1. Proposizioni categoriche

1.1 La definizione

Le *proposizioni categoriche* sono particolari tipi di proposizioni costituite da un soggetto e da un predicato *detti termini della proposizione* e riguardano particolari tipi di proposizione dotate di un qualche livello di generalità.

Si escludono, in particolare, le cosiddette *proposizioni individuali*, quelle in cui il soggetto corrisponde ad un particolare ed individuato elemento di un insieme. Per esempio: *Bertrand Russel è un logico vissuto a cavallo tra 800 e 900* è una proposizione singolare o individuale.

Le proposizioni categoriche sono di quattro tipi come precisato in tabella 1. I simboli usati per definirli stanno per **A**ff**I**rmo e per n**E**g**O**. È immediato riconoscere la connessione esistente sul piano logico tra le proposizione categoriche ed alcune problematiche della teoria degli insiemi (denotazione di un insieme e concetto di sotto insieme).

Per quanto riguarda l'aspetto sintattico delle proposizioni categoriche bisogna fare attenzione nel tradurre una frase del linguaggio comune in categorica perché spesso si usano formulazioni equivalenti ma non del tipo segnalato. Per esempio: *io non uso l'auto per raggiungere luoghi raggiungibili in bicicletta* è una categorica di tipo E del tipo *nessun F (luogo per andare nel quale io uso l'auto) è un G (luogo raggiungibile in bicicletta).*

Universale affermativa	**A**	*Tutti gli F sono G*
Particolare affermativa	**I**	*Alcuni F sono G*
Universale negativa	**E**	*Nessun F è G*
Particolare negativa	**O**	*Alcuni F non sono G*

Tabella 1: le proposizioni categoriche

Si può inoltre osservare che il predicato può essere un verbo, un aggettivo o un sostantivo e che semplici trasformazioni consentono di ricondursi ad una delle forme segnalate. Per esempio: *tutti gli uccelli volano* può diventare *tutti gli uccelli sono esseri volanti.*

1.2 Rappresentazione simbolica delle proposizioni categoriche

Le quattro proposizioni categoriche costituiscono, dal punto di vista degli sviluppi della logica simbolica, 4 particolari tipi di proposizioni ottenibili da funzioni proposizionali che utilizzano il simbolo di implicazione e si trasformano in proposizioni mediante i cosiddetti *quantificatori.*

In logica simbolica si indica con f(x) una frase avente la forma di una proposizione che contiene una variabile non determinata; per esempio f(x) = {*x è un cavallo*}.

Si osservi che, mentre *x è un cavallo* non è una proposizione perché non ha senso dire se sia vera o falsa, le frasi *tutti gli x sono cavalli* oppure *Furia è un cavallo* sono proposizioni rispettivamente falsa e vera.

In effetti ci sono tre metodi per trasformare una funzione proposizionale in una proposizione: *particolarizzare* la variabile assegnandogli un valore, oppure *specificarla* stabilendo che possa assumere qualsiasi valore (in un ambito molto spesso sottinteso) o ancora dichiarando che la proprietà vale in almeno un caso.

- Nel primo caso basta aggiungere alla funzione proposizionale una frase di assegnazione di un valore alla variabile.
- Nel secondo caso si dice *per ogni x, x ha la proprietà f* e si scrive $\forall x$, f(x). Il simbolo $\forall$ è detto *quantificatore universale*.

- Nel secondo caso si dice *per qualche x, x ha la proprietà f* e si scrive $\exists x,\ f(x)$. Il simbolo $\exists$ è detto *quantificatore esistenziale*.

Universale affermativa	**A**	$\forall x, f(x) \Rightarrow g(x) = \overline{f(x)} \vee g(x)$
Particolare affermativa	**I**	$\exists x, f(x) \wedge g(x)$
Universale negativa	**E**	$\forall x, f(x) \Rightarrow \overline{g(x)} = \overline{f(x)} \vee \overline{g(x)}$
Particolare negativa	**O**	$\exists x, f(x) \wedge \overline{g(x)}$

tabella 2: le proposizioni categoriche in simboli

Le categoriche utilizzano composizioni di funzioni proposizionali del tipo $f(x) \Rightarrow g(x)$ e proposizioni del tipo $f(x) \wedge g(x)$.

Nel primo caso si vuol osservare che non può essere f(x) vero senza che lo sia anche g(x) e tale affermazione viene associata al quantificatore universale; nel secondo caso si vuole affermare la verità simultanea di f(x) e g(x) e la si associa al quantificatore esistenziale.

Sulla base di quanto specificato possiamo rappresentare le quattro proposizioni categoriche nelle forme indicate dalla tabella 2.

Se si applicano le proprietà di negazione dei quantificatori si stabilisce subito che la negazione di A porta a O mentre la negazione di I porta a E.

1.3 Rappresentazione delle categoriche mediante diagrammi

Per rappresentare le proposizioni categoriche sono stati storicamente utilizzati diversi metodi (segmenti pieni e tratteggiati, cerchi che si intersecano oppure no a seconda della presenza di elementi comuni) in questo articolo ci rifacciamo alla rappresentazione mediante i cosiddetti *diagrammi di Venn* (1880) che hanno il vantaggio di distinguere con precisione le zone vuote da quelle occupate. Con terminologia di comprensione immediata viene chiamata *lente* la parte della figura comune alle due figure e *lunula* quella appartenente ad una sola (vedi Fig. 1).

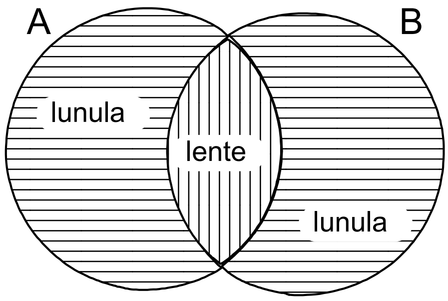


figura 1

Nella rappresentazione alla Venn gli insiemi sono sempre rappresentati parzialmente sovrapposti, siano essi due o più di due. Nei singoli contesti si aggiunge poi l'informazione sul fatto che le parti comuni contengano o meno degli elementi.

