolo della percentuale di particelle con angolo di scattering al di sopra di un valore prefissato.

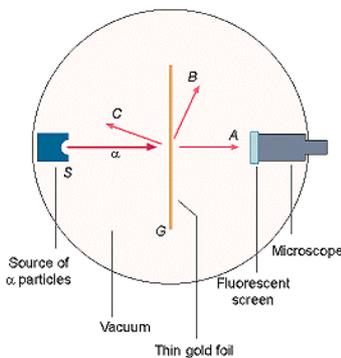


Fissato un angolo di scattering $\tilde{\phi}$ vogliamo determinare la quota di particelle che vengono deflesse con $\phi \geq \tilde{\phi}$.

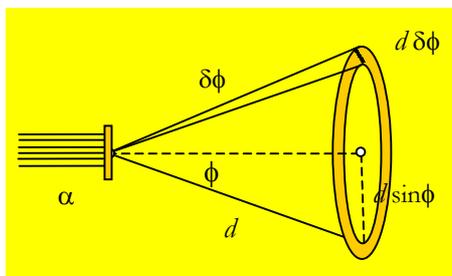


In base alla relazione di Rutherford si ha:

$$\frac{\delta N}{N} = \frac{1}{16} n \delta b^2 \frac{1}{d^2 \sin^4(\frac{1}{2}\phi)} \delta \sigma$$



Il problema presenta una simmetria intorno all'asse del bersaglio (a parità di d) e pertanto, dovendo fare un calcolo relativo a tutte le particelle deviate con determinati angoli indipendentemente dalla direzione dovremo considerare una superficie $\delta \sigma$ anulare collocata su una sfera di raggio d , e poi sommare le quantità δN relative alle diverse $\delta \sigma$ da $\tilde{\phi}$ sino a π in modo di valutare tutte le particelle con angolo di scattering $>$ di $\tilde{\phi}$.



La superficie $\delta \sigma$ (porzione di calotta sferica) ha una circonferenza interna lunga $2\pi d \sin \phi$ e una profondità $d \delta \phi$ e dunque:

$$\delta \sigma = 2\pi d^2 \sin \phi \delta \phi$$

Avremo dunque sommando i contributi:

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{\tilde{\phi}}^{\pi} \frac{\delta N}{N} = 2\pi \frac{1}{16} n \delta b^2 \int_{\tilde{\phi}}^{\pi} \frac{\sin \phi d\phi}{\sin^4(\frac{1}{2}\phi)}$$

Si tratta di calcolare l'integrale indefinito

$$F(\phi) = \int \frac{\sin \phi d\phi}{\sin^4(\frac{1}{2}\phi)} = 4 \int \frac{\sin \phi d\phi}{(1 - \cos \phi)^2} = 4 \int \frac{d(1 - \cos \phi)}{(1 - \cos \phi)^2} = -4 \frac{1}{1 - \cos \phi}$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{\tilde{\phi}}^{\pi} \frac{\delta N}{N} = 2\pi \frac{1}{16} n \delta b^2 [F(\pi) - F(\tilde{\phi})] = 2\pi \frac{1}{16} n \delta b^2 \left(-2 + \frac{4}{1 - \cos \tilde{\phi}} \right)$$

$$= 2\pi \frac{1}{4} n \delta b^2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \sin^2(\frac{1}{2} \phi)} \right) = \frac{1}{2} \pi n \delta b^2 \frac{-\sin^2(\frac{1}{2} \phi) + 1}{2 \sin^2(\frac{1}{2} \phi)} =$$

$$\frac{1}{4} \pi n \delta b^2 \frac{1}{\tan^2(\frac{1}{2} \phi)}$$

Dunque:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{4} \pi n \delta b^2 \frac{1}{\tan^2(\frac{1}{2} \phi)}$$

Se si utilizza un foglio di Platino ($Z = 78$; $A = 195$ e $\rho = 21.5 \text{ kg/dm}^3$) di spessore $\delta = 0.8 \text{ }\mu\text{m}$ si ottiene;

$$n = \frac{10^3 \rho \cdot N_A}{A} = \frac{21.5 \times 10^6 \cdot 6.02 \times 10^{23}}{195} = 6.63 \times 10^{28} \text{ atomi/m}^3$$