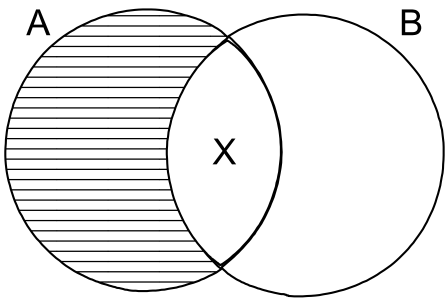


figura 2

In effetti, mentre quando si rappresentano gli insiemi con i diagrammi di Eulero, si utilizzano figure diverse per rappresentare situazioni diverse (un sotto insieme è una figura chiusa all'interno di un'altra figura, due insiemi con intersezione non vuota sono due figure con parti comuni e parti non comuni, l'insieme vuoto non si può disegnare, ...) con i diagrammi di Venn tutte le possibili configurazioni di uno o più insiemi sono rappresentabili con un solo tipo di convenzione di scrittura: si disegnano gli insiemi garantendone sempre una parziale sovrapposizione, si lasciano in bianco le parti su cui non si hanno informazioni, si mette il tratteggio o una colorazione sulle parti vuote, e si mette una crocetta sulle parti piene (vedi Fig. 2).

Stabilita questa convenzione mettiamo a confronto, nella tabella 3, gli stessi tipi di insieme con la rappresentazione di Eulero e con quella di Venn in modo di evidenziare i vantaggi della seconda rispetto alla prima.

Tipo di relazione	Secondo Eulero	Secondo Venn
Relazione di inclusione Sottoinsieme: $A \subseteq B$	Si disegna A all'interno di B	Si tratteggia la lunula di A per indicare che non esistono elementi di A che non siano anche elementi di B
Insieme vuoto: $A = \varnothing$	A non si disegna	Si tratteggia tutta la figura di A
$A \cap B \neq \varnothing$	Si disegnano A e B con una lente in comune	Si mette una crocetta nella lente per sottolineare che non è vuota
$A \cap B = \varnothing$	Si disegnano A e B separati	Si tratteggia la lente per indicare che è vuota
$A = B \neq \varnothing$	Si disegnano A e B sovrapposti	Si tratteggiano la lunula di A e di B e si mette una crocetta nella lente

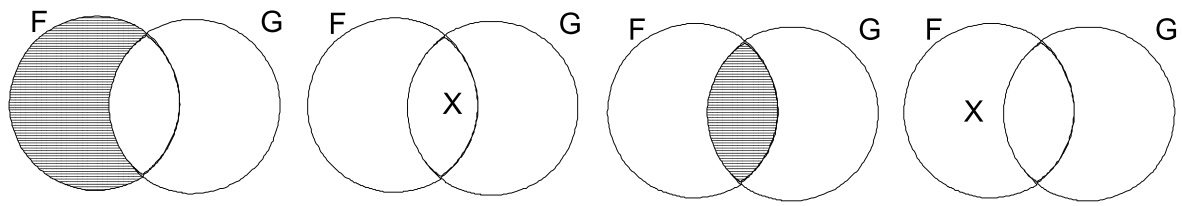
tabella 3: confronto tra i diagrammi alla Eulero e quelli alla Venn

La figura 3 illustra la rappresentazione, mediante diagrammi di Venn, delle proposizioni categoriche .

Si consiglia di prestare attenzione al fatto che mentre il tratteggio indica zona vuota di elementi, la assenza di tratteggio non assicura la assenza di vuoto, e quindi la presenza di elementi. Tale presenza è garantita dalla croce.

Figura 3

A: tutti gli F sono G	**I:** alcuni F sono G	**E:** nessun F è G	**O:** alcuni F sono non G



1.4 Relazioni reciproche tra le proposizioni categoriche

Osservando i diagrammi rappresentativi delle diverse proposizioni categoriche si colgono immediatamente alcune proprietà delle une rispetto alle altre e che verranno analizzate dettagliatamente:

- **E ed I** sono caratterizzate da simmetria interna ai rispettivi diagrammi e ciò significa che si può scambiare il soggetto con il predicato (per esempio: alcuni studenti sono monzesi e alcuni monzesi sono studenti). La proprietà di scambiare i termini è nota come *conversione semplice.*
- **A e O**, così come I ed E, sono l'una la negazione dell'altra e si dicono *contraddittorie* (se l'una è vera l'altra è falsa e viceversa). Nei diagrammi questa proprietà è evidenziata dal considerare la stessa zona in un caso colorata (assenza di elementi) e nell'altro caso con la crocetta (presenza di elementi)

- **A ed E** presentano una qualche forma di opposizione reciproca, ma non sono l'una la negazione dell'altra, tanto è vero che possono essere entrambe false (tutti gli studenti sono monzesi e nessuno studente è monzese) ed addirittura entrambe vere quando l'insieme degli F è vuoto (come si può constatare disegnando il relativo diagramma ottenuto per accostamento (l'insieme F è vuoto se e solo se si tratteggiano contemporaneamente la lunula e la lente, cioè se valgono contemporaneamente la A e la E. La universale affermativa A e la universale negativa E, per sottolineare questa forma di opposizione che non le porta però ad essere l'una la negazione dell'altra, sono state chiamate dai logici medioevali *contrarie*.