La distanza minima di penetrazione b utilizzando radio C (con energia di 5.9 MeV) è data

$$b = k \frac{2Z e^2}{E_k} = k \frac{2Z \cdot e}{E_{k,eV}} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 78 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{5.9 \times 10^6} = 3.81 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Se si considera deviazione a grandi angoli quella con $\phi > 90^\circ$ si ha:

$\tan(\frac{1}{2} \tilde{\phi}) = 1$ e dunque:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{4} \pi n \delta b^2 \frac{1}{\tan^2(\frac{1}{2} \phi)} = \frac{1}{4} \pi \cdot 6.63 \times 10^{28} \cdot 0.8 \times 10^{-6} \cdot (3.81 \times 10^{-14})^2 =$$

$$0.605 \times 10^{-4} \approx 1/16'000$$

Il valore trovato è in buon accordo con i dati sperimentali forniti da Geiger e Rutherford nelle diverse memorie del periodo 1910 – 1915.



4.6.2 DETERMINAZIONI QUANTITATIVE SULL'ATOMO DI BOHR

Velocità orbitale e costante di struttura fine

Determinare direttamente, usando la quantizzazione del momento angolare, la velocità orbitale nelle diverse orbite dell'atomo di Bohr ed esprimere il risultato in funzione della costante di struttura fine $\alpha = \frac{k e^2}{\hbar}$.

$$\alpha = \frac{k e^2}{\hbar}$$



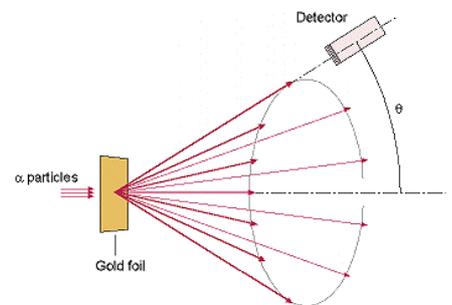
Dalla II legge della dinamica si ha:

$$k \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \text{ da cui } m v^2 r = k e^2$$

Dalla quantizzazione del momento angolare si ha:

$$m v r = n \hbar$$

Facendo il rapporto si ottiene direttamente:



$$v = \frac{1}{n} \frac{k e^2}{\hbar}$$

ma $\alpha = \frac{k e^2}{\hbar c}$ e pertanto si ha:

$$v = \frac{1}{n} c \alpha$$

ovvero la costante di struttura fine ci fornisce immediatamente la velocità orbitale classica dell'elettrone misurata in unità della velocità della luce. Tutto ciò ci aiuta a capire come tale costante intervenga nei calcoli di fisica atomica in presenza di effetti relativistici.



Energie corrispondenti alla prima riga delle serie di righe spettrali dell'idrogeno



Determinare in eV le energie del fotone corrispondente alla prima riga delle serie spettrali dell'idrogeno.



Secondo la teoria di Bohr le frequenze dei fotoni emessi sono date dalla relazione (VI.4.10)

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{4 \pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \tag{VI.4.10}$$

con $R = \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{4 \pi c \hbar^3} = 1.097'373'127 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

Dunque per trovare le energie basta moltiplicare le frequenze per la costante di Planck e ricondursi ai valori in eV dividendo l'energia in J per la carica elementare.

Si ha così:

$$\mathcal{E}_{eV} = \frac{h \nu}{e} = \frac{h}{e} R c \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = 13.6057 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Basta ora assegnare correttamente gli indici n e m per avere le energie dei fotoni richiesti, allo scopo ricordiamo che la prima riga della serie è quella meno energetica che corrisponde alla scelta degli interi consecutivi. La riga limite, non richiesta dall'esercizio, corrisponde invece alla condizione $m \rightarrow \infty$ ed è invece la più energetica intorno a cui si ha l'addensamento della serie. Ogni volta che si incrementa di una unità il primo indice si ottiene una nuova serie.

serie di Lyman (regione ultravioletto)

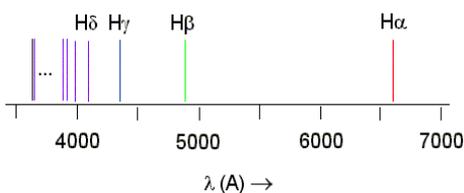
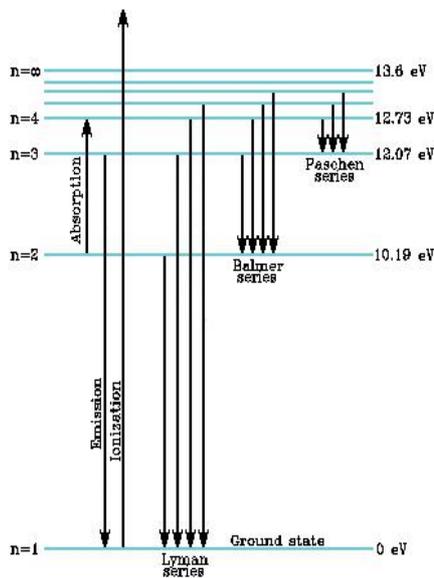
$$n = 1 \text{ e } m = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \mathcal{E}_{eV} = 13.6057 \cdot \frac{3}{4} = 10.204 \text{ eV}$$

serie di Balmer (regione del visibile)

$$n = 2 \text{ e } m = 3 \Rightarrow \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{36}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{eV} = 13.6057 \cdot \frac{5}{36} = 1.890 \text{ eV}$$

serie di Paschen (regione dell'infrarosso)



$$n = 3 \text{ e } m = 4 \Rightarrow \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{7}{144}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{eV} = 13.6057 \cdot \frac{7}{144} = 0.661 \text{ eV}$$



Il numero di righe osservabili in una serie nei diversi contesti sperimentali

Nella sua memoria del 1913 Bohr, ad un certo punto, afferma che: "non è possibile osservare più di 12 righe della serie di Balmer in esperimenti di laboratorio, mentre se ne osservano sino a 33 negli spettri di alcuni corpi celesti e ciò è in accordo con la teoria". Quindi fornisce la sua spiegazione basata sul fatto che la dimensione dell'orbita quantizzata responsabile della emissione dell'ultima riga osservata non possa superare la distanza media tra gli atomi del gas.

Utilizzare questi elementi per determinare la concentrazione atomica dell'idrogeno e il libero cammino medio nei due contesti sperimentali citati. Ipotizzando che la temperatura del gas in laboratorio sia di 300 K e quella della stella sia di 6000 K determinare la pressione corrispondente.



Nel modello di Bohr i raggi atomici crescono come il quadrato dei numeri interi:

$$r_m = m^2 r_1$$

dove si è indicato con r_1 il raggio dello stato fondamentale calcolabile attraverso le costanti universali e che vale $0.52917 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Se indichiamo con d la dimensione (diametro) dell'orbita più esterna e con n la concentrazione atomica, per garantire che tale orbita non finisca nella sfera d'azione di un atomo circostante dovrà essere:

$$d \leq 1/\sqrt[3]{n} \text{ o anche } d^3 \leq 1/n$$

D'altra parte nella zona del visibile le righe spettrali corrispondono a transizioni di elettroni da un livello m al livello 2 e pertanto se indichiamo con l il numero che rappresenta le righe visibili sarà sempre:

$$m = l + 2 \text{ e cioè (visto che la dimensione orbitale corrisponde al diametro)}$$

$$2r_m = 2r_{l+2} \leq 1/\sqrt[3]{n} \Leftrightarrow 8(r_{l+2})^3 \leq 1/n \Leftrightarrow 8[(l+2)r_1]^3 \leq 1/n$$

La concentrazione che corrisponde alla visibilità di l righe è pertanto:

$$n = \frac{1}{8[(l+2)r_1]^3}$$

Nel caso del laboratorio $l = 12$ e pertanto:

$$n = \frac{1}{8[(l+2)r_1]^3} = \frac{1}{8 \cdot (14^2 \cdot 0.52917 \times 10^{-10})^3} = 1.12 \cdot 10^{23} \text{ atomi/m}^3$$

Nel caso delle stelle $l = 33$ si ha:

$$n = \frac{1}{8[(l+2)r_1]^3} = \frac{1}{8 \cdot (35^2 \cdot 0.52917 \times 10^{-10})^3} = 4.59 \cdot 10^{20} \text{ atomi/m}^3$$

Per determinare il libero cammino medio basta utilizzare la relazione di Clausius corretta da Maxwell ⁵⁰ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$ e tenere presente che la sezione d'urto efficace può essere quantificata tramite πr_1^2 .