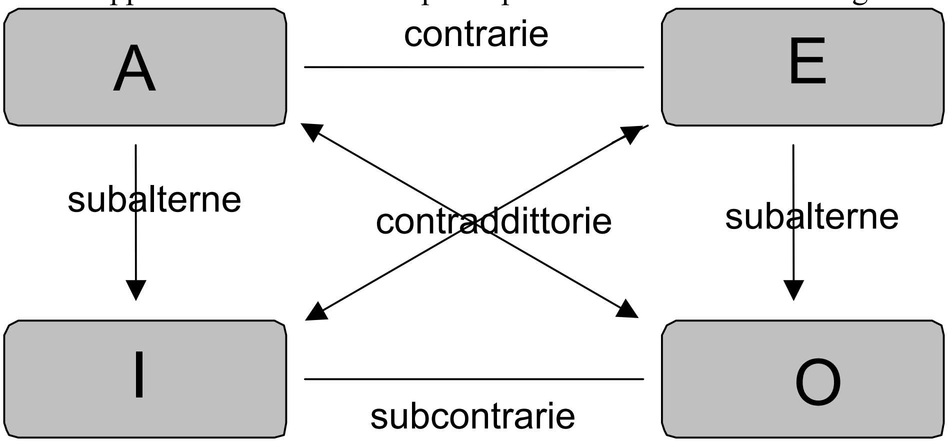


figura 4

- **I e O** sono molto spesso entrambe vere (qualche studente è monzese e qualche studente è non monzese) ma può accadere che siano entrambe false come quando il soggetto corrisponde all'insieme vuoto. In tal caso *qualche F è G* è falsa perché non esistono F, e *qualche F non è G* è falsa perché anche la lente è vuota. I e O si dicono *sub contrarie.* Dai diagrammi I e O sono entrambe false quando F è completamente tratteggiato.
- **A e I** (così come E ed O) sembrano presentare a prima vista un legame di subordinazione nel senso che I derivi da A. Si tratta di una impressione sbagliata (anche se questa ipotesi è stata accettata per diversi secoli prima che la logica fosse sottoposta alle critiche dovute alle contraddizioni scaturite dalla teoria degli insiemi). Infatti la A non presuppone la esistenza di elementi dell'insieme F (si limita a precisare che non possono esistere elementi di F che non siano anche elementi di G). La I si può derivare dalla A con la ulteriore precisazione che F non sia l'insieme vuoto. Per non fare confusione conviene semplicemente considerare A la contraddittoria di O ed E la contraddittoria di I. La proprietà di esistenza, insomma, non è presupposta dall'aggettivo tutti. Precisata la questione della esistenza di elementi si dice che I è la *subalterna* di A e che O è la subalterna di E. Riprenderemo questo punto trattando dei sillogismi.

2. Sillogismi

I sillogismi sono stati per secoli modelli di ragionamento logico, cioè schemi di ragionamento in cui si potessero trarre delle conclusioni basate solo sulla forma delle premesse indipendentemente dal loro contenuto. La loro utilità sta proprio nella loro generalità che consente di utilizzarli in ogni forma di argomentazione (giuridica, scientifica, politica, filosofica,...).

In questo articolo si tratta del *sillogismo categorico* che non va confuso con il *sillogismo ipotetico* più noto come regola del *modus tollens*. Il sillogismo ipotetico non è un vero e proprio sillogismo e afferma che dalle due premesse I) *se A allora B* II) *non B* si può ricavare la conclusione *non A*.

Lo schema del sillogismo categorico è il seguente: assumendo (*premesse*) due proposizioni categoriche si deriva da esse una terza proposizione categorica (*conclusione*). Il ragionamento si basa sulla esistenza nelle due premesse di un *termine comune* e sulla presenza nella conclusione degli altri *due termini non comuni*.

Un tipico sillogismo noto ai logici medioevali come b**A**rb**A**r**A** è quello che corrisponde alla proprietà transitiva della implicazione: se tutti i monzesi sono lombardi e se tutti i lombardi sono italiani, allora tutti i monzesi sono italiani. Si osservi che questo sillogismo tradotto in teoria degli insiemi diventa: $(F \subseteq G \wedge G \subseteq H) \Rightarrow F \subseteq H$. Con i diagrammi di Eulero: se l'insieme F sta dentro l'insieme G e se l'insieme G sta dentro l'insieme H allora l'insieme F sta dentro l'insieme H.

2.1 Classificazione dei sillogismi

I sillogismi astrattamente costruibili sono, come vedremo 64 ma non tutti i sillogismi costruibili declinando le premesse tra le 4 categoriche portano a conclusioni valide. I filosofi greci dapprima, ed i logici medioevali poi, avevano costruito tutta una serie di regole mnemoniche per fissare i sillogismi corretti. La logica simbolica, con l'ausilio dei diagrammi, consente, a partire da una coppia di premesse qualsiasi, di controllare se si possa trarre una conclusione e, in tal caso, quale essa sia, senza bisogno di affidarsi ad alcuna regola mnemonica.

Allo scopo di classificare e contare i sillogismi cominciamo con l'osservare che essendo 4 le proposizioni categoriche le loro possibili combinazioni all'interno di due premesse sono $4 \times 4 = 16$ (AA, AE, AI, AO, EA, EE, . . .).

Dopo aver definito però il *tipo categorico* della premessa si può osservare che si possono combinare in modo diverso i termini all'interno di ogni categorica. Allo scopo di contare questa modalità di combinazione stabiliamo la seguente terminologia:

- *Termine maggiore*: il predicato della conclusione (sarà indicato con H)
- *Termine minore*: il soggetto della conclusione (sarà indicato con F)
- *Termine intermedio*: il termine comune alle due premesse (sarà indicato con G)
- *Premessa maggiore*: la premessa contenente il termine maggiore (è del tipo GH o HG)
- *Premessa minore*: la premessa contenente il termine minore (è del tipo FG o GF)
- *Conclusione*: è il risultato del sillogismo e sarà del tipo FH.

	I figura	II figura	III figura	IV figura
Premessa maggiore	*GH*	*HG*	*GH*	*HG*
Premessa minore	*FG*	*FG*	*GF*	*GF*
Conclusione	*FH*	*FH*	*FH*	*FH*

tabella 4: le figure del sillogismo

I logici medioevali hanno evidenziato la presenza di 4 possibilità (*figure*) circa il modo di permutare i termini all'interno delle proposizioni. Si osservi che, nella prima figura, considerata perfetta, la sequenza è quella che usiamo per le proprietà di tipo transitivo: FG, GH quindi FH. Si passa alle altre figure permutando dapprima la premessa maggiore, poi la minore e poi entrambe.

Poiché le 16 combinazioni di categoriche si possono disporre secondo 4 figure abbiamo, astrattamente un totale di $16 \times 4 = 64$ tipi di premesse che portino ad una conclusione FH.

La cosa interessante è che, date le premesse, si può sempre trarre da esse un solo tipo di conclusione, oppure nessuna. In effetti, tra i 64 modi in cui si possono combinare le premesse solo 15 portano a sillogismi validi. I logici medioevali li hanno distinti in due gruppi detti *modi*.