Pertanto $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi r_1^2}$ e nei due casi si ha:

$$\lambda_{\text{lab}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 1.12 \cdot 10^{23} \cdot \pi \cdot (0.53 \times 10^{-10})^2} = 7.2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{st}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 4.59 \cdot 10^{20} \cdot \pi \cdot (0.53 \times 10^{-10})^2} = 0.17 \text{ m}$$

Per il calcolo della pressione possiamo far riferimento alla equazione dei gas perfetti in forma microscopica:

$$p = \frac{N k_B T}{V} = n k_B T$$

$$p_{\text{lab}} = 1.12 \cdot 10^{23} \cdot 1.381 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 4.64 \cdot 10^2 \text{ Pa} = 4.64 \cdot 10^2 / 133 = 3.5 \text{ mm di Hg.}^{51}$$

$$p_{\text{st}} = 4.59 \cdot 10^{20} \cdot 1.381 \cdot 10^{-23} \cdot 6000 = 3.81 \cdot 10 \text{ Pa} = 3.81 \cdot 10 / 133 = 0.29 \text{ mm di Hg.}$$



Energia di rinculo dell'atomo di idrogeno dopo la emissione di un fotone



Un elettrone salta dal livello n al livello fondamentale dell'atomo di idrogeno. Determinare la velocità di rinculo acquistata dall'atomo per effetto della emissione del fotone e la energia del fotone ipotizzando che la energia connessa al riassetamento dell'atomo si trasmetta in parte all'atomo e in parte al fotone. Svolgere il calcolo numerico per la prima riga della serie di Lyman.



Se indichiamo con p la quantità di moto del fotone emesso essa sarà pari alla quantità di moto dovuta al rinculo dell'atomo⁵² La variazione di energia $\Delta\mathcal{E}$ si ripartirà tra l'energia del fotone e l'energia cinetica dell'atomo pari a $p^2/2m$.

Avremo pertanto:

$$h\nu + p^2/2m = \Delta\mathcal{E}$$

Inoltre, poiché la quantità di moto del fotone è data da $p = h/\lambda = h\nu/c$ si avrà $pc = h\nu$ e ciò ci conduce alla equazione di II grado:

$$p^2/2m + pc - \Delta\mathcal{E} = 0 \text{ il discriminante vale } \Delta = c^2 + 2\Delta\mathcal{E}/m$$

e la soluzione (positiva) vale

$$p = m(-c + \sqrt{c^2 + 2\Delta\mathcal{E}/m})$$

$$v = p/m = -c + \sqrt{c^2 + 2\Delta\mathcal{E}/m} = c(\sqrt{1 + 2\Delta\mathcal{E}/(mc^2)} - 1)$$

La energia del fotone sarà:

⁵⁰ Vedi capitolo III.3

⁵¹ Si ricordi che 1 mm di Hg equivale a 133 Pa

⁵² Operiamo con le grandezze espresse in modulo per evitare di introdurre inutili complicazioni di segno.

$$\mathcal{E}' = h\nu = cp = mc^2 (\sqrt{1 + 2\Delta\mathcal{E}/(mc^2)} - 1)$$

Le relazioni trovate sono particolarmente interessanti perché ci dicono immediatamente che il confronto va svolto tra la energia dovuta al riassestamento e l'energia di riposo dell'atomo.

Passando ai valori numerici si ha:

$$\Delta\mathcal{E} = 13.6 (1 - 1/2^2) = 10.2 \text{ eV}$$

Poiché mc^2 ha grosso modo il valore di energia di massa del protone e cioè $9.382723 \cdot 10^8 \text{ eV}$ è immediato osservare che il rapporto $\Delta\mathcal{E}/mc^2$ è molto piccolo e si potranno pertanto utilizzare le approssimazioni per cui: $\sqrt{1+x} \approx 1 + 1/2 x$

$$v = c(\sqrt{1 + 2\Delta\mathcal{E}/(mc^2)} - 1) \approx c \Delta\mathcal{E}/(mc^2) = \frac{10.2}{9.38 \cdot 10^8} = 1.07 \cdot 10^{-8} c \text{ m/s} = 3.2 \text{ m/s}$$