- Il *modo del I gruppo* è caratterizzato dal fatto che contiene solo categoriche di tipo universale (AE). Aspettiamoci da loro, per questa ragione, conclusioni di tipo generale
- Il *modo del II gruppo* è caratterizzato dall'avere, accanto ad una premessa generale, una seconda premessa di tipo particolare (I od O) e dunque da conseguenze di tipo particolare.
- C'è poi un *III gruppo* che è caratterizzato dall'avere le premesse universali e la conclusione particolare, ma tale modo porta ad altri 9 sillogismi corretti a condizione di aggiungere una richiesta ulteriore di esistenza di elementi (per F, per G o per H) come vedremo. La esistenza di questi particolari sillogismi è legata alla possibilità di ottenere le proposizioni particolari a partire dalle generali (legame di subalternità). Ovviamente da due premesse di tipo particolare non si conclude nulla.

I logici medioevali hanno usato per classificare i sillogismi validi una nomenclatura convenzionale in cui le vocali indicano, nell'ordine, il tipo di categorica delle premesse (maggiore, minore e conclusione), mentre le consonanti forniscono una indicazione di legame con i sillogismi corrispondenti nella I figura. La ragione di questa scelta era dovuta alla mancanza di regole di calcolo ed alla necessità dopo avere studiato i sillogismi della I figura, di ricondurre tutti gli altri ai casi già visti. Il significato delle consonanti non viene qui approfondito.

	I figura **GH, FG**	**II figura** **HG, FG**	**III figura** **GH, GF**	**IV figura** **HG, GF**
I gruppo	Barbara AAA Celarent EAE	Camestres AEE Cesare EAE		Camenes AEE
II gruppo	Darii AII Ferio EIO	Baroco AOO Festino EIO	Datisi AII Ferison EIO Disamis IAI Bocardo OAO	Dimaris IAI Fresison EIO
III gruppo	Barbari AAI *se esiste* F Celaront EAO *se esiste* F	Camestros AEO *se esiste* F Cesaro EAO *se esiste* F	Darapti AAI *se esiste* G Felapton EAO *se esiste* G	Bramantip AAI *se esiste* H Camenos AEO *se esiste* F Fesapo EAO *se esiste* G

tabella 5: classificazione medioevale dei sillogismi

3. Controllo e deduzione dei sillogismi

Si è detto della possibilità di dedurre la conclusione e la mancata conclusione di un sillogismo attraverso l'uso dei diagrammi. Il procedimento è il seguente: si disegnano, come in figura, i diagrammi di F, G ed H. Successivamente si riempiono gli schemi della premessa maggiore (tra G e H) e quelli della premessa minore (tra F e G). Si considerano infine F e H; se ciò che vi compare corrisponde ad una categorica il sillogismo è corretto e la conclusione è la categorica trovata, in caso contrario non si hanno conclusioni.

Nel mettere le X delle proposizioni categoriche particolari si faccia attenzione a coprire tutte le parti interessate, della lunula o della lente, indipendentemente dalla presenza di confini dovuti al termine non appartenente alla categorica considerata. Negli schemi a tre termini le lenti e le lunule sono sempre tagliate da pezzi di figura del terzo insieme e bisogna prestare molta attenzione a non trarre conclusioni indebite e a non dimenticare qualche dato.

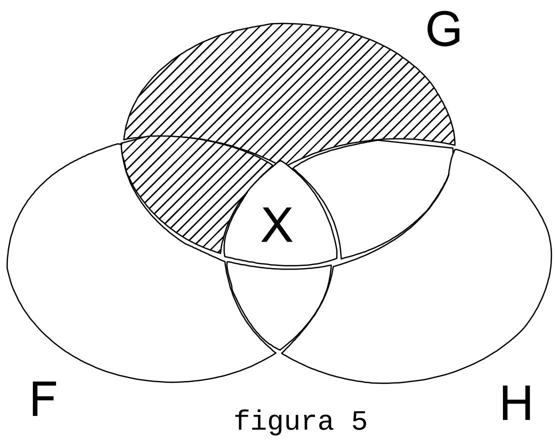


figura 5

Se per esempio metto una croce nella lente di F con G questa, a priori, finisce in due zone. Se però, con l'altra premessa si è stabilito che la lunula di G con H è vuota ecco che la crocetta di prima che a priori poteva stare nei due pezzi in cui la lente viene suddivisa, finisce per stare solo in uno di essi (quello comune a FGH) perché tra *vuoto* e *forse pieno* vince vuoto (vedi Fig. 5). Pertanto, quando si devono riportare delle categoriche è bene rappresentare per prime quelle che comportino l'uso del tratteggio.

Diamo ora alcuni esempi di costruzione di sillogismi a partire dalle premesse: nel primo si deduce un sillogismo corretto, nel secondo non si hanno conclusioni e nel terzo (appartenente al III gruppo) si aggiungerà una ipotesi di esistenza per giungere ad una qualche conclusione.

Infine si presenteranno, per una data scelta del tipo di categoriche delle due premesse, i 4 sillogismi costruibili per ogni tipo di figura.

3.1 Esempio di sillogismo corretto

Scegliamo *Darii* nella prima figura: le premesse sono di tipo A e I e trattandosi della prima figura esse avranno ordine GH e FG per concludere FH.

- premessa maggiore: A *tutti i G sono H*
- premessa minore: I *qualche F è G*

∴ conclusione: I qualche *F è H*

Come si vede dalla Figura 6, la premessa minore determina la occupazione della lente di F e G; ma un tratto di tale lente risulta vuoto per effetto della premessa maggiore che porta a tratteggiare la lunula di G e H.

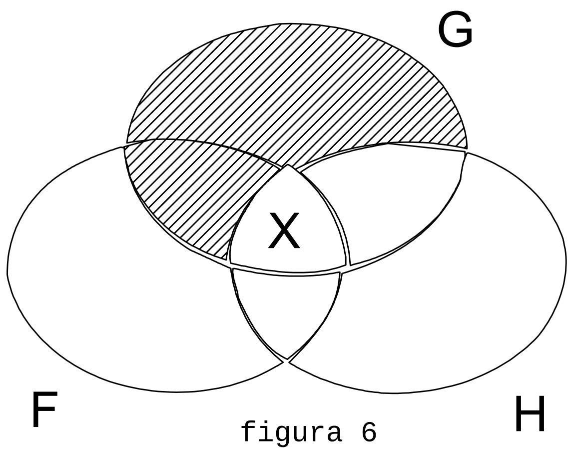


figura 6

Pertanto ci si ritrova con una croce sulla lente di F e H e si può concludere con una categorica di tipo I.