$\mathcal{E}' = mc^2 (\sqrt{1 + 2\Delta\mathcal{E}/(mc^2)} - 1) \approx \Delta\mathcal{E}$ ovvero l'effetto di diminuzione di energia del fotone è del II ordine e non viene evidenziato dalla approssimazione usata. Aggiriamo l'ostacolo calcolando l'energia cinetica dell'atomo direttamente:

$$\mathcal{E}_{k,eV} = 1/2 m v^2/e = 1/2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 3.2^2 / (1.6 \cdot 10^{-19}) = 5.3 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$$



La scoperta del deuterio dalle righe anomale dell'idrogeno

Dopo la scoperta del neutrone nel 1932 si potenziarono decisamente le ricerche degli isotopi degli elementi leggeri anche quando tali isotopi non presentavano proprietà radioattive. L'attenzione si concentrò sul possibile isotopo dell'idrogeno formato da un protone e un neutrone. Per gli isotopi degli elementi leggeri poiché $\Delta A/A$ è un numero grande (100 % nel caso dell'idrogeno) ci si aspetta la evidenza di proprietà fisiche diverse e ben marcate rispetto al nuclide principale (densità, punto triplo, tensione di vapore, ...) e ciò consente una maggiore facilità dei processi di arricchimento isotopico.

Nel 1932 Harold Urey utilizzò un campione residuo di idrogeno di 1 cc ottenuto dopo evaporazione di 4 litri di idrogeno liquido in prossimità della temperatura di punto triplo; ciò lasciava presagire che il campione residuo fosse notevolmente arricchito di deuterio (l'isotopo da rivelare).

Urey riuscì ad osservare, utilizzando un reticolo da 15'000 righe per pollice, la presenza accanto alle righe dell'idrogeno delle righe che la teoria di Bohr lasciava prevedere per il deuterio. I risultati previsti e quelli osservati (per idrogeno, deuterio e trizio) sono riportati nella tabella qui a lato ripresa dalla Nobel Lecture di Urey che, per la scoperta del deuterio, ricevette il premio Nobel per la chimica nel 1934.

Eseguire il calcolo della costante di Rydberg per il Deuterio e, attraverso essa, calcolare i valori previsti dalla teoria di Bohr. Confrontare tali valori con quelli osservati. Per il Trizio non si è avuta evidenza sperimentale. I valori di λ sono espressi in Angström.

Si utilizzino nel calcolo i valori delle costanti citati da Urey e cioè $m_H = 1.007755 \text{ amu}$, $m_D = 2.01363 \text{ amu}$, $m_e = 5.491 \cdot 10^{-4} \text{ amu}$ e $R_H = 109677.759 \text{ cm}^{-1}$.



Con considerazioni analoghe a quelle già svolte nel testo di ottiene (tenendo conto della massa ridotta e del fatto che i due nuclei hanno la stessa carica nucleare)



$$\frac{R_D}{R_H} = \frac{1 + \frac{m_e}{M_H}}{1 + \frac{m_e}{M_D}} = 1.000272$$

Nel caso dell'idrogeno si ha

$$1/\lambda_{\alpha H} = R_H (1/2^2 - 1/3^2) = 5/36 R_H \text{ e dunque:}$$

$$\lambda_{\alpha H} = 1/(5/36 R_H) = 6.564'686 \times 10^{-5} \text{ cm} = 6.564'686 \times 10^{-10} \text{ m (come da tabella).}$$

Nel caso del deuterio (tenuto conto che λ è inversamente proporzionale a R) si ha un valore determinato dal nuovo valore della costante R_D

$$\lambda_{\alpha D} = 1/1.000272 \lambda_{\alpha H} = 6'562.899 \times 10^{-5} \text{ cm} = 6.562'899 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{\alpha H} - \lambda_{\alpha D} = 1.787 \times 10^{-7} \text{ m}$$

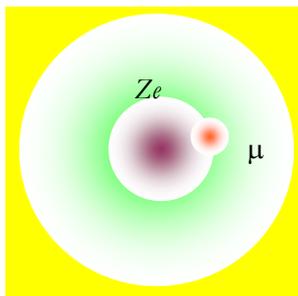
Come si vede dalla tabella, il valore osservato da Urey è di un $\Delta\lambda = 1.79 \times 10^{-7} \text{ m}$ con una precisione di 3 cifre significative riferita ad una

differenza cioè con una precisione molto elevata.