Con una sola operazione abbiamo costruito, e non solo verificato, la conclusione di tipo I, perché nel corso del processo non si è usata l'informazione che la conclusione dovesse essere di tipo I. La potenza della rappresentazione di Venn sta proprio in questa capacità di fornire un metodo generale di analisi dei sillogismi.

3.2 Esempio di sillogismo non corretto

Operiamo ancora con la I figura e scegliamo una delle combinazioni non presenti nel II modo, per esempio EO che tradotto in forma esplicita diventa:

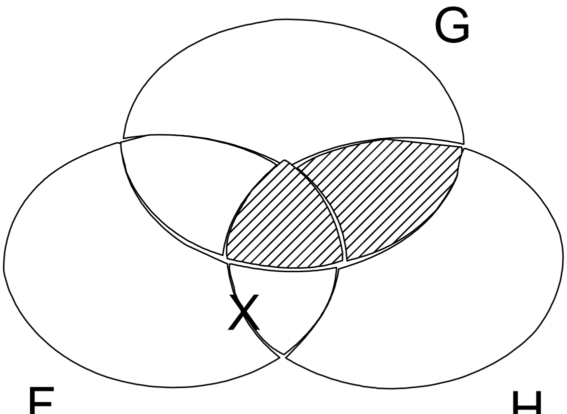


figura 7

- premessa maggiore: E nessun G è H
- premessa minore: O *qualche F è non G*

Come si vede dalla Figura 7, la premessa maggiore porta a tratteggiare la lente di G e H mentre in base a quella minore si mette la croce sulla lunula di F rispetto a G.

Poiché non è possibile stabilire su quale parte della lunula la croce sia, non è nemmeno possibile concludere (potrebbe essere O oppure I). L'unica cosa che possiamo dire è che F ha elementi ma ciò era già contenuto nella premessa minore.

3.3 Esempio di sillogismo del III gruppo (premessa aggiuntiva)

Prendiamo come esempio FEsApO nella quarta figura.

- Premessa maggiore: E *nessun H è G*
- Premessa minore: A *tutti i G sono F*

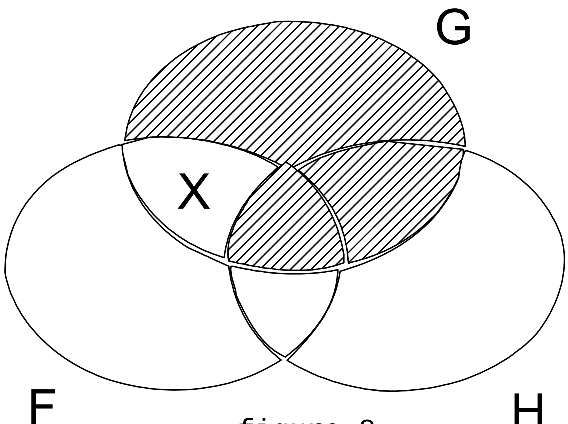


figura 8

Come si vede dalla Figura 8, la premessa maggiore di tipo E porta a tratteggiare la lente tra G e H. La premessa minore di tipo A porta a tratteggiare la lunula tra G e F. In queste condizioni non si conclude nulla, ma basta ammettere che G abbia elementi per poter collocare una croce nell'unica area di G rimasta bianca e poiché tale area si trova nella lunula di F ciò permette una conclusione di tipo O

- Premessa aggiuntiva: *esistono dei G*

∴ Conclusione di tipo O: *alcuni F sono non H*

Per quanto riguarda i sillogismi del III modo consigliamo di osservare che, nella tabella 5, quando le premesse sono entrambe universali e la conclusione è anch'essa universale, esiste sempre una conclusione particolare ottenibile con premessa aggiuntiva: Barbara dà Barbari, Celarent dà Celaront, Cesare dà Cesaro, ...

3.4 Le 4 figure di una data coppia di premesse

Prendiamo una premessa maggiore di tipo A e una minore di tipo E e costruiamo i sillogismi delle 4 figure:

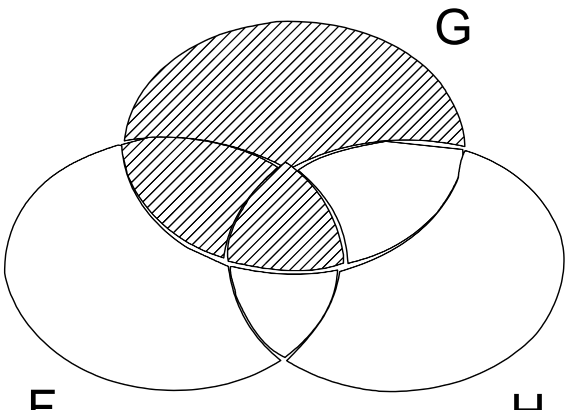


figura 9

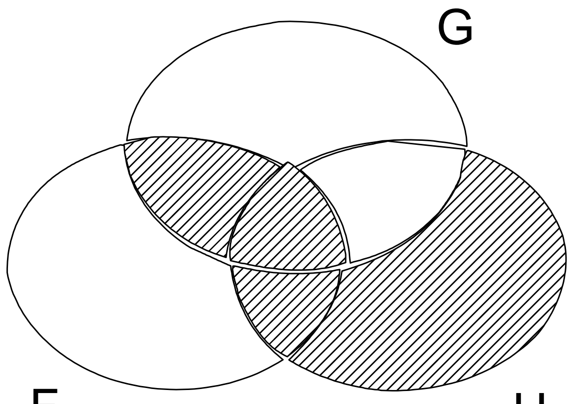


figura 10

prima figura: GH, FG (vedi Fig. 9)

tutti i G sono H

nessun F è G

Se si accetta l'ipotesi aggiuntiva che G non sia l'insieme vuoto si può concludere *qualche H è non F* che però non è del tipo FH. Nella terza figura si inverte la premessa minore, ma poiché E è simmetrica si ottiene ancora lo stesso diagramma

seconda figura: HG, FG (vedi Fig. 10)

tutti gli H sono G

nessun F è G

Si può concludere che *nessun F è H*

Nel caso della quarta figura si inverte la premessa minore, ma poichè la proposizione E è simmetrica, non cambia nulla e si arriva alla stessa conclusione.

4. Esercizi

1) Scrivere le 16 combinazioni che si ottengono con due premesse scelte casualmente tra le quattro categoriche possibili
2) Utilizzando la tabella 5 provare a dedurre le conclusioni dei sillogismi classificati partendo dalle sole premesse e dalla figura. Esercitarsi per almeno 6 casi.
3) Provare a rappresentare le 4 categoriche con i diagrammi di Eulero
4) Rappresentare qualcuno dei sillogismi più semplici mediante i diagrammi di Eulero
5) Date due premesse qualsiasi (AE, AA, AI,...) scrivere i 4 sillogismi ottenibili per permutazione di soggetto e predicato (cambio di figura). Dedurre poi quali ammettono conclusioni e quali no.
6) Utilizzando le combinazioni mancanti alla tabella 5 costruire le premesse corrispondenti a sillogismi inconcludenti.
7) Cercare di stabilire come si arriva alla conclusione *io evito sempre il canguro* a partire dalle seguenti premesse di tipo categorico (l'esempio è dell'autore di *Alice nel Paese delle Meraviglie*, Lewis Carrol)
   1) gli unici animali di questa casa sono gatti
   2) ogni animale che ami guardare la luna può diventare domestico
   3) quando io detesto un animale lo evito
   4) nessun animale è carnivoro a meno che vada in giro la notte

5) *nessun gatto si astiene dall'uccidere i topi*
6) *nessun animale mi appartiene eccetto quelli che sono in questa casa*
7) *i canguri non possono diventare domestici*
8) *nessun altro animale, all'infuori dei carnivori, uccide i topi*
9) *io detesto gli animali che non mi appartengono*
10) *gli animali che vanno in giro la notte amano sempre guardare la luna*

Si consiglia di scrivere in forma simbolica le 10 premesse riducendole tutte a categoriche di tipo A in modo di lavorare con Barbara.

Osservare che alcune di esse sono di tipo simmetrico (tutti gli F sono G e tutti i G sono F). Quali sono?

In alcune proposizioni sarà necessario sfruttare la equivalenza della implicazione (tutti gli F sono G equivale a tutti i non G sono non F).

In genere tra tutte le proposizioni scritte solo 2 consentono di essere collegate, quindi non c'è rischio di sbagliare nella scelta delle premesse.

Lavorando a passi successivi si scrivono in tutto 19 proposizioni di cui l'ultima è, appunto, *io evito sempre il canguro*

Questa è una raccolta di proposte di sillogismi estratta da "Il gioco della logica" di Lewis Carrol

1. Il dolore è fastidioso; Nessun dolore è desiderato ardentemente.

2. Nessuna persona calva ha bisogno di un pettine; Nessuna lucertola ha capelli.

3. Tutte le persone irriflessive si comportano male; Nessuna persona riflessiva dimentica una promessa.

4. Io non ho simpatia per Giovanni; Alcuni miei amici hanno simpatia per Giovanni.

5. Nessuna patata è un ananas; Tutti gli ananas sono dolci.

6. Nessuno spillo è ambizioso; Nessun ago è uno spillo.

7. Tutti i miei amici hanno il raffreddore; Nessuno può cantare se ha il raffreddore.

8. Tutte queste pietanze sono ben cotte; Alcune pietanze sono cattive se non sono ben cotte.

9. Nessuna medicina è dolce; L'olio di ricino è una medicina.

10. Alcune ostriche sono taciturne; Nessuna creatura taciturna è divertente.

11. Tutti i saggi camminano sui piedi; Tutti gli stolti camminano sulle mani.

12. " Pensate ai fatti vostri "; " Questa controversia non è affar vostro ".

13. Nessun ponte è fatto di zucchero; Alcuni ponti sono pittoreschi.

14. Non mi interessa nessun indovinello risolvibile; Tutti questi indovinelli sono irrisolvibili.

15. Giovanni è laborioso; Tutte le persone laboriose sono felici.

16. Nessuna rana scrive libri; Alcune persone usano inchiostro per scrivere libri.

17. Nessun randello è morbido; Tutti i cuscini sono morbidi.

18. Nessuna antilope è sgraziata; Gli animali aggraziati dilettano la vista.

19. Alcuni zii sono avari; Tutti i commercianti sono generosi.

20. Nessuna persona infelice ride; Nessuna persona felice si lamenta.

21. La musica percettibile provoca vibrazioni nell'aria; La musica impercettibile non vale la pena di pagarla.

22. Egli mi ha dato cinque sterline; Io sono stato molto contento.

23. Nessun vecchio ebreo è un ricco mugnaio; Tutti i miei amici sono vecchi mugnai.

24. La farina è necessaria per l'alimentazione; La fecola è un tipo di farina.

25. Alcuni sogni sono spaventosi; Nessun agnello è spaventoso.

26. Nessun uomo ricco accattona per strada; Tutti quelli che non sono ricchi dovrebbero stare attenti al bilancio.

21. Nessun ladro è onesto; Alcune persone disoneste vengono scoperte.

28. Tutte le vespe sono ostili; Tutti i cuccioli sono amichevoli.

29. Tutti i racconti inverosimili sono dubbi; Nessuno di questi racconti è verosimile.

30. " Egli mi disse che te n'eri andato "; " Egli non dice mai la verità ".