Atomi muonici

I muoni sono particelle della famiglia dei leptoni (la stessa degli elettroni) con massa $m_\mu = 207m_e$. Quando i muoni attraversano la materia può accadere che uno di essi venga attratto dal campo coulombiano e vada a sostituire un elettrone nel guscio elettronico. Si forma così uno strano atomo con una carica orbitante simile all'elettrone ma di massa molto maggiore. Un tale atomo è detto *atomo mesonico*. Calcolare, nella approssimazione di Bohr, il raggio della prima orbita ed i livelli energetici dell'atomo mesonico. Quindi determinare l'energia del fotone emesso nel passaggio dal livello 2 al livello 1 e, alla luce del risultato trovato, spiegare come mai tale radiazione può essere utilizzata per indagare la struttura superficiale dei nuclei degli elementi pesanti.



Secondo la (VI.4.08) si ha $\mathcal{E} = -\frac{1}{n^2} \frac{(k Z e^2)^2 m_\mu}{2 \hbar^2} = -\frac{1}{n^2} 207 \frac{(k Z e^2)^2 m_e}{2 \hbar^2} e$

pertanto i livelli energetici partono da un valore minimo 207 volte più grande in valore assoluto di quello del corrispondente ione.

Capita la stessa cosa per il raggio atomico: il raggio è 207 volte più piccolo di quello dell'orbita più interna dello ione normale. Questa grande vicinanza al nucleo dei nuovi livelli energetici renderà inutile l'effetto della normale nube elettronica e si può pertanto pensare che la approssimazione di Bohr possa essere applicata non solo allo ione completamente svuotato della nube elettronica ma anche all'atomo in cui sia stato sostituito uno degli elettroni più interni.

Se si tiene conto che nel caso dell'idrogeno il valore di riferimento è 13.6 eV si avrà ora:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{1}{n^2} (207 \cdot 13.6) Z^2 = -2'815 Z^2 \frac{1}{n^2} \text{ eV}$$

Per quanto riguarda i raggi orbitali che si ricavano dalla relazione:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{k_e Z e^2 m_e}$$

e che nel caso dell'idrogeno portano a $r_1 = 0.52917 \times 10^{-10}$ m si avrà:

$$r_n = n^2 \frac{0.52917 \times 10^{-10}}{207Z} = n^2 \frac{2.556 \times 10^{-13}}{Z} \text{ m}$$

Se consideriamo per esempio il caso del tungsteno con $Z = 74$ avremo che:

$$r_n = n^2 3.455 \times 10^{-15} \text{ m}$$

ovvero il raggio della prima orbita ha lo stesso ordine di grandezza del nucleo atomico; ciò significa che l'atomo mesonico può essere usato per indagare la struttura superficiale del nucleo.

Nel caso di transizione dal secondo al primo livello si ha la emissione di un fotone di energia pari a:

$$\Delta \mathcal{E} = 3/4 \cdot 2'815 \cdot 10^3 \cdot 74^2 = 1.16 \cdot 10^7 \text{ eV} = 11 \text{ MeV}$$

si tratta come si vede di un fotone di energie da mondo sub nucleare.



4.6.3 DETERMINAZIONI QUANTITATIVE SULLE ONDE DI MATERIA

Dipendenza di λ dalla massa a parità di energia

Determinare la lunghezza d'onda di De Broglie per una particella da 1 keV nel caso dell'elettrone, del protone e dell'atomo di piombo.



In tutti i casi considerati abbiamo a che fare con particelle non relativistiche (dato il basso valore di energia cinetica):

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m \mathcal{E}_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m \mathcal{E}_{k,eV} e}} = \frac{h}{\sqrt{2m 10^3 \mathcal{E}_{k,keV} e}} = \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1.602 \times 10^{-16} \cdot m}} = \frac{3.70 \cdot 10^{-26}}{\sqrt{m}} \end{aligned}$$

Si ha inoltre:

$$m_e = 9.109'390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.672'623 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_{pb} = A \text{ amu} = 207.2 \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3.4406 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

Applicando la relazione trovata sopra avremo dunque:

$$\lambda_e = \frac{3.70 \cdot 10^{-26}}{\sqrt{9.109'390 \cdot 10^{-31}}} = 3.88 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda_p = \frac{3.70 \cdot 10^{-26}}{\sqrt{1.672'623 \cdot 10^{-27}}} = 9.05 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

$$\lambda_{pb} = \frac{3.70 \cdot 10^{-26}}{\sqrt{3.4406 \cdot 10^{-25}}} = 6.31 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Gli elettroni appaiono dunque in grado di indagare agevolmente la struttura cristallina ed atomica e le particelle più pesanti hanno valori ancora più bassi.