31. Le sue canzoni non durano mai un'ora; Una canzone che dura un'ora è noiosa.

32. Nessuna torta nuziale è buona; I cibi cattivi dovrebbero essere evitati.

33. Nessun vecchio avaro è di buon umore; Alcuni vecchi avari sono magri.

34. Tutte le anitre camminano dimenandosi; Nessuna creatura che cammini dimenandosi è *aggraziata.*

35. Nessun professore è ignorante; Alcune persone ignoranti sono presuntuose.

36. Il mal di denti non è mai gradevole; II calore non è mai sgradevole.

37. I seccatori sono terribili; Tu sei un seccatore.

38. Alcune montagne sono insuperabili; Tutte le scale sono superabili.

39. A nessun francese piace il *pudding;* A tutti gli inglesi piace il *pudding.*

40. Nessun uomo ozioso diventa famoso; Alcuni pittori non sono oziosi.

41. Nessuna aragosta è irragionevole; Nessuna creatura ragionevole si aspetta l'impossibile.

42. Nessuna azione benevola è illecita; Ciò che è lecito può esser fatto senza paura.

43. Nessun fossile può avere un amore infelice; Un'ostrica può avere un amore infelice.

44. " Questo è insopportabile! "; " Bene, non *mi* è mai capitato niente d'insopportabile ".

45. Tutti gli uomini ineducati sono superficiali; Tutti questi studenti sono educati.

46. Tutti i miei cugini sono ingiusti; Nessun giudice è ingiusto.

47. Nessuna regione esplorata è infestata da draghi; Le regioni inesplorate sono affascinanti.

48. Nessun avaro è generoso; Alcuni vecchi non sono generosi.

49. Un uomo prudente evita le iene; Nessun banchiere è imprudente.

50. Alcune poesie sono originali; Nessun lavoro può essere sempre originale.

51. Nessun avaro è altruista; Nessuno, eccetto gli avari, conserva i gusci d'uovo.

52. Tutte le persone pallide sono flemmatiche; Nessuno che non sia pallido ha l'aspetto di un poeta.

53. Tutti i ragni filano ragnatele; Alcune creature, che non filano ragnatele, sono selvagge.

54. Nessuno dei miei cugini è giusto; Tutti i giudici sono giusti.

55. Giovanni è laborioso; Nessuna persona laboriosa è infelice.

56. L'ombrello è utile in viaggio; Ciò che è inutile in viaggio dovrebbe esser lasciato a casa.

57. Alcuni cuscini sono morbidi; Nessun randello è morbido.

58. Io sono vecchio e zoppo; Nessun vecchio mercante è un giocatore zoppo.

59. Nessun viaggio movimentato viene dimenticato. Non vale la pena scrivere un libro su un viaggio tranquillo.

60. Lo zucchero è dolce; Alcune cose dolci piacciono ai bambini.

61. Riccardo è in collera; Nessuno, eccetto Riccardo, può montare quel cavallo.

62. Tutti gli scherzi si propongono di divertire; Nessuna legge parlamentare è uno scherzo.

63. " L'ho letto su una rivista "; " Tutte le riviste raccontano menzogne ",

64. Nessun incubo è piacevole; Le esperienze spiacevoli non sono ansiosamente desiderate.

65. I viaggiatori prudenti portano molti spiccioli; I I viaggiatori imprudenti dimenticano i bagagli.

66. Tutte le vespe sono ostili; Nessun cucciolo è ostile.

67. Egli mi ha chiamato ieri; Egli non è mio amico.

68. Nessun quadrupede sa fischiare; Alcuni gatti sono quadrupedi.

69. La carne cotta non viene venduta dai macellai; La carne cruda non si mangia a pranzo.

70. L'oro è pesante; Niente eccetto l'oro lo farà tacere.

71. Alcuni maiali sono selvatici; Non ci sono maiali che non siano grassi.

72. Nessun imperatore è un dentista; Tutti i dentisti sono temuti dai bambini.

73. Tutti coloro che non sono vecchi amano i passeggiare; Né tu né io siamo vecchi.

74. Tutte le razze discendono da Noè; Alcuni pesci sono razze.

75. Nessuna persona autoritaria è popolare; Ella è autoritaria.

76. Alcune cose dolci sono cattive; Nessuna tartina è dolce.

77. Nessun militare scrive poesie; Nessun generale è un civile.

78. I seccatori sono temuti; Un seccatore non è mai invitato a prolungare la sua visita.

79. Tutti i gufi sono accettabili; Alcune scuse sono inaccettabili.

80. Tutti i miei cugini sono ingiusti; Tutti i giudici sono giusti.

81. Alcuni pasticcini sono nutrienti; Tutti i pasticcini sono dolci.

82. Nessuna medicina è dolce; Nessuna pillola non è una medicina.

83. Alcune lezioni sono difficili; Ciò che è difficile richiede attenzione.

84. Nessun piacere inatteso mi da fastidio; La tua visita è un piacere inatteso.

85. I bruchi non sono eloquenti; Jones è eloquente.

86. Alcuni uomini calvi portano le parrucche; Tutti i vostri bambini hanno i capelli.

87. Tutte le vespe sono ostili; Le creature ostili sono sempre male accolte.

88. Nessun fallito è ricco; Alcuni commercianti non sono falliti

89. Le donnole talora dormono; Tutti gli animali talora dormono.

90. Le aziende mal dirette sono improduttive; Le ferrovie non sono mal dirette.

91. Tutti hanno visto un maiale; Nessuno si stupisce di un maiale.

Ricavate una coppia di premesse da ciascuno degli esercizi seguenti, e deducete una conclusione, se c'è:

92. " Il Leone, come potrà dirvi chiunque ne sia stato inseguito molto spesso, come è capitato a me, è un animale ferocissimo: ed alcuni esemplari — anche se non mi sentirei di affermare che si tratta di una regola generale — non bevono caffè ".

93. " È stata una vera cretineria da parte tua offrirglielo! Avresti dovuto immaginarti, se tu avessi un minimo di buon senso, che a nessun vecchio marinaio piace il semolino! ".

" Ma ho pensato, dal momento che era tuo zio... ".

" Ma davvero, mio zio! Balle! ".

" Puoi chiamarle balle, se vuoi. A me risulta che tutti i miei zii sono vecchi: e a loro il semolino piace! ".

" Beh, e allora i tuoi zii sono... ".

94. " Vieni via! Non sopporto più tutta questa folla. I negozi affollati sono una cosa spiacevolissima, lo sai ".

" Beh, e chi si aspetta che andare a fare spese sia una cosa piacevole? ".

" Io, naturalmente! E sono sicura che ci sono altri negozi, in fondo alla strada, che non sono per niente affollati. Quindi... ".

95. " Dicono che nessun dottore sia un organista metafisico; e questo mi porta a farvi un'osservazione, sapete ".

" Beh, ma che c'entra? Non mi avete mai sentito suonare l'organo ".

" No, dottore, ma vi ho sentito parlare della poesia di Browning: e questo mi ha fatto capire che, se non altro, siete metafisico. Quindi... ".

Estraete un sillogismo da ciascuno degli esercizi che seguono, e verificatene la correttezza:

96. " Non voglio più sentirne parlare! Ho conosciuto più ricchi mercanti di voi: e posso affermare che nessuno di loro è mai stato un povero vecchio sciagurato fin dalla notte dei tempi! ".

" E questo che c'entra con il vecchio Mr. Brown? ".

" Non è ricchissimo? ".

" Certo che è ricchissimo. E allora? ".

" E allora, non capite che è assurdo chiamarlo uno sciagurato mercante? O non è un mercante, o non è uno sciagurato! ".

97. " Siete veramente gentile a chiedermelo! Oggi sto molto meglio ".

" E questo felice cambiamento è da attribuire all'Arte, o alla Natura? ".

" All'Arte, credo. Il Dottore mi ha dato una sua certa medicina speciale ".

" Beh, allora non gli darò mai più dell'imbroglione. Almeno, c'è qualcuno che si sente meglio, dopo aver preso la sua medicina ".

98. "No, non mi sei per niente simpatico. E voglio giocare solo con la mia bambola. Le bambole non sono mai antipatiche ".

" Allora ti è più simpatica una bambola di un cugino? Sciocchina! ".

" Certo che mi è più simpatica la bambola! I cugini non sono mai simpatici — almeno, nessuno dei cugini che conosco ".

" Beh, mi piacerebbe sapere cosa vuoi dimostrare! Se vuoi dire che i cugini non sono bambole, vorrei sapere chi ha mai sostenuto il contrario! ".

99. " A che serve continuare a parlare di gerani? A questa distanza non potete distinguere un fiore dall'altro! Vi assicuro che sono tutti fiori rossi: e per vederlo non c'è bisogno di un telescopio ".

" Beh, ma alcuni gerani sono rossi, no? ".

" Non lo nego. E quand'anche? Immagino che ora mi verrete a raccontare che alcuni di quei fiori sono gerani! ".

" Certo che è quello che vi direi, se aveste abbastanza buon senso da seguire il filo di un ragionamento! Ma a cosa serve dimostrarvi qualcosa, dico io? ".

100. " Ragazzi, tutto considerato siete andati piuttosto bene, agli esami. Ora, prima di andarmene, vorrei darvi un consiglio. Ricordatevi che tutti quelli che sono veramente assetati di sapere, lavorano sodo ".

" Vi ringrazio, signore, a nome dei miei allievi! E sono lieto di ammettere che tra loro ce ne sono almeno alcuni che sono veramente assetati di sapere ".

" Sono molto contento di sentirvelo dire: e come fate ad esserne certo? ".

" Beh, signore, so che lavorano sodo — alcuni di loro, voglio dire. Chi potrebbe saperlo meglio di me? ".

Ricavate dal discorso che segue una serie di sillogismi, o di proposizioni in forma di sillogismi; e verificatene l'esattezza.

Si suppone che il discorso sia la risposta di una madre affettuosa alla cauta insinuazione di un'amica che forse la suddetta madre sta leggermente esagerando nel fare impartire lezioni private ai suoi figli.

101. " Già, ma devono farsi una strada nel mondo. Non possiamo lasciare loro un patrimonio a testa! E, come ben sapete, non si ottiene nulla per nulla: devono lavorare per guadagnarsi da vivere. E come potranno lavorare, se non sanno nulla? Date retta a me, con i tempi che corrono non c'è nulla da fare per gli ignoranti! E tutti gli esperti sono d'accordo che il periodo migliore per studiare è quando si è giovani. Più tardi non si ha più una memoria di cui valga la pena di parlare. Impara più un bambino in un'ora che un adulto in cinque. Perciò coloro che vogliono imparare devono farlo finché sono giovani, se vogliono davvero imparare qualcosa. Naturalmente il discorso non regge se i bambini non stanno proprio bene in salute: su questo sono d'accordo. Beh, ma il dottore dice che i bambini non stanno bene se non hanno un bel colorito sulle gote. E guardate i miei piccoli tesori! Hanno 'le guance rosse come peonie! Già, e mi dicono anche che, per mantenere i bambini in buona salute, non bisogna mai far loro seguire più di sei ore consecutive di lezione al giorno, ed almeno due mezze giornate libere la settimana. Ed è esattamente questo il metodo che seguiamo, vi assicuro! Non- passiamo mai le sei ore, e tutti i mercoledì e i sabati, senza eccezione, passata l'una, non hanno più neanche una sillaba da studiare! Come potete immaginare che io corra qualche pericolo nell'istruzione dei miei preziosi tesorini? È veramente qualcosa che va al di là della mia comprensione! ".

5. Bibliografia

1) Robert Blanché: *La logica e la sua storia da Aristotele a Russel*, Ubaldini Roma 1973
2) Ettore Carruccio, *Mondi della Logica,* Zanichelli Bologna, 1977
3) Bruno D'Amore: *Dal Numero alla Struttura,* Zanichelli Bologna, 1976
4) Martin Gardner, *Enigmi e giochi matematici*, 5 volumi, Sansoni Firenze 1976
5) Georges Glasser, *La matematica moderna per chi deve insegnarla*, Feltrinelli Milano 1975
6) Goffredo Guglielmo Leibniz: *Scritti di logica,* Zanichelli Bologna 1968
7) Corrado Mangione e Ludovico Geymonat: *Storia del Pensiero Filosofico e Scientifico,* Garzanti Milano 1975
8) Willard Van Orman Quine: *Manuale di Logica*, Feltrinelli Milano 1979
9) Willard Van Orman Quine: *Logica elementare*, Ubaldini Roma 1965
10) Willard Van Orman Quine: *Il problema del significato*, Ubaldini Roma 1961
11) Hans Reichenbach: *Elements of Symbolic Logic*, Mac Millan New York 1947
12) Nikolaj Stjazkin: *Storia della logica,* Editori Riuniti Roma 1980
13) Alfred Tarski: *introduzione alla logica*, Bompiani Milano 1969