Onde di De Broglie per le particelle relativistiche

Determinare la lunghezza d'onda di De Broglie per un elettrone di energia totale $\mathcal{E} = 1.250 \text{ MeV}$.

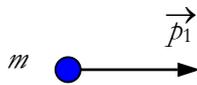


Al valore di energia indicato l'elettrone è relativistico e pertanto dovremo determinarne la quantità di moto utilizzando la relazione generale della teoria della relatività:

$\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + p^2 c^2$ da cui:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2} = \frac{1}{2.998 \cdot 10^8} \sqrt{(1.250 \cdot 10^6 e)^2 - (5.111 \cdot 10^5 e)^2} =$$

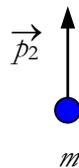
$$= \frac{1.602 \cdot 10^{-19}}{2.998 \cdot 10^8} \sqrt{(1.250 \cdot 10^6)^2 - (5.111 \cdot 10^5)^2} = 6.10 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$



$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{6.10 \cdot 10^{-22}} = 1.09 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$



Dipendenza di λ dal sistema di riferimento

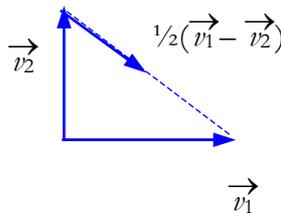


Due particelle non relativistiche identiche di massa m con lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 si muovono l'una verso l'altra su due traiettorie rettilinee ed ortogonali. Dimostrare che nel sistema di riferimento del centro di massa le due particelle hanno la stessa

lunghezza d'onda pari a: $\frac{2\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$.



Poiché le due particelle hanno la stessa massa e diversa lunghezza d'onda le due quantità di moto \vec{p}_1 e \vec{p}_2 avranno moduli $p_1 = \frac{h}{\lambda_1}$ e $p_2 = \frac{h}{\lambda_2}$ e po-



teremo scriverle, utilizzando i due versori \vec{i} e \vec{j} nella forma:

$$\vec{p}_1 = p_1 \vec{i} \text{ e } \vec{p}_2 = p_2 \vec{j} \text{ (vedi figura)}$$

Poiché $\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{2m} = \frac{1}{2} (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$ si ha nel sistema di riferimento del centro di massa:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM} = \vec{v}_1 - \frac{1}{2} (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = \frac{1}{2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

e analogamente, per simmetria:

$$\vec{v}_2' = \frac{1}{2} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Poiché le due masse sono uguali risultano uguali anche i moduli dei due vettori quantità di moto che saranno invece antiparalleli (la quantità di moto nel sistema di riferimento del centro di massa è sempre nulla).

Dunque (vedi figura qui a lato):

$$p_1' = p_2' = p' = \frac{1}{2} \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \text{ e, tenendo conto della relazione di De Broglie:}$$

$$\lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{2h}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{p_1^2}{h^2} + \frac{p_2^2}{h^2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}}} = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$$



Gas di particelle

Determinare la lunghezza d'onda di De Broglie relativa alla velocità più probabile per il Radon 222 a temperatura ambiente.



Nel capitolo sulla teoria cinetica dei gas si è visto che la statistica di Maxwell consente di determinare le tre velocità tipiche a livello molecolare e cioè, la velocità più probabile (massimo della distribuzione), la velocità media, e la velocità quadratica media; quest'ultima è la più semplice da determinare (tramite l'equazione dei gas perfetti) e vale:



$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}$$

Gli altri due valori si ricavano con calcoli di analisi matematica, sono strettamente correlati al precedente, e valgono:

$$v_p = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_{qm} \approx 0.816 v_{qm}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} v_{qm} \approx 0.921 v_{qm}$$

Il radon è un gas nobile e pertanto la sua molecola è monoatomica. Assunto un valore di temperatura ambiente $T = 300$ K si ottiene:

$$v_p = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{222 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}}} = 149.9 \text{ m/s}$$

Dalla relazione di De Broglie si ottiene λ :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{222 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 149.9} = 1.20 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$



